The study used the following methods: analysis of philosophical, historical, art, psychological and educational literature of the study; comparison, generalization and systematization of scientific-theoretical information on the problem of aesthetic education of the individual.

***Key words:** aesthetics, aesthetic education, beauty, personality.*

УДК 378.147:371.134:371.124:51:004.853(043.5)

Олена Семеніхіна
ORCID ID 0000-0002-3896-8151
Володимир Шамоня
ORCID ID 0000-0002-3201-4090
Сумський державний педагогічний
університет імені А. С. Макаренка
DOI 10.24139/2312-5993/2017.03/242-252

ВИКОРИСТАННЯ СКМ MAPLE ДЛЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ НАБЛИЖЕНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗА ОДНОКРОКОВИМ МЕТОДОМ ЕЙЛЕРА

У статті піднімається питання візуалізації наближених розв'язків диференціальних рівнянь за однокроковим методом Ейлера в системі компютерної математики MAPLE. Обгрунтовано важливість засвоєння основних ідей знаходження розв'язків диференціальних рівнянь, розв'язаних відносно похідної, на рівні унаочнення інтегральних кривих. Описано загальну постановку задачі, наведено вимоги, які накладаються на функцію, щоб однокроковий метод Ейлера був застосований. Продемонстровано можливість використання комп'ютерного інструментарію СКМ MAPLE. Наголошено на важливості візуального підходу до вивчення чисельних методів розв'язування диференціальних рівнянь та оцінки похибок таких наближень.

***Ключові слова:** візуалізація, наближені методи, методи обчислень, візуалізація коренів диференціальних рівнянь, однокрокові методи Ейлера, візуалізація похибок.*

Постановка проблеми. Бурхливий розвиток електроніки та інформаційних технологій наприкінці XX століття призвів до здешевлення великих електронних обчислювальних машин та поширення персональних комп'ютерів. Разом із цим розвиток програмних технологій для комп'ютерної техніки сприяв широкому впровадженню математичних методів, зокрема методів обчислювальної математики, в усі галузі народного господарства. Це зумовило новий погляд на вивчення чисельних методів математики, які в класичному варіанті розкривали питання розробки й застосування математичних методів розв'язування прикладних задач.

Курс «Методи обчислень» сьогодні покликаний надати студентам теоретичні знання і практичні навички використання прикладних програм математичного спрямування для розв'язання задач, що вважаються класичними для цього курсу: розв'язування нелінійних рівнянь та їх систем, апроксимація функцій, диференціювання функцій, обчислення інтегралів, опрацювання результатів вимірювань.

Зазначені теми є особливо цінними для студентів природничих напрямів з огляду на формування світогляду й методології досліджень, що спонукає викладачів вищої школи використовувати всі існуючі ефективні технології навчання, які сприяють поліпшенню якості засвоєння знань. Серед останніх наразі виділяють когнітивно-візуальні технології навчання, які у своїй основі спираються на активізацію пізнавальних можливостей суб'єктів навчання за рахунок використання візуальних (наочних) форм.

Часто задачі техніки і природознавства математично зводяться до відшукання розв'язку диференціального рівняння, який задовольняє певні початкові умови. Проінтегрувати таке рівняння в скінченому вигляді вдається досить рідко. При цьому дістають здебільшого такий вираз, до якого шукана функція входить неявно, а тому користуватися ним незручно. Тому на практиці застосовують здебільшого наближене інтегрування диференціальних рівнянь. Воно дає змогу знайти наближений розв'язок задачі Коші або у вигляді аналітичного виразу (наприклад, ряду Тейлора), або у вигляді деякої таблиці значень.

Використання комп'ютерних засобів у цьому процесі дозволяє уникнути рутинних обчислень і водночас продемонструвати основні ідеї обраних методів на візуальній основі. З огляду на поставлену математичну задачу природньо використати спеціалізоване програмне забезпечення, потужність інструментарію якого забезпечить не лише швидкість обчислень, а і якість самої візуалізації. Нами обрано систему комп'ютерної математики MAPLE, можливості використання якої в розв'язуванні широкого спектру математичних задач є незаперечними.

Аналіз актуальних досліджень. У курсі математичного аналізу пропонуються методи чисельного розв'язування задачі Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного відносно похідної [1-6; 8; 11; 12]. При цьому наближений розв'язок задачі Коші отримують у вигляді певної таблиці значень. Задача Коші полягає в тому, щоб знайти розв'язок *y(x)* диференціального рівняння $y' = f(x,y)$, який задовольняє початкову умову $y(x_0) = y_0$. Геометрично це означає, що треба знайти ту інтегральну криву *y(x)*, яка проходить через точку (x_0, y_0).

Коректність постановки задачі Коші описується *теоремою Пікара*: якщо функція *f(x,y)* двох змінних неперервна в замкненому прямокутнику $\Delta = \{(x,y) : |x - x_0| \le l, |y - y_0| \le b\}$ з центром у точці (x_0, y_0) і задовольняє в ньому умову Ліпшиця по змінній *y*, тобто існує число К > 0, яке не залежить від *x* і *y*, таке, що $|f(x_1,y_1) - f(x_2,y_2)| \le K|y_1 - y_2|$, $\forall (x,y) \in \Delta$, то існує єдина диференційовна функція $y = \varphi(x)$, яка є розв'язком диференціального рівняння $y' = f(x, y)$, що задовольняє початкову умову $y(x_0) = y_0$. Цей розв'язок визначений і неперервно диференційований на відрізку

$[x_0 - h, x_0 + h]$, де $h = \min\left\{l, \frac{b}{M}\right\}, M = \max_{(x,y)\in\Delta} |f(x, y)|$.

Уявити такий розв'язок без додаткових побудов достить складно, а тому доцільно використати потужності інформаційних технологій, що нами і зроблено з використанням середовища MAPLE.

Мета статті: описати шляхи використання СКМ MAPLE для візуалізації наближених розв'язків диференціальних рівнянь за однокроковим методом Ейлера.

Методи дослідження: теоретичні (аналіз і систематизація наукової літератури, праць вітчизняних і зарубіжних авторів, методичних матеріалів у контексті використання інфтрументарію СКМ MAPLE) та емпіричні (вивчення й узагальнення досвіду використання СКМ MAPLE в наукових розрахунках, розв'язуванні прикладних і математичних задач), на основі яких визначено ефективні шляхи використання комп'ютерного інструментарію СКМ MAPLE для візуалізації наближених розв'язків диференціальних рівнянь за однокроковим методом Ейлера.

Виклад основного матеріалу. Будемо розглядати так звані однокрокові чисельні методи розв'язування задачі Коші.

Для реалізації методу відрізок інтегрування розбивають на *n* частин довжиною *h*. Тоді, щоб знайти наближений розв'язок задачі в точці $x_{k+1} = x_k + h$, досить знати її розв'язок у точці x_k. Оскільки розв'язок задачі в точці x_0 відомий з початкових умов, то методи дають змогу обчислити послідовно значення розв'язку в наступних точках [7; 9; 10].

Надалі будемо вважати, що функція $f(x, y)$ рівняння $y' = f(x, y)$ задовольняє умови теореми Пікара.

Нехай на відрізку $[x_0, x_0+l]$ треба знайти чисельний розв'язок задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$. Для цього відрізок $[x_0, x_0+l]$ поділимо на *n* рівних частин точками $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n+l$, де $x_k = x_0 + k\ h$, $k=0,1,2,\ldots,n$, $n=l/h$. Величину *h* називають кроком чисельного інтегрування диференціального рівняння.

Розв'язати поставлену задачу чисельно означає: для заданої послідовності $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n+l$ незалежної змінної *x* і числа y_0 знайти числову послідовність або таблицю наближених значень $y_1, y_2, \ldots, y_n$ шуканого розв'язку задачі Коші.

Якщо наближений розв'язок в точці x_k відомий, то, проінтегрувавши рівняння $y' = f(x, y)$ в межах від x_k до x_{k+1}, можна знайти його розв'язок у точці x_{k+1} :

$y' = f(x, y)$,

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} y'\,dx = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x))\,dx,$$

$$y(x_{k+1}) - y(x_k) = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x))\,dx$$

$$y(x_{k+1}) = y(x_k) + \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x))\,dx$$

Остання формула є стартовою для розв'язування задачі методом Ейлера, сутність якого полягає у використанні методу лівих прямокутників для обчислення інтегралу: $y(x_{k+1}) = y(x_k) + \left[h\,f(x_k, y(x_k)) + O(h^2)\right]$

Відкинувши в цій рівності доданок порядку *$O(h^2)$,* дістанемо розрахункову формулу: $y_{k+1} = y_k + h\,f(x_k, y_k),\ \ h = x_{k+1} - x_k$, яку називають *формулою Ейлера (тут і надалі y_k і $y(x_k)$ відповідно наближене і точне значення шуканого розв'язку в точці x_k.).* Різницю *(y_k - $y(x_k)$)* називають *похибкою наближеного значенняy_k* в точці x_k.

Оскільки дотична до графіка функції *y(x)* в точці (x_k, y_k) має кутовий коефіцієнт *k*, який дорівнює значенню похідної *$y'_k = f(x_k, y_k)$*, то це ордината точки y_{k+1} перетину цієї дотичної з прямою $x=x_k$. А це означає, що на кожному з відрізків розбиття інтегральна крива наближено замінюється відрізком дотичної до неї в точці *$M_k(x_k,y_k)$, $k=0,1,2,\ldots,n$*. Якщо сполучити їх по черзі відрізками, то дістанемо ламану, яку називають ламаною Ейлера, що наближено зображує графік шуканого розв'язку задачі Коші (рис. 1).

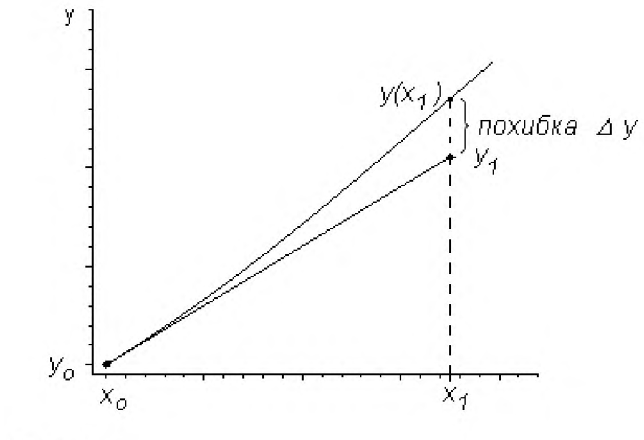

Рис. 1

Зазначимо, що похибка методу Ейлера на кожному кроці є величина порядку *$O(h^2)$*. Точність методу досить мала, і з переходом від точки x_kдо точки x_{k+1} похибка змінюється і має тенденцію до накопичення.

Тому, щоб оцінити похибку наближеного розв'язку, намагаються використати інформацію, яку дістають у процесі чисельного розрахунку. Найефективнішими з них є оцінки з подвійним перерахунком.

Зупинимося докладніше на методі подвійного перерахунку. Для цього розв’язок задачі в кожній вузловій точці x_k. обчислюють двічі: з кроком *h* і *h/2*. Позначатимемо їх відповідно y_k і y_k*. Десяткові розряди наближень y_k і y_k*, які збігаються між собою, вважають точними цифрами наближеного розв’язку в точці x_k.

Якщо наближений розв’язок задачі треба обчислити з наперед заданою похибкою *e*> 0, то інтегрування з кроками *h* і *h/2* доцільно вести паралельно, щоб вчасно встановити неузгодженість між значенням y_k й y_k* і, можливо, перейти до нового кроку. Якщо в точці x_k значення y_k і y_k* задовольняють нерівність | y_k - y_k* | <e_k, то крок інтегрування для наступної точки x_{k+1}. можна збільшити, наприклад, подвоїти. Якщо | y_k - y_k* | ≥ e_k , відрізок інтегрування ділять навпіл. Цим забезпечується автоматичний вибір кроку інтегрування.

Нарешті, наявність наближених значень y_kі y_k* , обчислених згідно з кроком *h* і *h/2*, дає змогу наближено оцінити похибку методу $e_k = |y_k^* - y(x_k)|$ у точці x_k. Вивід відповідної формули приведено в роботі [6], звідки для абсолютної похибки в точці x_k дістаємо таку рівність: $\left|\varepsilon_k^*\right| = \left|y_k^* - y(x_k)\right| = \dfrac{\left|y_k^* - y_k\right|}{2^s - 1}$ (правилом Рунге оцінки похибки). Для методу Ейлера порядок точності *s=1.*

При вивченні курсу «Методи обчислень» нами розроблено лабораторні роботи, покликані не стільки навчити розраховувати ці розв’язки, скільки візуалізувати їх, щоб зрозуміти підґрунтя таких методів на рівні зорового сприйняття [13]. Метою відповідної лабораторної роботи є освоєння методів та оцінки похибки чисельного інтегрування диференціальних рівнянь першого порядку методом Ейлера з подвійним перерахунком за допомогою комп’ютерного інструментарію СКМ MAPLE.

Нами пропонується приклад розв’язування одного з варіантів [13], який наводимо нижче.

Розв’яжемо диференціальне рівняння $y' = e^{-x-y} + \dfrac{1}{2y^2}$ методами Рунге-Кутта та Ейлера з подвійним перерахунком та здійснимо візуалізацію результату в середовищі MAPLE.

>restart; with(plots):
*ur:=exp (-x-y)+0.5*y^(-2)://* задається права частина рівняння
> ur1:=subs(y=y(x),ur):
*eq:=diff(y(x),x)=ur1; //*задається диференціальне рівняння

$$eq := \frac{d}{dx}\mathrm{y}(x) = \mathbf{e}^{(-x-\mathrm{y}(x))} + \frac{0.5}{\mathrm{y}(x)^2}$$

> x0:=0:   y0:=0.2: // задамо початкові умови
> u:=y(x0)=y0:

> r:=dsolve({eq,u},y(x),type=numeric);// розв'язання методом RKF45. Результатом команди буде процедура.

>kd:=odeplot(r,[x,y(x)],0..1,color=pink,thickness=5):// рожева крива – розв'язок задачі Коші ДР для подальшої візуалізації.

Обчислимо таблицю «еталонних» значень.

> r_i := dsolve({eq,u}, type=numeric, output=array([0,.1,.2,.3,.4,.5,.6,.7,.8,.9,1]));

Результатом буде масив на 10 точок розбиття (еталонні значення, рис.2).

Опишемо метод Ейлера

> a:=0: b:=1: n:=10;// задання кінців відрізка та кількості точок розбиття

*>xx:=array(0..n): xx2:=array(0..2*n):*

*>yy:=array(0..n): yy2:=array(0..2*n):*

*> t:=array(0..n): t2:=array(0..2*n):*

>xx[0]:=x0: xx2[0]:=x0:

>yy[0]:=y0: yy2[0]:=y0:

> h:=(b-a)/n: // визначення кроку розбиття

> h2:=h/2:// визначення кроку розбиття для подвійного перерахунку

> f:=unapply(ur,x,y):

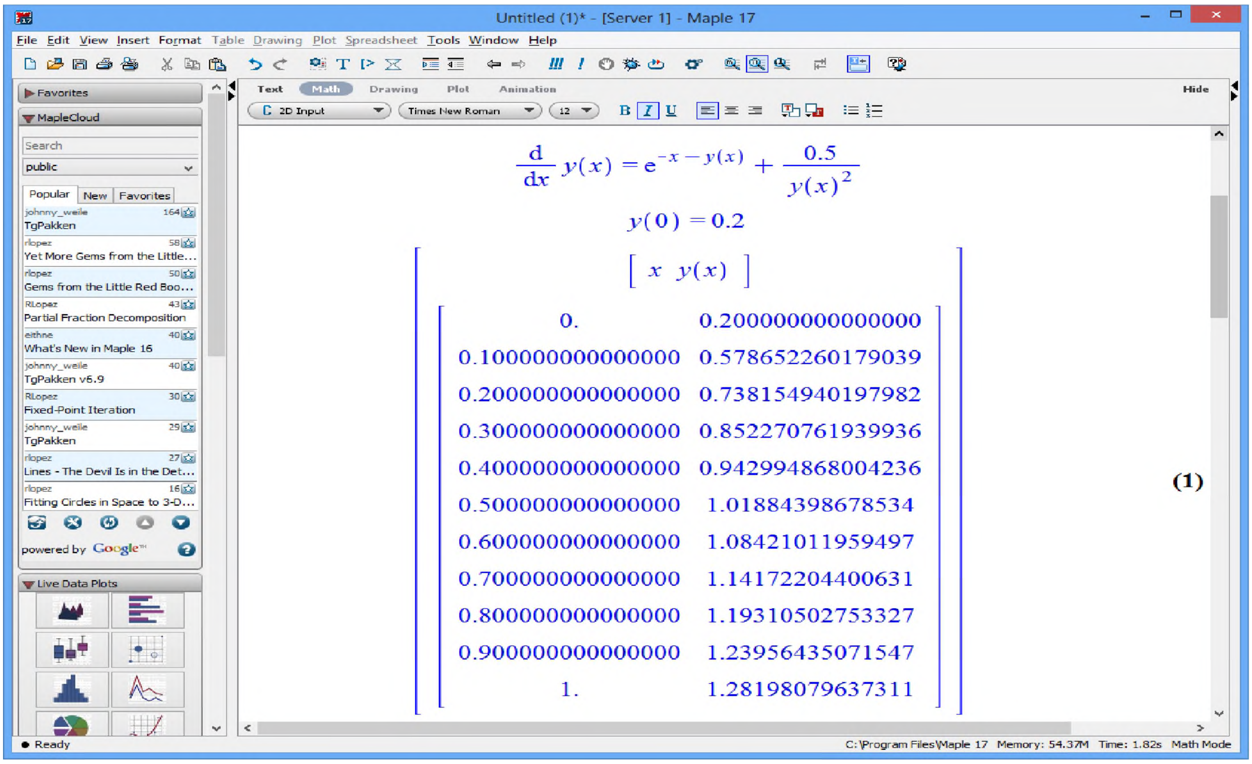

Рис. 2

Задамо одинарний перерахунок

>for i from 1 to n doxx[i]:=xx[i-1]+h:

*yy[i]:=yy[i-1]+h*f(xx[i-1],yy[i-1]) od:*

>for i from 0 to n do t[i]:=[xx[i],yy[i]] od:

tt:=convert(t,list):// створення масиву точок кривої Ейлера

>ke:=listplot(tt,color=black):

te:=pointplot(tt,color=red):// побудова чорної ламаної та червоних точок кривої Ейлера

>lom_ejler:=display(ke,te):

Задамо подвійний обрахунок.

*>for i from 1 to 2*n do*

*xx2[i]:=xx2[i-1]+h2: yy2[i]:=yy2[i-1]+h2*f(xx2[i-1],yy2[i-1]) od:*

*>for i from 0 to 2*n do*

t2[i]:=[xx2[i],yy2[i]] od:

tt2:=convert(t2,list):

> ke2:=listplot(tt2,color=blue):// синя ламана Ейлера для подвійного перерахунку

>for i from 1 to n do

*t3[i]:=[xx2[2*i-1],yy2[2*i-1]] od: tt2:=convert(t3,list):*

> te2n:=pointplot(tt2,color=green):// побудова зелених точок кривої Ейлера другого перерахунку

>for i from 1 to n do

*t4[i]:=[xx2[2*i],yy2[2*i]] od: tt2:=convert(t4,list):*

> te2c:=pointplot(tt2,color=red):// червоні точки кривої Ейлера другого перерахунку

>lom_ejler2:=display(ke2,te2n,te2c):

*> v:=array(1..n)://*зелені вертикалі першого перерахунку

>for i from 1 to n do

v[i]:=implicitplot(x=xx[i],x=0..1,y=y0..rhs(r(xx[i])[2]),linestyle=DOT,

color=green) od:

>ve:=convert(v,list):

*> v2:=array(1..2*n)://* жовті вертикалі подвійного перерахунку

*>for i from 1 to 2*n do*

v2[i]:=implicitplot(x=xx2[i],x=0..1,y=y0..yy2[i],linestyle=DOT,color=gold) od:

> ve2:=convert(v2,list):

*>vo:=array(1..n)://*червоні вертикалі похибок першого перерахунку

>for i from 1 to n do

vo[i]:=implicitplot(x=xx[i],x=0..1, y=rhs(r(xx[i])[2])..yy[i],color=red) od:

>veo:=convert(vo,list):

>op(yy);op(yy2);// вивід таблиць значень шуканої функції для одинарного й подвійного перерахунків (рис. 3).

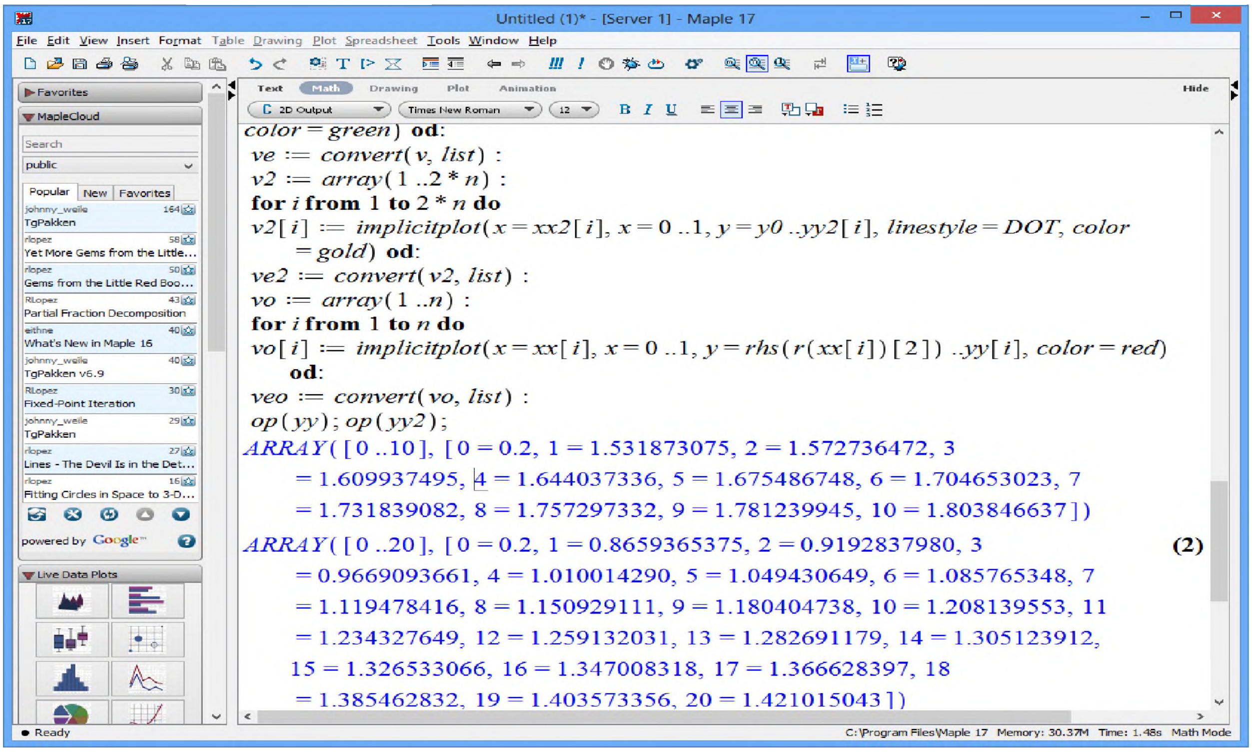

Рис. 3

>display(lom_ejler,lom_ejler2,ve,ve2,veo,kd);

Результуюче зображення на рис. 4 візуалізує точний розв'язок, наближений розв'язок для кроку *h* і уточнений розв'язок для кроку *h/2*.

За результатами такої роботи заповнюється таблиця та аналізуються візуалізовані криві: еталонна, для одинарного перерахунку і подвійного перерахунку. Студенти мають зробити висновок про збільшення точності при зменшенні кроку розбиття, а також про ефективність подвійного перерахунку для кращого наближення до шуканої кривої.

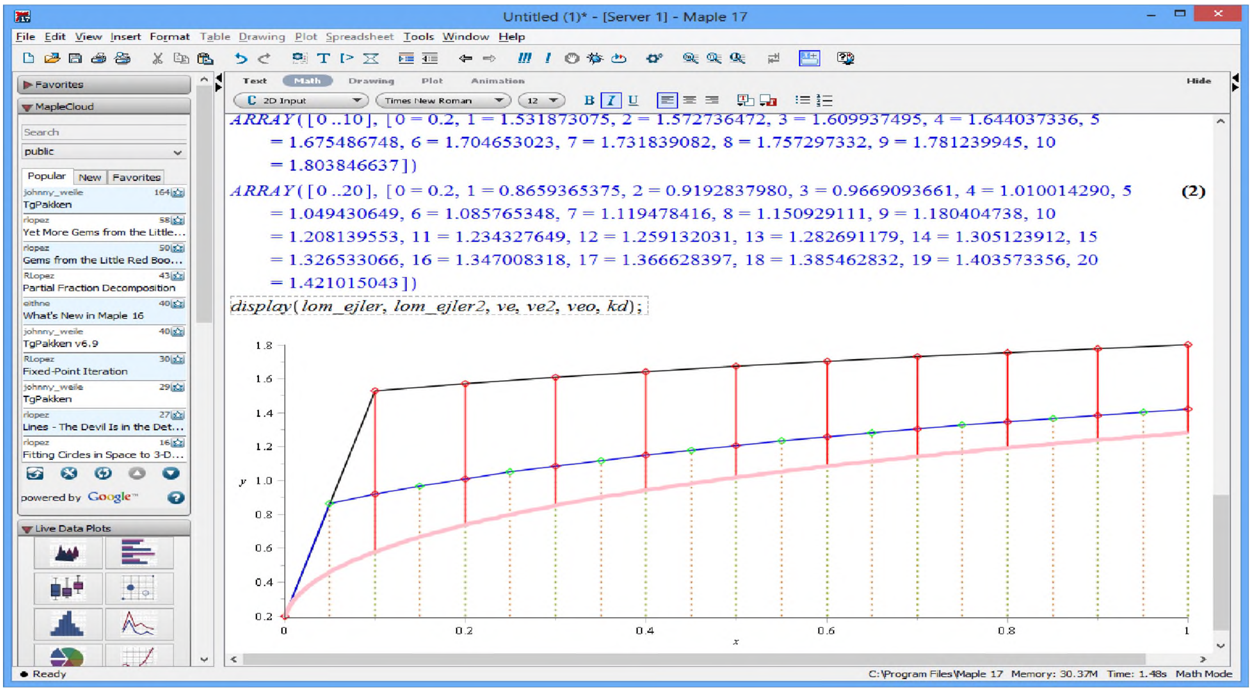

Рис. 4

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Як показує досвід викладання курсу «Методи обчислень», використання спеціалізованого пакету MAPLE не лише спрощує і пришвидшує громіздкі обчислення значень функції у вузлах наближення, а й дозволяє візуалізувати таке наближення. Така візуалізація сприяє більш якісному засвоєнню методів розв'язування диференціальних рівнянь, розв'язаних відносно похідної, а також формуванню вмінь використовувати комп'ютерні математичні середовища у професійній діяльності під час розв'язування інших класів математичних задач.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 6-е изд. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.
2. Березин И. С. Методы вычислений : в 2 т. Т.1. / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – М. : Наука, 1966. – 630 с.
3. Демидович Б. П. Численные метода анализа / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – М. : Наука, 1967. – 368 с.
4. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1970. – 664 с.
5. Крылов В. И. Вычислительные методы : в 2 т. Т. 1 / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – М. : Наука, 1976. – 304 с.
6. Крылов В. И. Вычислительные методы : в 2 т. Т.2. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – М. : Наука, 1977. – 400 с.
7. Сборник задач по методам вычислений / под ред. П. И. Монастырного. – Мн. : БГУ, 1983. – 287 с.
8. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.
9. Воробьева Г. Н. Практикум по вычислительной математике / Г. Н. Воробьева, А. Н. Данилова. – М. : Высш. школа, 1990. – 208 с.
10. Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков. – М. : Высш. школа, 2000. – 230 с.
11. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; под общ. ред. Н. И. Тихонова. – 2-е изд. – М. : Физмалит : Лаб. базовых данных ; СПб. : Нев. диалект, 2002. – 630 с.
12. Лященко М. Я. Чисельні методи : підручник / М. Я. Лященко, М. С. Головань. – К. : Либідь, 1996. – 288 с.
13. Семеніхіна О. В. Методи обчислень : навчальний посібник / О. В. Семеніхіна, В. Г. Шамоня. – Суми : СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2015. – 133 с.

REFERENCES

1. Bakhvalov, N. S. (2008). Chislennyie metody [Numerical methods]. M.: BINOM. Laboratoriia znanii. (In Russian).
2. Berezin, I. S. (1966). Metody vychislenii [Calculation methods]. M.: Nauka. (In Russian).
3. Demidovich B. P. (1967). Chislennyie metody analiza [Numerical methods of analisis]. M.: Nauka. (In Russian).

4. Demidovich, B. P. (1970). Osnovy vychislitelnoi matematiki [Fundamentals of Computational Mathematics]. M.: Nauka. (In Russian).

5. Krylov, V. I. (1976). Vychislitelnyie metody [Calculation methods]. T.1, M., Nauka. (In Russian).

6. Kryilov, V. I. (1977). Vychislitelnyie metody [Calculation methods]. T.2, M., Nauka. (In Russian).

7. Monastyrny, V. (Ed.) (1983). Sbornik zadach po metodam vychislenii [Compilation of tasks on methods of computation]. Mn., BGU. (In Russian).

8. Kalitkin, N. N. (1978). Chislennyie metody [Numerical methods]. M.: Nauka. (In Russian).

9. Vorobieva, G. N. (1990). Praktikum po vychislitelnoi matematike [Workshop on Computational Mathematics]. M.: Vyssh. shkola. (In Russian).

10. Bakhvalov, N. S. (2000). Chislennyie metody v zadachakh i uprazhneniiakh [Numerical methods in problems and exercises]. M.: Vyssh. shkola. (In Russian).

11. Tikhonov, N. I., Bahvalov, N. S., Zhidkov, N. P., Kobelkov, H. M. (2002) Chislennyie metody [Numerical methods]. M.: Fizmalit: Lab. bazovykh dannykh ; SPb.: Nev.dialekt. (In Russian).

12. Liashchenko, M. Ia., Holovan, M. S. (1996). Chyselni metody [Numerical methods]. K.: Lybid. (In Ukrainian).

13. Semenikhina, O. V., Shamonia, V. H. (2015). Metody obchyslen [Calculation methods]. Sumy: SumDPU imeni A. S. Makarenka. (In Ukrainian).

РЕЗЮМЕ

Семенихина Елена, Шамоня Владимир. Использование СКМ MAPLE для визуализации приближенных решений дифференциальных уравнений пошаговым методом Эйлера.

В статье поднимается вопрос визуализации приближенных решений дифференциальных уравнений пошаговым методом Эйлера в системе компьютерной математики MAPLE. Обоснована важность для будущих специалистов в области математики усвоения основных идей нахождения решений дифференциальных уравнений, разрешимых относительно производной, на уровне визуализации интегральных кривых. Описана общая постановка задачи, приведены требования, налагаемые на функцию, чтобы пошаговый метод Эйлера был применен. Продемонстрирована возможность использования компьютерного инструментария СКМ MAPLE. Подчеркнута важность визуального подхода к изучению численных методов решения дифференциальных уравнений и к оценке погрешностей таких приближений.

Ключевые слова: *визуализация, приближенные методы, методы вычислений, визуализация корней дифференциальных уравнений, пошаговые методы Эйлера, визуализация погрешностей.*

SUMMARY

Semenikhina Olena, Shamonia Volodymyr. Use of SCA MAPLE for visualization of the approximate solution of differential equations by the one-step Euler method.

Purpose*. The article deals with the question of visualization of approximate solutions of differential equations by the one-step Euler method in the computer mathematics system MAPLE.*

***Methods**: theoretical (analysis and systematization of research literature, works of local and foreign authors, teaching materials in the context of using of instruments SCA MAPLE); empirical (research and summarizing the experience of using SCA MAPLE in the same calculations to solving applied and mathematical problems), on the basis of which effective ways of using computer tools for visualizing SCM MAPLE approximate solutions of differential equations for the one-step method Euler are determined.*

***Results**: The importance of mastering the basic ideas of finding solutions of differential equations solvable with respect to the derivative at the level of visualization of integral curves is substantiated. The general formulation of the problem is described, the requirements imposed on the function are given, so that the one-step Euler method is applied.*

The possibility of using the computer toolkit SCA MAPLE is demonstrated. The importance of a visual approach to the study of numerical methods for solving differential equations and estimating the errors of such approximations is emphasized.

***Conclusions**: MAPLE use specialized package not only simplifies and accelerates cumbersome calculation of the function at the nodes, but also allows you visualizing this approach. This visualization contributes to a better assimilation methods for solving differential equations solved relatively derivative and the formation of mathematical skills to use computer environment in professional activities during other classes of solving mathematical problems.*

***The directions of further researches** are seen in the study of principles of forming professional readiness to use computer visualization tools of mathematical knowledge.*

***Key words**: visualization, approximate methods, calculation methods, visualization of the roots of differential equations, one-step Euler methods, error visualization.*

УДК 371.134:378.26

Юрій Смаковський
Бердянський державний педагогічний університет
ORCID ID 0000-0002-2578-7677
DOI 10.24139/2312-5993/2017.03/252-262

РОЛЬ ДУХОВНОЇ МУЗИКИ У ФОРМУВАННІ ПЕДАГОГІЧНОЇ КУЛЬТУРИ ВЧИТЕЛЯ

У статті розглядається роль духовної музики у формуванні педагогічної культури, яку ми розуміємо як систему норм, ціннісних орієнтацій, практично зреалізованих у процесі культивування людини, що забезпечують умови для саморозвитку й самореалізації особистості в системі освіти та самоосвіти. Проаналізовано низку наукових досліджень з даної науково-педагогічної проблеми. Розкривається зміст духовної музики та її навчально-виховна сутність.

***Ключові слова:** педагогічна культура, духовна музика, майбутній учитель, навчально-виховний процес.*

Постановка проблеми. Процес входження України до європейського та світового співтовариства висуває вимоги щодо зміни соціально-економічної ситуації в Україні, перебудови стилю мислення, розвитку особистості на засадах демократичності, що, відповідно, вимагає осмислення ролі культури педагога в суспільстві, його культуротворчого впливу на підростаюче покоління. Освіта завжди була тією ланкою