ЛІТЕРАТУРА

1. Вагапова Д.Х. Риторика в интеллектуальных играх и тренингах. – М.: Цитадель, 1990. – 460 с.
2. Голуб Н. Самостійна робота студентів з риторики: Навчально-методичний посібник. – Черкаси: Брама-Україна, 2008. – 232 с.
3. Голуб Н. Система вправ з риторики для студентів педагогічних спеціальностей // Дивослово. – 2007. – № 12. – С. 21 – 25.
4. Кузьмінський А.І. Педагогіка вищої школи: Навч. посіб. – К.: Знання, 2005. – 486 с.

УДК 371.214.46:004

О.В. Семеніхіна
Сумський державний
педагогічний університет

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО У СПЕЦІАЛІЗОВАНОМУ ПАКЕТІ MAPLE

У статті розглядається ідея методу Монте-Карло. Проаналізовані математичні пакети щодо їх використання під час навчання у ВНЗ. На прикладі знаходження подвійного інтеграла метод Монте-Карло реалізований у пакеті MAPLE.

В статье рассматривается идея метода Монте-Карло. Проанализированы математические пакеты в плане использования их при обучении в вузе. На примере нахождения двойного интеграла метод Монте-Карло реализован в пакете MAPLE.

The article touches upon the idea of method of Monte Carlo. Mathematical packages are analysed in the context of using them at teaching at the higher educational establishment. On the example of finding out a double integral the method of Monte Carlo is realized in the package of MAPLE.

Постановка проблеми. Галузевий стандарт вищої освіти за спеціальністю «6.01 01 00 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика» передбачає в системі змістових модулів вивчення методів обчислень, серед яких виділено задачу про чисельне інтегрування функцій методом статистичних випробувань або методом Монте-Карло. При цьому зазначений метод можна знайти не в кожному традиційному підручнику з методів обчислень.

Також освітній стандарт передбачає вміння досліджувати математичну модель з використанням засобів комп'ютерної техніки, а саме: уміння добирати ефективний метод дослідження математичної моделі для розв'язування поставленої задачі; уміння добирати ефективні методи чисельного аналізу математичних моделей різних задач; вміння добирати та використовувати готові програмні засоби (математичні пакети прикладних програм) для символьно-формульного, графічного, чисельного аналізу математичних моделей реальних об'єктів; уміння, якщо треба, розробити алгоритм і програму для розв'язування математичної задачі, яка є математичною моделлю; уміння виконувати чисельний експеримент, у тому числі з використанням комп'ютера.

Зазначені вміння, очевидно, напрацьовуються не на якомусь конкретному спецкурсі з математичного моделювання, а під час систематичного і послідовного вивчення предметів фізико-математичного циклу, курсів інформатики і комп'ютерної техніки, спецкурсів з використання нових інформаційних технологій. Тому доцільним є виявлення міжпредметних зв'язків навчальних курсів та їх використання для напрацювання наведених вище вмінь.

Метою статті є поєднання теоретичного (наукового) і практичного (засобами комп'ютерних технологій) аспектів вивчення методу статистичних випробувань або методу Монте-Карло під час обчислення кратних інтегралів: теоретичний аспект дасть математичне підґрунтя для можливості застосувати цей метод саме для обчислення кратних інтегралів; застосування комп'ютерних технологій уможливить моделювання даної задачі й організацію швидких обчислень та їх дослідження.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо ідею розв'язування задачі методом статистичних випробувань (методом Монте-Карло) [2].

Традиційний шлях розв'язування задачі полягає в тому, що вказується алгоритм (послідовність дій), за допомогою якого шукана величина f обчислюється або точно, або із заздалегідь заданою похибкою. Якщо алгоритм дає одиничний результат, то його вважають шуканим розв'язком. У разі нескінченного числа обчислювальних операцій, позначимо відповідні результати дій, що послідовно накопичуються, через *f1, f2 ,..., fn* … Якщо існує $f = \lim\limits_{n\to\infty} f_n$, то саме його вважають шуканим розв'язком, при цьому обчислювальний процес примусово обривається на деякому кроці. Обидва вищезгадані процеси обчислень чітко детермінованими: два незалежні користувачі, якщо немає помилок, приходять до однакового результату.

Проте зустрічаються задачі, для розв'язування яких побудова алгоритмів практично неможлива або сам алгоритм виявляється дуже складним. У таких випадках часто вдаються до статистичного моделювання математичної або фізичної суті задачі і використання законів великих чисел теорії ймовірностей.

Оцінки *f1, f2, …, fn,…* шуканої величини *f* отримують на підставі статистичної обробки матеріалу, пов'язаного з результатами деяких багатократних випадкових випробувань. При цьому вимагається, щоб випадкова величина *fn* при $n \to \infty$ за ймовірністю збігалася із шуканою величини *f*, тобто для будь-якого ε>0 спостерігалося граничне співвідношення $\lim\limits_{n\to\infty} P(|\, f - f_n \,| < \varepsilon) = 1$, де *P* – позначає відповідна ймовірність.

Вибір величини *fn* зумовлюється конкретними особливостями задачі. Наприклад, часто трактують шукану величину *f* як імовірність деякої випадкової події (або як математичне сподівання деякої випадкової величини). Тоді частоту *fn* появи цієї події під час випадкових випробувань (або відповідно емпіричне середнє значення випадкової величини) загалом можна розглядати як імовірнісну оцінку шуканої величини. Зазначимо, що в цих випадках обчислювальний процес не є детермінованим, оскільки він визначається підсумками випадкових випробувань.

Способи розв'язування задач, що використовують імовірнісні оцінки випадкових величин, дістали загальну назву методів Монте-Карло. Точніше під методом Монте-Карло розуміють сукупність прийомів, що дозволяють отримувати розв'язок математичних або фізичних задач за допомогою цілеспрямованої серії випадкових випробувань. Оцінки шуканої величини знаходяться статистичним шляхом і мають імовірнісний характер. На практиці результати випадкових випробувань замінюються результатами модельних обчислень, які роблять над випадковими числами – вхідними даними [2]

Ефективне застосування методу Монте-Карло стало можливим лише після появи швидкодійних електронних машин, оскільки для отримання достатньо точної оцінки шуканої величини вимагається виконання обчислень для значних масивів випадкових або псевдовипадкових величин і подальша статистична обробка великого за обсягом числового матеріалу.

Серед математичних задач, для яких розроблене застосування методу Монте-Карло, виділяють такі: розв'язування систем лінійних рівнянь; обчислення оберненої матриці, знаходження власних значень і власних векторів матриці, обчислення кратних інтегралів; розв'язування задачі Діріхле; розв'язування функціональних рівнянь різних типів тощо.

У статті розглянуто задачу обчислення кратного інтегралу методом Монте-Карло у спеціалізованому комп'ютерному середовищі. Щодо інших задач, то відомості про них можна знайти у спеціальній літературі [1 – 7].

Напрацьовані класичні алгоритми задач з теорії методів обчислень реалізуються класичними мовами процедурного програмування, а саме BASIC, PASCAL. При цьому навчання студентів із застосуванням мов програмування зміщує основний акцент навчання на власне програмування, відводячи на другий план ідеї, закладені в реалізації певного методу. Другим недоліком класичних мов програмування є слабкі графічні можливості: графіка, навіть тривимірна, досяжна, проте засоби реалізації графічної картинки в тексті програми переважатимуть 60 – 70 %.

Класичні мови програмування BASIC, PASCAL відносяться до процедурно-орієнтованих мов, що було характерно для 80-х рр. минулого століття. Сучасні ОС, хоча і підтримують роботу в середовищі цих мов, проте накладають певні обмеження (зокрема щодо точності – 4-байтовий формат 6 значущих цифр).

Використання сучасних об’єктно орієнтованих середовищ C++, DELPHI, VISUAL BASIC вимагає значного часу освоєння роботи в цих середовищах, а також наявності та знання програмних бібліотек відповідного призначення. Усі згадані пакети ліцензійні і мають досить велику вартість, навіть у студентському варіанті.

Професійні програмісти приділили увагу прикладній математиці як одній із значущих галузей діяльності людей. Для автоматизації рутинних перетворень, обчислень, побудов були сконструйовані і написані численні програмні засоби: MATHEMATICA, MATLAB, MATHCAD, MAPLE, DERIVE, STATISTIC… Навіть табличні процесори сучасних офісних пакетів, зокрема EXCEL, оперують досить широкими математичними та графічними наборами команд.

До вищезгаданих пакетів ми ставимо такі вимоги:

- по змозі пакет має перекривати всі теми курсу;
- пакет повинен мати мінімальну вартість або бути безкоштовним – freeware;
- час освоєння пакета повинен бути значно меншим, ніж час дослідження методів, ідей, проблем курсу;
- пакет повинен мати достатньо потужні засоби для візуалізації розв’язків;
- по змозі робота в пакеті має здійснюватись через текстові команди.

Пакет MATHEMATICA розповсюджується лише на ліцензійних умовах, вимагає значних апаратних потужностей для комфортної роботи. Пакет MATLAB (матрична лабораторія) ліцензійний, основне призначення – робота з масивами різних типів, що суттєво звужує сферу застосування. Пакет MATHCAD ліцензійний, дає багаті можливості в оформленні документів з математичною символікою, проте має трудний у засвоєнні графічний інтерфейс для конструювання керуючих об’єктів. Пакет STATISTIC ліцензійний і спеціалізований, пакет DERIVE – застарілий. Наведені вище міркування приводять до неминучого висновку на користь використання пакета MAPLE.

Ліцензійна політика фірми WATERLOO MAPLE INC сприятлива для навчальних закладів і студентів, бо передбачає оплату лише за останню версію своєї програми. Усі молодші версії можуть бути цілком легально установлені як freeware-продукт (www.maplesoft.com). Ядро системи MAPLE написане мовою C, добре оптимізоване і має у своєму складі потужний символьний процесор та графічну підсистему, що реалізують основний загальновживаний набір команд. Основні обчислювальні потужності пакета MAPLE реалізовані в різних бібліотеках. Перевагою MAPLE щодо освоєння керування командами та функціями є спосіб задання команди з командного рядка. Виконання команд здійснюється в режимі інтерпретатора, хоча MAPLE допускає об’єднання кількох команд у так звані регіони (для одноразового виконання) та у процедури (для багаторазового виконання) .

До пакета MAPLE входять приблизно в однакових обсягах з основною програмою бібліотеки і файли допомоги. Файли допомоги, на жаль, в англійському варіанті мають продуману ієрархічну структуру з розвиненою системою гіпертекстових посилань. Кожна тема у своєму складі має опис синтаксису команди, опис призначення команди та кожного з її параметрів, а також один або кілька працездатних прикладів. Варто відзначити, що описова частина допомоги дає прикладну щодо MAPLE інтерпретацію певної команди. Як засвідчує практика, студенти-математики засвоюють синтаксис та використання команд MAPLE за допомогою прикладів більш продуктивно, ніж за описовою частиною.

Проілюструємо нижче застосування методу Монте-Карло на прикладі $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} (x+y)dy$ першим і другим способами. Обчислення будемо здійснювати саме в математичному пакеті MAPLE, який містить спеціалізовані потужні бібліотеки, а також має власну Паскальподібну мову програмування, що дасть змогу організувати циклічні обчислення.

Задамо підінтегральну функцію і межі інтегрування. Для спрощення ілюстрації межі по осі *ox* візьмемо від 0 до 1.

```
> f:=x+y;
> y1:=x^2;
> y2:=sqrt(x);
```

Обчислимо точне значення подвійного інтеграла.

```
> I_2:=int(int(f,y=y1..y2),x=0..1);
```

Покажемо область інтегрування.

```
> plot({y1,y2},x=0..1,color=blue,thickness=3);
```

Організовуємо підсумовування значень функції в точках, що попадають у задану область (лічильник по к). Зовнішній цикл керує загальною кількістю точок для перевірки (лічильник по змінній n). Внутрішній цикл задає послідовність рівномірно-розподілених точок, що випадково вибрані з проміжку [0,1], і визначає ті точки, що попали всередину області інтегрування. Графічний супровід – сині точки попадають в область інтегрування, червоні не попадають.

```
> k:=0: q:=`q`:
> S:=0:
> for p from 1 to 3 do
> n:=10^p:
> for i from 1 to n do
> x[i]:=rand()/1e12:
> y[i]:=rand()/1e12:
> if y[i]>subs(x=x[i],y1) and y[i]<subs(x=x[i],y2)
 then k:=k+1:S:=S+subs(x=x[i],y=y[i],f):
 q[i]:=pointplot({[x[i],y[i]]},color=blue):
 else q[i]:=pointplot({[x[i],y[i]]},color=red): fi:
> od:
> K:=k;
> T_m_k:=S/n;
> display(convert(q,list));
> od;
```

На екрані в разі виконання наведених команд буде зображення всіх точок, зокрема тих, що попали в область інтегрування (сині), а також їх кількість і наближене значення інтеграла. Зрозуміло, що процес «кидання» точок випадковий, тому під час наступного виконання команд на екрані будуть зображені інші точки, іншою буде кількість тих точок, що попали в область інтегрування, іншим буде і наближене значення інтеграла.

Висновки. Отже, число випробувань N не залежить від кратності інтеграла, тому метод Монте-Карло вигідно застосовувати для обчислення кратних інтегралів високих розмірностей, де застосування звичайних формул вимагає громіздких обчислень.

ЛІТЕРАТУРА

1.Дейвис, Рабинович Опыты по вычислению кратных интегралов методом Монте-Карло // Реферативный журнал (математика). – 1957. – № 2.

2.Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М., 1963. – 664 с.

3.Милн В.Э. Численное решение дифференциальных уравнений // Приложение В, – ИЛ. – М., 1955.

4.Морзи Ф.М., Кимбелл Дж.Е. Методы исследования операций // Сов. радио. М., 1956. – Гл. VI. – § 4.

5.Современная математика для инженеров / Под ред. Э.Ф. Беккенбаха // ИЛ. – М., 1958.

6.Хаусхолдер А.С. Основы численного анализа // ИЛ. – М., 1956. – Гл. VIII.

7.Шрейдер Ю.А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) // Приборостроение. – 1956. – № 7.

УДК 371.261:51

З.О. Сердюк
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИКИ ЗНО ТА ПІДРУЧНИКІВ ДЛЯ СУСПІЛЬНО-ГУМАНІТАРНОГО ПРОФІЛЮ

У статті проаналізовано можливості учнів-гуманітаріїв щодо виконання завдань ЗНО-2007, ПТ-2008, ЗНО-2008.

В статье проанализировано возможности учеников-гуманитариев относительно выполнения заданий ЗНО-2007, ПТ-2008, ЗНО-2008.

The possibilities of doing tasks of standardized External Testing 2007, 2008 and Trial Testing 2008 by pupils of Humanities are analized in the article.