

Kulchytska N., Sobkovych R. Derivative helps with finding the solutions of equations.

This article gives examples of finding solutions of equations taking into account the properties of functions (monotonicity intervals, the number of roots, extremums) that investigated using the derivative. The proposed material is useful to teachers in preparing students for math competitions and contests.

Key words: *equation, roots of equation, uniqueness of the root, derivative, monotone of function, extremum, teaching mathematics.*

УДК 372.851, 37.026.4

И. Е. Малова

Брянский государственный университет,
Южный математический институт

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КАРТА КАК СРЕДСТВО ПЛАНИРОВАНИЯ, ОБОБЩЕНИЯ И СИСТЕМАТИЗАЦИИ ТЕМЫ

У статті розглядається проблема зниження математичної підготовки учнів, причинами якої є «виклики» сучасності (обсяг інформації, використання інформаційно-комунікативних технологій, зниження відповідальності за результати своєї праці). Обґрунтовується наочний спосіб включення учнів в планування, узагальнення і систематизацію вивчення математичної теми, пом'якшувальний ці «виклики» і враховують фундаментальність математики. Запропоновано ряд вимог до створення математичної карти теми з позиції збагачення досвіду учня: карта повинна відображати ключові питання теми, відповідні питань вивчення змістової лінії; карта повинна демонструвати зв'язку між цими питаннями, виражені графічно і словесно; частково заповнена карта повинна відповідати навчальному досвіду учнів і тим самим включати їх в планування вивчення теми, а заповнена – в процес узагальнення і систематизації. Розкриваються ситуації використання карт математичних тем. Наведені приклади математичних карт. Показано доповнення математичної карти до методичної карти вивчення теми.

Ключові слова: *наочність у навчанні; планування вивчення, узагальнення змісту, систематизація змісту, навчальна діяльність, шкільний курс математики.*

Постановка проблеми. Снижение уровня математической подготовки учащихся можно объяснить различными причинами, среди которых «вызовы» времени: 1) увеличившийся объем информации, сокращающий время на её освоение; 2) развитие информационно-коммуникативных технологий, обеспечивающих быстрый доступ к информации, потому не мотивирующих развитие памяти; 3) снижение уровня ответственности за результаты своего труда как со стороны учащихся («мне это не сдавать»), так и со сторон учителя («проверяющих интересуют только бумаги, а не то, что я делаю на уроке»).

Одним из проверенных практикой и обоснованных дидактикой способов повышения уровня математической подготовки учащихся является использование наглядности систематизирующего характера (опорные конспекты, схемы, модели, таблицы, карты и др.). Особая роль отводится наглядности, способствующей постижению сущности фундаментальных понятий, в частности, математических. К средствам такой наглядности относятся математические карты, раскрывающие

математические и деятельностные связи в логике темы и представляющие эти связи в виде некой образной схемы.

В статье обсуждается вопрос: «Какой должна быть математическая карта темы, чтобы и содержание, и процесс работы с нею способствовали смягчению «вызовов» сегодняшнего дня, отражали фундаментальность математики и в наибольшей степени «работали» на обучающихся?»

Анализ актуальных исследований. Е.И. Смирнов предложил метод наглядного моделирования. «Наглядное моделирование в обучении математике – это процесс формирования адекватного категории диагностично поставленной цели устойчивого результата внутренних действий обучаемого на основе моделирования существенных свойств, отношений, связей и взаимодействий при непосредственном восприятии приёмов знаково-символической деятельности с отдельным математическим знанием или упорядоченным набором знаний» [8, с. 216]. В монографии раскрыты роль и функции наглядного моделирования, его особенности в курсе математики старшей и высшей школы, связи с процессом фундирования опыта обучающегося. Отмечается взаимосвязь трёх компонентов учебного процесса: индивидуальные особенности восприятия, понимания, запоминания, прочности мнемонических процессов обучающегося; технологические средства, параметры, характеристики организации управления познавательной деятельностью обучающихся; объем, интенсивность, внутренняя структура и организация знаково-символьных средств [там же, С.412].

Л.И. Токарева [9] обосновала необходимость специальной работы по формированию систем фундаментальных математических понятий с опорой на соответствующие образные модели: «Уравнения и неравенства», «Функции, уравнения, неравенства», «Функции и их исследование с помощью различных научных теорий», «Функции, производная, интеграл». Так, модель содержания системы понятий «Уравнения и неравенства» включает блоки: 1) свойства числовых равенств и неравенств; 2) виды уравнений и неравенств; 3) методы решения уравнений и неравенств; 4) методы исследования свойств функций; 5) моделирование процессов деятельности современного производства с помощью аппарата уравнений, неравенств, функций; 6) методы и приёмы доказательства неравенств [там же, с. 27].

Т. Бьюзен [2] ввёл понятие «интеллект-карта» и предложил способы её использования в различных сферах деятельности и с различными целями (конспектирование, осуществление выбора, приведение в порядок мыслей, подготовка выступления и пр.). Интеллект-карта определяется как графическое выражение процесса радиантного мышления, потому к её составлению предъявляются требования: а) объект внимания/изучения кристаллизован в центральном образе; б) основные темы, связанные с объектом внимания/изучения, расходятся от центрального образа в виде ветвей; в) ветви, принимающие форму плавных линий, обозначаются и поясняются ключевыми словами или образами; вторичные идеи также изображаются в виде ветвей, отходящих от ветвей более высокого порядка; то же справедливо для третичных идей и т. д.; г) ветви формируют связанную узловую систему.

Автор рекомендует интеллект-карты в качестве мощного орудия мышления, поскольку они позволяют обозначить основные идеи и затем без труда четко выявить взаимосвязи между ними; служат промежуточной стадией между размышлениями и переносом мыслей на бумагу.

На сайте <http://lbartman.com> ([phphttp://lbartman.com/worksheet/high-school-math-formula-sheet-pdf.php](http://lbartman.com/worksheet/high-school-math-formula-sheet-pdf.php)) представлена интеллект-карта, отражающая математические формулы и соответствующие иллюстрации по разделам: алгебра, аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия, функции, дифференцирование, интегрирование, уравнения, последовательности.

В настоящее время в связи с переходом на компетентностный подход использование интеллект-карт как средства обобщения широко используется в практике обучения (примеры интеллект-карт школьного обучения широко представлены в Интернете).

Большинство имеющихся в литературе и практике примеров наглядных средств в обучении предполагает личное участие разработчика для обеспечения их понимания. Остался без обсуждения вопрос, как сделать такие наглядные средства, чтобы другому пользователю без дополнительных комментариев можно было их использовать.

Цель статьи: раскрыть способы создания и применения карт математических тем, соответствующих реализации деятельностного подхода и личностно ориентированного обучения, а также удобные для понимания любым пользователем.

Изложение основного материала.

Для организации обобщения и систематизации содержания математической темы важно ответить на следующие вопросы:

- что именно должно обобщаться и систематизироваться?
- где место обобщению и систематизации при изучении курса математики?
- как организовывать обобщение и систематизацию?

В статье [3] мы показали, что обобщать и систематизировать необходимо не только теоретический и практический материал темы, но и опыт его освоения, что систематизации теоретического материала помогают ключевые вопросы изучения соответствующей содержательной линии, что обобщение и систематизация личного опыта учащегося касается опыта постижения знаний (гуманитарной составляющей учебного предмета), опыта организации обучения и самообучения (планирования, организации выполнения планов обучения и самообучения, контроля), опыта рефлексии (извлечения пользы из сделанного для самосовершенствования).

Формой обобщения и систематизации теоретического материала и способов деятельности может служить математическая карта, в которой выделены ключевые вопросы темы и установлены связи между элементами карты.

Как уже отмечалось, ключевые вопросы темы следует связывать с ключевыми вопросами соответствующей содержательной линии.

Так, учащиеся должны понимать, что при изучении любого «нового» числа рассматриваются ответы на вопросы:

- в каких ситуациях возникает необходимость в «новых» числах;
- как эти числа записываются, читаются, изображаются на числовой оси;
- как связаны с известными числами;
- как сравниваются друг с другом;
- какие операции выполняются с этими числами и как, каковы свойства операций;
- в каких ситуациях используются эти операции и их свойства.

Связи между элементами карты не только выражаются графически (линиями или стрелками), но и сопровождаются словами, отражающими эту связь (их можно назвать словами-переходами), что позволяет любому пользователю карты осуществлять по ней навигацию и встраивать связный рассказ. Возможность постороннему человеку выстроить рассказ о фундаментальных основах темы служит критерием качества содержания и формы представления карты.

Можно выделить несколько способов использования математической карты темы.

Использование карты для осуществления планирования изучения математической темы.

Для целей планирования карта должна быть частично заполненной (заполненная часть соответствует имеющемуся у учащихся опыту) и частично незаполненной (незаполненная часть соответствует новому материалу).

Методика работы с такой картой заключается в ответах учащихся на вопросы: 1) какую тему начинаем изучать (учащиеся опираются на заголовок карты); 2) на какие вопросы предстоит ответить при изучении этой темы (учащиеся опираются на заполненную часть карты и свой опыт изучения соответствующей содержательной линии). Составленные учащимися вопросы отражают план изучения темы.

Удобно использовать раздаточный материал незаполненной карты и рекомендовать учащимся вклеить ее в тетрадь для дальнейшего обобщения изученного в теме.

Использование карты при текущем изучении темы.

При подведении итогов урока обобщается изученное, соответствующий теоретический материал и способы деятельности отражаются в карте.

Использование карты на уроках обобщения и систематизации.

С помощью карты можно повторить все ключевые вопросы темы и осуществить контроль (самоконтроль) их усвоения. Удобно использовать компьютерную анимацию, с помощью которой правильный ответ появляется после соответствующего ответа учащегося. Рассказ по карте может быть осуществлен как одним учеником, так и по цепочке.

В рамках выпускных квалификационных работ 2016 года по направлению «Педагогическое образование», профиль «Математика» на основе сравнения различных учебников математики для 5-6 классов были разработаны математические карты и показана методика работы с ними при реализации деятельностного подхода и личностно ориентированного обучения. Пример результатов исследования приведен в публикации выпускницы Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского Е.А. Матюхиной [6].

В электронном сопровождении статьи [4] в журнале «Математика в школе» мы представили компьютерные презентации использования математических карт по учебнику Е.В. Потоскуева [7] по темам: 1) введение в стереометрию; 2) прямые в пространстве; 3) прямая и плоскость в пространстве; 4) плоскости в пространстве; расстояния в пространстве. Первый слайд презентаций отражает все ключевые вопросы, относящиеся к теме. Так, в теме «Прямые и плоскости в пространстве» выделено: два случая взаимного расположения прямой и плоскости (прямая параллельна плоскости; прямая пересекает плоскость); два случая прямой, пересекающей плоскость (прямая перпендикулярна плоскости и не перпендикулярна плоскости); основные вопросы изучения прямой, параллельной (перпендикулярной) плоскости: определение, признак, свойства; перпендикуляр к плоскости, наклонная и ее проекция; угол между прямой и плоскостью; ортогональное и параллельное проектирование. Все последующие слайды раскрывают отдельные вопросы карты. Анимационный эффект пульсации «подсказывает», какой именно вопрос темы предстоит раскрыть на следующем слайде. Признак и свойства (прямая и обратная теоремы) рассматриваются в технологии укрупнения дидактических единиц. Графические изображения и анимация не только помогают учащимся сформулировать соответствующие утверждения, увидеть связи между вопросами, но и раскрывают способы деятельности. Так, для доказательства параллельности прямой и плоскости при решении задач нужно найти прямую-посредника, удовлетворяющую двум условиям: лежит в заданной плоскости, параллельна данной прямой. Рассмотренный вопрос в математической карте закрашивается, что можно использовать при подведении итогов: «Итак, какой вопрос рассмотрели? Что о нем узнали?». Вопросы,

которые не раскрываются в презентации, а рекомендуются к самостоятельному рассмотрению, закрашиваются штриховкой. Компьютерные презентации предусматривают паузы (до щелчка мыши); каждая пауза предполагает включение учащихся в диалог. Рисунки выполнены в единой цветовой гамме: фигуры, о которых идет речь в заголовке раздела, выделены одним цветом; фигуры, которые играют роль посредников при решении задач, выделены другим цветом. Если предполагается обратить внимание на доказательство утверждения, то вспомогательная фигура выделена третьим цветом.

При знакомстве с новым для себя учебником учителю полезно составлять методическую карту темы, в которой отражать не только ключевые элементы, но и способы их мотивации. Пример такой *методической карты* мы представили в пособии [5, с.298]. Карта посвящена теме «Квадратные уравнения» и её реализации в учебнике УМК «Математика. Психология. Интеллект» [1].

Изучение темы начинается с двух взаимно обратных задач: найти площадь и периметр прямоугольника, зная его стороны; найти стороны прямоугольника, зная его площадь и периметр. Вторая задача приводит к уравнению нового вида. Обращение к справочной литературе позволяет выяснить определение квадратного уравнения, узнать формулу для вычисления её корней. Возникает 7 вопросов:

1. Как применять определение и формулу? (Выделяются виды упражнений.)
2. Нельзя ли упростить вычисления по формулам корней квадратного уравнения? (Выделяются ситуации упрощения: упрощение коэффициентов; сведение к уравнению с положительным первым коэффициентом, с первым коэффициентом, равным 1; не пользоваться формулой для неполных квадратных уравнений).
3. Как была получена формула корней (Рассматриваются два способа доказательства).
4. Всегда ли можно пользоваться формулой (Изучается исследование квадратных уравнений и усовершенствуется алгоритм решения).
5. Формула отражает связь между корнями и коэффициентами квадратного уравнения. Нет ли других связей? (Изучаются прямая и обратная теорема Виета и её применение).
6. Зачем нужно уметь решать квадратные уравнения? (Рассматриваются два направления применения: решение уравнений, сводящихся к квадратным, решение текстовых задач).
7. Есть ли формула корней для других уравнений? (Предлагается беседа математика «От частного к общему»).

Выводы и перспективы дальнейших научных исследований.

Необходимость установления связей между элементами информации обуславливается ролью семантических структур в когнитивном опыте человека [10]. Существуют связи не только внутри одной темы, но и между темами, которые, в частности, отражают обобщенные способы деятельности с математической информацией.

Выявлению математических и деятельностных связи в логике темы способствует составление математической карты темы.

К созданию математической карты предъявляем ряд требований:

1. Карта должна отражать ключевые вопросы темы: понятия; утверждения; способы деятельности. Ключевые вопросы должны соответствовать вопросам изучения содержательной линии.
2. Карта должна демонстрировать связи между элементами темы, выраженные графически и словесно.
3. Частично заполненная карта должна соответствовать учебному опыту учащихся и тем самым предоставлять возможность планировать изучение темы, а

заполненная – выстраивать учащимся рассказ по всей теме, тем самым включая учащихся в процесс обобщения и систематизации.

В качестве перспектив исследования можно рассмотреть взаимосвязь различных видов карт, которые используются в обучении: технологическая карта, дорожная карта, математическая карта, интеллект-карта и др., а также проблемы и перспективы их компьютерного создания (свернутые-развернутые) и использования в аудиторном и дистанционном обучении.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алгебра: учебник для 8 класса / Э.Г. Гельфман [и др.] – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 240 с.
2. Бьюзен Т, Бьюзен Б. Супермышление /Тони Бьюзен, Барри Бьюзен. – Минск: ООО «Попурри», 2003. (<http://fictionbook.ru/static/trials/00/15/95/00159572.a4.pdf>).
3. Малова И.Е. Обобщение и систематизация при изучении математики /Ирина Малова // Современный учитель: подготовка, опыт, компетенции: Материалы Всероссийской конференции. – Томск: Изд-во Том. гос. педагог. ун-та, 2004. – С.217-222.
4. Малова И.Е. Подготовка будущего учителя математики к обучению геометрии учащихся профильных классов математической направленности / Ирина Малова // Математика в школе. – 2013. – № 9. – С.55-61. (текст и электронный ресурс)
5. Малова И.Е., Горохова С.К., Малинникова Н.А., Яцковская Г.А. Теория и методика обучения математике в средней школе. – М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2009. – 445 с.
6. Матюхина Е. А. Математическая карта изучения темы «Наименьшее общее кратное» как средство повышения эффективности урока [Текст] /Екатерина Матюхина //Образовательная среда сегодня: стратегии развития : материалы VIII Междунар. науч.–практ. конф. (Чебоксары, 17 дек. 2016 г.) / редкол.: О. Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – № 4 (8). – С. 223–228.
7. Потоскуев Е. В., Звавич Л.И. Геометрия. 10 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений с углубл. и профильным изучением математики. – М.: Дрофа, 2011. – 223 с.
8. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога: монография /Евгений Смирнов. – Ярославль, 2012. – 646 с.
9. Токарева Л.И. Формирование систем математических понятий у учащихся общеобразовательных школ: автореф. дисс. ... докт. пед. н. /Людмила Токарева. – Москва, 2010. – 43 с.
10. Холодная М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования /Марина Холодная. – Томск: Изд-во Том. ун-та. М.: Изд-во «Барс», 1997. – 392 с.

Малова И.Е. Математическая карта как средство планирования, обобщения и систематизации темы.

В статье рассматривается проблема снижения математической подготовки учащихся, причинами которой являются «вызовы» современности (объем информации, использование информационно-коммуникативных технологий, снижение ответственности за результаты своего труда). Обосновывается наглядный способ включения учащихся в планирование, обобщение и систематизацию изучения математической темы, смягчающий эти «вызовы» и учитывающий фундаментальность математики. Предложен ряд требований к созданию математической карты темы с позиции обогащения опыта обучающегося: карта должна отражать ключевые вопросы темы, соответствующие вопросам изучения

содержательной линии; карта должна демонстрировать связи между этими вопросами, выраженные графически и словесно; частично заполненная карта должна соответствовать учебному опыту учащихся и тем самым включать их в планирование изучения темы, а заполненная – в процесс обобщения и систематизации. Раскрываются ситуации использования карт математических тем. Приведены примеры математических карт. Показано дополнение математической карты до методической карты изучения темы.

Ключевые слова: наглядность в обучении; планирование изучения, обобщение содержания, систематизация содержания, учебная деятельность, школьный курс математики.

Malova I.E. The mathematical map as way for planning, generalization and systematization of the topic.

The article considers the problem of reducing the mathematical preparation of pupils, the reasons of which are the «challenges» of our time (volume of information, use of information and communication technologies, reduction of responsibility for the results of their work). Substantiates a visual way to engage pupils in the planning, compilation and systematization of the study of mathematical topics which mitigates these challenges and addressing the fundamental basis of mathematics. A number of requirements for creating mathematical maps of the theme for enrichment of the pupils' experience: the map should reflect key issues of topics relevant to the study of content lines; the map must show the connection between these issues in graphic and verbal form; a partially completed map should correspond to the educational experience of pupils and thus to include them in the planning of the study topics, and filled – in the process of generalization and systematization. Describes the situations of use of cards of mathematical topics. Given examples of mathematical cards. Shows the addition of mathematical cards for teachers.

Key words: visualization in training; the planning of the study, summarizing the content, organize content, training activities, school course of mathematics.

УДК 004:378

**О. В. Мартиненко,
Я. О. Чкана**

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С.Макаренка

**РОБОЧИЙ ЗОШИТ ЯК ДИДАКТИЧНИЙ ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ
МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ СТУДЕНТІВ
ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

Авторами теоретично обґрунтовано доцільність оновлення змісту самостійної роботи студентів педагогічних вузів при вивченні математичного аналізу в умовах компетентнісного підходу, уточнено зміст поняття «самостійна робота студентів», виокремлено напрямки супроводження викладачем самостійної роботи студентів та показано необхідність залучення нових форм її організації, зокрема, робочого зошита. Також сформульовано принципи розробки робочого зошита, виділено його складові та розкрито їх зміст.

Ключові слова: математична компетентність, самостійна робота студентів, робочий зошит.