

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ В КОНТЕКСТІ ПРОБЛЕМИ ФОРМУВАННЯ У МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ПРОЦЕДУР КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

Ярослав ЧКАНА ✉

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна
chkana_76@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0003-3667-3584>

Олена МАРТИНЕНКО

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна
elenamartova21@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8287-0573>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Пріоритетним завданням педагогів НУШ є адаптація і впровадження прогресивних методів навчання для забезпечення дослідницького характеру освітнього процесу. У цьому контексті підготовка майбутніх учителів математики передбачає не лише розвиток їхньої математичної компетентності, а й посилення уваги до формування критичного мислення, що є ключовою компетенцією в умовах глобалізації, цифровізації та інформаційного перевантаження суспільства. Дослідження ролі математичних задач для формування у майбутніх учителів математики процедур критичного мислення становить важливий напрям наукових розвідок.

Матеріали і методи. З метою вирішення поставленої проблеми було застосовано такі теоретичні методи як системний аналіз дослідницьких праць вітчизняних і зарубіжних учених, узагальнення та систематизація практичного досвіду.

Результати. У статті авторами уточнено етапи розв'язування математичних задач згідно з включеністю критичного мислення в цей процес, описано відповідні процедури критичного мислення на кожному з них. Розроблено класифікацію математичних задач на основі їх структури та рівнів задіяності критичного мислення, виділено чотири типи задач: репродуктивні, реактивні, продуктивні та креативні. До кожного типу наведено конкретні приклади формулювання математичних задач та вказано процедури критичного мислення при їх розв'язуванні.

Висновки. Застосування математичних задач різних типів, що відповідають рівню критичного мислення, забезпечить комплексний підхід до навчання і допоможе майбутнім учителям математики не лише здобути математичні знання, а й розвинути критичне мислення, необхідне для їхньої професійної діяльності. Запропонована класифікація задач дозволяє підбирати завдання відповідно до рівня підготовки та потреб кожного студента, що сприяє створенню індивідуальних освітніх траєкторій, підвищує мотивацію до навчання та допомагає усвідомлювати власні досягнення.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: математична компетентність; процедури критичного мислення; математичні задачі; етапи розв'язування; класифікація математичних задач.

MATHEMATICAL PROBLEMS IN THE CONTEXT OF THE CHALLENGE OF DEVELOPING CRITICAL THINKING PROCEDURES IN FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Yaroslav CHKANA ✉

Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko, Ukraine
chkana_76@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0003-3667-3584>

Olena MARTYNENKO

Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko, Ukraine
elenamartova21@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8287-0573>

Для цитування:	Чкана Я., Мартиненко О. Математичні задачі в контексті проблеми формування у майбутніх учителів математики процедур критичного мислення. <i>Фізико-математична освіта</i> , 2024. Том 39. № 4. С. 33-39. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i4-05
	Чкана, Я., & Мартиненко, О. (2024). Математичні задачі в контексті проблеми формування у майбутніх учителів математики процедур критичного мислення. <i>Фізико-математична освіта</i> , 39(4), 33-39. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i4-05
For citation:	Chkana, Ya., & Martynenko, O. (2024). Mathematical problems in the context of the challenge of developing critical thinking procedures in future mathematics teachers. <i>Physical and Mathematical Education</i> , 39(4), 33-39. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i4-05
	Chkana, Ya., & Martynenko, O. (2024). Matematychni zadachi v konteksti problemy formuvannya u maibutnix uchyteliv matematyky protsedur krytychnoho myslennia [Mathematical problems in the context of the challenge of developing critical thinking procedures in future mathematics teachers]. <i>Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education</i> , 39(4), 33-39. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i4-05

ABSTRACT

Problem Statement: The priority task of NUS educators is to adapt and implement progressive teaching methods to ensure the research-oriented nature of the educational process. In this context, training future mathematics teachers involves developing their mathematical competence and enhancing their critical thinking, which is crucial in the face of globalization, digitalization, and information overload. Investigating the role of mathematical problems in forming critical thinking procedures in future mathematics teachers is an important research direction.

Materials and Methods: To address the problem, theoretical methods such as system analysis of domestic and foreign research works, generalization, and systematization of practical experience were applied.

Results: The authors specify the stages of solving mathematical problems based on the involvement of critical thinking, describing the corresponding critical thinking procedures at each stage. A classification of mathematical problems based on their structure and levels of critical thinking engagement is developed, identifying four types: reproductive, reactive, productive, and creative. Specific examples of problem formulations and critical thinking procedures for solving them are provided for each type.

Conclusions: Using various types of mathematical problems corresponding to the levels of critical thinking ensures a comprehensive approach to teaching. It will help future mathematics teachers acquire mathematical knowledge and develop the critical thinking necessary for their professional activities. The proposed classification allows for selecting tasks according to each student's level of preparation and needs, fostering individualized educational trajectories, increasing motivation for learning, and helping students recognize their achievements.

KEYWORDS: *mathematical competence; critical thinking procedures; mathematical problems; problem-solving stages; classification of mathematical problems.*

ВСТУП

Постановка проблеми. Концепція Нової української школи (НУШ) передбачає підготовку інтелектуальної, творчої та самостійної особистості, яка володіє такими ключовими компетенціями як критичне та систематичне мислення, креативність, ініціативність, здатність конструктивно вирішувати проблеми, оцінювати ризики та приймати важливі рішення (Нова українська школа). У зв'язку з цим, пріоритетним напрямом роботи вчителя Нової української школи є відбір, модифікація та модернізація прогресивних методів організації освітнього процесу для забезпечення його дослідницького характеру. У професійній підготовці майбутніх учителів математики це передбачає, зокрема, перенесення акцентів на активне формування їх математичної компетентності, оскільки математика є важливою складовою процесу розвитку зазначених компетенцій.

Дотепер при професійній підготовці майбутніх учителів математики у моделях формування їх математичної компетентності основний акцент було зроблено на розвиток математичного мислення. Проте, у сучасному світі, де освітні вимоги постійно змінюються, а цифрова та інформаційна грамотність мають все більший вплив, надзвичайно важливим є формування у студентів саме критичного мислення. Ця теза підтверджується і вимогами до якості освіти нової української школи, і результатами міжнародного дослідження PISA (Бичко, 2023). Отже, з урахуванням зазначених обставин, посилення уваги до розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики стає не лише необхідністю, але і стратегічним напрямком для підготовки висококваліфікованих педагогів, які зможуть ефективно працювати з учнями у сучасному освітньому середовищі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Під математичною компетентністю майбутніх учителів математики ми розуміємо «інтегральну якість особистості, яка заснована на сукупності математичних знань, умінь, навичок та досвіду, здобутих у процесі вивчення математичних дисциплін, і виявляється в здатності фахівця до застосування математичних знань і математичного інструментарію з метою ефективного здійснення своєї майбутньої професійної діяльності та готовності до фахової самоосвіти й самовдосконалення» (Чкана, 2023).

На основі порівняльного аналізу різних трактувань поняття критичного мислення в психології та педагогіці нами було його інтерпретовано як окремий тип мислення, який визначає цілеспрямовану продуктивну розумову діяльність, що характеризується здатністю людини окреслювати проблему, самостійно знаходити та аналізувати необхідну інформацію, обґрунтовувати свої думки, прагнути до пошуку оптимальних рішень, бути відкритим до сприймання інших поглядів (Чкана, 2023).

У статті (Чкана, 2023) обґрунтовано, що критичне мислення є однією із визначальних складових математичної компетентності майбутніх учителів математики. Його формування – важливий напрям досліджень науковців усього світу. Зокрема, питання інтеграції критичного мислення у традиційні методи навчання математики, включаючи групові дискусії та проблемно-орієнтоване навчання, розглянуті в роботі (Sutama et al., 2022); дослідження (Putri et al., 2023) фокусувалися на оцінюванні рівня критичного мислення у студентів, ефективності різних педагогічних підходів та стимулюванні критичного аналізу і мислення через вирішення реальних проблем; використання інтерактивних технологій для його розвитку проаналізовано (Mafarja & Zulnadi, 2022; Pantiwati et al., 2023) вивчали інтеграцію критичного мислення у природничо-наукові дисципліни для покращення загальної навчальної успішності студентів, аналізували конкретні стратегії та методи викладання.

(Anderson & Krathwohl, 2001; Permani & Prabawanto, 2020; Salwah et al., 2020) підкреслюють, що критичне мислення обумовлює здатність визначати найефективніші методи розв'язування математичних задач, будувати математичні моделі, надавати переконливі аргументи або судження. (Purnamasari et al., 2021; Afriansyah et al., 2020) вважають критичне мислення необхідним для розуміння математичних концепцій та їх застосування, синтезу інформації й її оцінки, а Рохас та Бенаклі надають йому особливого значення при обґрунтуванні математичних тверджень (Rojas & Benakli, 2020).

Технологія розвитку критичного мислення в методичній підготовці майбутніх учителів математики досить ґрунтовно викладена в статті В. Бевз і Т. Годованюк (2019), де особливе місце та значення відводиться математичним

теоремам і задачам на доведення. Науковці М. Астаф'єва, Д. Бодненко, В. Прошкін (2019) стверджують, що саме «засоби геометрії можуть слугувати дієвим інструментарієм у формуванні критичного мислення майбутніх учителів математики» і наводять приклади використання інформаційних технологій задля підвищення ефективності цього процесу; О. Фонарюк, А. Прус (2021) висувають припущення, що його розвитку сприяють евристичні методи у взаємодії з інноваційним мисленням.

Мета дослідження. Узявши за основу класифікацію математичних проблем за їх структурою (Foong & Piñeiro) та етапи процесу розв'язування математичних задач G. Polya, виділити процедури критичного мислення та уточнити етапи розв'язування математичних задач в залежності від їх включеності у цей процес, запропонувати відповідну класифікацію математичних задач.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення мети дослідження були використані такі теоретичні методи як системний аналіз дослідницьких праць вітчизняних та зарубіжних учених, узагальнення та систематизація практичного досвіду.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

За висловом математика Пола Халмоса «серцем математики» є розв'язування задач, яке обумовлює використання логічних розумових дій, аналіз інформації, формулювання гіпотез, розробку стратегії розв'язання та перевірку правильності власних висновків, що, в свою чергу, дає підґрунтя для розвитку критичного мислення (Halmos, 1980).

У роботі G. Polya (1965) було структуровано процес розв'язування математичних задач і виділено його чотири основних етапи: розуміння проблеми, розробка плану, виконання плану та критична оцінка результатів. Критичне мислення присутнє при розв'язуванні практично всіх математичних задач різного рівня. На кожному з цих етапів задіяні різні процедури критичного мислення, що забезпечують ефективність і глибину аналізу та вирішення проблеми. У своїй книзі "Thought and Knowledge: An Introduction to Critical Thinking" (2002) Діана Халперн під процедурами критичного мислення розуміє певні методи та стратегії для розвитку та застосування критичного мислення у різних контекстах. Вони охоплюють широкий спектр когнітивних навичок, які можуть бути застосовані, починаючи від академічних досліджень і закінчуючи професійною діяльністю та особистими рішеннями. Авторка описує їх як систематичні та структуровані послідовності кроків або етапів, що сприяють ефективному аналізу, синтезу, оцінці інформації та ідей для прийняття обґрунтованих і зважених рішень (Halpern, 2002). До процедур критичного мислення в контексті розв'язування математичних задач ми відносимо (рис. 1).

ПРОЦЕДУРИ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

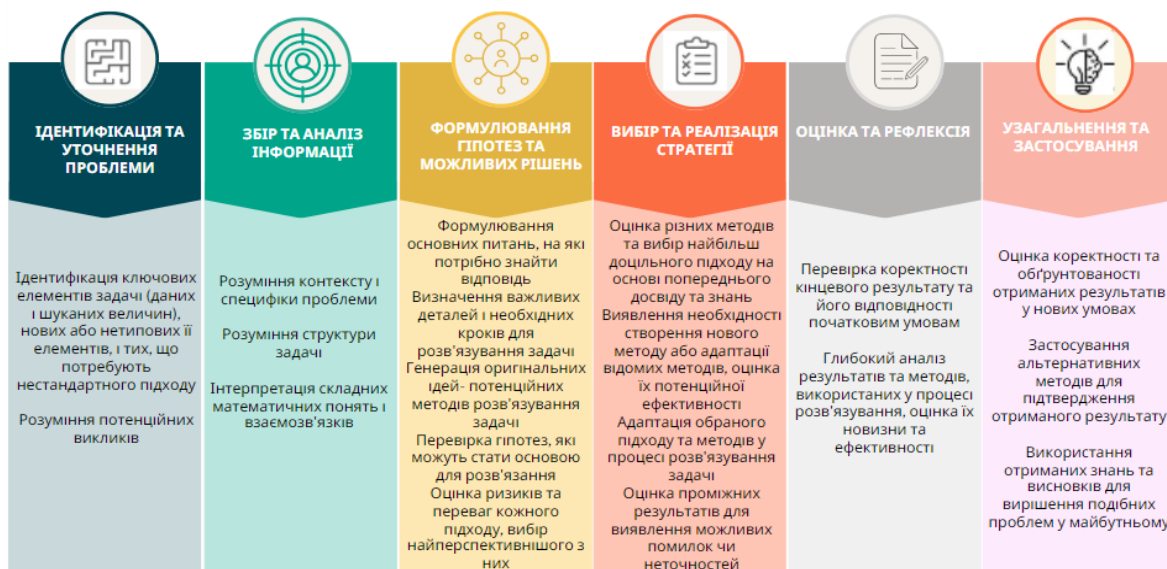


Рис. 1. Процедури критичного мислення в контексті розв'язування математичних задач

Джерело: авторська розробка.

Поділяючи погляди Polya, ми уточнюємо і пропонуємо такі етапи розв'язування математичних задач в залежності від включеності у цей процес процедур критичного мислення:

1) етап *усвідомлення проблеми* виявляється в здатності ідентифікувати математичну задачу, розуміти її складність, проводити аналіз умови задачі на встановлення відомих і невідомих даних та зв'язків між ними, оцінювати коректність задачі;

2) на етапі *визначення стратегії* розв'язання задачі відбувається пошук потенційних підходів та оцінка доцільності їх використання, розробляється план дій, обираються відповідні методи та алгоритми;

3) на етапі *реалізації математичної моделі* задачі застосовуються обрані математичні методи та алгоритми, виконуються необхідні обчислення, перевіряється логічність дій та встановлюється правильність отриманого результату;

4) на етапі *критичної рефлексії* проводиться ретельний аналіз процесу розв'язування задачі у контексті можливості узагальнень та варіативності розв'язків при зміні вихідних даних, оцінюються ефективність задіяної стратегії дій і можливі зв'язки між різними математичними теоріями.

Класифікація математичних проблем є важливим інструментом для систематизації та аналізу різноманітних математичних завдань. Цей підхід сприяє ідентифікації основних характеристик математичних задач, зокрема, їх структури, складності, типу розв'язку та взаємозв'язків з іншими математичними поняттями тощо.

Згідно з Foong та Piñeiro (2002) класифікація математичних проблем на основі їх структури визначає дві основні категорії: проблеми із закритою структурою та проблеми з відкритою структурою (рис 2). До першої групи належать задачі, що мають чітко визначені параметри, конкретні правила та обмеження. Вони можуть бути розв'язані за допомогою встановлених алгоритмів і їх відповіді, в більшості випадків, є однозначними. Задачі з відкритою структурою характеризуються більшою невизначеністю та відсутністю алгоритмів для їх вирішення. Вони можуть мати кілька можливих розв'язків або залишатися відкритими для дискусій та досліджень.

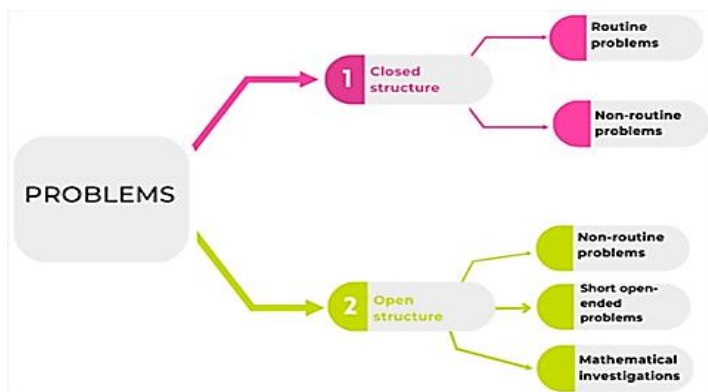


Рис. 2. Класифікація математичних проблем за Foong та Piñeiro
Джерело: Foong, 2002.

Моделювання стратегії професійної підготовки майбутніх учителів математики розпочинається з визначення основних очікуваних результатів навчання, які відповідають компетентнісним вимогам до фахівців. У цьому контексті можна розглядати різні класифікації математичних задач: за функціями у процесі навчання (дидактичні, пізнавальні та розвиваючі), за характером вимог (задачі на обчислення, на побудову, на доведення, текстові, комбінованого характеру), за змістом (на рух, на роботу, на частини, на відсотки та інші), за кількістю невідомих у структурі задач (навчальні, пошукові, проблемні), за відношенням до теорії (стандартні та нестандартні), за перевагою того чи іншого типу мислення (алгоритмічні, напівалгоритмічні та евристичні) тощо.

При створенні педагогічної системи професійної підготовки майбутніх учителів математики ми зосередимося на формуванні у них здатності сприяти розвитку критичного мислення учнів Нової української школи через розв'язування математичних задач. Відповідно до рівня задіяності критичного мислення ми пропонуємо класифікувати математичні задачі за такими категоріями (рис. 3).

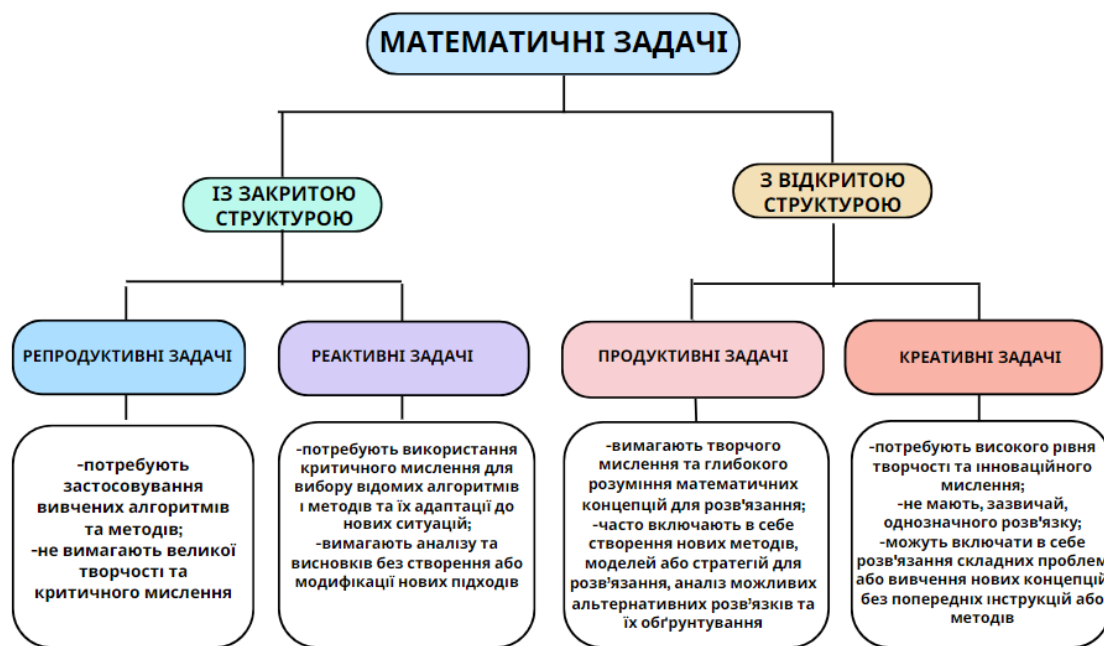


Рис. 3. Класифікація математичних задач відповідно до рівня задіяності критичного мислення
Джерело: авторська розробка.

На різних етапах вивчення математичної дисципліни перед студентами ставляться відповідні навчальні цілі, обумовлені рівнем їхньої математичної підготовки, сформованістю математичного та критичного мислення й індивідуальними потребами. Відповідно до цього наведена нами класифікація дозволяє створювати адаптовані математичні завдання, які на конкретному етапі навчання належним чином забезпечать прогнозований результат. Слід враховувати, що не всі математичні задачі чітко відповідають зазначеним у класифікації критеріям, втім вона надає загальну рамку для розуміння складності завдань та вимог до критичного мислення при їх розв'язуванні. Крім того, сама постановка математичної задачі та її формулювання повинні сприяти залученню розумових дій, спрямованих на розвиток критичного мислення. Такі задачі можуть ставити перед студентом конкретну проблему, залучати до аналізу різних аспектів проблеми з вибором оптимального рішення, спонукати до переосмислення інформації та перевірки її достовірності, сприяти пошуку різних підходів до розв'язання проблеми та оцінки їх ефективності, викликати зацікавленість та бути дещо провокативними. Зокрема, їх формулювання можуть містити такі словосполучення:

- «Дослідіть ...»,
- «Порівняйте два різних методи розв'язання цієї задачі та обґрунтуйте свій вибір»,
- «Перевірте правильність твердження»,
- «Знайдіть помилку у доведенні»,
- «Знайдіть ще один спосіб доведення твердження»,
- «Які наслідки матиме зміна параметрів в умові задачі?»
- «Як можна використати цей результат у контексті ...?»
- «Які ризики ви бачите при використанні цього методу?»
- «Які переваги та недоліки має запропонований метод?»
- «Оцініть коректність отриманого розв'язку» тощо.

Наведемо приклади задач математичного аналізу з теми «Визначений інтеграл та його обчислення», що відповідають запропонованій нами класифікації (таблиця 1).

Таблиця 1. Приклади задач з математичного аналізу відповідно до рівня задіяності критичного мислення

Назва	Задача	Задіяність критичного мислення
Репродуктивна	Обчислити інтеграл $\int_0^2 1-x dx$, $\int_0^\pi \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}} dx$. Які ризики ви бачите при їх обчисленні?	<ul style="list-style-type: none"> – ідентифікація ключових елементів задачі (даних і шуканих величин); – визначення важливих деталей і необхідних кроків для розв'язання задачі; – оцінка різних методів та вибір найбільш доцільного підходу на основі попереднього досвіду та знань; – оцінка коректності та обґрунтованості отриманих результатів
Реактивна	Обчислити інтеграл $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx$, використовуючи його геометричний зміст. Які переваги та недоліки має запропонований метод? Оцініть коректність наведеного розв'язку та за необхідності знайдіть помилку у розв'язанні: $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big _{-1}^1 = -2$.	<ul style="list-style-type: none"> – ідентифікація нових або нетипових елементів задачі; – розуміння контексту та специфіки проблеми; – аналіз різних методів і вибір найбільш доцільного підходу на основі аналізу нових умов; – модифікація методів для адаптації до нових умов; – оцінка коректності та обґрунтованості отриманих результатів у нових умовах; – застосування альтернативних методів для підтвердження отриманого результату
Продуктивна	Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x^3}$. Визначте стратегію розв'язання та обґрунтуйте її вибір.	<ul style="list-style-type: none"> – ідентифікація ключових елементів задачі, що потребують нестандартного підходу, розуміння потенційних викликів; – виявлення необхідності створення нового методу або адаптації відомих методів, оцінка їх потенційної ефективності; – оцінка проміжних результатів для виявлення можливих помилок чи неточностей; – перевірка коректності кінцевого результату та відповідності початковій умові; – оцінка новизни та ефективності створеного методу
Креативна	Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$. Знайдіть принаймні дві стратегії розв'язування, оцініть ризики використання кожної з них. Що зміниться, якщо в умові задачі змінити синус на косинус? Відповідь обґрунтуйте.	<ul style="list-style-type: none"> – виявлення ключових аспектів задачі, які потребують нестандартного підходу; – розуміння структури задачі, інтерпретація складних математичних понять і взаємозв'язків; – формулювання основних питань, на які потрібно знайти відповідь; – генерація оригінальних ідей, які можуть бути потенційними методами розв'язування задачі; – перевірка гіпотез, які можуть стати основою для розв'язання; – оцінка ризиків та переваг кожного підходу, вибір найперспективнішого з них; – адаптація обраного підходу та методів у процесі розв'язування задачі; – глибокий аналіз результатів та методів, використаних у процесі розв'язання, оцінка їх новизни та ефективності

Джерело: авторська розробка.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Включення математичних задач різних типів відповідно до рівня задіяності критичного мислення у навчальний процес забезпечить комплексний підхід до навчання, допоможе майбутнім учителям математики не лише оволодіти математичними знаннями, але й розвинути у них навички критичного мислення, необхідні для професійної діяльності. Запропонована нами у статті класифікація задач дає можливість підбирати завдання відповідно до рівня підготовки та потреб кожного студента, що сприяє створенню індивідуальних освітніх траєкторій, підвищує мотивацію до навчання та забезпечує усвідомлення власних досягнень.

Раніше нами була упроваджена у процес професійної підготовки майбутніх учителів математики технологія навчання за робочим зошитом з певних розділів математичного аналізу. В подальших дослідженнях ми плануємо адаптувати її з акцентом на формування та розвиток у студентів критичного мислення через розв'язування математичних задач.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Afriansyah, E. A., Herman, T., Turmudi, & Dahlan, J. A. (2020). Mendesain Soal Berbasis Masalah untuk Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Calon Guru. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(2), 239-250. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v9i2.649>
2. Anderson, L., & Krathwohl, D. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing; A Revision of Bloom's Taxonomy of Education Objective*. New York: Addison Wesley Lonman Inc., pp.84
3. Foong, P.Y. (2002). The Role of Problems to Enhance Pedagogical Practices in the Singapore Mathematics Classroom. *Math. Educ.*, 6, 15–31.
4. Halmos, P. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87(7), 519 – 524.
5. Halpern, D. F. (2002). *Thought and Knowledge: An Introduction to Critical Thinking*, Routledge.
6. Mafarja, N., & Zulnadi, H. (2022). Relationship between critical thinking and academic self- concept: An experimental study of reciprocal teaching strategy. *Thinking Skills and Creativity*, 45.
7. Ninkov, A., Frank, J. R., & Maggio, L. A. (2022). Bibliometrics: Methods for studying academic publishing. *Perspectives on Medical Education*, 11(33). <https://doi:10.1016/j.tsc.2022.101113>
8. Pantiwati, Y., Kusniarti, T., Permana, F., Nurrohman, E., & Sari, T. N. (2023). The Effects of The Blended Project-Based Literacy that Integrates School Literacy Movement Strengthening Character Education Learning Model on Metacognitive Skills, Critical Thinking, and Opinion Expression. *European Journal of Educational Research*, 12(1), 145-158. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.1.145>
9. Permani, K., & Prabawanto, S. (2020). Analysis of Students' Mathematical Critical Thinking Based on Gender in the Topic of Linear Programming. *The 2nd International Conference on Elementary Education*, 2, 1882-1890.
10. Piñeiro, J.L., Pinto, E., & Díaz-Levicoy, D. (2015). Qué Es La Resolución de Problemas? *Boletín REDIPE*, 4, 6–14.
11. Polya, G. (1965). *How to Solve It*; Princeton University Press: Princeton, NJ, USA.
12. Purnamasari, A. I., Anwar, S., Martanto, Faqih, A., & Nuris, N. D. (2021). Classification of Critical Thinking in Mathematics using Particle Swarm Optimization based Neural Network Algorithms. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1088/1/012039>
13. Putri, A. S., Prasetyo, Z. K., Purwastuti, L. A., Prodjosantoso, A. K., & Putranta, H. (2023). Effectiveness of STEAM-based blended learning on students' critical and creative thinking skills. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 12(1), 44-52. <http://doi.org/10.11591/ijere.v12i1.22506>
14. Rojas, E., & Benakli, N. (2020). Mathematical Literacy and Critical Thinking. But, J. (eds), *Teaching College-Level Disciplinary Literacy*. Palgrave Macmillan, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-39804-0_8
15. Salwah., Ashari, N. W., & Ma'rufi. (2020). Mathematical Critical Thinking Ability of Students Grade VII in Solving One Variable Linear Equation Questions based on Their Cognitive Style. *Journal of Physics: Conference Series*. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1470/1/012010>
16. Sutama, Fuadi, D., Narimo, S., Hafida, S. H., Novtiasari, M., Anif, S., & Adnan, M. (2022). Collaborative mathematics learning management: Critical thinking skills in problem solving. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 11(3), 1015-1027.
17. Астаф'єва, М.М., Бодненко, Д.М., & Прошкін, В.В. (2019). Використання комп'ютерно орієнтованих засобів геометрії у процесі формування критичного мислення майбутніх учителів математики. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 71(3), 102-121.
18. Бевз, В., & Годованюк, Т. (2019). Технологія розвитку критичного мислення у методичній підготовці майбутніх вчителів математики. *Збірник наук. праць Уманського державного педагогічного університету*, 1, 29–38.
19. Бичко, Г., Вакулєнко, Т., Лісова, Т., Мазорчук, М., Терещенко, В., Раков, С., & Горох, В. (2023). Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022 / за ред. В. Терещенка та І. Клименко; Український центр оцінювання якості освіти. Київ.
20. Нова українська школа: Концептуальні засади реформування середньої школи. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>
21. Фонарюк, О.В., & Прус, А.В. (2021). Евристичні методи розвитку критичного мислення в майбутніх учителів математики. *Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах*, 75(3), 111-116.
22. Чкана, Я., & Мартиненко, О. (2023). Критичне мислення як важлива складова математичної компетентності майбутніх учителів математики. *Освіта. Інноватика. Практика*, 11(5), 102–107. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol11i5-015>

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Afriansyah, E. A., Herman, T., Turmudi, & Dahlan, J. A. (2020). Mendesain Soal Berbasis Masalah untuk Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Calon Guru. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(2), 239-250. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v9i2.649>
2. Anderson, L., & Krathwohl, D. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing; A Revision of Bloom's Taxonomy of Education Objective*. New York: Addison Wesley Lonman Inc., pp.84
3. Foong, P.Y. (2002). The Role of Problems to Enhance Pedagogical Practices in the Singapore Mathematics Classroom. *Math. Educ.*, 6, 15–31.
4. Halmos, P. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87(7), 519 – 524.
5. Halpern, D. F. (2002). *Thought and Knowledge: An Introduction to Critical Thinking*, Routledge.
6. Mafarja, N., & Zulnadi, H. (2022). Relationship between critical thinking and academic self- concept: An experimental study of reciprocal teaching strategy. *Thinking Skills and Creativity*, 45.
7. Ninkov, A., Frank, J. R., & Maggio, L. A. (2022). Bibliometrics: Methods for studying academic publishing. *Perspectives on Medical Education*, 11(33). <https://doi:10.1016/j.tsc.2022.101113>

8. Pantiwati, Y., Kusniarti, T., Permana, F., Nurrohman, E., & Sari, T. N. (2023). The Effects of The Blended Project-Based Literacy that Integrates School Literacy Movement Strengthening Character Education Learning Model on Metacognitive Skills, Critical Thinking, and Opinion Expression. *European Journal of Educational Research*, 12(1), 145-158. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.1.145>
9. Permani, K., & Prabawanto, S. (2020). Analysis of Students' Mathematical Critical Thinking Based on Gender in the Topic of Linear Programming. *The 2nd International Conference on Elementary Education*, 2, 1882-1890.
10. Piñero, J.L., Pinto, E., & Díaz-Levicoy, D. (2015). Qué Es La Resolución de Problemas? *Boletín REDIPE*, 4, 6–14.
11. Polya, G. (1965). *How to Solve It*; Princeton University Press: Princeton, NJ, USA.
12. Purnamasari, A. I., Anwar, S., Martanto, Faqih, A., & Nuris, N. D. (2021). Classification of Critical Thinking in Mathematics using Particle Swarm Optimization based Neural Network Algorithms. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1088/1/012039>
13. Putri, A. S., Prasetyo, Z. K., Purwastuti, L. A., Prodjosantoso, A. K., & Putranta, H. (2023). Effectiveness of STEAM-based blended learning on students' critical and creative thinking skills. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 12(1), 44-52. <http://doi.org/10.11591/ijere.v12i1.22506>
14. Rojas, E., & Benakli, N. (2020). Mathematical Literacy and Critical Thinking. But, J. (eds), *Teaching College-Level Disciplinary Literacy*. Palgrave Macmillan, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-39804-0_8
15. Salwah., Ashari, N. W., & Ma'rufi. (2020). Mathematical Critical Thinking Ability of Students Grade VII in Solving One Variable Linear Equation Questions based on Their Cognitive Style. *Journal of Physics: Conference Series*. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1470/1/012010>
16. Utama, Fuadi, D., Narimo, S., Hafida, S. H., Novtiasari, M., Anif, S., & Adnan, M. (2022). Collaborative mathematics learning management: Critical thinking skills in problem solving. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 11(3), 1015-1027.
17. Astafieva, M.M., Bodnenko, D.M., & Proshkin, V.V. (2019). Vykorystannia kompiuterno oriientovanykh zasobiv heometrii u protsesi formuvannia krytychnoho myslennia maibutnykh uchyteliv matematyky [The use of computer-oriented tools of geometry in the process of forming critical thinking of future mathematics teachers]. *Informatsiini tekhnologii i zasoby navchannia – Information technologies and teaching aids*, 71(3), 102-121. (in Ukrainian).
18. Bezv, V., & Hodovaniuk, T. (2019). Tekhnolohiia rozvytku krytychnoho myslennia u metodychnii pidhotovtsi maibutnykh vchyteliv matematyky [Technology for the development of critical thinking in the methodical training of future mathematics teachers]. *Zbirnyk nauk. prats Umanskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu – Collection of sciences. Proceedings of the Uman State Pedagogical University*, 1, 29–38. (in Ukrainian).
19. Bychko, H., Vakulenko, T., Lisova, T., Mazorchuk, M., Tereshchenko, V., Rakov, S., & Horokh, V. (2023). Natsionalnyi zvit za rezultaty mizhnarodnoho doslidzhennia yakosti osvity PISA-2022 [National report on the results of the international study of the quality of education PISA-2022]. *Ukrainskyi tsentr otsiniuvannia yakosti osvity*. Kyiv. (in Ukrainian).
20. Nova ukrainska shkola: Kontseptualni zasady reformuvannia serednoi shkoly [New Ukrainian school: Conceptual foundations of secondary school reform]. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf> (in Ukrainian).
21. Fonariuk, O.V., & Prus, A.V. (2021). Evrystychni metody rozvytku krytychnoho myslennia v maibutnykh uchyteliv matematyky [Heuristic methods of developing critical thinking in future mathematics teachers]. *Pedahohika formuvannia tvorchoi osobystosti u vyshchii i zahalnoosvitnii shkolakh – Pedagogy of creative personality formation in higher and secondary schools*, 75(3), 111-116. (in Ukrainian).
22. Chkana Ya., Martynenko O. Krytychne myslennia yak vazhlyva skladova matematychnoi kompetentnosti maibutnykh uchyteliv matematyky [Critical thinking as an important component of mathematical competence of future teachers of mathematics]. *Osvita. Innovatyka. Praktyka – Education. Innovation. Practice*, 2023. Vol.11, No5. S. 102-107. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol11i5-015>. (in Ukrainian).

Матеріал надійшов до редакції 13.06.2024р.

