УДК 378.147.31,34:517.977.5

О. О. Одінцова
ORCID ID 0000-0002-9948-3801
Сумський державний педагогічний університет
імені А.С. Макаренка

РОЛЬ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ МАТЕМАТИКИ ТА ЕКОНОМІКИ ПРИ СТВОРЕННІ БАГАТОВИМІРНИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ

У статті аргументовано важливість навчання елементам математичного моделювання майбутніх вчителів математики та роль, яку відіграють міжпредметні зв'язки при цьому. Розкрито сутність понять: математична модель та математичне моделювання для прикладних задач, міжпредметні зв'язки; напрямки реалізації останніх у навчальному процесі. Наведено приклади створення багатовимірних моделей задач дробово-лінійного програмування, при якому важливим є знання таких економічних термінів як: собівартість продукції, рентабельність виробництва, рентабельність продукції. Для задач розглянуто як частинний так і загальний випадки. Наведено методичні коментарі щодо створення моделей всіх розглядуваних задач. Встановлено вплив створення моделей зазначених задач на процес навчання математичному програмуванню та виокремленню міжпредметних зв'язків, що виникають при цьому.

Ключові слова: *математична модель, математичне моделювання, дробово-лінійне програмування, міжпредметні зв'язки, прикладні задачі.*

Наука – це єдине ціле, а поділ її на окремі галузі
зумовлений лише обмеженістю людського пізнання,
а не природною необхідністю
Макс Планк

Постановка проблеми. Сучасний розвиток науки взагалі та розвиток природничо-математичних наук зокрема включає в себе два взаємовиключні напрямки: з одного боку історично закладена диференціація, а з іншого різнопланова інтеграція як окремих розділів конкретних наук так, і різних наук між собою. Найбільші наукові відкриття і вирішення складних технічнихпроблем в сучасних умовах частіше за все здійснюються в результаті комплексних досліджень, що спираються на взаємодію багатьох наук. Тому для створення сучасного цілісного уявлення про світ, про взаємозв'язки в ньому, для надання отриманим знанням практичної значущості та застосовності, для розвитку ключових компетентностей учнів, студентів слід максимально застосовувати міжпредметні зв'язки.

Одним із прикладів дієвого застосування міжпредметних зв'язків є математичне моделювання, яке на сьогодні набуло найбільшого поширення серед сучасних методів наукового дослідження. Цей методтакож використовується як метод навчального пізнання у вищій і в загальноосвітній школах.Так, сучасна програма з математики як для основної, так і для старшої школи підкреслює надзвичайну важливість навчання учнів елементів математичного моделювання для формування в них системи дієвих знань і вмінь [1]. Ще важливішим, ніж для учнів, є опанування навичками математичного моделювання студентами педагогічних внз.

Базою для формування таких навичок математичного моделювання та прийомів діяльності, що входять до складу математичного моделювання, є завдання прикладного характеру.Практичні задачі також допомагають висвітлювати міжпредметні зв'язки, які, у свою чергу, зумовлюють поглиблене і розширене сприйняття фактів, свідоме засвоєння теорії, формування цілісної картини природи та світу. У шкільній математиці реалізація прикладної спрямованості навчання сприймається як одна з цілей навчання, але, на жаль, не підкріплена достатньо ні на змістовому, ні на методичному рівнях. Проте реалізація прикладної спрямованості навчання математики полягає саме в такій організації навчального процесу, що забезпечує учнів володінням математичним моделюванням як прийомом діяльності разом з іншими прийомами діяльності.

Причинами такого становища є слабке володіння вчителями прийомами та методами математичного моделювання, невміння виокремлювати міжпредметні зв'язки в інформаційному полі своєї діяльності та застосовувати добуті знання окремих наук в комплексі.Отже, варто сформувати навички такого роду діяльності ще під час навчання майбутніх педагогів. Але через брак часу на вивчення математичних дисциплін у педагогічних університетах викладачі досить часто виключають питання, пов'язані із побудовою математичних моделей та розгляду прикладних задач, які, наприклад, підводять під поняття, із змісту відповідного курсу.

Аналізактуальних досліджень.Процес розвитку природничих наук закономірно призвів до диференціації знань, що забезпечило більш ґрунтовний аналіз сфер пізнавальної діяльності. Проте, таке розгалуженняспричинило виникнення «кордонів» міжокремими науками, навітьблизькимиміж собою.Я. А. Коменський (1592-1670 р. р.) вважав, що навчально-виховний процес слід організовувати так, що б демонструвати, що «знання виростають з одного коріння – навколишньої дійсності, мають між собою зв'язки» [2, с. 86].

Сучасна наука вважає, що моделювання – це один із методів пізнання реального світу, для якого чітко прослідковується зв'язок з такими загальнонауковими методами як метод подібності та метод аналогії. Тому методологія математичного моделювання бурхливо розвивається, охоплюючи все нові і нові сфери – від розробки технічних схем до аналізу економічних та соціальних процесів.

Фундаторами сучасної методології математичного моделювання були В. М. Глушков (1923-1982), Б. В. Гнеденко (1912-1995), А. М. Колмогоров (1903-1987), О. А. Самарський (1919-2008), А. М. Тихонов (1931-2003), В. С. Королюк (р.н.1925), А. Ф. Турбін (р.н. 1940) та інші. Названі вчені, розробляючи методи математичного моделювання та використовуючиїх в різних галузях науки і техніки, прийшли ще в 70-х – 90-х роках ХХ століття до думки про необхідність навчання математичному моделюванню студентів університетів, учнів загальноосвітніх шкіл. Розвиток інформаційно-комунікаційних технологій підсилив потребу такого навчання [3].

Суттєвий вплив на подолання предметної автономії, на запровадження у навчально – виховний процес міжпредметних зв'язків мали праці Д. К. Ушинського (1824–1870 р.р.), І. П. Павлова (1849–1936 р. р.), В. О. Сухомлинського (1918–1970р. р.), Л. С. Виготського (1896–1934р.р.), П. Я. Гальперіна (1902–1988 р. р.), І. О. Сікорського (1842-1919 р. р.), М. Ю. Колягіна (1927–2016 р. р.), З. І. Слепкань (1931–2008 р. р.) та багатьох інших. У 90-х роках минулого століття інтеграція набула функції механізму гуманізації процесу навчання та була покликана сприяти формуванню у школярів цілісного погляду на світ, подоланню «ефекту клаптикової ковдри» у набутих учнями знаннях. [4]

В Україні на сьогодні питаннями методології математичного моделювання та залученням його до освітнього процесу займаються Н. Кугай, В. Волошина, С. Раков, Є. Борисов та інші. Зокрема Н. Кугай вважає, що метод математичного моделювання є засобом формування методологічної компетентності майбутнього вчителя математики, що є невід' ємним компонентом професійно-педагогічної компетентності [5].

Мета статті. Питання про створення математичних моделей та їх використання є природним для прикладних розділів математичної науки, до яких відноситься математичне програмування, тому варто скористатися потенціалом цієї науки для вироблення у студентів навичок створення багатовимірних математичних моделей та їх опрацювання.Досить часто при створенні математичних моделейприкладних задач залучаються знання інших наук, зокрема їх понятійний апарат. Відповідно до цього метою статті є з'ясування науково-методичних особливостей створення математичних моделей задач дробово-лінійного програмування та висвітлення зв'язків математики та економіки.

Виклад основного матеріалу. В сучасній методичній думці під *міжпредметними зв'язками* розуміють дидактичну категорію для позначення синтезуючих, інтеграційних відносин між об'єктами, явищами і процесами реальної дійсності, що знайшли своє відображення у змісті, формах і методах навчально-виховного процесу і виконують освітню, розвиваючу та виховну функції в їх обмеженій єдності [6, с. 154]. Як зазначає відомий методист В. М. Федорова: «…міжпредметні зв'язки являють собою "відображення в змісті навчальних дисциплін тих діалектичних взаємозв'язків, які об'єктивно діють у природі та пізнаються сучасними науками"» [7].

При всьому різноманітті видів міжнаукової взаємодії можна виділити три найбільш загальні напрямки:

1) комплексне вивчення різними науками одного й того ж об'єкта;
2) використання методів однієї науки для вивчення різних об'єктів в інших науках;
3) залучення різними науками тих самих теорій і законів для вивчення різних об'єктів.

Зрозуміло, що під час створення математичних моделей різноманітних природних, економічних, суспільних процесів, явищ та при моделюванні прикладних задач реалізується другий із зазначених напрямків.

У навчальному процесі під час вивчення математичних дисциплін пропонують два види математичних моделей, які розрізняють за їхнім призначенням: математичні моделі прикладних задач; математичні моделі абстрактних теорій та об'єктів.

Для другого виду математичних моделей найбільше доцільним є означення Л. Д. Кудрявцева: «*Математична модель* – це логічна структура, у якої описано ряд відношень між її елементами» [8, с. 41].

Першому ж виду моделей відповідає означення, сформульоване А. М. Тихоновим: «*Математична модель* – це наближений опис будь-якого класу явищ навколишнього світу за допомогою математичної символіки» [9, с. 62]. І, відповідно до цього означення: *математичним моделюванням*називаютьметод наукового дослідження реальних об'єктів, процесів чи явищ, який ґрунтується на застосуванні математичної моделі як засобу дослідження [3].

У результаті дана діяльність уможливлює зведення дослідження нематематичного об'єкта до розв'язання математичної задачі, користуючись універсальним математичним апаратом, і як наслідок – отримати не тільки кількісну, а й якісну інформацію про досліджуваний об'єкт.

Оскільки математичне програмування вивчає задачі прикладного характеру та розробляє методи їх розв'язування, то в подальшому будемо притримуватися означенням математичної моделі та математичного моделювання, що дані А. М. Тихоновим.

Як відомо, процес розв'язування будь-якої прикладної задачі складається з наступних етапів:

- створення математичної моделі;
- розв'язування задачі відомими методами або розробка нових методів;
- аналіз отриманих результатів;
- впровадження результатів у життя (виробництво).

Як свідчить історія розвитку математичної думки, шкільна практика, власний довід, процес побудови математичної моделі досить часто є доволі складним (прикладом може слугувати відома модель Леонтьєва). В окремих випадках це навіть призводило до появи нових розділів математичної науки. Не є виключенням і математичне програмування.

Термін «програмування» пояснюється тим, що перші дослідження та перші застосування лінійних оптимізаційних завдань були у сфері економіки, а з англійської мови слово «programming» означає планування, складання плану дій. Термінологія відображає тісний зв'язок, що існує між математичною постановкою задачі та її економічною інтерпретацією.

Оптимізаційні задачі, що розв'язуються у математичному програмуванні виникають тоді, коли, наприклад, ресурсів, що є в наявності не вистачає для виконання робіт найбільш ефективним способом.

Найпростішими з точки зору побудови математичної моделі є «класичні» задачі лінійного програмування: транспортна задача, задача планування виробництва, задача складання раціону (дієти). Метою розв'язування таких задач є відшукання такого розподілу ресурсів, при якому: або мінімізуються загальні витрати, або максимізується загальний прибуток [10].

Для вдосконалення навичок математично моделювати прикладні задачі, варто розглядати моделі задач, складніші ніж моделі «класичних» задач лінійного програмування. До таких можна віднести економічні задачі, що вивчаються у дробово-лінійному програмуванні.

Для полегшення створення математичних моделей задач будь-якого розділу математичного програмування слід:

- намагатися скласти таблицю, що буде містити дані, подані в задачі;
- чітко розуміти, що буде позначено за невідомі;
- знати та розуміти економічну та математичну сутність усіх термінів, що фігурують в умові задачі (таких як собівартість продукції, рентабельність виробництва тощо).

Задача №1. Для виготовлення 2-х видів виробів А і В використовується 3 види обладнання. Кожен виріб повинен пройти обробку на всіх типах обладнання. Відомий час обробки кожного виду виробів на обладнанні даного типу, що наведено в таблиці 1. Також в цій таблиці подано витрати, пов'язані з виробництвом одного виробу кожного виду.

Обладнання типів І і ІІІ завод може використовувати не більше 29 та 40 годин відповідно, а обладнання типу ІІ доцільно використовувати не менше 10 годин.

Визначити скільки виробів кожного виду слід виготовити, щоб собівартість одного виробу була б найменшою.

Таблиця 1.

Тип обладнання	Витрати часу (год.) на обробку одного виробу	
	А	В
І ІІ ІІІ	2 8 12	8 1 5
Витрати на виготовлення одного виробу, грн.	52	73

Створення моделі.

Позначивши через x_1 кількість виробів типу А, через x_2 кількість виробів типу В, дописують ще один рядок у таблиці. Отримують таблицю 2.

Таблиця 2.

Тип обладнання	Витрати часу (год.) на обробку одного виробу	
	А	В
І ІІ ІІІ	2 8 12	8 1 5
Витрати на виготовлення одного виробу, грн.	52	73
Кількість виробів	x_1	x_2

Далі знаходять часові витрати на виробництво:

- обладнання типу І буде використовуватися протягом $2x_1 + 8x_2$ годин, а це не повинно перевищувати за умовою 29 годин ($2x_1 + 8x_2 \leq 29$),
- аналогічно для обладнання типу ІІІ – $12x_1 + 5x_2 \leq 40$,
- а для обладнання типу ІІ – $8x_1 + x_1$ годин, а це не повинно бути менше ніж 10 годин ($8x_1 + x_2 \geq 10$).

І відповідно отримують наступну систему обмежень: $\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 \leq 29, \\ 8x_1 + x_2 \geq 10, \\ 12x_1 + 5x_2 \leq 40, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$

Загальні грошові витрати на виробництво – це сума витрат на обробку деталей типу А ($52x_1$) тавитрат на обробку деталей типу В ($73x_2$): $52x_1 + 73x_2$.

Враховуючи, що *собівартість продукції* – це відношення загальних грошових витрат на виробництво до загальної кількості продукції[11, с. 48], отримують вираз для цільової функції: $Z=\dfrac{52x_1+73x_2}{x_1+x_2}$.

І, відповідно, математичною моделлю розглядуваної задачі буде пошук мінімуму цільової функції $Z=\dfrac{52x_1+73x_2}{x_1+x_2}$ при отриманих обмеженнях $\begin{cases} 2x_1+8x_2 \le 29, \\ 8x_1+x_2 \ge 10, \\ 12x_1+5x_2 \le 40, \\ x_{1,2} \ge 0. \end{cases}$

Для вироблення навичок та прийомів математичного моделювання деякі дослідники вважають, що задачі, які мають схожі математичні моделі або способи розв'язування, варто розглядати так званими циклами. Тому слід складати математичні моделі узагальнень задач з конкретними даними.

Задача №2. Для виготовлення *n* видів виробів $A_1, A_2, \ldots, A_n$ використовується *m* видів обладнаннятипів $B_1, B_2, \ldots, B_m$. Кожен виріб повинен пройти обробку на всіх типах обладнання. Відомий час обробки кожного виду виробів на обладнанні даного типу, що наведено в таблиці 3. Також в цій таблиці подано витрати, пов'язані з виробництвом одного виробу кожного виду.

Обладнання B_1 завод може використовувати не більше b_1годин, B_2 – не менше b_2 годин, …, B_m – не менше b_m годин відповідно.

Визначити скільки виробів кожного виду слід виготовити, щоб собівартість одного виробу була б найменшою.

Таблиця 3.

Тип обладнання	Витрати часу (год.)на обробку одного виробу			
	A_1	A_2	…	A_n
B_1 B_2 … B_m	a_{11} a_{21} … $\boldsymbol{a_{m1}}$	a_{12} a_{22} … $\boldsymbol{a_{m2}}$	… … … …	a_{1n} a_{2n} … $\boldsymbol{a_{mn}}$
Витрати на виготовлення одного виробу, грн.	c_1	c_2	…	c_n

Створення моделі.

Аналогічно до задачі №1, через x_1позначають кількість виробів типу A_1, через x_2 – кількість виробів типу A_2,…, через x_n– кількість виробів типу A_nта дописують ще один рядок у таблицю, отримуючи таблицю 4.

Таблиця 4.

Тип обладнання	Витрати часу (год.)на обробку одного виробу			
	A_1	A_2	…	A_n
B_1 B_2 … B_m	a_{11} a_{21} … $\boldsymbol{a_{m1}}$	a_{12} a_{22} … $\boldsymbol{a_{m2}}$	… … … …	a_{1n} a_{2n} … $\boldsymbol{a_{mn}}$
Витрати на виготовлення одного виробу, грн.	c_1	c_2	…	c_n
Кількість виробів	x_1	x_2	…	x_n

Часові витрати на виробництво будуть задаватися наступною системоюнерівностей:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m, \\ x_j \ge 0,\ j = 1 \div n. \end{cases}$$

Загальні грошові витрати на виробництво – це сума витрат на обробку всіх деталей, що складає $c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$.

Далі, враховуючи означення собівартості продукції, отримують вираз для цільової функції : $Z = \dfrac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} x_j}$

І математичною моделлю розглядуваної задачі буде пошук мінімуму цільової функції $Z = \dfrac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} x_j}$ при отриманих обмеженнях $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m, \\ x_j \ge 0,\ j = 1 \div n. \end{cases}$

Задача № 3. Взуттєва фабрика для виготовлення 4 різних моделей взуття використовує 3 види шкірматеріалів: грубу шкіру для верха, замшу та тонку підкладочну шкіру. Витрати сировини (у м^2) на виготовлення однієї пари кожної моделі взуття та запаси сировини (у м^2) подані у таблиці 5. Також в таблиці подані: розмір виробничих фондів, що використовуються при виробництві однієї пари взуття кожної моделі, та прибуток від продажу.

Таблиця 5.

Види шкірматеріалів	Запаси, м^2	Витрати сировини у м^2 на виготовлення однієї пари кожної моделі взуття			
		Модель I	Модель II	Модель III	Модель IV
Груба шкіра	254	1,2	0,55	1,35	0,95
Замша	189	0,12	1,3	0,65	1,1
Тонка шкіра	311	1,4	1,85	2	2,3
Виробничий фонд		13	18	16	14
Прибуток , грн.		266	497	512	618

Вважаючи, що фабрика може випускати взуття різних моделей у будь-яких співвідношеннях, скласти такий план випуску взуття, що забезпечував максимальну рентабельність.

Створення моделі.

Через x_1, x_2, x_3, x_4позначають – кількість пар взуття відповідної моделі, що буде виготовлено фабрикою. Доповнюють таблицю наступним чином:

Таблиця 6.

Види шкірматеріалів	Запаси, м^2	Витрати сировини у м^2 на виготовлення однієї пари кожної моделі взуття			
		Модель I	Модель II	Модель III	Модель IV
Груба шкіра	254	1,2	0,55	1,35	0,95
Замша	189	0,12	1,3	0,65	1,1
Тонка шкіра	311	1,4	1,85	2	2,3
Виробничий фонд		13	19	22	24
Прибуток , грн.		266	497	512	618
Кількість пар взуття		x_1	x_2	x_3	x_4

Тепер загальні витрати сировини на виготовлення всього взуття будуть задаватися наступною системою нерівностей:

$$\begin{cases} 1{,}2x_1 + 0{,}55x_2 + 1{,}35x_3 + 0{,}95x_4 \le 254, \\ 0{,}12x_1 + 1{,}3x_2 + 0{,}65x_3 + 1{,}1x_4 \le 189, \\ 1{,}4x_1 + 1{,}85x_2 + 2x_3 + 2{,}3x_4 \le 311, \\ x_j \ge 0,\ j = 1 \div 4. \end{cases}$$

Загальна кількість виробничих фондів , що будуть використані при виготовленні всіх пар взуття, складатиме: $13x_1 + 19x_2 + 22x_3 + 24x_4$.

А загальний прибуток від виробництва – $266x_1 + 497x_2 + 512x_3 + 618x_4$.

Для того, що створити цільову функцію слід знати, що таке рентабельність виробництва (продукції).

Рентабельність (виробництва, продукції, активів) – це економічна категорія, що характеризує ефективність використання матеріальних, трудових та грошових ресурсів, а також природних багатств[11, с. 52].

Коефіцієнт рентабельності розраховується як відношення прибутку до активів, ресурсів або потоків, що її формують. Може виражатися як в прибутку на одиницю вкладених коштів, так і в прибутку, що несе кожна грошова одиниця. Показники рентабельності завжди виражають у відсотках [11, с. 52].

Отже, для розглядуваної задачі рентабельність – це відношення загального прибутку до загальної кількості виробничих фондів. Це відношення і буде цільовою функцією задачі

$$\mathrm{Z} = \frac{266x_1 + 497x_2 + 512x_3 + 618x_4}{13x_1 + 19x_2 + 22x_3 + 24x_4}.$$

З умови випливає, що потрібно знайти максимум *Z* при виконанні умов системи нерівностей витрат сировини.

Тому математичною моделлю розглядуваної задачі буде така задача:

$$Z = \frac{266x_1 + 497x_2 + 512x_3 + 618x_4}{13x_1 + 19x_2 + 22x_3 + 24x_4} \to \max$$

$$\text{за умов } \begin{cases} 1{,}2x_1 + 0{,}55x_2 + 1{,}35x_3 + 0{,}95x_4 \le 254, \\ 0{,}12x_1 + 1{,}3x_2 + 0{,}65x_3 + 1{,}1x_4 \le 189, \\ 1{,}4x_1 + 1{,}85x_2 + 2x_3 + 2{,}3x_4 \le 311, \\ x_j \ge 0,\ j = 1 \div 4. \end{cases}$$

Задача №4 (узагальнення задачі №3).

Деяка виробниче об’єднання для виготовлення nрізних видів продукції використовуєm видів сировини. На виготовлення одиниці j-го виду продукції (j= 1÷ n) потрібно a_{ij}одиниць сировини i-го виду (i = 1÷ m), всього можна використати не більше b_iодиниць відповідної сировини. Відомі собівартості c_jодиниці кожного виду j–ї продукції та прибуток від її реалізації d_j.

Скласти такий план виготовлення продукції, який би забезпечував максимальну рентабельність продукції.

Створення моделі.

Доцільно скласти таблицю, в яку записати всі дані задачі (таблиця 7).

Таблиця 7.

Види сировини	Запаси, м^2	Витрати сировиниS_i на виготовлення одиниці продукції P_j			
		P_1	P_2	…	P_n
S_1	b_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
S_2	b_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	...	…	…	…
S_m	b_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}
Собівартість продукції		c_1	c_2	…	c_n
Прибуток , грн.		d_1	d_2	…	d_n

Після уведення невідомих (x_j– кількість одиниць продукції P_j, $j = 1 \div n$), таблиця набуде наступного вигляду:

Таблиця 8.

Види сировини	Запаси, м^2	Витрати сировиниS_i на виготовлення одиниці продукції P_j			
		P_1	P_2	…	P_n
S_1 S_2 … S_m	b_1 b_2 … b_m	a_{11} a_{21} ... a_{m1}	a_{12} a_{22} … a_{m2}	… … … …	a_{1n} a_{2n} … a_{mn}
Собівартість продукції		c_1	c_2	…	c_n
Прибуток , грн.		d_1	d_2	…	d_n
Кількість продукції		x_1	x_2	…	x_n

І, враховуючи, що *рентабельність продукції* – це відношення прибутку від реалізації продукції до її собівартості [11, 52], математична модель узагальненої задачі матиме такий запис:

$$Z = \frac{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j} \to \max$$

за умов

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \le b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \le b_2, \\ ... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \le b_m, \\ x_j \ge 0,\ j = 1 \div n. \end{cases}$$

Зауваження. Всі розглянуті задачі є спеціальними задачами лінійного програмування, оскільки система обмежень – це система лінійних нерівностей, а цільова функція досить легко може бути перетворена до лінійної функції наступним чином (одна із ідей) $Z = \frac{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j} = h$, де *h= const,*

$$\sum_{j=1}^{n} d_j x_j = h\sum_{j=1}^{n} c_j x_j\ ,\ \sum_{j=1}^{n} (d_j - hc_j)x_j = 0.$$

Висновки. Як показує досвід, створення математичних моделей задач, що вивчаються у математичному програмуванні, дозволяє:

1) мотивувати студентів до подальшого вивчення дисципліни (традиційне питання, що у них виникає: як це розв′язується?);

2) демонструвати практичну значущість математики, оскільки на сьогодні математично намагаються описати ситуації, явища, події з різноманітних галузей людської діяльності, навіть не пов'язаних з математикою;

3) розширювати світогляд студентів, як через самі прикладні задачі, так і через розгляд суміжних питань, пов′язаних з умовою задачі;

4) виокремлювати міжпредметні зв'язки математики з тими науками, для прикладних задач яких створюються математичні моделі;

5) формувати компетентністний підхід у студентів до вивчення будь-якої науки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Програма з математики:http://iitzo.gov.ua/serednya-osvita-navchalni-prohramy.
2. Коменский Я.А. Педагогическое наследие / Я.А. Коменский, Дж. Локк, Ж.-Ж. Руссо, И.Т. Песталоцци. – М.: Педагогика, 1988. – 325 с.
3. Панченко Л.Л. Про понятійний апарат математичного моделювання в загальноосвітній школі та педагогічному вузі/ Панченко Л. // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі. – К.: Вид-во НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2004. – № 1. – С. 89-97.
4. Усова А.В. Формирование у учащихся обобщенных умений и навыков при осуществлении межпредметных связей / Усова А.В. // Межпредметные святи естественно-математических дисциплин /Под ред. В.Н. Федоровой. – М.: Просвещение, 1980. – С. 40-53.
5. Кугай Н. Математичне моделювання як засіб формування методологічної компетентності вчителя математики/ Н.Кугай. Є.Борисов // Математика в рідній школі. – 2015.– № 5.– С. 31-34.
6. Педагогическая энциклопедия // Под. ред. И.А. Каирова, Ф.Н. Петрова и др., Т.3. – М.: Советская энциклопедия, 1966. – 890 с.
7. Федорова В.Н. Межпредметные святи как структурне элементы естественно– научных учебных предметов средней школы / В.Н. Федорова // Осуществление межпредметных связей в процес се обучения. – Владимир, 1982. – С. 4-10.
8. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание / Л.Д.Кудрявцев. – М.: Наука, 1985. – 170 с.
9. Тихонов А.Н. Математическая модель/ А.Н.Тихонов // Мат. Энцикопедия. Т.3.– М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 1982. – 592 с.
10. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учебное пособие / И.Л.Акулич.– СПб.: Изд-во «Лань», 2011.– 352 с.
11. Ніколенко Ю.В. Основи економічної теорії. Підручник. У 2-х кн. Кн.2 : Підприємництво, маркетинг, менеджмент. Відтворення в національному та світовому господарстві/ Ю.В.Ніколенко, М.М.Діденко, А.В. Шегда та ін.: За ред. Ю.В. Ніколенка.– 2-ге вид. перероб. і доп. – К.: Либідь, 1998.– 271 с.

Одинцова О.А. Роль межпредметных связей математики и экономики при создании многомерных моделей задач.

В статье аргументирована важность обучения элементам математического моделирования будущих учителей математики и роль медпредметных связей при этом. Раскрыто суть таких понятий как: математическая модель и математическое моделирование для прикладних задач, понятие межпредметных связей; указаны направления реализации последних в учебном процессе. Рассмотрены примеры создания многомерных моделей задач дробно-линейного программирования, при котором важным является знание таких экономических терминов как: себестоимость продукции, рентабельность производства, рентабельность продукции. Для задач рассмотрено как частный, так и общий случаи. Приведены методические комментарии к созданию математических моделей всех рассматриваемых задач. Установлено влияние создания моделей выше упомянутых задач на процесс обучения всему математическому программированию и выделению возникающих при этом межпредметных связей.

Ключевые слова: *модель, математическое моделирование, дробно-линейное программирование, межпредметные связи, прикладные задачи.*

Odintsova O.O. The role of interdisciplinary connections of mathematics and economics during creative the multidimensional models of problems.

There are the arguments of importance to teach the elements of mathematical modeling in curricula of mathematical programming in pedagogical university and the role of the interdisciplinary connections which are arising in this process in this article. It's revealed such *concepts as mathematical model and mathematical modeling for applications. It's revealed concept as interdisciplinary connections and directions for their too. It'sconsider the examples of the creation of multidimensional models of fractional-linear programming problems. It is important to know such concepts as the cost and profitability of productions in this process. It is consider particular and the general casefor the problems. It's given the methodical comments to creature of mathematical model for all problems. It is foundtheinfluence of creating models of the above-mentioned problems in the learning process throughout the mathematical programming.*

Key words: *model, mathematical modeling, linear programming, the interdisciplinary connections, applied problem.*

УДК 511:378.147

І. А. Сверчевська
Житомирський державний університет імені Івана Франка
ORCID ID: 0000-0001-7306-3836

ІСТОРИЧНИЙ ПІДХІД У НАВЧАННІ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Статтю присвячено використанню елементів історизму при навчанні лінійної алгебри майбутніх вчителів математики. Здійснено аналіз поглядів і підходів до застосування елементів історії математики у навчанні математики. Ідею використання історичного підходу підтримували відомі вчені: М. В. Остроградський, Б. В. Гнеденко, О. М. Боголюбов. А також математики-методисти: О. М. Астряб, Г. П. Бевз, А. Г. Конфорович. Впровадження елементів історизму в навчанні математики у вищих навчальних закладах здійснюють науковці-викладачі: В. Г. Бевз, Н. О. Вірченко, А. О. Розуменко та інші. Значна увага приділяється також застосуванню історичного супроводу на уроках математики в школі.

Пропонується для впровадження історичного підходу використовувати визначні історичні задачі. Виділено розділ лінійної алгебри, де вивчаються методи розв'язування систем лінійних рівнянь. Наведено відповідні історичні довідки та систему історичних задач. Зроблено висновок, що такий підхід сприяє підвищенню інтересу, свідомому і творчому вивченню матеріалу, розвитку математичної культури майбутнього вчителя.

Важливо, що набутий власний досвід стане передумовою використання елементів історії математики в майбутній професійній діяльності вчителя. У подальших дослідженнях доцільно звернути увагу на введення елементів історизму в навчанні інших розділів алгебри, що пов'язані зі шкільним курсом математики.

***Ключові слова**: історія математики, лінійна алгебра, система лінійних рівнянь, методи розв'язування, історичний підхід, математичні задачі, професійна діяльність, інтерес, математична культура.*

Постановка проблеми. Система навчання математики має забезпечити кожного студента необхідними передумовами для здійснення майбутньої професійної діяльності. До основних знань і вмінь майбутнього вчителя математики відносяться знання важливих фактів з історії математики та вміння їх використовувати для підвищення інтересу до математики й активізації процесу навчання. Ці завдання реалізуються при навчанні фундаментальних математичних дисциплін, зокрема в курсі «Лінійна алгебра».

За навчальною програмою передбачено вивчення основних методів розв'язування систем лінійних рівнянь: методу Гаусса послідовного виключення невідомих; методу детермінантів та матричного методу. Ми дослідили еволюцію цих методів в історії математики та розробили систему визначних історичних задач, які дадуть можливість студентам зрозуміти, як виникли ці методи й яким чином практично використовувалися в історії математики при розв'язуванні систем лінійних рівнянь. На практичних заняттях після