

АРИФМЕТИЧНІ ОПЕРАЦІЇ НАД ЧИСЛАМИ У ДВІЙКОВОМУ ЗОБРАЖЕННІ

Сьогодні у математиці відомо досить багато способів та форм зображення дійсних чисел з використанням скінченного алфавіту $\{0, 1, \dots, s-1\}$, де s – фіксоване натуральне число, більше за 1. Зокрема частковим випадком s -символьного зображення є двосимвольне (тобто при $s=2$). Саме таке зображення займає особливе місце в теоретичній та прикладній математиці, оскільки воно є зручним в технічному відношенні.

S -адичним розкладом числа $x \in [0; 1]$ називається його розклад у ряд

$$x = \frac{\alpha_1}{s} + \frac{\alpha_2}{s^2} + \dots + \frac{\alpha_k}{s^k} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{s^k},$$

де $\alpha_k \in \{0, 1, \dots, s-1\}$. Даний вираз символічно зображується у вигляді $\Delta_{\alpha_1 \dots \alpha_k \dots}^s$ і називається s -адичним зображенням числа x .

Подання числа $x \in [0; 1]$ у вигляді ряду $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_i}{2^i}$, $\alpha_i \in \{0, 1\}$ називається його двійковим розкладом. Це коротко записується так:

$$x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^2.$$

Права частина рівності називається двійковим зображенням числа x [1].

Відповідно використовуючи двійкове зображення можна вибудувати арифметику дійсних чисел «з нуля». Та перед тим як вводити арифметичні операції додавання та множення над числами у їх двійкових зображеннях, необхідно розглянути двійкові наближення до числа з недостачею і з надлишком.

Двійково-раціональним наближенням з недостачею до числа $x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^2$ з точністю до 2^{-k} (порядку k) називається число

$$x_k = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k (0)}^2.$$

Двійково-раціональним наближенням з надлишком до числа $x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^2$ з точністю до 2^{-k} (порядку k) називається число

$$x'_k = x_k + 2^{-k}.$$

Сумою дійсних чисел $x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^2$ і $y = \Delta_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_k \dots}^2$ називається дійсне число z , яке при будь-якому натуральному n задовольняє нерівності

$$x_k + y_k \leq z \leq x'_k + y'_k = (x_k + y_k) + 2 \cdot 2^{-k}.$$

Приклад 1. Знайти суму чисел $\Delta_{1011010}^2$ та $\Delta_{0010111}^2$ у двійковому зображенні.

$$\Delta_{1011010}^2 + \Delta_{0010111}^2 = \frac{1+0}{2} + \frac{0+0}{2^2} + \frac{1+1}{2^3} + \frac{1+0}{2^4} + \frac{0+1}{2^5} + \frac{1+1}{2^6} + \frac{0+1}{2^7} = \Delta_{1110001}^2.$$

Добутком двох чисел $x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^2$ і $y = \Delta_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_k \dots}^2$ називається таке дійсне число z , яке при будь-якому натуральному n задовольняє нерівність

$$x_k y_k \leq z \leq x'_k y'_k.$$

Приклад 2. Знайти добуток чисел $\Delta_{1011010}^2$ та $\Delta_{0010111}^2$ у двійковому зображенні.

$$\begin{aligned} \Delta_{1011010}^2 \cdot \Delta_{0010111}^2 &= \left(\frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{0}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{0}{2^7} \right) \cdot \left(\frac{0}{2} + \frac{0}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{0}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} \right) = \\ &= \frac{1 \cdot 0}{2^2} + \frac{1 \cdot 0 + 0 \cdot 0}{2^3} + \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{2^4} + \frac{1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{2^5} + \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0}{2^6} + \\ &+ \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{2^7} + \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0}{2^8} + \\ &+ \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0}{2^9} + \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{2^{10}} + \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0}{2^{11}} + \\ &+ \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1}{2^{12}} + \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot 1}{2^{13}} + \frac{0 \cdot 1}{2^{14}} = \Delta_{001000000011}^2. \end{aligned}$$

Список використаних джерел

1. Працьовитий М. В. Геометрія класичного двійкового зображення дійсних чисел. – Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. – 68 с.

Анотація. Стеценко К. Арифметичні операції над числами у двійковому зображенні. У тезах частково викладено теоретичний матеріал пов'язаний з двійковим зображенням дійсних чисел. Розглянуто арифметичні операції у двійковій системі числення. Наведено приклади додавання і множення чисел у двійковому зображенні дробової частини дійсного числа.

Ключові слова: *s*-адичний ряд, *s*-адичний розклад, двійковий розклад, двійково-раціональне наближенням з недостаткою, двійково-раціональне наближенням з надлишком.

Аннотация. Стеценко К. Арифметические операции над числами в двоичном изображении. В тезисах частично изложен теоретический материал связан с двоичным изображением действительных чисел. Рассмотрены арифметические операции в двоичной системе счисления. Приведены примеры сложения и умножения чисел в двоичном изображении дробной части действительного числа.

Ключевые слова: *s*-адический ряд, *s*-адическое разложение, двоичное разложение, двоично-рациональное приближением с недостатком, двоично-рациональное приближением с избытком.

Summary. Stetsenko K. Arithmetic operations on numbers in a binary image. In the theses, the theoretical material is partly described with a binary image of real numbers. Arithmetic operations are considered in a binary system. Examples of adding and multiplying numbers in a binary image of the fractional part of the real number are given.

Key words: *s*-adic series, *s*-adic decomposition, binary decomposition, binary-rational approximation to deficiency, binary-rational approximation to excess.

Нілуфар Умбарова

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, м. Суми
Науковий керівник – Н.В.Детярьова

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ: ПОНЯТТЯ, СУТНІСТЬ

Розглядаючи поняття інформаційних технологій можна зустріти велику кількість досліджень на дану тематику. Причому у різних авторів зустрічається як дослідження комплексу понять «інформація», «технологія», «інформаційна технологія», так і такі, де зосереджуються саме на даному понятті, його видах, класифікаціях тощо. Розглянемо поняття «технології» у науковому плані.

Технологію у широкому значенні розглядає О.Д. Фірсова як спосіб освоєння людиною матеріального світу за допомогою соціально організованої діяльності, що включає окремо визначені компоненти (інформаційну, матеріальну, соціальну) [1].

Розглядаючи ступінь розробленості проблеми Андрощук О.В. та співавтори, зазначають, що технологію варто розглядати не як окрему сукупність методів, а саме як сукупність наук та відомостей щодо процесу роботи з певним продуктом [2, с.42].

В цьому ж дослідженні автори визначають критерії класифікації інформаційних технологій:

- спосіб реалізації;
- ступінь охоплення завдань управління;
- клас реалізованих технологічних операцій;
- тип користувацького інтерфейсу;
- спосіб побудови мережі;
- предметні галузі, що обслуговуються та ін.

Можна розглянути приклади класифікації [2, с.45]. Так, за способом реалізації в автоматизованих інформаційних технологіях визначають традиційні і нові інформаційні технології. Ступінь охоплення завдань управління надають змогу розподіляти електронну обробку економічних даних; автоматизацію функцій управління; підтримку прийняття рішень; тощо.

Ближче до розуміння пересічного користувача є визначення компонентів за класом реалізованих технологічних операцій:

- робота з текстовим редактором;
- робота з табличним процесором;
- робота з СУБД;
- робота з графічними об'єктами;
- мультимедійні системи;
- гіпертекстові системи.

Грицунов А.В. визначає технологію у контексті інформаційного суспільства. Інтелектуальну інформаційну технологію він визначає як «прийоми, способи й методи виконання функцій збору, зберігання, обробки, передачі й використання знань» [3, с.17]