

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
Фізико-математичний факультет

ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)

ФІЗИКО- МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

Том 40, № 3

Суми – 2025

**Рекомендовано до видання вченою радою
Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка
(протокол № 12 від 23.06.2025 р.)**

Редакційна колегія

М.П. Вовк	доктор педагогічних наук, старший науковий співробітник (Україна)
М.Гр. Воскоглу	доктор філософії, почесний професор математичних наук (Греція)
М.Г. Друшляк	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
Р.А. Зіатдінов	доктор педагогічних наук, професор (Південна Корея)
А.П. Кудін	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
О.Ю. Кудріна	доктор економічних наук, професор (Україна)
О.О. Лаврентьєва	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
Т.Д. Лукашова	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Т.Ю. Осипова	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
М.В. Працьовитий	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Д.О. Сарфо	доктор педагогічних наук, професор (Гана)
О.В. Семеніхіна	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
О.М. Семеног	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
В.І. Статівка	доктор педагогічних наук, професор (Китай)
І.Я. Субботін	доктор фізико-математичних наук, професор (США)
О.С. Чашечникова	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
О.В. Школьнік	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
А.М. Добровольська	доктор педагогічних наук, доцент (Україна)
О.О. Пипка	доктор фізико-математичних наук, доцент (Україна)
С.Д. Фатмар'янті	доктор фізичних наук, Університет Мухаммадії Пурворехо (Індонезія)
В.О. Швець	кандидат педагогічних наук, професор (Україна)
В.Г. Шамоля	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)

Ф45 Фізико-математична освіта : науковий журнал. Том 40, № 3. Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Фізико-математичний факультет ; редкол.: О.В. Семеніхіна (гол.ред.) [та ін.]. Суми : [СумДПУ ім. А.С. Макаренка], 2025. 65 с.

*Наказом МОН України №1412 від 18.12.2018 р. журнал «Фізико-математична освіта» затверджено як **фахове наукове видання категорії «Б»** у галузі педагогічних наук (13.00.02 – математика, фізика, інформатика; 13.00.10) і за спеціальностями 011, 014, 015.*

Журнал індексується наукометричною базою **Index Copernicus Journals Master List**

Автори статей несуть відповідальність за достовірність наведеної інформації (точність наведених у статті даних, цитат, статистичних матеріалів тощо) та за порушення прав інтелектуальної власності інших осіб.

Висловлені авторами думки можуть не співпадати з точкою зору редакції.

**УДК 53+51]:37(051)
DOI: 10.31110/2413-1571**

**MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
Makarenko Sumy State Pedagogical University
Physics and Mathematics Faculty**

**ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)**

PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION

Scientific Journal

Vol. 40, No 3

Sumy – 2025

**Recommended for publication of the Academic Council
of Makarenko Sumy State Pedagogical University
(protocol No 12 from 23.06.2025)**

Editorial Board

M.P. Vovk	Doctor of Pedagogical Sciences, Senior Research Fellow (Ukraine)
M.Gr. Voskoglou	Doctor of Philosophy, Professor Emeritus of Mathematical Sciences (Greece)
M.G. Drushlyak	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
R.A. Ziatdinov	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (South Korea)
A.P. Kudin	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (Ukraine)
O.Yu. Kudrina	Doctor of Economic Sciences, Professor (Ukraine)
O.O. Lavrentjeva	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
T.D. Lukashova	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (Ukraine)
T.Yu. Osyppova	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
M.V. Pratsiovytyi	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (Ukraine)
J.O. Sarfo	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ghana)
O.V. Semenikhina	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
O.M. Semenog	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
V.I. Stativka	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (China)
I.Ya. Subbotin	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (USA)
O.S. Chashechnykova	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
O.V. Shkolnyi	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
A.M. Dobrovolska	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor (Ukraine)
O.A. Pypka	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor (Ukraine)
S.D. Fatmaryanti	Dr. of Physics Education, Universitas Muhammadiyah Purworejo (Indonesia)
V.O. Shvets	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Professor (Ukraine)
V.G. Shamonina	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Associate Professor (Ukraine)

F 45 Physical and Mathematical Education : Scientific Journal. Vol. 40, No 3. Makarenko Sumy State Pedagogical University, Physics and Mathematics Faculty ; O.V. Semenikhina (chief editor). Sumy : [Makarenko Sumy State Pedagogical University], 2025. 65 p.

The authors of the articles are responsible for the authenticity of the information (the accuracy of the presented information in the article, quotations, statistical materials, etc.) and for the violation of intellectual property rights of others.

Opinions expressed by the authors may not reflect the views of the editors.

**UDC 53+51]:37(051)
DOI: 10.31110/2413-1571**

ЗМІСТ	CONTENTS
Деордіца Т., Єпіфанова О., Толмачов В. 6 ТЕОРІЯ РЕАЛІСТИЧНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ: КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ ТА ЗВ'ЯЗОК ІЗ МАТЕМАТИЧНОЮ ГРАМОТНІСТЮ PISA 6	Dieorditsa T., Yepifanova O., Tolmachov V. 6 THEORY OF REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION: CONCEPTUAL FOUNDATIONS AND CONNECTION WITH PISA MATHEMATICAL LITERACY 6
Дубініна О. 12 МАТЕМАТИЧНЕ МОВЛЕННЯ ЯК ПРОДУКТОГЕННИЙ ФАКТОР ВПЛИВУ В САМОНАВЧАННІ СТУДЕНТІВ ІТ-СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ 12	Dubinina O. 12 MATHEMATICAL SPEECH AS A PRODUCTIVE FACTOR OF INFLUENCE ON SELF-EDUCATION OF STUDENTS OF IT-SPECIALTIES 12
Коваленко В., Мар'єнко М. 19 МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ВЧИТЕЛЯМИ СЕРВІСІВ ГЕНЕРАТИВНОГО ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ У НАВЧАННІ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ПРЕДМЕТІВ 19	Kovalenko V., Marienko M. 19 METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF TEACHERS' USE OF GENERATIVE ARTIFICIAL INTELLIGENCE SERVICES IN TEACHING NATURAL AND MATHEMATICAL SCIENCES 19
Рибалко А. 25 УСТАНОВКА ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ТА ГАЛЬМІВНОЇ ДІЇ ВИХРОВИХ СТРУМІВ 25	Rybalko A. 25 INSTALLATION FOR ORGANIZING EDUCATIONAL RESEARCH ON MECHANICAL OSCILLATIONS AND THE BRAKING EFFECT OF EDDY CURRENTS 25
Різник В., Острога М., Беспалий В. 32 РОЛЬ SMART-ТЕХНОЛОГІЙ У РОЗВИТКУ ВІЗУАЛЬНОЇ ГРАМОТНОСТІ 32	Riznyk V., Ostroha M., Bepalyi V. 32 SMART TECHNOLOGIES IN THE VISUAL LITERACY DEVELOPMENT 32
Стеганцев Є., Чернієнко А. 37 ПОСТАНОВКА ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН 37	Stegantsev E., Chernienko A. 37 SETTING AND SOLVING RESEARCH PROBLEMS IN TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES 37
Хворостіна Ю., Юрченко А. 44 SWOT-АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ В УКРАЇНІ 44	Khvorostina Yu., Yurchenko A. 44 SWOT-ANALYSIS OF MATHEMATICS EDUCATION IN UKRAINE 44
Чжан В. 51 ДОСЛІДЖЕННЯ ТРЕНДІВ ПОПИТУ НА STEM-НАВИЧКИ В ЕКОНОМІЧНІЙ ГАЛУЗІ 51	Zhang W. 51 RESEARCH OF TRENDS IN DEMAND FOR STEM SKILLS IN THE ECONOMIC SECTOR 51
Шишенко І., Сабінін П., Друшляк М., Лукашова Т. 56 ОРІЄНТИРИ ТРАНСФОРМАЦІЙ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДЕРЖАВНИХ СТАНДАРТІВ БАЗОВОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ УКРАЇНИ ТА США 56	Shishenko I., Sabinin P., Drushlyak M., Lukashova T. 56 GUIDELINES FOR THE TRANSFORMATION OF SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION: A COMPARATIVE ANALYSIS OF THE NATIONAL STANDARDS OF BASIC SECONDARY EDUCATION IN UKRAINE AND THE USA 56
АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК 64	



ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСБИТА (PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION)

p-ISSN: 2413-1571, e-ISSN: 2413-158X

2025, 40(3), <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-01>

УДК: 372.851

ТЕОРІЯ РЕАЛІСТИЧНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСБИТИ: КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ ТА ЗВ'ЯЗОК ІЗ МАТЕМАТИЧНОЮ ГРАМОТНІСТЮ PISA

Таяна ДЄОРДИЦА ✉

Центр освіти і кар'єри «IT Career HUB», Німеччина
TLDeorditsa@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-3409-7168>

Ольга ЄПІФАНОВА

Східноукраїнський національний університет
імені Володимира Даля, Україна
YepifanovaOlga@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2518-3002>

Володимир ТОЛМАЧОВ

Глухівський національний педагогічний університет
імені Олександра Довженка, Україна
V.S.Tolmachov@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4674-8677>

THEORY OF REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION: CONCEPTUAL FOUNDATIONS AND CONNECTION WITH PISA MATHEMATICAL LITERACY

Taiana DIEORDITSA ✉

Education and Career Center «IT Career HUB», Germany
TLDeorditsa@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-3409-7168>

Olga YEPIFANOVA

Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, Ukraine
YepifanovaOlga@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2518-3002>

Volodimir TOLMACHOV

Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv National
Pedagogical University, Ukraine
V.S.Tolmachov@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4674-8677>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Результати PISA 2022 засвідчили, що 42 % українських підлітків не досягли базового рівня математичної грамотності, що значно перевищує середній показник країн ОЕСР (31 %). Цей розрив підкреслює необхідність упровадження дидактичних підходів, спрямованих на розвиток умінь учнів застосовувати математичні знання в реальних життєвих ситуаціях. У цьому контексті заслуговує на особливу увагу теорія реалістичної математичної освіти (RME), що стала основою освітніх змін у Нідерландах. Попри значний інтерес до RME у міжнародному науково-освітньому середовищі, в Україні ця теорія досі залишається малодослідженою. Це зумовлює потребу в ґрунтовному аналізі її концептуальних засад та вивченні зв'язків із математичною грамотністю PISA.

Матеріали і методи. Джерельну базу дослідження становлять англомовні наукові публікації, присвячені теорії RME, та офіційний рамковий документ PISA 2022. Для вивчення теоретичних засад та методологічного підґрунтя RME застосовано системний підхід; для встановлення зв'язків між цією теорією та концепцією математичної грамотності PISA використано порівняльний аналіз.

Результати. На підставі вивчення RME розроблено аналітичну модель, що інтегрує три рівні цієї теорії: концептуальний (прогресивна математизація, дидактична феноменологія, кероване перевідкриття, емерджентне моделювання); методологічний (принципи реальності, активності, рівнів, взаємозв'язку, інтерактивності, керівництва); прикладний (дидактичні настанови, включно з горизонтальною та вертикальною математизацією). Запропонована модель покликана слугувати орієнтиром для освітян, зацікавлених в упровадженні сучасних підходів до математичної освіти. Водночас її узагальнений характер передбачає подальшу деталізацію для ефективної практичної реалізації. Порівняльний аналіз виявив структурні й методологічні паралелі між окремими компонентами теорії RME та концептуальними засадами математичної грамотності за версією PISA. Проте ці зв'язки мають умовний характер, оскільки RME є дидактичною теорією, а математична грамотність – інструментом зовнішнього оцінювання.

ABSTRACT

Formulation of the problem. The results of PISA 2022 revealed that 42 % of Ukrainian adolescents did not reach the baseline level of mathematical literacy, a figure significantly higher than the OECD average of 31 %. This gap underscores the urgent need to adopt instructional strategies that develop students' ability to apply mathematical knowledge in real-world contexts. In this regard, the theory of Realistic Mathematics Education (RME), which underpinned educational reforms in the Netherlands, merits particular attention. Despite the growing interest in RME within the international academic and educational communities, this theory remains largely unexplored in Ukraine. This creates the need for an in-depth analysis of its conceptual foundations and an exploration of its connections with PISA mathematical literacy.

Materials and methods. This study draws on English-language scholarly publications on the RME theory and the official PISA 2022 framework document. A systematic approach was employed to examine the theoretical underpinnings and methodological principles of RME. In addition, a comparative analysis was conducted to identify potential connections between this theory and the concept of mathematical literacy as outlined in the PISA framework.

Results. Based on a systematic study of RME, an analytical model has been developed that comprises three interconnected levels of this theory: conceptual level – encompassing progressive mathematization, didactic phenomenology, guided reinvention, and emergent modeling; methodological level – defined by the principles of reality, activity, levels, interconnection, interactivity, and guidance; applied level – involving practical didactic tools such as horizontal and vertical mathematization. This model is designed to serve as a reference framework for educators, aiming to implement modern approaches to mathematics education. Nonetheless, its abstract nature necessitates further elaboration to ensure effective application in real classroom settings. The comparative analysis also identified structural and methodological parallels between specific components of the RME theory and the conceptual framework of mathematical literacy as defined by PISA. Still, these connections are considered conditional, as RME is a didactic theory, while mathematical literacy is an external assessment tool.

Висновки. Аналіз міжнародного досвіду впровадження RME свідчить про неоднозначну, але перспективну роль цієї теорії в системі математичної освіти. Її ефективність значною мірою залежить від особливостей освітнього середовища, рівня професійної підготовки вчителів і здатності поєднувати новаторські методики з традиційними вимогами навчального процесу. Застосування елементів RME в українських школах має потенціал для підвищення рівня математичної грамотності учнів відповідно до стандартів PISA, за умов ретельної методичної адаптації цієї теорії до національного контексту.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: RME; контекстуальні завдання; математизація; математичне моделювання; математична грамотність.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Деордіца Т., Єпіфанова О., Толмачов В. Теорія реалістичної математичної освіти: концептуальні засади та зв'язок із математичною грамотністю PISA. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 6-11. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-01>.

Conclusions. The analysis of international experience indicates that RME plays a complex yet promising role in the field of mathematics education. The effectiveness of this theory depends on the specific educational context, the professional training of teachers, and the ability to balance innovative methodologies with established curricular standards. Integrating elements of RME into Ukrainian school education holds the potential to enhance students' mathematical literacy in line with PISA benchmarks, provided it is thoroughly adapted to the national educational context.

KEYWORDS: RME; contextual tasks; mathematization; mathematical modeling; mathematical literacy.

FOR CITATION: Dieorditsa, T., Yepifanova, O., & Tolmachov, V. (2025). Theory of Realistic Mathematics Education: Conceptual Foundations and Connection With PISA Mathematical Literacy. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 6-11. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-01>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Результати PISA 2022 засвідчили, що 42 % українських підлітків не досягли базового рівня математичної грамотності, що значно перевищує середній показник країн ОЕСР (31 %) (OECD, 2023). Такий розрив підкреслює необхідність упровадження дидактичних підходів, спрямованих на розвиток умінь учнів застосовувати математичні знання в реальних життєвих ситуаціях. У цьому контексті заслуговує на особливу увагу дидактична теорія реалістичної математичної освіти (Realistic Mathematics Education, RME), що стала основою освітніх змін у Нідерландах. Попри значний інтерес до RME у міжнародному науково-освітньому середовищі (Phan et al, 2022), в Україні ця теорія досі залишається малодослідженою. Це зумовлює потребу в ґрунтовному аналізі її концептуальних засад та вивченні зв'язків із математичною грамотністю PISA.

Аналіз актуальних досліджень. Ключовою фігурою у створенні дидактичної теорії RME став нідерландський математик Ханс Фрейденталь (Hans Freudenthal, 1905–1990). Наприкінці 1960-х років, на противагу формалізованій «Новій математиці», він розвинув ідею, що математика має бути осмисленою для учнів і пов'язаною з їхнім життєвим досвідом. У праці «Математика як педагогічне завдання» він наголошує, що математика — це передусім людська діяльність, процес математизації реальності (Freudenthal, 1973). Відтоді підхід «реалістична математична освіта» розвивається вже майже 60 років, збагачуючись новими концепціями та адаптаціями. У книзі «Дидактична феноменологія математичних структур» (Freudenthal, 1983) вчений систематизував свої ідеї про зв'язок математичних понять із реальним досвідом.

Вагомий внесок у подальший розвиток теорії RME зробили колеги та послідовники Х. Фрейдентала. Зокрема, А. Треффер розвинув ідею багатовимірності математичної освіти, показавши складну структуру математичного навчання (Treffers, 1987). Я. де Ланге обґрунтував концепцію контекстного навчання, де математичні поняття виводяться через реальні життєві ситуації (de Lange, 1991). К. Гравемейєр розкрив суть концепції емерджентного моделювання (Gravemeijer, 1999).

Важливою для розуміння еволюції та впровадження RME як освітньої теорії є стаття «Реалістична математична освіта: коротка історія тривалого реформаторського руху» (Van den Heuvel-Panhuizen & van Zanten, 2020). Її автори, використовуючи історичний метод дослідження та аналіз документів, демонструють, як педагогічні інновації розвиваються, долають опір і змінюються з часом. Цінність цієї публікації полягає в детальному аналізі як теоретичних основ, так і практичних аспектів впровадження RME, зокрема інституційних механізмів та системи підготовки вчителів.

Значущими для нашого дослідження стали дві монографії за редакцією професорки Інституту Фрейдентала М. Van den Heuvel-Panhuizen: «Національні роздуми про нідерландську дидактику математики» (2020a) та «Міжнародні роздуми про нідерландську дидактику математики» (2020b). Перша книга зосереджується на нідерландському контексті розвитку RME, її теоретичних засадах, історичній еволюції та впровадженні. Друга аналізує вплив RME на міжнародну практику викладання математики.

Незважаючи на успішне поширення RME, її розробники критично оцінюють виклики, пов'язані з впровадженням цієї теорії. У дослідженні «Контекстні проблеми в реалістичній математичній освіті» (Gravemeijer & Doorman, 1999) виділено три ключові перешкоди: потреба в комплексній підготовці педагогів, необхідність трансформації традиційного дизайну уроків та розробка спеціалізованих навчальних матеріалів. Особливу увагу дослідники зосереджують на концепції керованого перевідкриття, ефективність якої безпосередньо залежить від високого рівня педагогічної майстерності – чинника, що значно ускладнює масштабування цього підходу в межах загальноосвітньої системи.

Мета статті – систематизувати структурні компоненти теорії реалістичної математичної освіти та встановити відповідності між її концептуальними засадами і аспектами математичної грамотності PISA.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У дослідженні використано корпус англомовних наукових публікацій, присвячених теорії RME (передусім праці науковців Інституту Фрейдентала), а також офіційний рамковий документ PISA 2022. Для вивчення теоретичних засад RME застосовано системний підхід; для виявлення відповідностей між цією теорією та концепцією математичної грамотності PISA використано порівняльний аналіз. Порівняння здійснювалося за критеріями спільної дидактичної мети, методологічної подібності та практичної інтеграції.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Застосування системного підходу до аналізу дидактичної теорії реалістичної математичної освіти дало змогу узагальнити її зміст у вигляді структурної моделі, представленої на рис. 1. Ця модель є авторською розробкою, створеною на основі аналізу першоджерел. Її мета – узагальнити ключові компоненти теорії RME та представити їх у цілісній логіко-дидактичній системі, зручній для практичного використання в українському освітньому контексті.

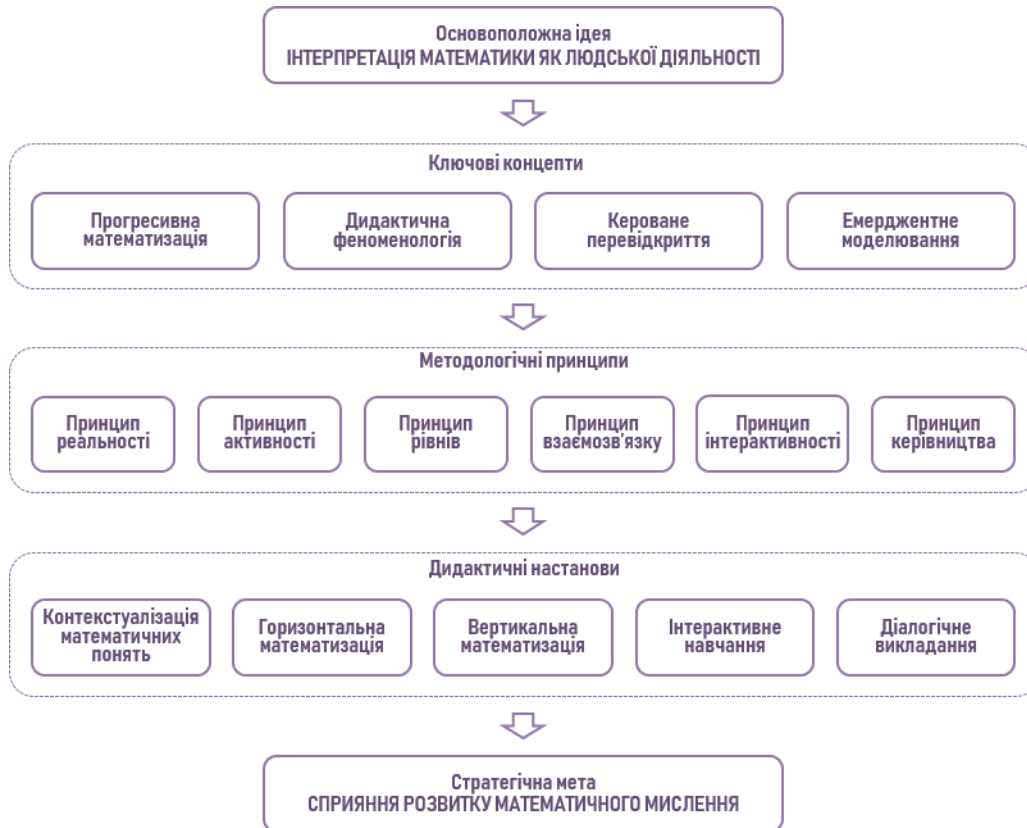


Рис. 1. Узагальнена структурна модель дидактичної теорії реалістичної математичної освіти

Джерело: авторська розробка.

Розглянемо детальніше компоненти запропонованої моделі.

Основоположна ідея

На концептуальному рівні основою RME є інтерпретація математики як діяльності з організації реальності засобами мислення. Відповідно до підходу Х. Фройдентала, математика розглядається не як готова система знань, а як динамічний процес, що розгортається в контексті людського досвіду.

Ключові концепти

Цю ідею конкретизують чотири ключові концепти:

прогресивна математизація (Progressive Mathematization) – поступовий перехід від інтуїтивного, контекстуального розв'язання задач до абстрактного математичного мислення. Моделі, які створюють учні, спочатку відображають конкретні ситуації, а згодом формалізуються в узагальнені структури. Такий підхід формує розуміння математики як інструменту осмислення реальності;

дидактична феноменологія (Didactic Phenomenology) встановлює зв'язок між математичними поняттями і явищами реального світу, зосереджуючись на тому, як учні поступово засвоюють ці зв'язки. Вона сприяє переходу від життєвих спостережень до формування абстрактних уявлень на основі власної пізнавальної активності;

кероване перевідкриття (Guided Reinvention) – це процес, у якому знання не подаються готовими, а виникають у процесі спрямованого пошуку учнів. Учитель створює навчальні ситуації, ставить навідні запитання і підтримує самостійне формулювання висновків. Так формується «ілюзія відкриття» як основа для глибокого засвоєння змісту;

емерджентне моделювання (Emergent Modeling) – формування математичних моделей, які виникають під час розв'язання контекстуальних задач. Учні переходять від інтуїтивних стратегій до формалізованих структур, що сприяє змістовному засвоєнню понять і розвитку критичного мислення.

Методологічні принципи

Ключові концепти реалізуються через низку методологічних принципів, що забезпечують цілісність освітнього процесу:

- принцип реальності – навчальні задачі мають бути пов'язані з життєвим досвідом учнів;
- принцип активності – учні виступають активними творцями знань, а не лише їх споживачами;
- принцип рівнів – від наочного до абстрактного мислення;
- принцип взаємозв'язку – інтеграція математичних понять у єдиний смисловий контекст;

- принцип інтерактивності – співпраця, діалог і обмін думками в навчальному середовищі;
- принцип керівництва – учитель виступає провідником, який враховує вікові та когнітивні особливості учнів.

Дидактичні настанови

На прикладному рівні принципи RME конкретизуються в таких дидактичних настановах:

- контекстуалізація математичних понять – подання нового матеріалу через змістовні ситуації;
- горизонтальна й вертикальна математизація – як послідовні етапи побудови моделей;
- інтерактивне навчання – стимулювання співпраці та комунікації;
- діалогічне викладання – відкритий обмін думками та адаптація навчального процесу.

Стратегічна мета

Модель загалом спрямована на розвиток математичного мислення – здатності учнів використовувати математику для розуміння, пояснення та осмисленого впливу на реальність.

Реалізація представленої моделі передбачає три основні напрями діяльності: розробку навчальних матеріалів, удосконалення педагогічної практики та оцінювання результатів навчання.

Запропонована модель покликана слугувати орієнтиром для педагогів, методистів і розробників навчально-методичних матеріалів, зацікавлених в упровадженні новаторських підходів до математичної освіти. Водночас її узагальнений характер зумовлює необхідність у подальшій деталізації для ефективної практичної реалізації.

Наведемо приклад навчального завдання для учнів 6-го класу, побудованого за моделлю RME.

Контекст

Шкільне подвір'я потребує оновлення. Учні – команда архітекторів, яка має розробити проєкт благоустрою території.

Завдання для учнів

Дослідити простір:

- виміряти розміри шкільного подвір'я кроками або рулеткою;
- зафіксувати розташування основних об'єктів (дерева, лавки, вхід, клумби тощо).

Створити ескіз території:

- позначити функціональні зони (ігровий майданчик, зона відпочинку, клумби, доріжки);
- обрати масштаб і перенести ескіз на аркуш (перевести вимірювання в метри).

Провести розрахунки:

- обчислити площу кожної зони, використовуючи відповідні геометричні формули.

Планувати ресурси:

- визначити кількість необхідних матеріалів (наприклад, плитка для доріжок, насіння для клумб);
- оцінити вартість, використовуючи умовні ціни, надані вчителем.

Підготувати презентацію:

- пояснити застосовані математичні дії, труднощі та стратегії розв'язання;
- презентація може бути усною, письмовою або у формі постера.

Методичний коментар для вчителя:

Це завдання реалізує ключові положення теорії RME, зокрема:

- горизонтальну математизацію: учні починають із дослідження простору в знайомому контексті;
- емерджентне моделювання: математичні моделі, схеми й розрахунки виникають у процесі діяльності, а не задаються заздалегідь;
- вертикальну математизацію: перехід від інтуїтивних вимірювань до формалізованих обчислень площ, масштабів;

- кероване перевідкриття: учитель створює умови для самостійних відкриттів, не нав'язуючи готових алгоритмів.

Орієнтовні критерії оцінювання:

- точність вимірювань і математичних розрахунків;
- логіка побудови ескізу та обґрунтованість вибору масштабу;
- обґрунтування матеріалів і кошторису;
- чіткість і структурованість презентації;
- рівень взаємодії та внесок у групову роботу.

Очікуваний результат

Учні набувають практичного уявлення про масштаб і площу, планують використання ресурсів, застосовують математику в реальних ситуаціях, аргументують власні дії та рішення, розвивають навички командної роботи.

З огляду на спрямованість RME на практичне застосування знань, проаналізуємо її узгодженість із компонентами математичної грамотності PISA.

Для системного порівняльного аналізу між підходами RME та концепцією математичної грамотності в PISA визначено такі критерії відповідності:

- спільна дидактична мета – розвиток здатності застосовувати математику в практично значущих життєвих ситуаціях;

- методологічна подібність – акцент на контекстуалізацію навчального змісту, використання математичного моделювання та ідеї прогресивної математизації;

- практична інтеграція – наявність у завданнях PISA характеристик, що резонують із принципами RME: зокрема, використання реалістичних ситуацій, багаторівневої математизації та функціонального застосування знань.

Табл. 1 демонструє умовну відповідність між компонентами теорії RME та рамкою математичної грамотності PISA, що пояснюється відмінністю їхніх функцій: RME є дидактичною теорією, а математична грамотність – інструментом зовнішнього оцінювання.

Таблиця 1. Умовна відповідність між компонентами RME та концепцією математичної грамотності PISA

Компоненти RME	Аспекти математичної грамотності	Відповідність	Вплив на практику математичної освіти
КОНЦЕПТИ			
Прогресивна математизація	Процес математичного моделювання	Перехід від реальної ситуації до математичної моделі (горизонтальна математизація) та робота всередині математичної системи (вертикальна математизація)	Підвищення значущості математичного моделювання в навчальному процесі
Дидактична феноменологія	Контекстуальні завдання	Математичні поняття виникають із реальних ситуацій, що мають значення для учнів	Зросла увага до контекстуалізованого навчання математики
Кероване перевідкриття	Застосування математичних міркувань	Розвиток здатності учнів застосовувати знання в різних контекстах, використовуючи набуті раніше знання в нових ситуаціях	Перехід від механічного запам'ятовування до осмисленого розуміння
МЕТОДОЛОГІЧНІ ПРИНЦИПИ			
Принцип реальності	Застосування математики в «реальному світі»	Завдання розміщені в автентичних контекстах, що вимагають від учнів пов'язати математику з реальними ситуаціями	Розширення спектру задач із реалістичними контекстами
Принцип рівнів	Когнітивні рівні завдань	Завдання варіюються від простих до складних, вимагаючи різних рівнів математичного мислення	Диференціація навчання, розвиток міркувань
Принцип активності	Математичні дії та процеси	Акцент на процесах, які учні повинні виконувати: формулювання, застосування та інтерпретація	Активізація навчальної взаємодії
Принцип взаємозв'язку	Інтегрований підхід до змістових ліній	Математика представлена як цілісна система, а не набір тем	Міждисциплінарна інтеграція, цілісний зміст
Принцип керівництва	Самостійне прийняття рішень	Оцінювання здатності учнів самостійно приймати рішення у структурованих завданнях	Розвиток автономності та відповідальності
ДИДАКТИЧНІ НАСТАНОВИ			
Використання контекстів	Контекстуальні завдання	Завдання завжди вбудовані в реальні або правдоподібні ситуації	Підвищення мотивації через зв'язок з реальним життям
Використання моделей	Моделювання	Моделювання як ключовий процес математичної грамотності	Розвиток умінь візуалізації та абстрагування
Інтерактивне навчання	Стратегії розв'язання проблем	Завдання заохочують розвиток різноманітних стратегій розв'язання проблем	Формування гнучкого математичного мислення
Горизонтальна та вертикальна математизація	Процеси формулювання, застосування та інтерпретації	Прямо відповідають етапам роботи з математичними завданнями в PISA	Посилення зв'язку між неформальними та формальними математичними знаннями

Джерело: авторська розробка.

ОБГОВОРЕННЯ

Для всебічного розуміння теорії RME доцільно враховувати не лише її основні положення, а й критику та альтернативні погляди. Зокрема, заслуговує на увагу ставлення університетської математичної спільноти Нідерландів до широкого впровадження положень теорії реалістичної математичної освіти (RME) у національну систему шкільної освіти. Це ставлення було неоднозначним: наприкінці 2000-х років у країні розгорнулися запеклі дискусії між прихильниками й опонентами підходу – так звані «математичні війни» (Math Wars) (Van den Heuvel-Panhuizen, 2010).

Критики стверджували, що реформа спричинила втрату учнями базових обчислювальних навичок (van de Craats, 2007), а медійна кампанія лише посилювала занепокоєння щодо рівня математичної підготовки школярів. У відповідь Королівська академія наук Нідерландів створила спеціальну комісію для аналізу наявних досліджень, однак остаточних доказів переваги якогось одного підходу вона не надала. Наслідками «математичних воєн» стали часткові зміни змісту підручників і посилення уваги до методології викладання. Це не свідчить про перемогу жодної зі сторін, а радше про необхідність постійного вдосконалення освітніх практик.

Ці дискусії цікаво порівняти з досвідом упровадження RME в інших країнах, зокрема у Великій Британії.

Досвід упровадження RME у цій країні (Dickinson & Hough, 2012) виявив значний позитивний вплив як на учнів, так і на вчителів. Учні, які навчалися за цим підходом, демонстрували вищу мотивацію, перестали ставити запитання про доцільність вивчення математики, розвинули здатність створювати власні осмислені стратегії розв'язування задач та пояснювати свої міркування. Вчителі засвідчили, що RME змінила не лише їхню практику

викладання, а й фундаментальне розуміння процесів навчання математики, спонукаючи більше цінувати обговорення та різноманітність підходів до вирішення проблем.

Результати впровадження RME у британському освітньому просторі також виявили певні виклики: необхідність балансу між реалістичним підходом та підготовкою до стандартизованих іспитів, розробку відповідних форм оцінювання та забезпечення належного розуміння вчителями філософії RME. Для успішного впровадження підходу важлива систематична професійна підтримка педагогів та готовність приділяти достатньо часу для розвитку математичних понять, не очікуючи швидких результатів.

На наш погляд, використання елементів теорії RME в українській освітній практиці буде перспективним для підвищення математичної грамотності учнів відповідно до вимог PISA, проте потребує адаптації до освітніх реалій України. Водночас широке впровадження цього підходу передбачає врахування методичних, ресурсних та інституційних обмежень, з якими нині стикається вітчизняна система освіти.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Дидактична теорія реалістичної математичної освіти демонструє методологічну й ціннісну узгодженість із концепцією математичної грамотності, яка лежить в основі міжнародного оцінювання PISA.

2. У межах дослідження розроблена авторська структурна модель теорії RME, яка інтегрує ключові концептуальні ідеї, методологічні принципи та дидактичні настанови. Модель має прикладне спрямування і може слугувати орієнтиром для педагогів, зацікавлених в адаптації підходу RME до українського освітнього контексту.

3. Аналіз міжнародного досвіду впровадження RME свідчить про неоднозначну, але перспективну роль цієї теорії в системі математичної освіти. Її ефективність значною мірою залежить від особливостей освітнього середовища, рівня професійної підготовки вчителів і здатності поєднувати новаторські методики з традиційними вимогами навчального процесу. Застосування елементів RME в українських школах має потенціал для підвищення рівня математичної грамотності учнів відповідно до стандартів PISA, за умови ретельної методичної адаптації цієї теорії до національного контексту.

У подальших дослідженнях важливо зосередитися на зіставленні конкретних завдань PISA із принципами RME для глибшого розуміння їх практичної відповідності та можливостей адаптації до специфіки української математичної освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- De Lange, J. (1991). *Flying Through Math: Trigonometry, Vectors, and Flying (Meaningful Math)*. Wings for learning.
- Dickinson, P., & Hough, S. (2012). *Using Realistic Mathematics Education in UK classrooms*. URL: https://webspacescience.uu.nl/~heuve108/BEWAAR/download-PCK/Dickinson-Hough_2012_RME%20in%20UK%20classrooms.pdf
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel. URL: <https://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/67550>
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0102_4
- Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111-129. <https://doi.org/10.1023/A:1003749919816>
- OECD (2023), *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Phan, T. T., Do, T. T., Trinh, T. H., Tran, T., Duong, H. T., Trinh, T. P. T., Do, B. C., & Nguyen, T. T. (2022). A bibliometric review on realistic mathematics education in Scopus database between 1972-2019. *European Journal of Educational Research*, 11(2), 1133-1149. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.11.2.1133>
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction--the Wiskobas Project*. Kluwer Academic Publishers
- Van de Craats, J. (2007). Onderwijs Mythen in de rekendidactiek. *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen*. NAW, 5/8, nr. 2, 132-136. URL: <https://staff.science.uva.nl/j.vandecraats/CraatsRekenenNAW.pdf>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010) Reform under attack — forty years of working on better mathematics education thrown on the scrapheap? no way! In: L. Sparrow, B. Kissane, C. Hurst (Eds.) *Shaping the future of mathematics education*. MERGA, Fremantle, pp. 1-25. URL: <https://eric.ed.gov/?id=ED521409>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed). (2020a). *National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. Teaching and Learning in the Context of Realistic Mathematics Education*. Springer Cham. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-33824-4>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed). (2020b). *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education*. Springer Cham. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-20223-1>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & van Zanten, M. (2020). Realistic Mathematics Education: A Brief History of a Longstanding Reform Movement. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 65-73. URL: <https://research-portal.uu.nl/en/publications/realistic-mathematics-education-a-brief-history-of-a-longstanding>

| Матеріал надійшов до редакції: 04.04.2025 р. | Прийнято до друку: 15.05.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



МАТЕМАТИЧНЕ МОВЛЕННЯ ЯК ПРОДУКТОГЕННИЙ ФАКТОР ВПЛИВУ В САМОНАВЧАННІ СТУДЕНТІВ ІТ-СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Оксана ДУБІНІНА ✉

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», Україна
Oksana.Dubinina@khp.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0002-6928-0325>

MATHEMATICAL SPEECH AS A PRODUCTIVE FACTOR OF INFLUENCE ON THE SELF-EDUCATION OF STUDENTS OF IT-SPECIALTIES

Oksana DUBININA ✉

National Technical University
«Kharkov Polytechnic Institute», Ukraine
Oksana.Dubinina@khp.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0002-6928-0325>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. На теперішній час при підготовці ІТ-фахівців вища інженерна школа постає перед необхідністю подолання протиріччя між професійно затребуваним широким спектром математичних знань і умінь для вище названих фахівців і обмеженістю у часі отримання вищої професійної освіти. Актуальність роботи детермінується тим, що здатність сучасних фахівців, які беруть участь в індустріальному виробництві програмної продукції, до синтезу та компетентного використання у своїй професійній діяльності математичного апарату, залежить від опанування ними математичної мови, як універсального інформаційно-зберігаючого, комунікативного, трансляційного, інтегруючого наукове знання інструменту загальнопланетарного застосування. Мета презентованого дослідження полягає у з'ясуванні зв'язку та визначенні його міри між станом базових комунікативних якостей математичного мовлення студентів та результатами виконання ними завдань суто професійного характеру.

Матеріали і методи. Обробка експериментальних даних проводилася на основі кореляційного аналізу. У роботі схарактеризовано базові комунікативні якості математичного мовлення, запропоновано авторську концептуальну модель прояву і функціонування математичної мови через математичне мовлення. Проведено порівняльний аналіз скорочення аудиторних годин відведених на вивчення розділів вищої математики для студентів спеціальності Інженерія програмного забезпечення за останні 15 років.

Результати. Поглиблене вивчення математичної мови та розвиток математичного мовлення здобувачів вищої освіти у галузі інформаційно-комунікаційних технологій сприяє продуктивному використанню потенціалу математики задля інтенсифікації навчального процесу по підготовці цих фахівців.

Висновки. Діагностування стану базових комунікативних якостей математичного мовлення майбутніх ІТ-фахівців засвідчило, що не зважаючи на досить високий прохідний бал з математики при вступі до вищого технічного навчального закладу порівняно з іншими інженерними спеціальностями, 7,7% студентів і 22,2% перебуває відповідно на дуже низькому і низькому рівнях сформованості цих якостей. Доведено, що означений факт негативно впливає на здатність самостійного опрацювання здобувачами вищої освіти літератури технічного і математичного спрямування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: математична мова; математичне мовлення; базові якості; математична культура; самоосвіта; програмна інженерія.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Дубініна О. Математичне мовлення як продуктогенний фактор впливу в самонавчанні студентів ІТ-спеціальностей. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 12-18. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-02>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. At present, when training IT specialists, higher engineering schools face the need to overcome the contradiction between the professionally demanded wide range of mathematical knowledge and skills for the above-mentioned specialists and the time limit for obtaining higher professional education. The relevance of the work is determined by the fact that the ability of modern specialists involved in the industrial production of software products to synthesize and competently use the mathematical apparatus in their professional activities depends on their mastery of the mathematical language as a universal information-storing, communicative, translational, integrating scientific knowledge tool for global application. The purpose of the presented study is to clarify the relationship and determine its extent between the state of students' basic communicative qualities of mathematical speech and the results of their performance of purely professional tasks.

Materials and methods. Processing of experimental data was carried out using correlation analysis. The basic communicative qualities of mathematical speech are described in the paper, and the author's conceptual model of the implementation and functioning of the mathematical language through mathematical speech is proposed. The comparative analysis of the reduction of audience time allotted for the study of advanced maths sections for students of the Software Engineering specialty over the past 15 years has been conducted.

Results. Enhanced studying of the mathematical language and development of mathematical speech of higher education graduates in the field of information and communication technologies contributes to the productive use of the potential of mathematics in order to intensify the educational process for the training of these specialists.

Conclusions. Diagnostics of the state of basic communicative qualities of mathematical speech of future IT specialists showed that despite a fairly high passing score in mathematics when entering a higher technical educational institution, compared to other engineering specialties, 7.7% of students and 22.2% are at very low and low levels of these qualities, respectively. It is proven that this fact negatively affects the ability of higher education students to independently process technical and mathematical literature.

KEYWORDS: mathematical language; mathematical speech; basic qualities; mathematical culture; self-education; software engineering.

FOR CITATION: Dubinina, O. (2025). Mathematical Speech as a Productive Factor of Influence on the Self-Education of Students of IT-Specialties. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 12-18. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-02>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Ринок праці IT-фахівців в Україні доволі великий, проте натепер залишається кількісно кадрово ненасиченим. У міжнародному вимірі навпаки за останні 10 років спостерігається тенденція своєрідного скорочення працівників IT-галузі, тобто відбувається звільнення створювачів програмного коду та заміна їх на більш висококваліфікованих фахівців, які спроможні виробляти програми, що самі пишуть і перевіряють програмний код. Прогноз фахових експертів на майбутнє «кодинга у відсутності кодинга», а для сучасного програмування – «полягає не в тому, щоб друкувати, а в тому, щоб думати» (Peterson, 2017).

З огляду на швидкість розвитку безпосередньо самих інформаційних технологій цей тренд стосується всіх країн, залучених до виробництва програмної продукції. Проте не всі робітники IT-галузі зможуть опанувати нові знання і перейти відразу на ті ділянки роботи, які поки що не можна автоматизувати. Отже, актуальною проблемою стає підготовка випускників здатних до самонавчання і професійного самовдосконалення, виявлення факторів впливу на продуктивність та ефективність подібного освітнього процесу.

Аналіз актуальних досліджень. Аналіз досліджень і публікацій з питання математичної підготовки майбутніх фахівців галузі інформаційно-комунікаційних технологій показав, що науково-педагогічні працівники, які займаються професійною підготовкою майбутніх програмних інженерів, а також керівники та провідні фахівці IT-компаній узгоджено підтримують думку про необхідність високого рівня математичної культури інженерів з програмного забезпечення, зважаючи на тенденції розвитку відповідної галузі виробництва. Оскільки, програмна інженерія являє собою специфічну форму інженерії, яка застосовує принципи інформатики та математики для отримання рентабельних рішень в галузі програмного забезпечення (Courant & Robbins, 1996; Denning & Rosenbloom, 2009). Викладання та вивчення мови математики є життєво важливими для розвитку математичної грамотності (Riccomini et al., 2015), а отже і математичної культури. Розробники програмного забезпечення безперервно удосконалюють методи програмування, велика кількість з яких підтверджує свою ефективність в практичних проектах. Тим не менше не припиняють виникати проблеми, які стосуються, наприклад, питань невиконання бюджетів і термінів аж до припинення проектів, в які вкладені зазвичай великі кошти, через людський фактор. Одним із способів покращити ситуацію є концентрація зусиль на більш ефективному та продуктивному навчанні (Klochko, 2004; Kovalyuk & Yefimenko, 2011; Kucheruk, 2011) нового покоління інженерних кадрів та пошук факторів, що впливають на таке навчання.

Мета статті. Відтак, мета презентованого дослідження полягає у з'ясуванні зв'язку та визначенні його міри між станом базових комунікативних якостей математичного мовлення та результатами виконання завдань суто професійного характеру здобувачами вищої освіти у галузі знань «інформаційно-комунікаційні технології». Отже, постають наступні завдання: 1) схарактеризувати базові комунікативні якості математичного мовлення в рамках концептуальної моделі прояву і функціонування математичної мови через математичне мовлення; 2) визначити, згідно розробленої шкали рівнів, і проаналізувати стан базових комунікативних якостей математичного мовлення студентів, що навчаються за спеціальністю інженерії програмного забезпечення; 3) дослідити вплив означених якостей на результати самонавчання.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У пропонованій роботі обробка експериментальних даних проводилася на основі кореляційного аналізу. Система визначення стану базових комунікативних якостей математичного мовлення є порядковою шкалою, оскільки не можливо категорично виміряти на скільки дуже високий рівень означених якостей у одного студента відрізняється у бік збільшення від високого рівня іншого, і на скільки рівень останнього більше того, що має середній рівень. Шкалу успішності виконання лабораторних робіт з програмування, побудовану за допомогою бальних оцінок, строго можна розглядати теж лише як порядкову. Оскільки важко сказати скільки знань, умінь чи навичок «міститься» в одному балі, хоча 100-бальна шкала дає більш диференційовану градацію оцінювання і виникає хибне враження ніби вона метрична.

Відтак аналіз тісноти зв'язку між емпіричними змінними, а саме рівнем базових комунікативних якостей математичного мовлення і успішністю виконання лабораторної роботи з фахової дисципліни, які не можуть бути вимірні в інтервальної або реляційній шкалах, але піддаються впорядкуванню і можуть бути проранжовані по мірі спадання або зростання ознаки, було проведено на основі рангової кореляції Спірмена. Оскільки у разі порядкових шкал приписування чисел неоднозначне, то надані експериментальним даним ранги визначають відносну інтенсивність досліджуваної якості, але не «абсолютну» її величину.

Задля аргументації необхідності проведення емпіричного дослідження та підтвердження його актуальності було здійснено вивчення та проведений порівняльний аналіз навчальних планів по підготовці фахівців з програмної інженерії за останні більш ніж 15 років. Підсумком педагогічного моделювання стала концептуальна модель прояву і функціонування математичної мови через математичне мовлення.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Світова тенденція стосовно вищої освіти сьогодення полягає в тому, що у більшості випадків університети не мають в своєму розпорядженні значних фінансових та кадрових ресурсів. Україна у цьому контексті не є виключенням. Тому підготовка здобувачів вищої освіти у галузі інформаційних технологій, з одного боку, потребує інтенсифікації навчального процесу, з іншого – ринок праці вимагає висококваліфікованих конкурентоспроможних фахівців, що відповідають сучасним постійно зростаючим вимогам, що унеможливує суто механічне скорочення і ущільнення загальних термінів навчання, тривалості семестрів та інших змін, які стосуються навчального плану підготовки IT-фахівців. Відтак, постає необхідність використання загальнодоступних відкритих джерел інтенсифікації навчання, винайдення додаткових дидактичних ресурсів та резервів які дозволять впровадити систему безперервного вдосконалення освітнього процесу, використовуючи навчальний час таким чином, щоб студенти мали змогу у повній мірі опанували практичні знання технічних основ.

Одним із таких резервів є продуктивна самостійна робота студентів по опануванню зовсім нового для них професійно необхідного навчального матеріалу. Тобто не поглиблення і закріплення того знання та практичних умінь і навичок, що були отримані на аудиторних заняттях, а саме спроможність до наукового інженерного пошуку з отриманням практичного результату. Підтвердженням цієї думки, на наш погляд, є існування спеціального курсу лекцій з математичної мови у державному франкомовному університеті дистанційного навчання TÉLUQ, який входить до системи Університету Квебеку і випускає понад 20000 студентів на рік (Affes, 2020).

До математичної підготовки інженера-програміста традиційно входять наступні розділи: лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне числення функції однієї змінної, невизначений інтеграл, визначений інтеграл, функції декількох змінних, кратні та криволінійні інтеграли, елементи теорії поля, диференціальні рівняння, ряди, функції комплексного змінного, операційне числення, комп'ютерна дискретна математика, теорія ймовірностей та математична статистика, теорія графів, дослідження операцій, чисельні та обчислювальні методи.

Порівняльний аналіз навчальних планів за 2006 та 2016 роки, на підставі яких відбувалась професійна підготовка фахівців з програмної інженерії у 2006 / 2007 та 2016 / 2017 навчальних роках, показав скорочення загальної кількості аудиторних годин, наприклад, з вищої математики від 345 до 224 навчальних годин. На тепер цей показник дорівнює 150 годин. Тобто відбулося фактичне скорочення фундаментальної для будь-якої галузі інженерії дисципліни на 195 годин, чи зменшення на 56,5 %. У таблиці 1 наведено динаміку скорочення вище означених аудиторних годин за такими формами навчання студентів, як лекційні та практичні заняття.

Таблиця 1. Зміна чисельності аудиторних годин з вищої математики з 2006 по 2025 роки (спеціальність «Інженерія програмного забезпечення»)

Роки:	2006 / 2007 навчальний рік		2016 / 2017 навчальний рік		2024 / 2025 навчальний рік	
форма занять:	лекції	практика	лекції	Практика	лекції	практика
I семестр	60	60	80	64	49	33
II семестр	75	60	48	32	41	27
III семестр	45	45	–	–	–	–

Джерело: авторська розробка.

Якщо розглядати вищу освіту з точки зору виробництва, то відбулося зниження собівартості підготовки випускників. Проте перед педагогами-науковцями постає завдання не тільки не втратити якість, але винайти шляхи, які дозволять зберегти найкращі науково-методичні здобутки та національні традиції математичної підготовки майбутніх інженерів.

Однією з умов успішного розвитку математичного мовлення є безпосереднє спілкування. Викладачі вищої математики, математичне мовлення яких близьке до досконалого, саме протягом аудиторних занять швидше за все та продуктивніше передають свій досвід студентам.

Встановлено, що сформованість таких категорій як математична мова і математичне мовлення у суб'єктів навчання забезпечують свідомість навчання, позитивно впливають на запам'ятовування і уяву, максимально розкривають можливості математичного стилю мислення, у складі якого такі види як: абстрактне, алгоритмічне, аналітичне, діалектичне, інтуїтивне, креативне, дослідницьке, логічне, практичне, просторове, символічне, структурне, функціональне (Dubiniņa & Kornil, 2016).

Однак існують об'єктивні залежності результату засвоєння математичної мови від розвивального потенціалу освітнього середовища, а саме: залежність темпу збагачення мови від загального рівню математичної культури студента, загального розвитку інтелекту, здібностей до математики, особливостей мовленнєвої пам'яті; засвоєння норм і правил математичної мови; розуміння семантики; активності мовленнєвої практики тощо.

До базових комунікативних якостей математичного мовлення, згідно концептуальної моделі прояву і функціонування математичної мови через математичне мовлення (рис. 1) відносимо наступні.

Доречність – обрання певних мовних засобів, завдяки яким мовлення відповідає меті та умовам спілкування.

Конкретність – високий рівень визначеності, відсутність двозначності математичного мовлення, спроможність однозначного тлумачення природною мовою, носієм якої є студент (Hersh, 2014).

Лаконічність – відсутність розпливчатості, стислість, небагатослівність – викладення думок з використанням найменшої кількості слів. Задля лаконічності мовлення необхідно відокремлювати головне від другорядного, концентрувати виклад на контексті, прибирати з тексту нагромадження зайвих слів. Лаконічність цінується не тільки в письмовому та усному математичному мовленні, але і в мовах програмування.

Логічність – спроможність мовленнєво передати логіку мислення. Одна з основних задач логіки визначити, як прийти до висновку з правильних передумов і отримати істинне знання про предмет роздумів, щоб глибше розібратися в нюансах досліджуваного предмета мислення і його співвідношеннях з іншими аспектами даного явища. Логічне мислення передбачає широке використання засвоєних знань, подолання бар'єру минулого досвіду, відходу від звичного перебігу думки, отримуючи одну думку з іншої, для розв'язання протиріч між актуалізованими знаннями і вимогами проблемної ситуації, спираючись на оригінальність рішень, їх своєрідність. До логічних операцій відносимо аналіз, синтез, порівняння, абстракцію, узагальнення, конкретизацію, тощо. До логічних форм – поняття, судження, оцінки й умовиводи. Логічні операції дозволяють розуму глибше проникати в суть речей і явищ, досягати їх внутрішні закономірності та зв'язки.

Вміння чітко та логічно формулювати думку, щоб належним чином донести її зміст до співрозмовника щільно пов'язане з навичками опрацювання і розуміння математичних текстів. Тому є актуальними публічні виступи студентів під час аудиторних занять різних форм організації навчального процесу. Проте спеціалізовані форми мови використовуються не тільки для спілкування з іншими, але навіть для створення нової математики (Morgan, 2020).

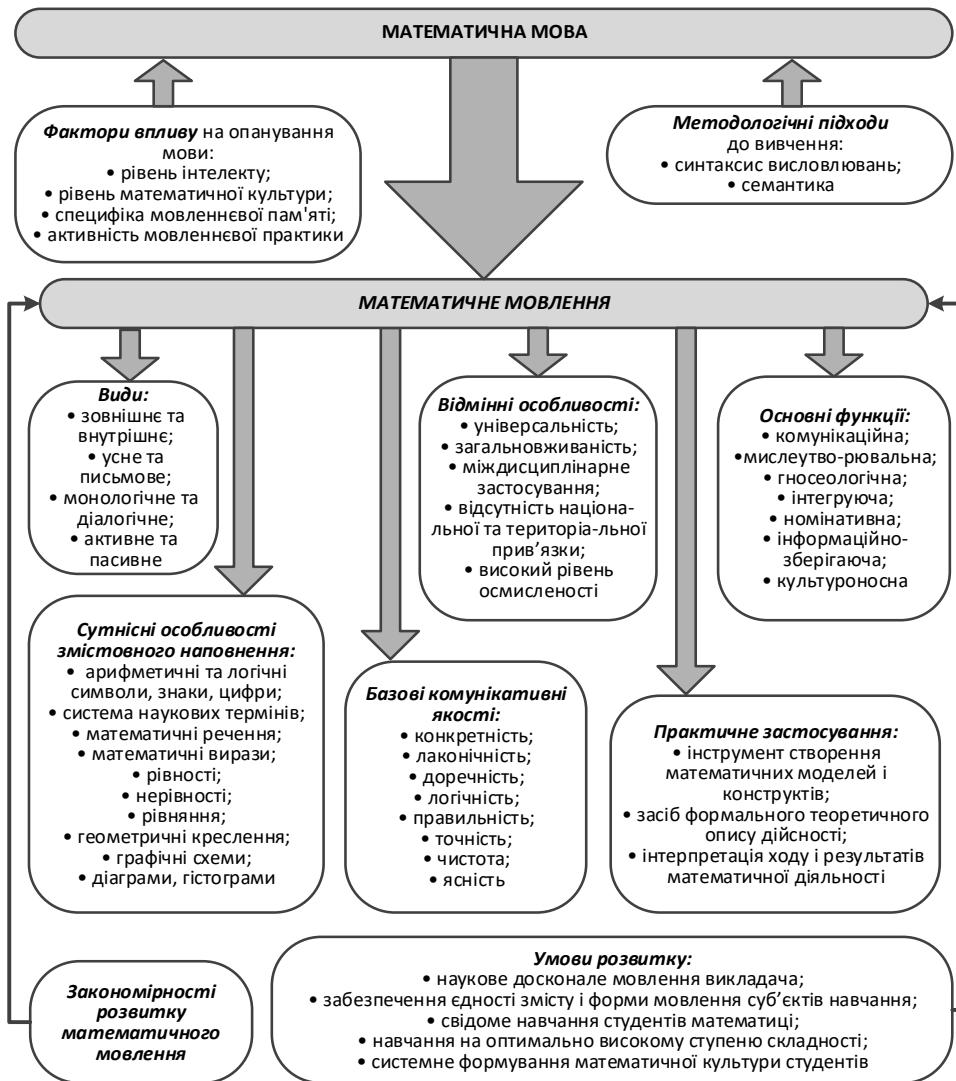


Рис. 1. Концептуальна модель прояву і функціонування математичної мови через математичне мовлення

Джерело: авторська розробка.

Правильність – дотримання усталеної логіко-термінологічної основи мови, уникнення синтаксичних та семантичних помилок. Під синтаксисом (від лат. *сύνταξις* – побудова, порядок, складання) формалізованої мови розуміємо систему правил побудови виразів цієї мови та перевірки того, чи є ці вирази правильно побудованими формулами, аксіомами, теоремами, висновками або доказами, включаючи набір граматичних правил. Отже, тут з'являється універсальність. Наприклад, у дослідженні А. Плотницького (Plotnitsky, 2024) стверджується, що «з моменту свого виникнення в шістнадцятому столітті і до наших днів розвиток сучасної фізики як математично-експериментальної науки визначався винаходом нових математичних структур». Так завдяки використанню диференційних рівнянь стали можливими наступні великі винаходи: класична механіка, електромагнітна теорія Максвелла, теорія відносності, квантова теорія. Підтримує вище означене положення Н. Жизін, зазначаючи, що математична мова формує розуміння часу у фізиці (Gisin, 2020). Також має значення правильне написання знаків і символів, вживання та написання термінів і позначень, виконання і розуміння графічних зображень, креслень, схем, діаграм тощо. Розуміння осмислених виразів математичної мови складає її семантику. Семантичні (від грецької – *σημαντικός* – який означає) – це помилки, пов'язані з неправильним змістом дій, порушенням логіки і використанням неприпустимих значень величин.

Точність – відмінна категорична риса математичної мови, що передбачає раціонально та акуратно виконувати записи, обирати раціональний шлях розв'язань та доказів математичного характеру, усно або письмово не просто правильно передавати факти відповідно до вимог завдання, але і обирати для цієї мети найкращі мовні засоби. Мовленнєві види діяльності, які словесно або письмово сприяють розвитку точно формулювати думки та викладати математичний матеріал одночасно розкривають здібності сприйняття математичних текстів.

Чистота – це відсутність в усному або ж писемному мовленні неприйнятних або, що не відповідають нормам математичної мови елементів. Як зазначають французькі викладачі математики (Rigny & López, 2016), на будь-якому етапі вивчення математичних дисциплін має відбуватися вивчення або удосконалення математичної лексики в певних структурованих рамках. При цьому вони застерігають викладати математичну мову як природню, у якій допускається що значення слів можуть виникати із досвіду. Однак, в математиці це так не працює.

Ясність – усвідомлення і виокремлення предмета мовленнєвого повідомлення у математичному просторі, яке характеризується обґрунтованістю проведених міркувань, умінням самостійно наводити приклади і пояснювати їх.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

На базі Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» серед студентів першого курсу, що навчаються за спеціальністю «Інженерія програмного забезпечення» проведено дослідження по з'ясуванню наявності зв'язка між станом базових якостей математичного мовлення студентів та результатами лабораторних робіт з програмування, виконання яких передбачає попереднє самостійне складання математичної моделі.

Поточний стан базових якостей математичного мовлення студентів вимірювався на основі кваліметричної методики (Дубініна, 2014). При цьому застосовано наступну шкалу рівнів: дуже високий (ДВ); високий (В); середній (С); низький (Н); дуже низький (ДН). Значення питомої вагомості кожної з вище розглянутих якостей, було визначено шляхом експертизи. У якості експертів було залучено близько 40 викладачів циклу математичних дисциплін. Зауважимо, що оскільки основний недолік експертної оцінки - суб'єктивізм, то для отримання більш об'єктивних показників питомої вагомості окремо взятої якості у загальному показнику, нами для визначення узгодженості між експертами було використано коефіцієнт конкордації Кендалла, який склав – 0,78. Що, вочевидь, підтверджує високу узгодженість експертів, тим самим об'єктивізуючи результати експериментального дослідження.

Оцінювання лабораторної роботи з програмування відбувалось за 100-бальною системою ECTS: А (90 – 100 балів) – виконання роботи відмінне лише з незначною кількістю помилок; В (82 – 89 балів) – дуже добре, тобто завдання виконано вище середнього рівня, але з кількома помилками; С (75 – 81 бал) – добре: в цілому правильна робота з певною кількістю значних помилок; D (64 – 74 бали) – задовільно: непогано, але зі значною кількістю недоліків; E (60 – 63 бали) – достатньо: виконання лабораторної роботи задовольняє мінімальним критеріям; Fx (35 – 59 балів) – не задовільно: з можливістю повторного складання на наступному занятті, після усунення вказаних викладачем недоліків; F (1 – 34 бали) – неприйнятно: з обов'язковим повторним вивченням відповідного розділу дисципліни.

До участі в експерименті було залучено 26 студентів, які навчаються в одній академічній групі.

Обробку результатів експерименту здійснено на основі методу рангової кореляції. Вибір цього статистичного методу, в першу чергу, пов'язаний з тим, що досліджувані ознаки виміряні за допомогою різних шкал. Стан базових якостей математичного мовлення – за неметричною якісною шкалою, а виконання лабораторної роботи з програмування – за метричною 100-бальною шкалою. Дані для розрахунків табульовано. Відтак, у таблиці 2 проранжено експериментальні дані задля подальшого знаходження квадратів різниць відповідних рангів.

Отже, об'єм вибірки складає: $n = 26$. Для подальших обчислень введемо наступні позначення: x_j ((2)** , (7)**) та y_j ((4)***, (9)***) – варіанти вибірок X і Y відповідно; Rx_j ((3)****, (8)****) та Ry_j ((5)****, (10)****) – ранги величин X і Y . Тоді $d_j = Rx_j - Ry_j$.

Таблиця 2. Розрахунок коефіцієнту кореляції рангів

(1)*	(2)**	(3)****	(4)***	(5)****	(6)*	(7)**	(8)****	(9)***	(10)****
1	В	19,5	(85) В	21	14	Н	5,5	(66) D	6
2	ДВ	24	(87) В	22	15	Н	5,5	(75) С	12
3	ДВ	24	(96) А	26	16	С	13	(78) С	15
4	С	13	(82) В	19	17	Н	5,5	(60) E	2
5	С	13	(76) С	13	18	В	19,5	(79) С	16
6	С	13	(64) D	4	19	С	13	(70) D	8
7	Н	5,5	(80) С	17	20	Н	5,5	(65) D	5
8	С	13	(74) D	11	21	С	13	(73) D	10
9	ДВ	24	(88) В	23	22	ДН	1,5	(21) F	1
10	ДВ	24	(81) С	18	23	В	19,5	(84) В	20
11	ДН	1,5	(61) E	3	24	С	13	(72) D	9
12	В	19,5	(94) А	25	25	Н	5,5	(67) D	7
13	ДВ	24	(89) В	24	26	С	13	(77) D	14

* – порядковий № студента, який брав участь у експерименті
 ** – стан базових якостей математичного мовлення – ознака X
 *** – бали та відповідна оцінка за виконання лабораторної роботи – ознака Y
 **** – наданий ранг

Джерело: авторська розробка.

У даному випадку значення вимірюваної величини змінюється практично рівномірно, без явних «стрибків». Тобто, якщо розташувати оцінки в порядку зростання, то кожна подальша оцінка відрізняється від попередньої приблизно однаково. Крім того, відмінність значень двох оцінок в порівнянні із самими оцінками відносно невелика. Відтак, у цьому експерименті доцільно використати коефіцієнт Спірмена. Аналіз многокутника розподілу рангів, показує, що певним чином ознаки X і Y пов'язані між собою, проте залишається до кінця не зрозумілим, якого він напрямку та сили.

В експерименті маємо ранги, що повторюються, для ознаки X . В цьому випадку вводиться поправка на однакові ранги в ранговому ряді. Поправка розраховується для кожного ряду окремо. Поправка для кожного ряду розраховується з урахуванням усіх груп однакових рангів в цьому ряді.

Якщо серед значень ознак X та Y зустрічається декілька однакових, утворюються так звані зв'язані ранги, тобто однакові середні номери. У такому разі коефіцієнт Спірмена обчислюється за формулою:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_i d_i^2 - T_x - T_y}{\sqrt{n^3 - n - 12T_x} \cdot \sqrt{n^3 - n - 12T_y}}, \quad (1)$$

де $T_x = \frac{1}{12} \sum_j (T_{xj}^3 - T_{xj})$; $T_y = \frac{1}{12} \sum_k (T_{yk}^3 - T_{yk})$ – поправки для груп з однаковими рангами в рядах X та Y відповідно;

j – номери груп з однаковими рангами по порядку для ознаки X ; T_{xj} – об'єм j -ї групи однакових рангів в ранговому ряду X ;
 k – номери груп з однаковими рангами по порядку для ознаки Y ; T_{yk} – об'єм k -ї групи однакових рангів в ранговому ряду Y .

Відповідно даним таблиці 2 ранги надано за зростанням обох ознак. Тобто, найкращому результату відповідає найбільший ранг. Ознака Y не має повторюваних значень рангів, тому $T_y = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^6 (T_{yk}^3 - T_{yk}) = 0$. За зростанням ознаки X

маємо такі числа однакових рангів по п'яти групах: $T_{x1}=2$; $T_{x2}=6$; $T_{x3}=9$; $T_{x4}=4$; $T_{x5}=5$. Звідси

$$T_x = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^5 (T_{xj}^3 - T_{xj}) = 93.$$

Виконавши розрахунки за формулою (1), отримуємо коефіцієнт Спірмена $r_s = 0,844$. Отже, за шкалою Чертока має місце прямий сильний зв'язок.

Значимість отриманого результату перевіримо шляхом висунення нульової гіпотези про наявність зв'язку між досліджуваними ознаками. Перевірку гіпотези здійснюємо через порівняння розрахункового коефіцієнту r_s з критичним значенням $r_s(n) = r_s(26)$, які беремо із статистичної таблиці «Критичні значення коефіцієнта кореляції рангів Спірмена».

Для $n = 26$ маємо: $r_{0,05}(26) = 0,394$, $r_{0,01}(26) = 0,504$. Отже, гіпотеза про наявність зв'язку підтверджується, та при цьому маємо зв'язок середньої сили. Проілюструємо цей факт, побудувавши відповідну «вісь значущості» (рис. 2).

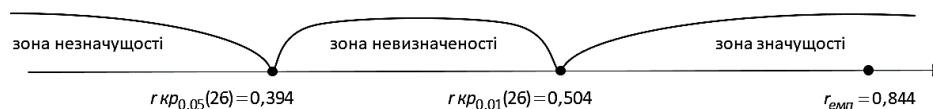


Рис. 2. Вісь значущості

Джерело: авторська розробка.

Отримане значення коефіцієнту рангової кореляції Спірмена доводить, що базові якості математичного мовлення впливають на продуктивність навчання майбутніх програмних інженерів. Цей факт надає підстави вважати, що стан базових комунікативних якостей впливає на якість сприйняття і глибину розуміння текстів технічного і математичного характеру в ході самостійного вивчення наукової літератури.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Резюмуючи вище викладене дослідження, можна стверджувати, що викладання циклу математичних дисциплін для здобувачів вищої освіти з інформаційних технологій доцільно проводити з акцентом на поглиблене вивчення математичної мови та розвиток математичної мовленнєвої компетенції студентів. Оскільки таке спрямування сприяє продуктивному використанню потенціалу математики задля інтенсифікації навчального процесу в ході підготовки цих фахівців.

Діагностування стану базових комунікативних якостей математичного мовлення майбутніх ІТ-фахівців засвідчило, що не зважаючи на досить високий прохідний бал з математики при вступі до вищого технічного закладу порівняно з іншими інженерними спеціальностями, 7,7% студентів і 22,2% перебуває відповідно на дуже низькому і низькому рівнях їх сформованості. Доведено, що означений факт негативно впливає на здатність самостійного опрацювання здобувачами вищої освіти літератури технічного і математичного спрямування.

Перспективою подальших розвідок є перегляд структурно-логічної схеми підготовки бакалаврів з метою встановлення нових зв'язків між предметами професійного і математичного циклів, що дозволить цілеспрямовано здійснювати пошук резервів покращення якості освіти майбутніх працівників ІТ-сфери. Вважаємо, що в ході підвищення кваліфікації викладачів математичних дисциплін доцільною проводити цілеспрямовану роботу щодо теоретичної, практичної і методичної їх готовності до підвищення рівню розвитку математичного мовлення студентів у вищій школі. Також подальші дослідження можуть зосередитися на вдосконаленні кваліметрії математичної мови.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

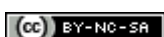
1. Дубініна, О. М. (2014) Кваліметрія математичної культури студентів за напрямом професійної підготовки «Програмна інженерія». *Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти*, 5 (2), 17-22.
2. Клочко, В. І. (2004) Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій. *Дидактика математики: проблеми і дослідження*, 22, 10-15.
3. Ковалюк, Т., & Єфіменко, О. (2011) Про розвиток ІТ – освіти України. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Комп'ютерні науки та інформаційні технології*, 719, 293-297.

4. Кучерук, О. Я. (2011) Роль математичної підготовки у професійній підготовці IT-фахівців. *Вища освіта України. Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору»*, 3, 216-222.
5. Affes, H. (2020) *Langage mathématique de base. Module 1: Cours magistral*. Université TÉLUQ. URL : https://mat1001.teluq.ca/teluqDownload.php?file=2020/01/MQT1001_Module1_lecture_ha.pdf
6. Courant, R., & Robbins, H. (1996) *What Is Mathematics? An Elementary Approach to Ideas and Methods*. London: Oxford University Press.
7. Denning, P. J., & Rosenbloom, P. S. (2009) Computing: The fourth great domain of science. *Communications of the ACM*, 52 (9), 27-29.
8. Dubinina, O., & Kornil, T. (2016). Mathematical language at technical university. *Theory and practice of social systems management*, 4, 26-34.
9. Gisin, N. (2020) Mathematical languages shape our understanding of time in physics. *Nature Physics*, Volume 16, pp.114-116. Springer Nature Limited. <https://doi.org/10.1038/s41567-019-0748-5>
10. Hersh, R. (2014) *Experiencing Mathematics: what do we do, when we do mathematics?* Providence, USA: American mathematical society.
11. Morgan, C. (2020). Mathematical Language. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_99
12. Peterson, B. (2017) The CEO of GitHub, which caters to coders, thinks automation will bring an end to traditional software programming. *Business insider*, 10. URL : <http://www.businessinsider.com/github-ceo-wanstrath-says-automation-will-replace-software-coding-2017-10>
13. Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015) The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & Writing Quarterly. Instructional Support for Language Barriers in the Learning and Teaching of Mathematics*, 31(3), 235-252. DOI: 10.1080/10573569.2015.1030995
14. Rigny, A., & López, P. (2016). *Le langage mathématique dans tous ses états*. EDP Sciences.
15. Plotnitsky, A. (2024). "In Mathematical Language": On Mathematical Foundations of Quantum Foundations. *Entropy*, 26(11), 989. <https://doi.org/10.3390/e26110989>

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Dubinina, O. M. (2014). Kvalimetriia matematychnoi kultury studentiv za napriamom profesiinoi pidhotovky «Prohramna inzheneriia» [Qualitative assessment of students' mathematical culture in the direction of professional training "Software engineering"]. *Naukovi zapysky. Seriia: Problemy metodyky fizyko-matematychnoi i tekhnolohichnoi osvity – Scientific notes. Series: Problems of methodology of physical, mathematical and technological education*, 5 (2), 17-22 (in Ukrainian).
2. Klochko, V. I. (2004) Problema transformatsii zmistu kursu vyshchoi matematyky v tekhnichnykh universytetakh v umovakh vykorystannia suchasnykh informatsiynykh tekhnolohii [The problem of the transformation of the course contents of higher mathematics in technical universities in the use of modern information technologies]. *Dydaktyka matematyky: problemy i doslidzhennia: Mizhnarodnyi zbirnyk naukovykh robot – Didactics of mathematics: Problems and investigations: International collection of scientific works*, 22, 10-15 (in Ukrainian).
3. Kovaliuk, T., & Yefimenko, O. (2011) Pro rozvytok IT-osvity Ukrainy [On the development of IT education in Ukraine]. *Visnyk Natsionalnoho universytetu «Lvivska politekhnika»*. *Kompiuterni nauky ta informatsiini tekhnolohii – Bulletin of the Lviv Polytechnic National University. Computer Science and Information Technology*, 719, 293-297 (in Ukrainian).
4. Kucheruk, O. Ya. (2011) Rol matematychnoi pidhotovky u profesiinii pidhotovtsi IT-fakhivtsiv [The role of mathematical training in the training of IT specialists]. *Vyshcha osvita Ukrainy. Tematychnyi vypusk «Vyshcha osvita Ukrainy u konteksti intehratsii do yevropeiskoho osvitnoho prostoru» – Higher education of Ukraine. Thematic edition «Higher Education of Ukraine in the Context of Integration into the European Educational Space»*, 3, 216-222 (in Ukrainian).
5. Affes, H. (2020) *Langage mathématique de base. Module 1: Cours magistral*. Université TÉLUQ. https://mat1001.teluq.ca/teluqDownload.php?file=2020/01/MQT1001_Module1_lecture_ha.pdf (in French)
6. Courant, R. & Robbins, H. (1996) *What Is Mathematics? An Elementary Approach to Ideas and Methods*. London: Oxford University Press.
7. Denning, P. J., & Rosenbloom, P. S. (2009) Computing: The fourth great domain of science. *Communications of the ACM*, 52 (9), 27-29.
8. Dubinina, O., & Kornil, T. (2016). Mathematical language at technical university. *Theory and practice of social systems management*, 4, 26-34.
9. Gisin, N. (2020) Mathematical languages shape our understanding of time in physics. *Nature Physics*, Volume 16, pp.114-116. Springer Nature Limited. <https://doi.org/10.1038/s41567-019-0748-5>
10. Hersh, R. (2014) *Experiencing Mathematics: what do we do, when we do mathematics?* Providence, USA: American mathematical society.
11. Morgan, C. (2020). Mathematical Language. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_99
12. Peterson, B. (2017) The CEO of GitHub, which caters to coders, thinks automation will bring an end to traditional software programming. *Business insider*, 10. URL : <http://www.businessinsider.com/github-ceo-wanstrath-says-automation-will-replace-software-coding-2017-10>
13. Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M. & Fries, K. M. (2015) The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & Writing Quarterly. Instructional Support for Language Barriers in the Learning and Teaching of Mathematics*, 31(3), 235-252. <http://dx.doi.org/10.1080/10573569.2015.1030995>
14. Rigny, A., & López, P. (2016). *Le langage mathématique dans tous ses états*. EDP Sciences (in French).
15. Plotnitsky, A. (2024). "In Mathematical Language": On Mathematical Foundations of Quantum Foundations. *Entropy*, 26(11), 989. <https://doi.org/10.3390/e26110989>

| Матеріал надійшов до редакції: 08.03.2025 р. | Прийнято до друку: 24.04.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ВЧИТЕЛЯМИ СЕРВІСІВ ГЕНЕРАТИВНОГО ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ У НАВЧАННІ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ПРЕДМЕТІВ

Валентина КОВАЛЕНКО ✉

Інститут цифровізації освіти НАПН України, Україна
Державна науково-педагогічна бібліотека України
імені В. О. Сухомлинського, Україна
kovalenko@iitlt.gov.ua
<https://orcid.org/0000-0002-4681-5606>

Майя МАР'ЄНКО

Інститут цифровізації освіти НАПН України, Україна
popel@iitlt.gov.ua
<https://orcid.org/0000-0002-8087-962X>

METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF TEACHERS' USE OF GENERATIVE ARTIFICIAL INTELLIGENCE SERVICES IN TEACHING NATURAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Valentyna KOVALENKO ✉

Institute of digitalization of education of NAES of Ukraine, Ukraine
V. Sukhomlynskyi State Scientific
and Educational Library of Ukraine, Ukraine
kovalenko@iitlt.gov.ua
<https://orcid.org/0000-0002-4681-5606>

Maiia MARIENKO

Institute of digitalization of education of NAES of Ukraine, Ukraine
popel@iitlt.gov.ua
<https://orcid.org/0000-0002-8087-962X>

АНОТАЦІЯ

У статті досліджено методичні засади використання вчителями сервісів генеративного штучного інтелекту (ГШІ) у навчанні природничо-математичних предметів. Проаналізовано наукові публікації щодо використання вчителями сервісів ГШІ, у навчанні природничо-математичних предметів, визначено методичні засади їх використання у складі методів і форм навчання природничо-математичних предметів із використанням ГШІ, засобів навчання.

Формулювання проблеми. Для даного дослідження важливим є представлення проблеми визначення методичних засад використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів.

Матеріали і методи. Використано комплекс методів: аналіз, систематизація, узагальнення наукових джерел, аналіз наукових публікацій вітчизняних і закордонних вчених, нормативно-правових документів, узагальнення власного досвіду та ін. На основі прогностичного підходу було визначено шляхи подальших наукових досліджень щодо використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів.

Результати. У дослідженні визначено методичні засади використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів, які складаються з методів навчання природничо-математичних предметів із використанням ГШІ, форм навчання природничо-математичних предметів із використанням ГШІ та засобів навчання.

Висновки. Використання ГШІ у навчанні природничо-математичних дисциплін сприяє персоналізації освіти, підвищенню мотивації учнів і покращенню візуалізації навчального матеріалу, особливо у STEM-галузі. Проте ефективне впровадження ГШІ потребує науково обґрунтованих методичних підходів, законодавчого врегулювання та підвищення цифрової компетентності педагогів, зокрема, щодо використання ГШІ в освітньому процесі. Важливим є поєднання традиційних методів навчання з ГШІ, а також дотримання етичних принципів, зокрема доброчесності та захисту персональних даних. Учителю залишається ключовою фігурою освітнього процесу, виконуючи роль наставника та розвиваючи критичне мислення учнів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: методичні засади; вчителі; сервіси ГШІ; освітній процес; природничо-математичні предмети.

ABSTRACT

The article examines the methodological principles of teachers' use of generative artificial intelligence (GAI) services in teaching science and mathematics. Scientific publications on teachers' use of generative artificial intelligence services in the educational process, particularly in teaching science and mathematics, are analyzed. The methodological principles of teachers' use of GAI services in teaching science and mathematics, which consist of teaching science and mathematics using GAI, forms of teaching science and mathematics using GAI, and teaching aids, are determined.

Formulation of the Problem. For this study, it is essential to present the problem of determining the methodological principles of teachers using generative artificial intelligence services in teaching natural and mathematical subjects.

Materials and Methods. A set of methods was used: analysis, systematization, generalization of scientific sources, analysis of scientific publications of domestic and foreign scientists, regulatory documents, generalization of own experience, etc. Based on the prognostic approach, ways of further scientific research were determined on teachers' use of generative artificial intelligence services in teaching natural and mathematical subjects.

Results. The study determined the methodological principles of using generative artificial intelligence services by teachers in teaching natural and mathematical subjects, which consist of methods of teaching natural and mathematical subjects using generative artificial intelligence, forms of teaching natural and mathematical subjects using generative artificial intelligence, and teaching aids.

Conclusion. The use of GAI in teaching science and mathematics contributes to the personalization of education, increasing student motivation and improving the visualization of educational material, especially in the STEM field. However, the effective implementation of GAI requires scientifically sound methodological approaches, legislative regulation, and increasing the digital competence of teachers, in particular regarding the use of AI in the educational process. It is essential to combine traditional teaching methods with GAI and adhere to ethical principles, particularly integrity and protection of personal data. The teacher remains a key figure in the educational process, fulfilling the role of a mentor and developing students' critical thinking.

KEYWORDS: methodological foundations; teachers; GAI services; educational process; natural and mathematical sciences.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Коваленко В., Мар'єнко М. Методичні засади використання вчителями сервісів генеративного штучного інтелекту у навчанні природничо-математичних предметів. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 19-24. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-03>.

FOR CITATION: Kovalenko, V., & Marienko, M. (2025). Methodological Foundations of Teachers' Use of Generative Artificial Intelligence Services in Teaching Natural and Mathematical Sciences. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 19-24. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-03>.

ВСТУП

Постановка проблеми. У сучасному світі генеративний штучний інтелект відіграє дедалі важливішу роль у науці, освіті та технологічному розвитку суспільства. Використання наукових нейронних мереж глибокого навчання, що застосовують розпізнавання об'єктів та великі дані, є значущим проривом у галузі машинного навчання. Зокрема, модель Стенфордської нейронної мережі GPT та її інтеграція з методологіями географічно розподілених екосистем відкривають нові горизонти у сфері досліджень. Використання великих онлайн-сховищ даних, таких як Техаське сховище, що об'єднує наукові ресурси різних університетів, таким чином створюючи умови для зростання відкритої науки.

Сьогодні не втрачають своєї актуальності дослідження пов'язані з використанням GPT в освітньому процесі. Зокрема, у міжнародних наукових колах активно обговорюється питання застосування GPT в навчанні. Інструмент DALL-E AI, розроблений OpenAI, використовується для створення навчальних матеріалів, що сприяє кращому розумінню дисциплін серед студентів та учнів. Дослідження Хана та Лулвані демонструють потенціал GPT для віртуальних класів, тоді як Альхумайд аналізує ставлення студентів та освітніх установ до впровадження інтелектуальних технологій у навчальний процес. Гарсія-Мартінес із колегами підтверджують позитивний вплив GPT на мотивацію студентів, особливо у STEM-освіті.

Разом з тим, виникає ряд проблем, пов'язаних із ефективним використанням GPT у навчанні природничо-математичних дисциплін. Однією з головних проблем є відсутність чітких методичних підходів до інтеграції сервісів GPT у шкільну освіту. Вчителі часто не мають достатніх знань про можливості та обмеження таких технологій як GPT, що ускладнює їх застосування у освітньому процесі. Крім того, важливим аспектом також є розробка рекомендацій щодо доцільного використання GPT з урахуванням дидактичних принципів і потреб учнів різних вікових категорій.

Нові можливості відкритої науки, засновані на глобальних мережах і сучасних алгоритмах глибокого навчання, створюють передумови для вдосконалення освітніх методик. Онлайн-репозиторії дослідницьких даних дозволяють ділитися навчальними ресурсами, що сприяє персоналізації навчання та підвищенню його доступності. Водночас такі системи потребують належної організації та підтримки, щоб гарантувати їх ефективне функціонування (Мар'єнко & Коваленко, 2023).

GPT в освіті також стикається з викликами, пов'язаними з адаптацією навчальних матеріалів до особливостей цифрового середовища. Важливим є розробка методик, які забезпечать коректну взаємодію учнів з сервісами GPT, враховуючи їх когнітивні особливості та рівень підготовки. Не менш важливим залишаються питання оцінки ефективності використання GPT у освітньому процесі, що потребує проведення емпіричних досліджень і системного аналізу отриманих результатів.

Крім того, обов'язково необхідно враховувати етичні та соціальні аспекти використання GPT в освіті. Важливо забезпечити прозорість алгоритмів, уникати упередженості в навчальних матеріалах та створювати умови для безпечного використання GPT учнями. Також слід розробляти механізми для контролю за якістю контенту, який генерується штучним інтелектом, щоб уникнути поширення недостовірної або неточної інформації. Успішна інтеграція GPT в освітній процес вимагає співпраці між розробниками технологій GPT, дослідниками і педагогами для створення ефективних та адаптивних навчальних рішень щодо етичного використання GPT.

Таким чином, актуальним завданням є розроблення методичних засад використання сервісів GPT у навчанні природничо-математичних предметів. Визначення оптимальних шляхів впровадження цих технологій допоможе зробити освітній процес ефективнішим та доступнішим для широкого кола учнів, що сприятиме розвитку освіти в умовах цифрової епохи.

Аналіз актуальних досліджень. Проаналізуємо деякі наукові публікації та нормативні документи, щодо стосуються проблеми розробки методичних засад використання вчителями сервісів GPT у навчанні природничо-математичних предметів.

Відповідно до Регламенту ЄС про штучний інтелект (European Commission. AI Act, 2024), використання GPT в освітній сфері класифікується як високоризикове, особливо у випадках автоматизованого ухвалення рішень щодо доступу до закладів освіти. Водночас документ акцентує увагу на можливих економічних і соціальних перевагах впровадження GPT в освіті.

ЮНЕСКО у 2023 році опублікувало чергові рекомендаційні матеріали щодо використання GPT в освіті та дослідженнях. Поява ChatGPT та подібних інструментів викликала глобальний резонанс, активізувала конкуренцію серед технологічних компаній і спричинила дискусії в освітянській спільноті щодо етичності та ризиків їх застосування. Деякі заклади освіти заборонили GPT, тоді як інші прагнуть навчати його ефективному та відповідальному використанню. GPT має значний потенціал для автоматизації рутинних завдань і сприяння навчанню, проте також породжує виклики, пов'язані з безпекою, конфіденційністю та авторськими правами. Рекомендації ЮНЕСКО спрямовані на формування відповідних політик і програм, що дозволять використовувати GPT як корисний інструмент для викладачів, студентів і дослідників, підкреслюючи, що технології мають доповнювати, а не замінювати людський потенціал у вирішенні освітніх викликів (Miao Fengchun & Holmes Wayne, 2023).

Одним із основних нормативних документів в Україні є Стратегія розвитку вищої освіти в Україні на 2021–2031 роки (Стратегія розвитку, 2020). В даному документі наголошується, що рівень цифровізації освітнього процесу значно відстає від інших галузей, що стримує потенціал модернізації вищої освіти. Документ наголошує на

необхідності активного впровадження цифрових технологій у всі аспекти навчання, управління освітніми установами та наукової діяльності. Для цього передбачається розвиток цифрової інфраструктури, створення сучасних електронних платформ, розширення доступу до відкритих освітніх ресурсів та використання ГШІ для персоналізації освітнього процесу.

Окрім цього, Стратегія розвитку вищої освіти в Україні на 2021–2031 роки (Стратегія розвитку, 2020) передбачає підвищення цифрової компетентності викладачів і студентів, що стане ключовим чинником ефективного використання нових технологій. Планується розробка спеціальних навчальних програм і курсів, спрямованих на вдосконалення навичок роботи з цифровими інструментами, а також стимулювання наукових досліджень у сфері освітніх технологій. Важливим аспектом є також забезпечення кібербезпеки та захисту даних, що набуває особливого значення в умовах цифрової трансформації освіти. Тож, реалізація цієї стратегії сприятиме створенню сучасної, гнучкої та конкурентоспроможної системи вищої освіти в Україні.

У 2024 році Міністерство освіти і науки України разом із Міністерством цифрової трансформації України та робочою групою із 30 фахівців – представників Міністерства освіти і науки України, наукового середовища, інститутів підвищення кваліфікації, університетів, шкіл і громадського сектору, розробили проєкт інструктивно-методичних рекомендацій щодо запровадження та використання технологій штучного інтелекту в ЗЗСО (Проєкт інструктивно-методичних рекомендацій, 2024). Дані інструктивно-методичні рекомендації спрямовані на відповідальне використання ШІ в загальній середній освіті, дотримання прав людини та етичних стандартів, а також підвищення обізнаності вчителів про можливі ризики. Вони базуються на міжнародних практиках і сприяють критичному та ефективному застосуванню ШІ у викладанні, покращуючи навчальний досвід учнів і розвиток необхідних навичок.

У попередній публікації авторів (Мар'єнко & Коваленко, 2023) обґрунтовано роль штучного інтелекту та відкритої науки в освіті. Литвинова С. Г., Водоп'ян Н. І. і Сисоєва О. І. розглядають штучний інтелект у середній освіті, як інноваційний інструмент вчителя для забезпечення індивідуалізованого навчання учнів (Литвинова et al., 2023). Грамотність зі штучного інтелекту в середній освіті: методологічні підходи та проблеми представлені у публікації (Мар'єнко et al., 2023). Шишкіна М. П. і Коваленко В. В. у статті (Шишкіна & Коваленко, 2024) описують хід та результати досліджень, проведених в Інституті цифровізації освіти НАПН України, щодо використання штучного інтелекту в середній освіті. Методичні рекомендації (Коваленко & Мар'єнко, 2024) розкривають питання використання вчителями сервісів штучного інтелекту у навчанні природничо-математичних предметів у закладах загальної середньої освіти.

У публікації (Jančařík et al., 2022) розглядається асистент штучного інтелекту для навчання математики. Генеративні інструменти штучного інтелекту та концептуальні знання у розв'язуванні задач з хімії описані у (Daher et al., 2023). Автори Foltýnek T., Vjelobaba S., Glendinning I., Khan Z. R., Santos R., Pavletic P., Kravjar, J. обґрунтовують рекомендації ENAI щодо етичного використання штучного інтелекту в освіті (Foltýnek et al., 2023).

З урахуванням визначення методичних засад використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів актуальним залишається подальше теоретичне та експериментальне дослідження цього процесу. Необхідним є уточнення ефективних підходів, удосконалення методичних основ та визначення оптимальних шляхів впровадження ГШІ в освітню діяльність, враховуючи його педагогічний потенціал та інноваційний характер.

Мета статті. Визначити методичні засади використання вчителями сервісів генеративного штучного інтелекту у навчанні природничо-математичних предметів.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення мети дослідження було використано комплекс методів, а саме: аналіз, систематизація, узагальнення наукових джерел, аналіз наукових публікацій вітчизняних і закордонних вчених, нормативно-правових документів, узагальнення власного досвіду та ін. На основі прогностичного підходу було визначено шляхи подальших наукових досліджень щодо використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для нашого дослідження важливим є визначення методичних засад використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів. Ґрунтуючись на попередньому дослідженні авторів (Коваленко & Мар'єнко, 2024), ми вважаємо, що методичні засади використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів складаються з таких компонентів:

1. *Методи навчання природничо-математичних предметів із використанням ГШІ.* Серед відібраних методів: методи організації і здійснення навчально-пізнавальної діяльності (опис явищ, подій, процесів, роз'яснення причинно-наслідкових зв'язків тощо), методи стимулювання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності (створення проблемних ситуацій, організація змагань, заохочення тощо), методи контролю і самоконтролю навчально-пізнавальної діяльності (контроль та самоконтроль).

2. *Форми навчання природничо-математичних предметів із використанням ГШІ.* Серед форм навчання виділяємо: індивідуальну траєкторію навчання (організація самостійної роботи, адаптивне тестування, роботи-тьютори тощо) та індивідуально-групову траєкторію навчання (інтерактивне навчання: вікторини, рольові ігри, симуляції, тренінгові заняття тощо).

3. *Засоби навчання.* До засобів навчання відносимо сервіси ГШІ по дисциплінам природничо-математичного циклу, комп'ютери, ноутбуки, смартфони, смарт-дошки, доступ до мережі Інтернет, програмне забезпечення (Коваленко & Мар'єнко, 2024).

На рис. 1 схематично зображені основні компоненти методичних засад використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів.

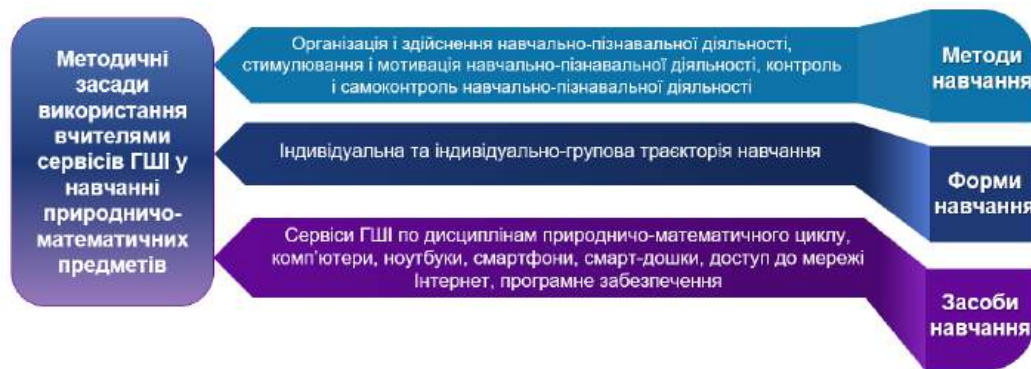


Рис. 1. Методичні засади використання вчителями сервісів ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів

Джерело: авторське формулювання ґрунтується на основі дослідження (Коваленко & Мар'єнко, 2024).

У методичних рекомендаціях (Коваленко & Мар'єнко, 2024) зазначено, що використання ГШІ в навчанні природничо-математичних дисциплін дозволяє реалізувати принципи персоналізованого навчання. Алгоритми аналізують відповіді учнів і пропонують індивідуальні завдання відповідно до рівня їх підготовки. Це особливо важливо для таких предметів, як математика, фізика, хімія та біологія, де засвоєння матеріалу потребує системного підходу та поступового ускладнення задач. Також ГШІ може автоматично виявляти прогалини у знаннях і рекомендувати відповідні навчальні ресурси для їх усунення, забезпечуючи гнучке та ефективне навчання.

Крім того автори (Коваленко & Мар'єнко, 2024), значну увагу в методичних рекомендаціях приділяють використанню інтерактивних платформ та віртуальних лабораторій, що базуються на ГШІ. Такі технології дають змогу учням самостійно проводити експерименти, моделювати фізичні й хімічні процеси, вивчати структури біологічних організмів у віртуальному просторі. Це сприяє формуванню дослідницьких навичок та розвитку критичного мислення. Водночас автори наголошують на важливості балансу між використанням сервісів ГШІ та традиційними методами навчання, адже роль учителя залишається ключовою у процесі навчання природничо-математичних дисциплін, навіть за умов активного впровадження ГШІ.

На нашу думку стрімкий розвиток технологій ГШІ відкриває нові перспективи для освіти, зокрема в удосконаленні освітніх практик, підвищенні його ефективності освітнього процесу та забезпеченні індивідуального підходу до кожного учня. Водночас інтеграція сервісів ГШІ у навчання ставить перед педагогами ряд важливих питань, що стосуються інклюзивності, академічної доброчесності, ролі вчителя та етичного використання технологій ГШІ тощо.

Тому під час добору та впровадження сервісів ГШІ необхідно враховувати ряд принципових положень:

1. *Інклюзивність та доступність сервісів ГШІ.* Використання сервісів ГШІ має бути спрямоване на створення рівних можливостей для всіх учнів, незалежно від їх фізіологічних особливостей, когнітивних можливостей та потреб. Це зможе передбачити адаптацію цифрових інструментів для учнів з особливими освітніми потребами, що сприятиме забезпеченню інклюзивного освітнього середовища.

2. *Сервіси ГШІ лише як допоміжні інструменти.* Сервіси ГШІ не повинні замінювати традиційні методи навчання, а мають слугувати помічниками для вчителя і учня. Основні знання, уміння та навички мають формуватися через безпосередню роботу в класі, активну взаємодію з учителем, самостійну діяльність учнів та глибоке занурення в навчальний матеріал.

3. *Етичне використання сервісів ГШІ.* Навчання учнів правилам доброчесності у контексті використання ГШІ є надзвичайно важливим. Вони мають усвідомлювати відповідальність за доброчесне використання цифрових технологій, уникати некоректного застосування ГШІ для допомоги у підготовці домашніх завдань та розуміти можливі обмеження цих технологій. Також, питання конфіденційності даних учнів, запобігання можливим упередженням у відповідях ГШІ та контроль над якістю інформації є важливим. Заклади освіти повинні розробляти політики відповідального використання ГШІ, щоб уникнути ризиків, пов'язаних із надмірною автоматизацією навчання та зниженням ролі критичного мислення.

4. *Роль вчителя в освітньому процесі залишається ключовою.* Незважаючи на підвищений інтерес до використання сервісів ГШІ, вчитель має залишатися ключовою фігурою у освітньому процесі. Його завдання полягає у підтримці, мотивації та супроводі учнів у процесі їх навчання, забезпеченні розвитку критичного мислення та формуванні навичок самостійної роботи (Коваленко & Мар'єнко, 2024).

Ми вважаємо, що одним із важливих аспектів використання сервісів ГШІ у освітньому процесі є підготовка педагогів до роботи з ГШІ. Вчителі повинні отримати відповідні знання, уміння та навички для ефективного використання технологій ГШІ у освітньому процесі, зокрема у навчанні природничо-математичних предметів. Це включає здатність адаптувати навчальні матеріали, контролювати використання ГШІ учнями та формувати у них розуміння обмежень та можливостей ГШІ.

Зміни в освітніх програмах також можуть сприяти більш ефективному використанню ГШІ. Розвиток цифрової компетентності, критичного мислення та навичок роботи з даними допоможе учням використовувати технології ГШІ не лише для отримання знань, а й для їх аналізу та творчого застосування. Заклади освіти мають розглядати ГШІ не як заміну традиційним методам навчання, а як один з цифрових інструментів, що доповнює та збагачує освітній процес.

Також, важливим є залучення учнів до процесу впровадження та використання ГШІ у освітній процес, їх зворотна реакція допоможе розробникам технологій і педагогам вдосконалювати навчальні платформи, враховуючи реальні потреби користувачів. Створення інтерактивних середовищ, де учні можуть експериментувати з сервісами ГШІ,

аналізувати їх можливості, сприятиме формуванню активного, самостійного підходу до навчання та ефективному засвоєнню навчального матеріалу.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

За результатами проведеного дослідження ми дійшли певних висновків. Використання ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів відкриває широкі можливості для персоналізації освітнього процесу, покращення візуалізації матеріалу та підвищення мотивації учнів. Дослідження підтверджують позитивний вплив ГШІ на навчання, особливо у STEM-дисциплінах, проте його впровадження потребує науково обґрунтованих методичних підходів.

Однією з основних проблем є відсутність чітких методичних рекомендацій, що врегульовані на законодавчому рівні, щодо впровадження ГШІ у освітній процес. Недостатня обізнаність педагогів про можливості та обмеження ГШІ ускладнює його ефективне використання. Важливо також враховувати дидактичні принципи та адаптувати ГШІ до рівня підготовки учнів різних вікових груп.

Використання ГШІ у навчанні природничо-математичних предметів має ґрунтуватися на поєднанні традиційних методів навчання та цифрових технологій. Серед важливих аспектів – розробка методів організації навчально-пізнавальної діяльності, інтерактивного навчання та використання адаптивних освітніх платформ.

Інтеграція ГШІ у освітній процес потребує дотримання етичних принципів, зокрема академічної доброчесності, прозорості алгоритмів та захисту персональних даних учнів. Необхідно забезпечити контроль якості контенту, що генерується ШІ, та запобігати поширенню упередженої або неточної інформації.

Незважаючи на розвиток технологій, учитель має залишатися центральною фігурою в освітньому процесі. Завдання вчителя полягає у підтримці, мотивації та формуванні критичного мислення учнів. Вчителі мають бути підготовлені до роботи з ГШІ, отримуючи відповідні знання, уміння та навички для ефективного використання цих сервісів.

Впровадження ГШІ потребує підвищення цифрової компетентності педагогів, зокрема щодо використання ГШІ в освітньому процесі, створення навчальних програм та курсів, спрямованих на розвиток навичок роботи з ГШІ. Заклади освіти повинні розглядати сервіси ГШІ не як заміну традиційним методам навчання, а як цифрові інструменти, що доповнюють та розширюють можливості освітнього процесу.

Подальші дослідження плануємо спрямувати на розробку методичних рекомендацій щодо впровадження ГШІ у навчання природничо-математичних дисциплін.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

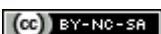
1. Daher, W., Diab, H., & Rayan, A. (2023). Artificial intelligence generative tools and conceptual knowledge in problem solving in chemistry. *Information*, 14(7), 409. <https://doi.org/10.3390/info14070409>
2. European Commission. (2024). *AI Act*. <https://digital-strategy.ec.europa.eu/en/policies/regulatory-framework-ai>
3. Foltynek, T., Bjelobaba, S., Glendinning, I., Khan, Z. R., Santos, R., Pavletic, P., & Kravjar, J. (2023). ENAI recommendations on the ethical use of artificial intelligence in education. *International Journal for Educational Integrity*, 19, 12. <https://doi.org/10.1007/s40979-023-00133-4>
4. Jančařík, A., Jarmila, N., & Michal, J. (2022). Artificial intelligence assistant for mathematics education. In P. Fotaris & A. Blake (Eds.), *ECEL 2022*, 21 (pp. 143–148). Academic Conferences International Limited. <https://doi.org/10.34190/ecel.21.1.783>
5. Lytvynova, S. H., Vodopian, N. I., & Syssoeva, O. I. (2023). Artificial intelligence in secondary education: An innovative teacher's tool to ensure individualised learning for students. In *International Conference on New Media Pedagogy* (pp. 393–412). Cham: Springer Nature Switzerland.
6. Marienko, M. V., Semerikov, S. O., & Markova, O. M. (2023). Artificial intelligence literacy in secondary education: Methodological approaches and challenges. In *Proceedings of the 11th Workshop on Cloud Technologies in Education (CTE 2023)*, Kryvyi Rih, Ukraine, December 22, 2023 (Vol. 3679, pp. 87-97). CEUR Workshop Proceedings. Retrieved from <https://ceur-ws.org/Vol-3679/>
7. Miao, F., & Holmes, W. (2023). *Guidance for generative AI in education and research*. UNESCO. <https://doi.org/10.54675/EWZM9535>
8. Коваленко, В. В., & Мар'єнко, М. В. (Ред.). (2024). *Використання вчителями сервісів штучного інтелекту у навчанні природничо-математичних предметів у закладах загальної середньої освіти: методичні рекомендації*. ІЦО НАПН України. <https://doi.org/10.33407/lib.NAES.id/eprint/743886>
9. Мар'єнко, М., & Коваленко, В. (2023). Штучний інтелект та відкрита наука в освіті. *Фізико-математична освіта*, 38(1), 48-53. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-1-007>
10. Міністерство освіти і науки України. (2020). *Стратегія розвитку вищої освіти в Україні на 2021–2031 роки*. <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/rizne/2020/09/25/rozvitku-vishchoi-osviti-v-ukraini-02-10-2020.pdf>
11. Міністерство освіти і науки України. (2024). *Проект інструктивно-методичних рекомендацій щодо запровадження та використання технологій штучного інтелекту в закладах загальної середньої освіти*. <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/news/2024/05/21/instruktyvno.-metodychni.rekomendatsiyi.shchodo.SHI.v.ZZSO-22.05.2024.pdf>
12. Шишкіна, М. П., & Коваленко, В. В. (2024). Про хід та результати досліджень, проведених в Інституті цифровізації освіти НАПН України, щодо використання штучного інтелекту в середній освіті: за матеріалами наукової доповіді на засіданні Президії Національної академії педагогічних наук України, 17 жовтня 2024 р. *Вісник Національної академії педагогічних наук України*, 6(2), 1-6. <https://doi.org/10.37472/v.naes.2024.6217>

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Daher, W., Diab, H., & Rayan, A. (2023). Artificial intelligence generative tools and conceptual knowledge in problem solving in chemistry. *Information*, 14(7), 409. <https://doi.org/10.3390/info14070409>
2. European Commission. (2024). *AI Act*. <https://digital-strategy.ec.europa.eu/en/policies/regulatory-framework-ai>
3. Foltynek, T., Bjelobaba, S., Glendinning, I., Khan, Z. R., Santos, R., Pavletic, P., & Kravjar, J. (2023). ENAI recommendations on the ethical use of artificial intelligence in education. *International Journal for Educational Integrity*, 19, 12. <https://doi.org/10.1007/s40979-023-00133-4>
4. Jančařík, A., Jarmila, N., & Michal, J. (2022). Artificial intelligence assistant for mathematics education. In P. Fotaris & A. Blake (Eds.), *ECEL 2022*, 21 (pp. 143–148). Academic Conferences International Limited. <https://doi.org/10.34190/ecel.21.1.783>
5. Lytvynova, S. H., Vodopian, N. I., & Syssoeva, O. I. (2023). Artificial intelligence in secondary education: An innovative teacher's tool to ensure individualised learning for students. In *International Conference on New Media Pedagogy* (pp. 393–412). Cham: Springer Nature Switzerland.

6. Marienko, M. V., Semerikov, S. O., & Markova, O. M. (2023). Artificial intelligence literacy in secondary education: Methodological approaches and challenges. In *Proceedings of the 11th Workshop on Cloud Technologies in Education (CTE 2023)*, Kryvyi Rih, Ukraine, December 22, 2023 (Vol. 3679, pp. 87–97). CEUR Workshop Proceedings. Retrieved from <https://ceur-ws.org/Vol-3679/>
7. Miao, F., & Holmes, W. (2023). *Guidance for generative AI in education and research*. UNESCO. <https://doi.org/10.54675/EWZM9535>
8. Kovalenko, V. V., & Marienko, M. V. (Ed.). (2024). *Vykorystannia vchyteliamyh servisiv shtuchnoho intelektu u navchanni pryrodnycho-matematychnykh predmetiv u zakladakh zahalnoi serednoi osvity: metodychni rekomendatsii* [Methodological Recommendations on the Use of Artificial Intelligence Services by Teachers in Teaching Natural and Mathematical Sciences in General Secondary Education Institutions]. ITsO NAPN Ukrainy. <https://doi.org/10.33407/lib.NAES.id/eprint/743886> (in Ukrainian).
9. Marienko, M., & Kovalenko, V. (2023). Shtuchnyi intelekt ta vidkryta nauka v osviti [Artificial Intelligence and Open Science in Education]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 38(1), 48-53. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-1-007> (in Ukrainian).
10. Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy. (2024). *Proiekt instruktyvno-metodychnykh rekomendatsii shchodo zaprovadzhennia ta vykorystannia tekhnologii shtuchnoho intelektu v zakladakh zahalnoi serednoi osvity* [Project of Instructional and Methodological Recommendations on the Implementation and Use of Artificial Intelligence Technologies in General Secondary Education Institutions]. <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/news/2024/05/21/Instruktyvno-metodychni.rekomendatsiyi.shchodo.SHI.v.ZZSO-22.05.2024.pdf> (in Ukrainian).
11. Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy. (2020). *Stratehiia rozvytku vyshchoi osvity v Ukraini na 2021–2031 roky* [Strategy for the Development of Higher Education in Ukraine for 2021–2031]. <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/rizne/2020/09/25/rozvitku-vishchoi-osviti-v-ukraini-02-10-2020.pdf> (in Ukrainian).
12. Shyshkina, M. P., & Kovalenko, V. V. (2024). Pro khid ta rezultaty doslidzhen, provedenykh v Instytuti tsyfrovizatsii osvity NAPN Ukrainy, shchodo vykorystannia shtuchnoho intelektu v serednii osviti: za materialamy naukovoi dopovidi na zasidanni Prezydii Natsionalnoi akademii pedahohichnykh nauk Ukrainy, 17 zhovtnia 2024 r. [Progress and Results of Research Conducted at the Institute of Digitalization of Education of the National Academy of Educational Sciences of Ukraine on the Use of Artificial Intelligence in Secondary Education: Based on the Scientific Report at the Meeting of the Presidium of the National Academy of Educational Sciences of Ukraine, October 17, 2024]. *Visnyk Natsionalnoi akademii pedahohichnykh nauk Ukrainy – Herald of the National Academy of Educational Sciences of Ukraine*, 6(2), 1–6. <https://doi.org/10.37472/v.naes.2024.6217> (in Ukrainian).

| Матеріал надійшов до редакції: 14.02.2025 р. | Прийнято до друку: 06.04.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



УСТАНОВКА ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ТА ГАЛЬМІВНОЇ ДІЇ ВИХРОВИХ СТРУМІВ

Андрій РИБАЛКО ✉

Національний університет водного господарства
та природокористування, Україна
a.v.rybalko@nuwm.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0003-1744-8488>

INSTALLATION FOR ORGANIZING EDUCATIONAL RESEARCH ON MECHANICAL OSCILLATIONS AND THE BRAKING EFFECT OF EDDY CURRENTS

Andrii RYBALKO ✉

National University of Water
and Environmental Engineering, Ukraine
a.v.rybalko@nuwm.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0003-1744-8488>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Навчальний експеримент відіграє значну роль у навчанні фізики. Він не лише сприяє більш глибокому засвоєнню фізичних знань, а й розвиває навички технічної і математичної грамотності, що особливо важливо для студентів інженерних спеціальностей. Тому організація навчальних експериментальних досліджень потребує постійного удосконалення як матеріальних, так методичних засобів їх практичного впровадження. У цій статті представлено установку, що дозволяє організовувати навчальні експериментальні дослідження механічних коливань фізичного маятника та гальмівної дії вихрових струмів.

Матеріали і методи. У дослідженні були застосовані як теоретичні, так і емпіричні методи. Зокрема, проведено аналіз наукових публікацій, у яких розглянуто навчальні дослідні установки для вивчення згасання коливань та гальмівної дії вихрових струмів у різних механічних системах. Також теоретично обґрунтовано математичну залежність величини гальмівної сили, що діє на рухоми провідну пластину в магнітному полі електромагніту, від низки певних параметрів. Здійснено експериментальні перевірки теоретичних розрахунків. З метою практичного впровадження результатів авторського дослідження проведено педагогічні спостереження діяльності студентів під час апробації запропонованої установки у навчальному процесі.

Результати. Виготовлено та практично апробовано установку для графічного запису коливань фізичного маятника і гальмівної дії вихрових струмів. Отримані результати підтвердили теоретичні розрахунки залежності гальмівної сили, яка діє на рухоми провідну пластину в магнітному полі, від квадрату сили струму в електромагніті, що створює це поле. Проілюстровано варіант результатів навчального експерименту та розроблено методичні рекомендації до можливих напрямків навчальних досліджень як на лабораторних заняттях, так і під час самостійних досліджень студентів (учнів) під керівництвом викладача.

Висновки. Запропонована установка та рекомендації до її застосування можуть бути ефективним дидактичним засобом у навчанні розділів «Електромагнетизм», «Коливання». Її можна використовувати як у якості демонстраційного експерименту, так і у навчальних дослідженнях різних форматів (лабораторні роботи, довготривалі студентські дослідження, дослідження учнів у конкурсі захисту МАН, підготовка навчальних проєктів тощо).

КЛЮЧОВІ СЛОВА: навчання фізики; навчальні дослідження; механічні коливання; згасання коливань; гальмівна дія струмів Фуко.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Рибалко А. Установка для організації навчальних досліджень механічних коливань та гальмівної дії вихрових струмів. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 25-31. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-04>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. Educational experiments play a significant role in learning physics. They not only contribute to a deeper understanding of physical knowledge but also develop technical and mathematical literacy skills, which are especially important for engineering students. Therefore, organizing educational experimental research requires constant improvement in both material and methodological tools for their practical implementation. This article presents an installation that allows for organizing educational experimental research on mechanical oscillations of a physical pendulum and the braking effect of eddy currents.

Materials and methods. Both theoretical and empirical methods were applied in the research. Specifically, an analysis of scientific publications was conducted, which reviewed educational experimental setups for studying oscillation damping and the braking effect of eddy currents in various mechanical systems. Additionally, the mathematical dependence of the braking force acting on a moving conductive plate in the magnetic field of an electromagnet on certain parameters was theoretically substantiated. Experimental verification of the theoretical calculations was performed. To practically implement the results of the author's research, pedagogical observations of student activities were carried out during the testing of the proposed setup in the educational process.

Results. A setup for graphically recording the oscillations of a physical pendulum and the braking effect of eddy currents was developed and practically tested. The obtained results confirmed the theoretical calculations of the dependence of the braking force acting on the moving conductive plate in the magnetic field on the square of the current strength in the electromagnet creating the field. An example of the results of an educational experiment was illustrated, and methodological recommendations were developed for possible directions of educational research in laboratory classes as well as during independent studies conducted by students (or pupils) under the guidance of an instructor.

Conclusion. The proposed setup and recommendations for its application can be an effective didactic tool for teaching the sections "Electromagnetism" and "Oscillations." It can be used both as a demonstration experiment and in educational research of various formats (laboratory work, long-term student research, pupil research for the Junior Academy of Sciences competition, preparation of educational projects, etc.).

KEYWORDS: physics education; educational research; mechanical oscillations; oscillation damping; braking effect of eddy currents.

FOR CITATION: Rybalko, A. (2025). Installation for Organizing Educational Research on Mechanical Oscillations and the Braking Effect of Eddy Currents. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 25-31. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-04>.

ВСТУП

Постановка проблеми. У курсі навчання фізики студентів технічних спеціальностей вивчається розділи «Електромагнетизм» та «Коливання і хвилі». Важливість цих розділів продиктована не лише формуванням професійних компетентностей майбутніх інженерів будівельних, механічних, машинобудівельних та інших спеціальностей, безпосередньо пов'язаних із механічним устаткуванням, а й забезпеченням передумов до ефективнішого засвоєння розділу «Електромагнітні коливання та хвилі», що важливо для спеціалістів у сфері зв'язку, комп'ютерних технологій, електротехніки, геодезії тощо. Перевага явищ механічних коливань, як і усіх інших механічних явищ, полягає у їх безпосередній наочності, що дозволяє студентам (учням) краще усвідомлювати та засвоювати навчальний матеріал (спрацьовує дидактичний принцип *наочності* навчання). Окрім цього, за певних умов конструкції механічної коливальної системи, що повністю або частково коливається в магнітному чи електричному полі, можна досліджувати силові характеристики цих полів. Наприклад, у багатьох ВНЗ практикується загальновідома лабораторна робота, де коливається провідник зі струмом як елемент фізичного маятника у магнітному полі. У цій роботі студенти досліджують дію магнітного поля на провідник зі струмом та визначають індукцію поля. Інша лабораторна робота ґрунтується на коливаннях невеликої магнітної стрілки у магнітному полі довгого соленоїда, що дозволяє визначити індукцію цього поля. Автором була розроблена навчально-дослідницька установка для дослідження коливань електрично зарядженої кульки нитяного маятника в електричному полі. Проте огляд публікацій свідчить про незначну кількість пропонуєваних навчальних досліджень, пов'язаних із гальмівною дією вихрових струмів на механічну коливальну систему.

Отже, розроблення інноваційних технічних засобів візуалізації та дослідження перебігу явища механічних коливань є **актуальними** у навчанні фізики. (Kurniawan et al., 2024). Якщо ці коливання відбуваються ще й у магнітному полі, яке здатне впливати на їх перебіг, то створюються передумови реалізації дидактичного принципу *систематичності та послідовності* навчання.

Аналіз актуальних досліджень. Ідея організації навчальних досліджень тієї чи іншої механічної коливальної системи нерідко реалізується фахівцями у навчанні фізики. При цьому пропонується широкий спектр різних видів таких систем для вивчення природи згасання коливань. Наприклад, можна запропонувати студентам (учням) дослідити особливості згасання коливань рідини в U-подібній трубці в залежності від умов змочування (Dollet et al., 2020). Або досліджувати згасаючі механічні коливання на основі програми Phyphox на Android, причому сам телефон використовувати у якості підвісу до нитяного маятника. А також згасання електромагнітних коливань за допомогою датчика Хола, керованого Arduino (Csernovszky et al., 2024). Для гасіння коливань маятника можна навіть використати вертикальний струмінь повітря (Hasan et al., 2023). Досить привабливою при організації STEM досліджень є оригінальна модель хмарочоса для вивчення гасіння коливань будівлі інерційним демпфером (Thu et al., 2023) тощо.

Навчальні дослідження гальмівної дії вихрових струмів Фуко теж широко застосовуються у навчанні фізики. Прикладом нескладної експериментальної установки є провідна неферомагнітна похила площина, по якій рухається постійний магніт (Molina-Bolívar, et al 2012). Привертають особливу увагу магнітно-маятникові установки для вивчення генерації вихрових струмів. При чому сам маятник може мати різноманітну конструкцію. Досить оригінальною є ідея нитяного маятника із квадратних алюмінієвих пластинок, розділених тонким шаром діелектрика, спресованих у куб (Sakaki et al., 2005).

І. Чернецький розробив методику дослідження вихрових струмів за допомогою згасаючих коливань маятника у магнітному полі. Відеозапис коливань маятника пропонується опрацювати програмою Tracker (Чернецький, 2018). Оскільки робота з програмою Tracker є довготривалою, то реалізація вказаних навчальних досліджень ефективна у форматі STEM або МАН під керівництвом викладача.

Мета статті. Презентація навчально-дослідницька установка для вивчення механічних коливань фізичного маятника шляхом їх графічного запису та дослідження магнітного гальмування внаслідок циркуляції струмів Фуко у провідній пластинці, прикріпленій до маятника.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Ідея механічного запису коливань маятника на стрічці, що рухається рівномірно, не є новою й висвітлена в багатьох методичних посібниках, підручниках та електронних ресурсах (рис. 1). Здебільшого пропонується використання маятника з воронкою, з якої сиплеться легка сипуча речовина, наприклад, сухий пісок.

Для дослідження згасаючих коливань застосовується метод магнітного гальмування алюмінієвої пластинки, що рухається між полюсами магніту (рис. 2).

Щоб краще з'ясувати суть магнітного гальмування, розглянемо класичну модель руху тонкого неферомагнітного провідника в постійному магнітному полі по паралельним направляючим, що утворюють з нерухомою перегородкою замкнений контур (рис. 3). Збільшення площі контура призводить до виникнення ЕРС індукції $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{B\ell dx}{dt} = -B\ell v$, яка створює індукційний струм силою $I_{\text{ін}} = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{B\ell v}{R}$. Тоді на рухомий провідник зі струмом діє сила Ампера $F_A = BI_{\text{ін}}\ell$, яка є гальмівною для рухомого провідника (сила, що рухає провідник вперед на рис. 3 не вказана). Із попередніх рівнянь слідує, що

$$\vec{F}_A = -\frac{B^2\ell^2}{R}\vec{v}. \quad (1)$$

Отже, у розглянутій моделі гальмівна сила прямо пропорційна швидкості руху провідника. Проте цю модель не слід вважати аналогом руху суцільного провідника у магнітному полі, оскільки тут зміна магнітного потоку $d\Phi$ крізь контур

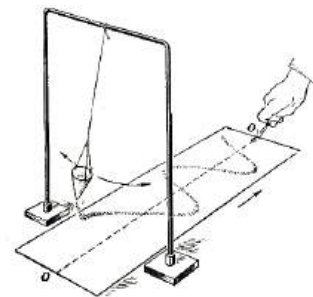


Рис. 1. Запис механічних коливань
Джерело: Гончаренко, 1995.

відбувається за рахунок зміни його площі на dS (рис. 3). А при русі провідної пластинки магнітний потік крізь поверхню, охоплену лініями вихрових струмів, змінюється за рахунок неоднорідності індукції магнітного поля біля країв його області (рис. 2 і 4).

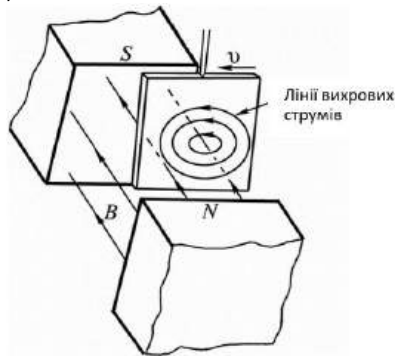


Рис. 2. Вихрові струми у рухомій провідній пластинці

Джерело: <https://studfile.net/preview/4251486/page/3/>
доповнено автором.

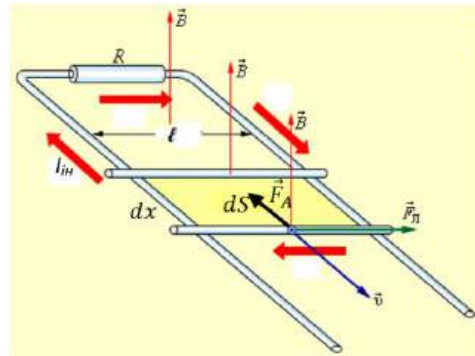


Рис. 3. Рух неферомагнітного провідника у магнітному полі

вздовж направляючих замкнутого контуру з опором R
Джерело: <https://disted.edu.vn.ua/courses/learn/396>, доповнено автором.

Теорія розрахунку сили магнітного гальмування руху суцільного провідника у магнітному полі є досить складною (див. Здешиц та ін., 2015) і потребує окремого дослідження у кожному конкретному випадку.

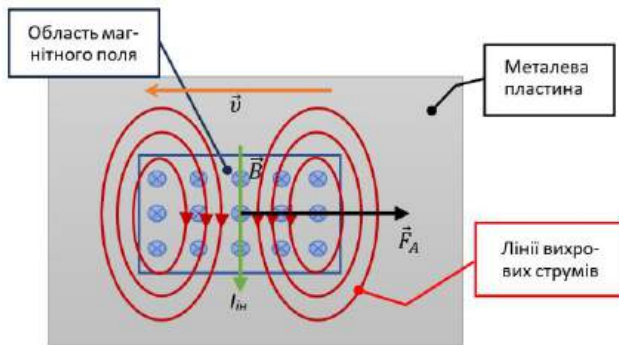


Рис. 4. Виникнення вихрових струмів I_{in} у рухомій пластинці на межах області магнітного поля. \vec{v} – швидкість руху пластинки, \vec{B} – індукція магнітного поля
Джерело: авторський рисунок.

Можливий хід розв'язування. Зрозуміло, що шукана сила повинна залежати від індукції магнітного поля B , швидкості руху пластинки v , питомого опору речовини пластинки ρ (від ρ залежить густина вихрових струмів) та від розмірів активної частини пластинки. У свою чергу розміри активної частини визначаються площею S , охопленою лініями вихрових струмів (рис. 4). Окрім цього за певної площі поверхні сила вихрових струмів, породжених ϵ_i , залежить від товщини пластинки h – чим товща пластинка, тим більша сила індукваного струму. Очевидно, що добуток площі на товщину – це активний об'єм пластинки $V = Sh$. Отже шуканий вираз гальмівної сили можна подати у вигляді

$$F_A = kB^\alpha V^\beta \rho^\gamma v^\delta, \tag{2}$$

де k – невідомий безрозмірний коефіцієнт.

Виразимо розмірність фізичних величин через їх основні одиниці в SI:

$$[F] = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}; [B] = \text{кг} \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}; [V] = \text{м}^3; [\rho] = \text{кг} \cdot \text{А}^{-2} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{м}^3; [v] = \text{м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Підставимо одиниці вимірювання у рівняння (2)

$$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} = \text{кг}^\alpha \cdot \text{А}^{-\alpha} \cdot \text{с}^{-2\alpha} \cdot \text{м}^{3\beta} \cdot \text{кг}^\gamma \cdot \text{А}^{-2\gamma} \cdot \text{с}^{-3\gamma} \cdot \text{м}^{3\gamma} \cdot \text{м}^\delta \cdot \text{с}^{-\delta} = \text{кг}^{\alpha+\gamma} \cdot \text{А}^{-\alpha-2\gamma} \cdot \text{м}^{3\beta+3\gamma+\delta} \cdot \text{с}^{-2\alpha-3\gamma-\delta}.$$

Останній вираз дозволяє записати систему чотирьох однорідних лінійних незалежних рівнянь із чотирма змінними:

$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 1; \\ -\alpha - 2\gamma = 0; \\ 3\beta + 3\gamma + \delta = 1; \\ -2\alpha - 3\gamma - \delta = -2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2; \\ \beta = 1; \\ \gamma = -1; \\ \delta = 1. \end{cases}$$

Отже, згідно (2), гальмівна сила прямо пропорційна швидкості руху пластинки.

Відповідь: $F_A = \frac{kB^2v}{\rho}$ або у векторній формі

$$\vec{F}_A = -\frac{kB^2v}{\rho} \vec{v}. \tag{3}$$

Зрозуміло, що формула (3) справедлива для незначних швидкостей руху пластинки, оскільки у протилежному випадку стає помітним вплив скін-ефекту.

Отже, під час коливання маятника із металевою неферомагнітною пластинкою у магнітному полі на нього діятиме гальмівний момент \vec{M}_T , створений силою Ампера \vec{F}_A :

$$\vec{M}_r = \vec{\ell}_n \times \vec{F}_A = -\frac{kB^2V}{\rho} \cdot \vec{\ell}_n \times \vec{v} = -\frac{kB^2V}{\rho} \cdot \vec{\ell}_n \times (\vec{\Omega} \times \vec{\ell}_n) = -\frac{kB^2V\ell_n^2}{\rho} \vec{\Omega} = -b\vec{\Omega}, \quad (4)$$

де ℓ_n – плече сили Ампера (відстань від осі обертання маятника до середини пластинки), $\vec{\Omega}$ – кутова швидкість маятника відносно осі підвісу, b – сталий коефіцієнт, що має зміст коефіцієнта опору руху.

Якщо через α позначити кут відхилення маятника від положення рівноваги, то рівняння основного закону динаміки його обертального руху у скалярній формі матиме вид $J\epsilon = M_r + M_{\text{тяж}}$. Звідки отримуємо диференціальне рівняння незначних згасаючих коливань маятника

$$J\ddot{\alpha} = -b\dot{\alpha} - mg\ell_c\alpha \Rightarrow \ddot{\alpha} + \frac{b}{J}\dot{\alpha} + \frac{mg\ell_c}{J}\alpha = 0 \Rightarrow \ddot{\alpha} + 2\beta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0, \quad (5)$$

де $\beta = \frac{b}{2J}$ – коефіцієнт згасання коливань, $\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell_c}{J}}$ – власна циклічна частота гармонічних коливань, J – момент інерції маятника, ℓ_c – відстань від осі його підвісу до центра мас, mg – сила тяжіння, що діє на маятник.

Якщо розрахунки рівняння (4) є правильними, то експериментальні результати, отримані за допомогою установки, повинні відповідати розв'язку диференціального рівняння згасаючих коливань (5):

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (6)$$

де циклічна частота цих коливань дорівнює $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Для незначних кутів (в радіанах) відхилення маятника від положення рівноваги амплітудне значення графіка коливань піщаного сліду дорівнює $A \approx L\alpha_0$ (рис. 5). Тому з рівняння (6) слідує рівняння згасаючих коливань координати зміщення та амплітуди від часу

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (7)$$

Повну механічну енергію маятника зручно виразити через максимальну потенціальну енергію $W_{\text{мех}} = W_{0p} = mg\Delta h$ (рис. 5), де $\Delta h = \ell_c(1 - \cos\alpha_0) = 2\ell_c \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \approx \frac{1}{2}\ell_c\alpha_0^2$. Оскільки $\alpha_0 \approx \frac{A}{L}$, то

$$W_{\text{мех}} = \frac{mg\ell_c}{2L^2} A^2. \quad (8)$$

Вираз (8) є аналогом енергії коливань гармонічного осцилятора $W_{\text{мех}} = \frac{1}{2}kA^2$.

Вище вказані рівняння дозволяють визначити ще низку фізичних характеристик системи, користуючись експериментальними результатами вимірювань: 1) момент інерції маятника – $J = \frac{mg\ell_c}{\omega_0^2} = \frac{mg\ell_c T^2}{4\pi^2}$; 2) коефіцієнт згасання за значеннями амплітуд n -тих коливань – $\beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A_0}{A_n}$; 3) коефіцієнт опору у рівнянні (4) – $b = 2J\beta$; 4) невідомий безрозмірний коефіцієнт пропорційності з рівняння (3) – $k = \frac{b\rho}{(B\ell_n)^2 V}$ тощо.

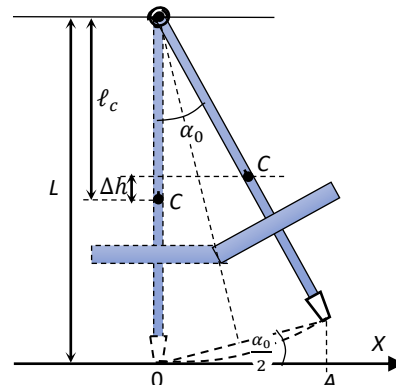


Рис. 5. Відхилення маятника від положення рівноваги. α_0 – кут амплітудного відхилення маятника, A – амплітуда графіка піщаного сліду на дикті, L – довжина маятника, ℓ_c – відстань від осі підвісу до центра мас маятника, Δh – висота підйому центра мас маятника C

Джерело: авторський рисунок.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Експериментальні дослідження проводилися за допомогою запропонованої установки, що складається з двох функціональних частин. Перша – це протяжний тракт дикту, друга – це власне сам фізичний маятник із системою його кріплення.

Зовнішній вигляд установки зображено на рис. 6. На горизонтальному столику жорстко закріплений кронштейн, до якого на підшипнику підвішений стрижень маятника. Стрічка дикту натягнута на вали, один із яких може обертатися за допомогою реверсного двигуна РД-09, налаштованого на мережеву напругу 220 В (в Інтернеті існують декілька варіантів такого приєднання).

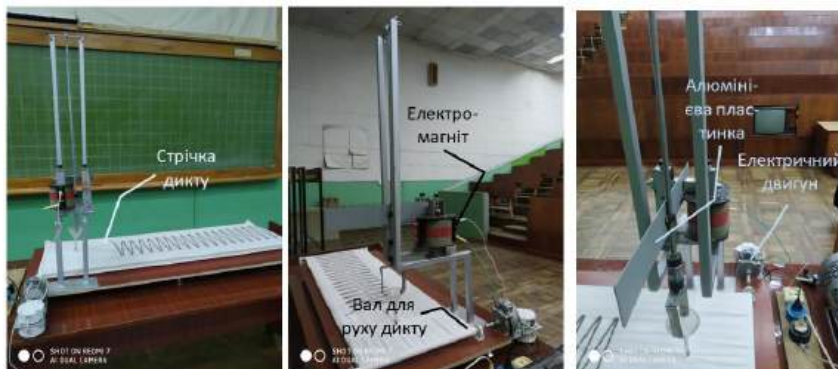


Рис. 6. Зовнішній вигляд установки для дослідження коливань фізичного маятника та вихрових струмів Фуко

Джерело: авторські фото.

Пісок, що відсипається із лійки, залишає на рухомій стрічці дикту слід у вигляді залежності координати кінця маятника від часу (рис. 6). Знаючи швидкість руху дикту за графіком коливань можна визначити їх період та амплітуду.

До експериментальної апробації установки було залучено студентів групи ГЗ-11 Національного університету водного господарства та природокористування. Внаслідок педагогічних спостережень за їх навчально-дослідницькою діяльністю розроблено оптимальні засоби вимірювання та опрацювання отриманих результатів з метою ефективного впровадження установки у навчальний процес на лабораторних заняттях. Зокрема, встановлено часові рамки (15-20 хв), що відводяться на виконання навчального експерименту та вимірювання амплітуд і відстані між ними на графіку за різних значень сил струмів в електромагніті. Також здійснена оцінка готовності студентів до математичного опрацювання результатів експерименту.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Пропонована установка дозволяє отримати записи як вільних коливань близьких до гармонічних так і згасаючих (рис. 7). Для перевірки достовірності її дії наведемо результати одного із апробаційних експериментів, здійснених студентами.



Рис. 7. Зображення графіків вільних гармонічних і згасаючих коливань
Джерело: авторські фото.

Згідно даних про швидкість руху стрічки дикту $v = 2,9 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ та відстанню між сусідніми коливаннями на графіку, періоди та циклічні частоти вільних і вимушених коливань, у межах точності засобів вимірювання, практично однакові: $T_0 \approx T = 1,57 \text{ с}$, $\omega_0 \approx \omega = 4,00 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Тому, на жаль, точність вимірювання періоду коливань засобами даної установки не дозволяють визначити коефіцієнт згасання за формулою $\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$. Тому слід скористатися вищевказаною залежністю амплітуди згасаючих коливань від часу $A = A_0 e^{-\beta t}$ та визначити β за формулою

$$\beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A_0}{A_n} \tag{9}$$

Результати одного із апробаційних експериментів відображено у таблиці 1, де n – кількість коливань, A_n – амплітуда n -го коливання за різних значень сил струмів в електромагнітах.

Таблиця 1. Результати визначення коефіцієнта згасання за різних значень струму живлення електромагніту I_k

n	0	1	2	3	4	5	Ср.
$I_1 = 0,10 \text{ A}; I_1^2 = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	10,6	9,7	9,0	8,2	7,6	–
$\beta_1, \text{ с}^{-1}$	–	0,052	0,054	0,052	0,054	0,053	0,053
$I_2 = 0,13 \text{ A}; I_2^2 = 1,69 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	10,0	8,7	7,5	6,5	5,6	–
$\beta_2, \text{ с}^{-1}$	–	0,089	0,089	0,091	0,091	0,092	0,090
$I_3 = 0,15 \text{ A}; I_3^2 = 2,25 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	9,6	7,9	6,6	5,5	4,6	–
$\beta_3, \text{ с}^{-1}$	–	0,115	0,120	0,118	0,117	0,117	0,117
$I_4 = 0,18 \text{ A}; I_4^2 = 3,24 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	8,9	6,8	5,3	4,0	3,2	–
$\beta_4, \text{ с}^{-1}$	–	0,163	0,167	0,164	0,168	0,163	0,165
$I_5 = 0,20 \text{ A}; I_5^2 = 4,00 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	8,3	6,0	4,3	3,0	2,2	–
$\beta_5, \text{ с}^{-1}$	–	0,208	0,207	0,209	0,214	0,211	0,210

Джерело: авторська розробка.

Звичайно, що за 5-ти значень амплітуд можна отримати 15 пар їх співвідношень і 15 значень β за певної сили струму в обмотці електромагніту, але у навчальних дослідженнях достатньо обмежитися й 5-ма значеннями коефіцієнта згасання.

Отримані результати сталості коефіцієнтів згасання за різних значень сил струмів доводять правомірність теоретичних розрахунків про гальмівну дію магнітного поля на рухомому електропровідну пластину. Тобто сила (момент сили) прямо пропорційні її швидкості (кутової швидкості) (див. рівняння (3) і (4)).

Добротність коливальної системи згасаючих коливань маятника для 1-го і 5-го випадків, дорівнює:

$$Q_1 = \frac{2\pi A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta_1 T}} = \frac{6,28}{1 - e^{-2 \cdot 0,064 \cdot 1,57}} = 34,5, \quad Q_5 = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta_5 T}} = \frac{6,28}{1 - e^{-2 \cdot 0,210 \cdot 1,57}} = 13,0.$$

Відповідно можна дослідити добротність і для інших значень коефіцієнта згасання.

Згідно рівнянь (3), (4), (5) коефіцієнт згасання дорівнює

$$\beta = \frac{b}{2J} = \frac{kB^2 v \ell_0^2}{2\rho J} \tag{10}$$

Оскільки індукція магнітного поля прямо пропорційна силі струму, що протікає в обмотці електромагніту $B \sim I$, то згідно (10) коефіцієнт згасання має бути прямо пропорційним квадрату цієї сили струму

$$\beta \sim I^2. \quad (11)$$

На рис. 8 відображені результати експериментальної перевірки запропонованої установки (табл. 1), що підтверджують залежність (11), а отже й правомірність теоретичних припущень, наведених вище (формули (3) і (4)).

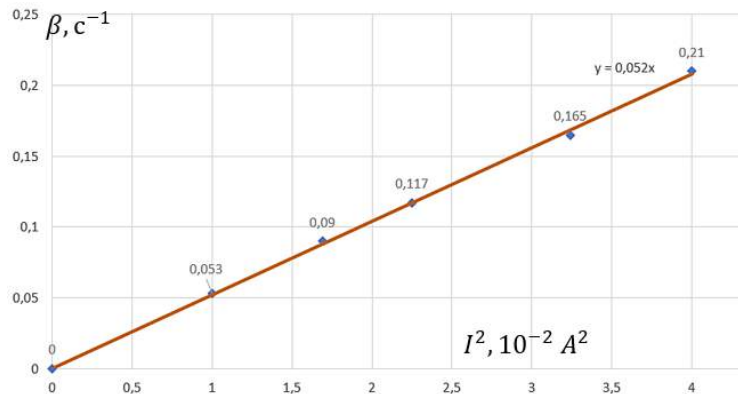


Рис. 8. Графік залежності коефіцієнта згасання β від квадрата сили струму I^2 в обмотці електромагніту

Джерело: розраховано автором.

Згідно закону збереження енергії згасання механічних коливань магнітним гальмуванням відбувається внаслідок розсіювання механічної енергії на теплову дію вихрових струмів. Початкова механічна енергія відповідно до рівняння (8) дорівнює

$$W_0 = \frac{mg\ell_c}{2L^2} A_0^2 = \frac{0,43 \cdot 9,8 \cdot 0,78 \cdot 0,115^2}{2 \cdot 1,35^2} = 0,012 \text{ Дж.}$$

Після згасання коливань уся початкова механічна енергія перетворюється на кількість теплоти, що виділяється у пластичі внаслідок циркуляції вихрових струмів, за умови нехтування тертям у підшипнику та опором повітря.

Відповідно до отриманих результатів експерименту, момент інерції маятника дорівнює

$$J = \frac{mg\ell_c T^2}{4\pi^2} = \frac{0,43 \cdot 9,8 \cdot 0,78 \cdot 1,57^2}{4 \cdot 3,14^2} = 0,21 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Слід зазначити, що заміна пластини в конструкції маятника призведе до зміни його маси, а отже й до зміни моменту інерції.

Пошук методів та засобів вимірювання значень амплітуд показав, що для найточніші результати отримуються за наступного способу дій: 1) натягнути тонку нитку, що проходить через точки положення рівноваги маятника на полотні дикту; 2) виміряти штангенциркулем із точністю до 1 мм відстань від нитки до краю піщаного сліду амплітудного відхилення. На відміну від лінійки штангенциркуль дозволяє точно розташувати його губки між точками на поверхні полотна дикту, що усуває паралакс зору притаманний при вимірюванні лінійкою.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Здійснені нами апробації запропонованої установки дозволяють стверджувати, що вона може бути використана як ефективний дидактичний засіб демонстрації та дослідження у навчанні фізики.

Навчальні демонстрації за допомогою цієї установки охоплюють наступні розділи програми з фізики: 1) гармонічні коливання; 2) фізичний маятник; 3) згасаючі коливання; 4) закон електромагнітної індукції, правило Ленца, вихрові струми тощо. Зауважимо, що другий та третій розділи лише опосередковано входять до програми загальноосвітньої школи. Проте дослідна установка створює передумови «живої» наочності. Як засіб організації навчального дослідження установка може бути використана у загальноосвітній та вищій школі.

Пропонуються орієнтовні теми дослідницьких завдань, лабораторних робіт, експериментальних задач тощо:

- 1) визначення періоду коливань маятника за відомою швидкістю руху дикту;
- 2) дослідження характеру гармонічних коливань (чи дійсно вони описуються функціями \sin або \cos);
- 3) визначення моменту інерції маятника;
- 4) дослідження закономірності зміни амплітуди згасаючих коливань з часом;
- 5) визначення коефіцієнту згасання коливань та його залежності від індукції магнітного поля (сили струму) електромагніту;
- 6) визначення коефіцієнту опору коливань для випадків, зазначених у п. 5);
- 7) дослідження залежності гальмівної дії вихрових струмів від: а) сили струму в обмотці електромагніту; б) питомого опору матеріалів однакових за розмірами провідних пластин, у яких виникають вихрові струми; в) товщини пластин однакових матеріалів та розмірів тощо.

Слід зазначити, що виконання навчальних досліджень, вказаних у п.6), 7), потребує визначення моменту інерції маятника для кожного випадку за формулою $J = \frac{mg\ell_c}{\omega_0^2} = \frac{mg\ell_c T^2}{4\pi^2}$, що ускладнює їх застосування у часових межах аудиторного заняття. Тому такі дослідження варто організувати як довгострокові.

Згідно експериментальних апробацій установки пропонуються наступні *рекомендації* щодо її застосування:

- 1) для забезпечення гармонічності вільних коливань відхилення маятника від положення рівноваги повинні бути незначні;
- 2) під час коливань провідна пластинка має завжди перебувати в області магнітного поля;
- 3) швидкість руху дикту повинна бути такою, щоб на ньому залишилися зображення порядку 5-10-ти вільних коливань. Інакше досліди вимірювання їх періоду буде значною;
- 4) при дослідженні згасаючих коливань слід підібрати такі значення сил струмів в електромагніті щоб згасання коливань були незначними, що відобразити на дикті не менше 5-ти коливань.
- 5) довжина та маса маятника повинні бути максимально можливими за наявних конструктивних умов, оскільки у протилежному випадку його вільні коливання швидко згасатимуть.

Перспективи подальшого дослідження передбачають з'ясування експериментальної залежності гальмівної сили від матеріалу та товщини провідної пластинки. Варто розглянути напрямки удосконалення конструкції маятника (заміна підшипникового підвісу на призмий, пошук оптимального матеріалу дикту для зменшення його провисання тощо).

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Csernovszky, Z., Hömöstrei, M., & Kurucz, K. (2024). Study of damped oscillations using Phyphox and Arduino controlled Hall-sensor. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2693 012004., <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2693/1/012004>.
2. Dollet, B., Lorenceau, E., & Gallaire, F. (2020). Transition from Exponentially Damped to FiniteTime Arrest Liquid Oscillations Induced by Contact Line Hysteresis. *J. Physical Review Letters.*, 124 (10) <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.104502>.
3. Hasan, M. S., Deepu, P., Kumar, K., Agrawal, A., & Meena, D. K. (2023). Oscillation decay of a pendulum by an air jet. *Physics Letters A.*, 481, 5 Sep. 2023, 129003., <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2023.129003>.
4. Kurniawan, Y., Suhandi, A., Samsudin, A., Xuan, N. T. T. (2024). *Journal of Science Learning*, 7(1), 25-32. <https://doi.org/10.17509/jsl.v7i1.57765>
5. Molina-Bolívar, J. A., & Abella-Palacios, A. J. A laboratory activity on the eddy current brake. (2012). *European Journal of Physics.* 33(3), 697-707. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/33/3/697>
6. Sakaki, N., Yusaku Seki, Y., & Sasaki, A. (2005). Magnetic-pendulum set-up illustrates eddy-current generation and inhibition. *Physics Education*, 40, 127. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/40/2/F09>
7. Thy, S., & Iwayama, T. (2023). STEM approach to teaching and learning physics at high school: a damped oscillation application of tuned mass damper. *ResearchGate Poster May 2023*. <https://www.researchgate.net/publication/370690286>
8. Галатюк, Ю.М., Левшенюк, В.Я., Левшенюк, Я.Ф., Рибалко, А.В., & Тишук, В.І. (2008) Методи розв'язування фізичних задач. Метод аналізу розмірностей та принцип подібності. X. : Основа.
9. Гончаренко, С. У. (1995). Фізика (Пробний навчальний посібник для ліцеїв та класів природничо-наукового профілю): 11 клас. К.: Освіта.
10. Здешич, В. М., & Здешич, А. В. (2015) Гальмування постійного магніту токами Фуко при його русі біля металевих поверхонь. «Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики». *Кривий Ріг*, 3 (37), 118-128. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/716724/1/tmn-2015-3.pdf>
11. Чернецький, І. (2018). Дослідження явища виникнення вихрових струмів. *Мала академія наук*. URL: <https://stemua.science/Методики/дослідження-явища-виникнення-вихров/>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Csernovszky, Z., Hömöstrei, M., & Kurucz, K. (2024). Study of damped oscillations using Phyphox and Arduino controlled Hall-sensor. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2693 012004., <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2693/1/012004>.
2. Dollet, B., Lorenceau, E., & Gallaire, F. (2020). Transition from Exponentially Damped to FiniteTime Arrest Liquid Oscillations Induced by Contact Line Hysteresis. *J. Physical Review Letters.*, 124 (10) <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.104502>.
3. Hasan, M. S., Deepu, P., Kumar, K., Agrawal, A., & Meena, D. K. (2023). Oscillation decay of a pendulum by an air jet. *Physics Letters A.*, 481, 5 Sep. 2023, 129003., <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2023.129003>.
4. Kurniawan, Y., Suhandi, A., Samsudin, A., Xuan, N. T. T. (2024). *Journal of Science Learning*, 7(1), 25-32. <https://doi.org/10.17509/jsl.v7i1.57765>
5. [Molina-Bolívar, J. A., & Abella-Palacios, A. J. A laboratory activity on the eddy current brake. \(2012\). *European Journal of Physics.* 33\(3\), 697-707. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/33/3/697>](https://doi.org/10.1088/0143-0807/33/3/697)
6. Sakaki, N., Yusaku Seki, Y., & Sasaki, A. (2005). Magnetic-pendulum set-up illustrates eddy-current generation and inhibition. *Physics Education*, 40, 127. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/40/2/F09>
7. Thy, S., & Iwayama, T. (2023). STEM approach to teaching and learning physics at high school: a damped oscillation application of tuned mass damper. *ResearchGate Poster May 2023*. <https://www.researchgate.net/publication/370690286>
8. Halatiuk, Yu.M., Levsheniuk, V.Ia., Levsheniuk, Ya.F., Rybalko, A.V., & Tyshchuk, V.I. (2008) Metody rozv'iazuvannia fizychnykh zadach. Metod analizu rozmirnostei ta pryntsyyp podobnosti. [Methods of solving physical problems. The method of dimensional analysis and the principle of similarity]. Kh. : Osnova. (in Ukrainian).
9. Honcharenko, S. U. (1995) Fizyka (Probn. navchalnyi posibnyk dlia litseiv ta klasiv pryrodnycho-naukovoho profiliiu): 11 klas. [Physics (Trial textbook for lyceums and natural science classes): 11th grade]. K.: Osvita. (in Ukrainian).
10. Zdeschychyts, V. M., & Zdeschychyts, A. V. (2015) Halmuvannia postiiinoho mahnytu tokamy Fuko pry yoho rusi bilia metalevykh poverkhon. «Teorii ta metodyka navchannia matematyky, fizyky, informatyky». [Braking of a permanent magnet by Foucault currents during its movement near metal surfaces. "Theory and teaching methods of mathematics, physics, computer science"]. Kryvyi Rih, 3 (37), 118-128. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/716724/1/tmn-2015-3.pdf>
11. Chernetskyi, I. (2018). Doslidzhennia yavyshecha vynyknennia vykhrovykh strumiv. [Study of the phenomenon of eddy currents] "Mala akademiia nauk". URL: <https://stemua.science/Metodyky/doslidzhennia-yavyshecha-vynyknennia-vykhrov/>

| Матеріал надійшов до редакції: 18.03.2025 р. | Прийнято до друку: 19.04.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

РОЛЬ SMART-ТЕХНОЛОГІЙ У РОЗВИТКУ ВІЗУАЛЬНОЇ ГРАМОТНОСТІ

Вячеслав РІЗНИК ✉

Університет Григорія Сковороди в Переяславі, Україна
riznyk84@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-6083-2242>

Марія ОСТРОГА

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С.Макаренка, Україна
mariia.ostroha@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0003-0044-8801>

Владислав БЕСПАЛИЙ

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С.Макаренка, Україна
v.bespalyi@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0009-0009-0630-5183>

SMART TECHNOLOGIES IN THE VISUAL LITERACY DEVELOPMENT

Viacheslav RIZNYK ✉

Hryhorii Skovoroda University in Pereiaslav, Ukraine
riznyk84@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-6083-2242>

Mariia OSTROHA

Sumy State Pedagogical University
named after A. S. Makarenko, Ukraine
mariia.ostroha@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0003-0044-8801>

Vladyslav BESPALYI

Sumy State Pedagogical University
named after A. S. Makarenko, Ukraine
v.bespalyi@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0009-0009-0630-5183>

АНОТАЦІЯ

Постановка проблеми. Поява цифрових технологій зробила революцію в освіті, зробивши значний акцент на візуальному навчанні та комунікації, яке сьогодні базується на гнучкому, персоналізованому й технологічно насиченому освітньому середовищі з різноманітним мультимедійним контентом, цифрових візуалізаціях, віртуальних симуляціях тощо. Мета статті: дослідити використання SMART-технологій для розвитку візуальної грамотності

Матеріали і методи: аналіз наукової літератури для з'ясування сутності понять «візуальна грамотність», «SMART-технології» та їх складників, для дослідження сучасних тенденцій і підходів до впровадження візуального навчання; систематизація та узагальнення для структурування впливу SMART-технологій на візуальну грамотність, виявлення SMART-інструментів у контексті візуального навчання; порівняльний аналіз для співставлення традиційних та SMART-орієнтованих підходів до розвитку візуальної грамотності, вивчення зарубіжного і вітчизняного досвіду впровадження візуального навчання в умовах цифровізації.

Результати. Обґрунтовано, що теоретичним підґрунтям використання SMART-технологій у розвитку візуальної грамотності виступають когнітивна теорія мультимедійного навчання, теорія подвійного кодування, конструктивістська та соціально-когнітивна теорії, які підкреслюють значення активної участі учнів у створенні та інтерпретації візуального контенту. Доведено, що технології SMART охоплюють широкий спектр цифрових інструментів і платформ, які можна використовувати для підвищення візуальної грамотності: інтерактивні дошки, віртуальну та доповнену реальність, інструменти для створення мультимедіа та програмне забезпечення для візуалізації даних.

Висновки. Інтеграція SMART-технологій створює умови для персоналізованого й креативного навчання, заснованого на активному використанні візуального контенту. Їх ефективність визначається цифровою та педагогічною компетентністю вчителів, доступністю технологій і здатністю учнів критично оцінювати візуальну інформацію. Подальший розвиток напряму пов'язується з упровадженням штучного інтелекту та іммерсивних технологій, які розширюють можливості розвитку візуальної грамотності в умовах цифрової трансформації освіти.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: SMART-технології; візуальна грамотність; SMART; візуалізація; цифрова грамотність; цифрова освіта; IT.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Різник В., Острога М., Беспалий В. Роль SMART-технологій у розвитку візуальної грамотності. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 32-36. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-05>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. The emergence of digital technologies has revolutionized education by placing a significant emphasis on visual learning and communication, which today is based on flexible, personalized, and technologically rich learning environments with a variety of multimedia content, digital visualizations, virtual simulations, etc. The purpose of the article: to study the use of SMART technologies for the development of visual literacy

Materials and methods: analysis of scientific literature to clarify the essence of the concepts of "visual literacy", "SMART-technologies" and their components, to study current trends and approaches to the implementation of visual learning; systematization and generalization to structure the impact of SMART-technologies on visual literacy, to identify SMART-tools in the context of visual learning; comparative analysis to compare traditional and SMART-oriented approaches to the development of visual literacy, to study foreign and domestic experience in the implementation of visual learning.

Results. It is substantiated that the theoretical basis for the use of SMART technologies in the development of visual literacy is the cognitive theory of multimedia learning, the theory of double coding, constructivist and socio-cognitive theories, which emphasize the importance of active participation of students in the creation and interpretation of visual content. It is proven that SMART technologies cover a wide range of digital tools and platforms that can be used to improve visual literacy: interactive whiteboards, virtual and augmented reality, multimedia creation tools, and data visualization software

Conclusion. The integration of SMART technologies creates conditions for personalized and creative learning based on the active use of visual content. The effectiveness of such approaches is determined by the digital and pedagogical competence of teachers, the availability of technology, and the ability of students to critically evaluate visual information. Further development is directly linked to the introduction of artificial intelligence and immersive technologies that expand the possibilities for the development of visual literacy in the context of the digital transformation of education.

KEYWORDS: SMART technologies; visual literacy; SMART; visualization; digital literacy; digital education; IT.

FOR CITATION: Riznyk, V., Ostroha, M., & Bepalyi, V. (2025). SMART Technologies in the Visual Literacy Development. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 32-36. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-05>.

ВСТУП

Постановка проблеми. У сучасному інформаційному суспільстві розвиток інформаційно-комунікаційних технологій зумовив стрімке зростання обсягів візуального контенту, який стає основним джерелом споживання інформації серед молоді. Формується стійка звичка орієнтуватися на візуальні повідомлення (зображення, відео, інфографіку), що часто витісняють текстові формати та знижують інтерес до глибокого аналітичного читання. Така тенденція посилює ризики інформаційного впливу, адже візуальні образи можуть нести маніпулятивні, фейкові або стереотипні меседжі, які потребують критичної інтерпретації. У цьому контексті цифрова грамотність має враховувати візуальну грамотність як здатність читати, інтерпретувати, оцінювати та створювати візуальні повідомлення з урахуванням їх достовірності, контексту та етичних норм. Одним із ефективних інструментів розвитку візуальної грамотності виступає SMART-освіта, що базується на гнучкому, персоналізованому й технологічно насиченому освітньому середовищі. Залучення в освітній процес мультимедійного контенту, цифрових візуалізацій, віртуальних симуляцій, гейміфікованих платформ та інструментів штучного інтелекту сприяє не лише підвищенню мотивації до навчання, а й розвитку вміння критично сприймати візуальну інформацію, формуванню естетичної культури й інформаційної стійкості.

Аналіз актуальних досліджень. Візуальна грамотність – це сформована в процесі навчання здатність людини точно сприймати, інтерпретувати, аналізувати та створювати візуальні повідомлення (зображення, схеми, графіку, інфографіку тощо) для ефективного передавання інформації, ідей чи емоцій у різних сферах діяльності (Лілік та ін., 2021). Вона передбачає: уміння «читати» візуальні образи, розпізнавати й розуміти їхній зміст, символіку, емоційний вплив, а також інтерпретувати дії, об'єкти й символи у відповідному культурному, соціальному чи історичному контексті; уміння створювати візуальні матеріали, генерувати власні зображення, інфографіку, діаграми, використовуючи сучасні цифрові інструменти; критичне оцінювання як уміння аналізувати якість, достовірність, етичність і доречність візуальної інформації, оцінювати її вплив на глядача; застосування візуальних засобів для пояснення складних ідей, навчання, презентацій, соціальної взаємодії.

Розвиток візуальної грамотності досліджували як зарубіжні, так і вітчизняні науковці. Генрі Холмс Сміт (Henry Holmes Smith, США, 1950-ті) приписують введення терміна «візуальна грамотність». Він розглядав візуальну грамотність як «візуальну мову», яку потрібно кодифікувати й навчати читати зображення (Bernnard et al., 2022). В. Штейнберг досліджував галузь когнітивної візуалізації і став автором графічних засобів представлення інформації та логіко-смыслових моделей (Бойченко & Чуричканіч, 2021). На думку авторів, серед сучасних дослідників теорії візуальної грамотності та когнітивної візуалізації Н. Авшенюк, Л. Мнгуні, Д. Рассел, Е. Санг, Д. Фенг, К. Хеллорен, Б. Фогельзінгер, К. Хілі, К. Шультен та ін.

Візуальна грамотність набуває ширшого значення, якщо розглядати її поряд із технологіями SMART, оскільки вона охоплює не лише базові навички декодування візуальних повідомлень, а й здатність критично оцінювати, етично застосовувати та створювати візуальний контент за допомогою різноманітних цифрових інструментів. До основних характеристик SMART-технологій як інтерактивних технологій, які забезпечують створення, редагування, поширення та використання мультимедійних навчальних матеріалів у різних форматах і середовищах (Кушнір, 2020) відносять інтерактивність (використання інтерактивних пристроїв, які дозволяють учням і викладачам активно взаємодіяти з навчальним контентом, створювати спільні проєкти, обговорювати ідеї в режимі реального часу); мультимедійність (залучення відео, графіки, анімації, симуляцій, віртуальної та доповненої реальності для унаочнення складних понять і процесів); гнучкість і персоналізацію (можливість адаптувати темп і стиль навчання під потреби кожного учня, створювати індивідуальні траєкторії розвитку); доступність (навчання можливе не лише в класі, а й удома, у громадських місцях, через Інтернет, використовуючи власні пристрої); ефективне оцінювання (технології дозволяють здійснювати миттєвий зворотний зв'язок, проводити онлайн-тестування, аналізувати прогрес учнів у режимі реального часу).

Зв'язок між технологіями SMART і візуальною грамотністю досліджувався у сучасній педагогічній літературі. Відзначимо, що дослідники Avgerinou & Pettersson, Sime & Themelis обґрунтували, що саме візуальна грамотність дозволяє повноцінно використовувати потенціал SMART-технологій у навчанні, створювати, розуміти й комунікувати за допомогою візуальних засобів (Sime, 2022). Огляд бібліометричних досліджень також підтверджує, що у сучасній освіті простежується тісний зв'язок між впровадженням цифрових і SMART-технологій та розвитком візуальної грамотності. Провідні дослідники у цій сфері аналізують, як цифрові освітні платформи і SMART-технології формують нові вимоги до візуальної грамотності учнів і педагогів (Bulut, et al., 2024). Зіставлення складників візуальної грамотності та SMART-технологій свідчить про їх певну кореляцію, а тому природно поставити питання про використання SMART-технологій для розвитку візуальної грамотності.

Мета статті: дослідити використання SMART-технологій у підвищенні візуальної грамотності. Мета зумовила вирішення таких дослідницьких завдань: 1) визначити теоретичні засади розвитку візуальної грамотності за допомогою SMART-технологій; 2) охарактеризувати роль SMART-технологій у розвитку візуальної грамотності.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Аналіз наукової літератури для з'ясування сутності понять «візуальна грамотність», «SMART-технології» та їх складників, для дослідження сучасних тенденцій і підходів до впровадження візуального навчання; систематизація та узагальнення для структурування отриманих теоретичних знань щодо впливу SMART-технологій на візуальну грамотність, виявлення SMART-інструментів у контексті візуального навчання; порівняльний аналіз для співставлення традиційних та SMART-орієнтованих підходів до розвитку візуальної грамотності, вивчення зарубіжного і вітчизняного досвіду впровадження візуального навчання в умовах цифровізації.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Теоретичні засади розвитку візуальної грамотності за допомогою SMART-технологій

Кілька теорій дають підстави вважати SMART-технології в навчанні інструментом (засобом) розвитку візуальної грамотності. Зокрема, теорія когнітивного навантаження, теорія подвійного кодування, конструктивістська теорія навчання та соціальна когнітивна теорія дають уявлення про когнітивні та соціальні процеси, пов'язані з візуальним навчанням і тим, як технології SMART можуть бути використані для оптимізації цих процесів. Теорія когнітивного навантаження (CLT) передбачає (Sweller, 1994), що ефективний візуальний досвід навчання повинен бути розроблений таким чином, щоб мінімізувати / оптимізувати когнітивне навантаження на суб'єкта учіння. Технології SMART можуть сприяти цьому, оскільки надають інструменти, які спрощують складну візуальну інформацію, зменшують відволікання та виділяють ключові поняття. *Теорія подвійного кодування (DCT)* стверджує (Paivio, 1969; Clark & Paivio, 1991), що інформація обробляється та зберігається в пам'яті як за допомогою вербальних, так і невербальних систем. Вона припускає, що навчання покращується, коли інформація представлена в обох форматах. Технології SMART сприяють інтеграції візуальної та вербальної інформації за допомогою мультимедійних презентацій, інтерактивних симуляцій та мультимодальних освітніх середовищ. Підхід подвійного кодування може призвести до багатших і триваліших ментальних презентацій, покращує розуміння та запам'ятовування. *Конструктивістська теорія навчання* наголошує (O'Donnell et al., 2012; Piaget, 1978) на активній ролі учнів у конструюванні власних знань за допомогою досвіду та рефлексії. Освітнє середовище SMART з акцентом на навчання на основі запитів зумовлює широкі можливості для розуміння візуальної комунікації. *Соціальна когнітивна теорія (SCT)* підкреслює (Bandura, 1986) роль навчання за допомогою спостереження і моделювання у формуванні людської поведінки (студенти вчать, спостерігаючи та імітуючи візуальні стратегії комунікації інших). Освітнє середовище SMART з акцентом на онлайн-співпрацю та доступ до різноманітних медіаджерел надає можливості спостерігати за широким спектром візуальних моделей та вчитися на їх основі.

SMART-технології та їх роль у розвитку візуальної грамотності

Технології SMART охоплюють широкий спектр цифрових інструментів і платформ, які можна використовувати для підвищення візуальної грамотності. Ці технології включають інтерактивні дошки, віртуальну та доповнену реальність, інструменти для створення мультимедіа та програмне забезпечення для візуалізації даних. Кожна з цих технологій відкриває можливості для розвитку складників візуальної грамотності (уміння «читати» візуальні образи, розпізнавати й розуміти їхній зміст, інтерпретувати об'єкти й символи у відповідному культурному, соціальному чи історичному контексті; уміння створювати візуальні матеріали, генерувати власні зображення; критично оцінювати візуальну інформацію; застосовувати візуальні засоби для соціальної взаємодії).

Інтерактивні дошки та дисплеї сприяють динамічному та груповому візуальному навчанню. Вони дозволяють учителям та учням взаємодіяти з візуальним контентом у режимі реального часу (Nicolaou et al., 2019). Вчителі можуть використовувати інтерактивні дошки для представлення зображень, відео, візуалізації даних, а також при ануванні й обробці візуального контенту для виділення ключових понять і відношень між ними. Учні можуть використовувати інтерактивні дошки для створення власних візуальних презентацій, обміну ідеями для спільного вирішення проблем. Іншими словами, використання інтерактивних дошок може покращити візуальне сприйняття, розуміння та комунікативні навички молоді.

Технології віртуальної та доповненої реальності (VR та AR) пропонують імерсивне навчальне середовище, яке може змінити спосіб взаємодії учнів з візуальним контентом (Lee & Hwang, 2022). Симуляції віртуальної реальності можуть перенести учнів у віртуальні світи, де вони можуть досліджувати історичні місця, проводити наукові експерименти або практикувати реальні навички в безпечному цифровому середовищі. Додатки доповненої реальності можуть накладати цифрову інформацію на реальний світ, забезпечуючи контекстний досвід навчання, який покращує розуміння та запам'ятовування. Наприклад, студенти можуть використовувати додатки AR для візуалізації складних анатомічних структур, дослідження історичних артефактів або взаємодії з віртуальними персонажами історії. Такі імерсивні враження можуть покращити візуальне сприйняття, розуміння та навички інтерпретації фактів і даних.

Інструменти для створення мультимедіа, такі як програмне забезпечення для редагування відео, програми графічного дизайну та платформи анімації, дають можливість створювати та ділитися власними візуальними повідомленнями. Займаючись створенням мультимедіа, учні розвивають свої навички візуального спілкування, творчо висловлюють свої ідеї та діляться своїми знаннями з іншими. Ці інструменти також сприяють розвитку критичного мислення та навичок вирішення проблем, оскільки учні вчать проєктувати, виробляти та оцінювати власні візуальні твори. Подібний практичний досвід може покращити візуальну комунікацію, етичну свідомість і технологічну майстерність.

Програмне забезпечення для візуалізації даних дозволяє учням перетворювати необроблені дані на когнітивно наповнені візуальні зображення, такі як діаграми, графіки та карти. Навчаючись створювати та інтерпретувати дані (Shamonia et al., 2019), учні розвивають навички критичного мислення та отримують більш глибоке розуміння складних наборів даних. Інструменти візуалізації даних (Semenikhina et al. 2020) також сприяють розвитку творчих та комунікативних навичок, оскільки студенти вчать представляти дані через переконливі наочні образи. Такий підхід може покращити візуальний аналіз, критичну оцінку та комунікативні навички.

Аналізуючи сучасні освітні практики, прослідковується позитивний вплив SMART-технології на розвиток візуальної грамотності:

– у природничо-математичній освіті (STEM-освіті) візуальна грамотність має важливе значення для розуміння складних наукових концепцій, інтерпретації даних та передачі наукових висновків (Semenikhina et al., 2022). Учні повинні вміти аналізувати діаграми, графіки та моделі; інтерпретувати наявні візуалізації даних і створювати власні візуальні образи. Технології SMART, такі як інтерактивне моделювання та програмне забезпечення для візуалізації даних, можуть

покращити розуміння понять та розвинути вміння ефективно передавати наукову інформацію, використовувати моделювання для вивчення поведінки складних систем (Drushlyak et al., 2025) або візуалізувати результати досліджень;

– при вивченні мови та літератури візуальна грамотність покращує здатність учнів аналізувати та інтерпретувати літературні тексти, фільми та інші візуальні медіа. Учні можуть навчитися визначати візуальні метафори, символи та алюзії; оцінити прийоми переконання, які використовуються у візуальних повідомленнях. Створення візуальних уявлень літературних тем, персонажів і сюжетних структур також може поглибити розуміння та оцінку літератури (Hrona et al., 2024);

– у суспільствознавстві та історії візуальна грамотність дає змогу учням аналізувати історичні зображення, карти та артефакти, тлумачити первинні джерельні документи; розуміти культурний та соціальний контексти в історичній ретроспективі. Студенти можуть навчитися критично оцінювати джерела, враховуючи їхній контекст, мету та потенційні упередження. Створення візуальних часових шкал, інфографіки та мультимедійних презентацій може допомогти учням синтезувати інформацію та передати своє розуміння історичних подій та культурних тенденцій (Малієнко, 2019);

– освіта в галузі мистецтва та дизайну забезпечує природне середовище для розвитку навичок візуальної грамотності, оскільки учні вчать створювати, аналізувати та критикувати твори візуального мистецтва. Вони можуть досліджувати різні художні техніки, експериментувати з різними медіа та розробляти власні унікальні візуальні стилі. Критика та аналіз творів мистецтва може покращити їх здатність розуміти та оцінювати естетичні якості, культурне значення та соціальний вплив візуального мистецтва (Брюховецька, 2018).

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

SMART-освіта, як сучасна педагогічна концепція, базується на інтеграції цифрових технологій в освітній процес із метою формування ключових навичок XXI століття, серед яких візуальна грамотність посідає центральне місце. В умовах зростаючого обсягу візуального контенту та переважання візуального каналу сприйняття інформації у сучасній молоді, візуальна грамотність стає необхідною навичкою для орієнтації як у реальному, так і у віртуальному середовищі. Її розвиток сприяє формуванню здатності сприймати, аналізувати, інтерпретувати, оцінювати та створювати візуальні повідомлення для ефективної комунікації, аргументації та прийняття рішень.

SMART-технології (інтерактивні дошки, цифрові платформи, адаптивні середовища, доповнена та віртуальна реальність, інструменти штучного інтелекту) виступають ефективними засобами розвитку візуальної грамотності. Їхнє застосування забезпечує доступ до широкого спектру візуальних ресурсів, стимулює креативність, імерсивний досвід і дозволяє здійснювати персоналізоване навчання з індивідуалізованим зворотним зв'язком. Теоретичне підґрунтя використання SMART-технологій у розвитку візуальної грамотності забезпечують когнітивна теорія мультимедійного навчання, теорія подвійного кодування, конструктивістська та соціально-когнітивна парадигми, що підкреслюють значення активного залучення учнів до створення та інтерпретації візуального змісту.

Разом із тим ефективність застосування SMART-технологій у розвитку візуальної грамотності залежить від низки чинників. По-перше, це рівень цифрової і педагогічної компетентності вчителів, їхня здатність інтегрувати візуальні засоби у практику навчання, застосовувати принципи візуального дизайну та оцінювати якість візуального контенту. По-друге, це доступність технологій і цифрових інструментів для всіх учасників освітнього процесу, що є передумовою інклюзивності та недопущення цифрового розриву. По-третє, це розвиток критичного мислення учнів щодо споживання візуального контенту (вміння ідентифікувати упередження, дезінформацію, пропаганду тощо), що особливо актуально в умовах інформаційних загроз для української молоді.

Перспективи подальшого розвитку SMART-освіти у контексті візуальної грамотності пов'язані з дедалі ширшим впровадженням штучного інтелекту, імерсивних технологій (AR/VR/MR) та аналітики навчальних даних. Системи на основі AI здатні здійснювати гнучку діагностику рівнів візуальної грамотності учнів, адаптувати освітню траєкторію відповідно до індивідуальних потреб, а також сформулювати персоналізовані рекомендації. Технології імерсивної реальності забезпечують автентичність і багатоканальність сприйняття, що підвищує глибину розуміння візуальних структур. Такий підхід відкриває нові горизонти для розвитку візуальної грамотності як інтегральної складової сучасної цифрової культури молоді.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
2. Bernard, D., Bobish, G., Bullis, D., Hecker, J., Holden, I., Hosier, A., Jacobson, T., & Loney, T. (2022). Візуальна грамотність - застосування інформаційної грамотності до візуальних матеріалів. *Посібник користувачів інформаційної грамотності*. <https://surli.cc/wsxcqlc>
3. Bulut, M., Bulut, A., Kaban, A., & Kirbas, A. (2024). Exploring the nexus of technology, digital, and visual literacy: A bibliometric analysis. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 12(2), 345-363. <https://doi.org/10.46328/ijemst.3777>
4. Clark, J. M., & Paivio, A. (1991). Dual coding theory and education. *Educational Psychology Review*, 3(3), 149-170.
5. Drushlyak, M., Lukashova, T., Shamonina, V., & Semenikhina, O. (2025). ChatGPT-Based Simulation Helps to Develop the Pre-Service Mathematics Teachers' Critical Thinking. *International Journal of Instruction*, 18(1), 153-172. https://www.e-iji.net/dosyalar/iji_2025_1_9.pdf
6. Hrona, N., Khomych, T., Semenog, O., Kharchenko, I., Yurchenko, A., & Semenikhina, O. (2024). Tools for the development of emotional intelligence: Cognitive native language teaching. *International Journal of Instruction*, 17(2), 599-616. <https://doi.org/10.29333/iji.2024.17233a>
7. Lee, H., & Hwang, Y. (2022). Technology-Enhanced Education through VR-Making and Metaverse-Linking to Foster Teacher Readiness and Sustainable Learning. *Sustainability*, 14(8), 4786. <https://doi.org/10.3390/su14084786>
8. Nicolaou, C., Matsiola, M., & Kalliris, G. (2019). Technology-Enhanced Learning and Teaching Methodologies through Audiovisual Media. *Education Sciences*, 9(3), 196. <https://doi.org/10.3390/educsci9030196>
9. O'Donnell, A., Reeve, J., & Smith, J. (2012). *Educational Psychology* (3rd ed.). Wiley. Retrieved from <https://www.perlego.com/book/3865839/educational-psychology-reflection-for-action-pdf> (Original work published 2012)

10. Paivio, A. (1969). "Mental imagery in associative learning and memory". *Psychological Review*. 76 (3), 241–263.
11. Piaget, J. (1978). *Behavior and evolution* (1st American). New York: Pantheon Books.
12. Semenikhina, O. V., Drushlyak, M. G., & Shishenko, I. V. (2022). STEM project as a means of learning modeling for pre-service mathematics and computer science teachers. *Information Technologies and Learning Tools*, 90(4), 46–56. <https://doi.org/10.33407/itl.v90i4.4946>
13. Semenikhina, O., Kudrina, O., Koriakin, O., Ponomarenko, L., Korinna, H., & Krasilov, A. (2020). The Formation of Skills to Visualize by the Tools of Computer Visualization. *TEM Journal*, 9(4), 1704-1710. <https://doi.org/10.18421/TEM94-51>
14. Shamonia, V., Semenikhina, O., Drushlyak, M., & Lynnyk, S. (2019). Computer visualization of logic elements of the information system based on Proteus. 15th International Conference on ICT in Education, Research, and Industrial Applications (ICTERI 2019). Kherson, 459-463.
15. Sime, J.-A. (2022). Visual literacies and visual technologies for teaching, learning, and inclusion: Introduction to the Special Issue. *Studies in Technology Enhanced Learning*, 2(1). <https://doi.org/10.21428/8c225f6e.46bb5c93>
16. Sweller, J. (1994). Cognitive Load Theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*. 4 (4), 295-312. [https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90003-5)
17. Бойченко, М.А., & Чуричканич, І.Е. (2021). *Теорія когнітивної візуалізації в педагогічній думці Великої Британії та США: історія і сучасність*. Суми : ФОР Цьома С.П.
18. Брюховецька, О. (2018). Візуальний поворот у культурі і культурології. *Коллективна монографія «Культурологія: Могилянська школа», розділ 1*, 130-165. <https://ekmair.ukma.edu.ua/server/api/core/bitstreams/49d6c4ab-f8a8-4e0d-8c41-c612050c890e/content>
19. Кушнір, А.С. (2020). SMART-технології в освіті як чинник інформаційного розвитку суспільства. «Молодий вчений», 3.1 (79.1), 39-42.
20. Лілік, О. О., Сазонова, О. В., & Бивалькевич, Л. М. (2021). Формування візуальної грамотності майбутніх учителів початкової школи засобами художньої літератури за допомогою онлайн-інструментів, 210-216. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4769572>
21. Малієнко, Ю. (2019). Теоретичні засади візуалізації змісту підручників з історії для старшої школи у контексті компетентнісного навчання. *Проблеми сучасного підручника*, 23, 149. <https://doi.org/10.32405/2411-1309-2019-23-149>

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action : a social cognitive theory*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
2. Bernnard, D., Bobish, G., Bullis, D., Hecker, J., Holden I., Hosier, A., Jacobson, T., & Loney, T. (2022). Візуальна грамотність - застосування інформаційної грамотності до візуальних матеріалів. *Посібник користувачів інформаційної грамотності*. <https://surli.cc/wsxqlc>
3. Bulut, M., Bulut, A., Kaban, A., & Kirbas, A. (2024). Exploring the nexus of technology, digital, and visual literacy: A bibliometric analysis. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 12(2), 345-363. <https://doi.org/10.46328/ijemst.3777>
4. Clark, J. M., & Paivio, A. (1991). Dual coding theory and education. *Educational Psychology Review*, 3(3), 149-170.
5. Drushlyak, M., Lukashova, T., Shamonia, V., & Semenikhina, O. (2025). ChatGPT-Based Simulation Helps to Develop the Pre-Service Mathematics Teachers' Critical Thinking. *International Journal of Instruction*, 18(1), 153-172. https://www.e-iji.net/dosyalar/iji_2025_1_9.pdf
6. Hrona, N., Khomych, T., Semenog, O., Kharchenko, I., Yurchenko, A., & Semenikhina, O. (2024). Tools for the development of emotional intelligence: Cognitive native language teaching. *International Journal of Instruction*, 17(2), 599-616. <https://doi.org/10.29333/iji.2024.17233a>
7. Lee, H., & Hwang, Y. (2022). Technology-Enhanced Education through VR-Making and Metaverse-Linking to Foster Teacher Readiness and Sustainable Learning. *Sustainability*, 14(8), 4786. <https://doi.org/10.3390/su14084786>
8. Nicolaou, C., Matsiola, M., & Kalliris, G. (2019). Technology-Enhanced Learning and Teaching Methodologies through Audiovisual Media. *Education Sciences*, 9(3), 196. <https://doi.org/10.3390/educsci9030196>.
9. O'Donnell, A., Reeve, J., & Smith, J. (2012). *Educational Psychology* (3rd ed.). Wiley. Retrieved from <https://www.perlego.com/book/3865839/educational-psychology-reflection-for-action-pdf> (Original work published 2012)
10. Paivio, A. (1969). "Mental imagery in associative learning and memory". *Psychological Review*. 76 (3), 241–263.
11. Piaget, J. (1978). *Behavior and evolution* (1st American). New York: Pantheon Books.
12. Semenikhina, O. V., Drushlyak, M. G., & Shishenko, I. V. (2022). STEM project as a means of learning modeling for pre-service mathematics and computer science teachers. *Information Technologies and Learning Tools*, 90(4), 46–56. <https://doi.org/10.33407/itl.v90i4.4946>
13. Semenikhina, O., Kudrina, O., Koriakin, O., Ponomarenko, L., Korinna, H., & Krasilov, A. (2020). The Formation of Skills to Visualize by the Tools of Computer Visualization. *TEM Journal*, 9(4), 1704-1710. <https://doi.org/10.18421/TEM94-51>
14. Shamonia, V., Semenikhina, O., Drushlyak, M., & Lynnyk, S. (2019). Computer visualization of logic elements of the information system based on Proteus. 15th International Conference on ICT in Education, Research, and Industrial Applications (ICTERI 2019). Kherson, 459-463.
15. Sime, J.-A. (2022). Visual literacies and visual technologies for teaching, learning and inclusion: Introduction to the Special Issue. *Studies in Technology Enhanced Learning*, 2(1). <https://doi.org/10.21428/8c225f6e.46bb5c93>
16. Sweller, J. (1994). Cognitive Load Theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*. 4 (4), 295-312. [https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90003-5)
17. Boichenko, M.A., & Churychkanich, I.E. (2021). *Teoriia kohnityvnoi vizualizatsii v pedahohichnii dumtsi Velykoi Brytanii ta SSHa: istoriia i suchasnist [Theory of cognitive visualization in the pedagogical thought of Great Britain and the USA: history and modernity]*. Sumy : FOP Tsoma S.P.
18. Briukhovetska, O. (2018). Vizualnyi povorot u kulturi i kulturologii [Visual turn in culture and cultural studies]. *Kolektyvna monohrafiia «Kulturologiia: Mohylianska shkola», – Collective monograph "Cultural studies: Mohyla school"*, rozdil 1, 130-165. <https://ekmair.ukma.edu.ua/server/api/core/bitstreams/49d6c4ab-f8a8-4e0d-8c41-c612050c890e/content>
19. Kushnir, A.S. (2020). SMART-tekhnologii v osviti yak chynnyk informatsiinoho rozvytku suspilstva [SMART technologies in education as a factor of information development of society]. *Molodyi vchenyi – Young Scientist*, 3.1 (79.1), 39-42.
20. Lilik, O. O., Sazonova, O. V., & Byvalkevych, L. M. (2021). *Formuvannia vizualnoi hramotnosti maibutnikh uchyteliv pochatkovoї shkoly zasobamy khudozhnoi literatury za dopomohoiu onlain-instrumentiv [Formation of visual literacy of future primary school teachers through fiction using online tools]*, 210-216. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4769572>
21. Maliienko, Yu. (2019). Teoretichni zasady vizualizatsii zmistu pidruchnykiv z istorii dlia starshoi shkoly u konteksti kompetentnisnogo navchannia [Theoretical principles of visualization of the content of history textbooks for high school in the context of competency-based learning]. *Problemy suchasnoho pidruchnyka – Problems of the Modern Textbook*, 23, 149.

| Матеріал надійшов до редакції: 05.03.2025 р. | Прийнято до друку: 15.04.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

ПОСТАНОВКА ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Евгеній СТЕГАНЦЕВ ✉

Запорізький національний університет, Україна
StegantsovEV@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0000-2495-5977>

Альона ЧЕРНІЄНКО

Відділ освіти, молоді і спорту виконавчого комітету
Томаківської селищної ради, Україна
alya12345678901@gmail.com

SETTING AND SOLVING RESEARCH PROBLEMS IN TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES

Eugene STEGANTSEV ✉

Zaporozhzhia national university, Ukraine
StegantsovEV@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0000-2495-5977>

Alena CHERNIENKO

Department of Education, Youth and Sports of the Executive
Committee of the Tomakivka Settlement Council, Ukraine
alya12345678901@gmail.com

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Дослідницькі задачі є необхідною складовою освітнього процесу, їх використання сприяє розвитку критичного та креативного мислення, формуванню вміння діяти в нестандартній ситуації. Поряд з необхідністю ґрунтовних педагогічних досліджень щодо теоретичних основ впровадження технології навчання через дослідження, виникає ціла низка практичних питань, пов'язаних з підготовкою викладача до організації дослідницької діяльності в освітньому процесі. Мета цієї статті – зробити огляд наявних досліджень щодо дослідницького підходу до навчання, описати власний досвід постановки дослідницьких задач при викладанні математичних дисциплін і організації їх розв'язання студентами, проаналізувати можливості знаходження джерел дослідницьких задач та самостійного їх створення.

Матеріали і методи. Використана: аналіз застосування окремих компонентів теорії розв'язування дослідницьких задач, аналіз наявних досліджень впливу результатів дослідницької діяльності на підвищення мотивації студентів. У дослідженні використовувались підручники з вищої математики, алгебри та теорії чисел, основ математики для закладів вищої освіти, опрацьовувались наукові публікації та їх обговорення.

Результати. Продемонстровано можливості організації дослідницької діяльності студентів при викладанні математичних курсів, використання теорії розв'язання дослідницьких задач, проаналізовано окремі можливості створення дослідницьких задач, розглянуто методи розв'язання запропонованих дослідницьких задач (метод фокального об'єкта, акумулювання навчального матеріалу, брейнштурму).

Висновки. Математичні курси є сприятливою базою для забезпечення дослідницької діяльності студентів університету. В статті акцентується увага на включенні дослідницьких задач в процес навчання на постійній основі. Викладачам університетів слід удосконалювати свій власний досвід організації дослідницької діяльності студентів, а також досвід викладачів зарубіжних університетів, які вже певний час працюють над реалізацією технології навчання через дослідження. Зрозуміло, що перехід до цієї технології буде тривалим і потребуватиме поступових змін в навчальних програмах спеціальностей. Необхідними будуть також дослідження, пов'язані з методиками підвищення мотивації студентів для забезпечення результативності дослідницької діяльності.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: дослідницька діяльність; дослідницька задача; освітній процес; неперервне мислення; технології навчання; методи дослідження; проектно-дослідницька діяльність; методи пізнання.

ABSTRACT

Formulation of the problem. Research tasks are a necessary component of the educational process, and their use contributes to the development of critical and creative thinking, and the formation of the ability to act in a non-standard situation. Along with the need for thorough pedagogical research on the theoretical foundations of the implementation of research-based learning technology, a number of practical issues arise related to the preparation of teachers for the organization of research activities in the educational process. The purpose of this article is to review the available research on the research approach to teaching, to describe my own experience of setting research tasks in teaching mathematics and organizing their solution by students, to analyze the possibilities of finding sources of research tasks and creating them independently.

Materials and methods. Methods used: analysis of the application of individual components of the theory of research problem solving, analysis of existing studies on the impact of research results on increasing student motivation. The study used textbooks on higher mathematics, algebra and number theory, and the basics of mathematics for higher education institutions, as well as scientific publications and their discussions.

Results. The article demonstrates the possibilities of organizing students' research activities in teaching mathematical courses, using the theory of solving research problems, analyzes some possibilities of creating research problems, and considers methods of solving the proposed research problems (the method of focal object, accumulation of educational material, brainstorming).

Conclusions. Mathematical courses are a favorable basis for ensuring research activities of university students. The article emphasizes the inclusion of research tasks into the learning process on a regular basis. University professors should improve their own experience in organizing students' research activities, as well as the experience of professors from foreign universities who have been working on the implementation of research-based learning for some time. It is clear that the transition to this technology will be long and will require gradual changes in the curricula of the specialties. Research will also be needed on methods of increasing student motivation to ensure the effectiveness of research activities.

KEYWORDS: research activity; research task; educational process; continuous thinking; learning technologies; research methods; project research activity; methods of cognition.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Stegantsev E., Chernienko A. Setting and Solving Research Problems in Teaching Mathematical Disciplines. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 37-43. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-06>.

FOR CITATION: Stegantsev, E., & Chernienko, A. (2025). Setting and Solving Research Problems in Teaching Mathematical Disciplines. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 37-43. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-06>.

INTRODUCTION

Setting and solving research problems contributes to the development of science and is a means of attracting young researchers to new scientific fields. That is why solving research problems is an important part of teaching mathematics. The introduction of research-based learning into education is specified by the National Doctrine of Education Development of Ukraine in the XXI century and is being thoroughly studied by domestic and foreign scientists (Bulvinska, 2019; Kozak, 2016; Vorozhbit-Gorbatyuk et al., 2021).

In the context of research-based learning technology at the university, students are ideally involved in research conducted by teachers. This understanding of the role of the teacher differs significantly from the vision of the teacher as an experienced researcher who organizes students' projects and research activities or uses problem-based learning technology in the educational process. It is clear that today, a large number of teachers are not ready for the full implementation of research-based learning technology, and this is a task for the future that should be gradually and continuously solved.

Unlike typical tasks, the solution of which is often algorithmic, research tasks require the use of general and special methods of cognition. Of particular importance are tasks that develop such important mental skills as the ability to generalize, identify individual cases, reason by analogy, find similarities and differences, etc. The peculiarity of research problems is the fact that a broad mathematical outlook, ingenuity, and creativity are important for solving them, but, on the other hand, it is precisely in solving research problems that these qualities are formed.

The important tasks of higher education are to develop such professional competences of graduates as creativity and flexibility of thinking, the ability to make decisions in non-standard situations, as well as the formation and development of research competence of higher education students, especially of mathematical specialities. When engaging students majoring in secondary education in research, it is also desirable to develop their ability to organize and effectively manage students' research activities (Babak & Vorozhbit-Gorbatyuk, 2021; Proshkin et al., 2018).

Related to the idea of developing research skills in students is the idea of the need to develop so-called non-linear thinking as a new style of scientific thinking. Thinking in the process of invention, for example, is non-linear, as the intended objects, knowledge, and end results are initially unknown and gradually determined by self-organized personal and collaborative efforts. One of the first works on non-linear thinking was the book (Dobronravova, 1990). This idea was backed by numerous domestic and foreign scientists (Harkki et al., 2021; Kremen, 2005).

When solving research problems, it is necessary to think not only about the relationship between specific concepts but also between different sections of mathematics and other disciplines (STEM education). The students (and teachers) need to learn to cope with uncertainty, improvise, and be prepared to analyze the results, which may not be initially foreseeable. The issues of organizing research activities at different stages of the educational process are discussed at conferences, on the pages of scientific and popular science journals, where you can find recommendations on effective approaches to developing advanced skills and thinking necessary to overcome the complex challenges of the modern world (Ammar et al., 2024; Proshkin & Proshkina, 2016).

Realizing the importance of this issue, proactive teachers share their experience of organizing active learning through clubs, elective courses, and supervising the writing of papers in the Junior Academy of Sciences. Famous scientists take part in various summer schools. The organization of research activities provides a certain degree of convergence between university mathematics and school mathematics. The hypothesis that active learning improves performance in science, engineering, and mathematics is confirmed in the work (Freeman et al., 2014). To do this, 225 studies of student performance in undergraduate science, technology, engineering, and mathematics (STEM) courses in traditional lecture versus active learning were analyzed. The results raise questions about the continued use of traditional lectures and support active learning as a desirable, empirically supported teaching practice. When organizing research activities for pupils or students, a good result can only be expected if the proposed research tasks are interesting for them and can motivate students to solve them. Stimulating student motivation is the key issue for achieving the planned learning outcomes. A good course design is essential to keep students motivated to solve the posed tasks. When using problem-based learning technology, students' independence and the ability to function effectively in teams are important. Both are considered at work (Nor Farida et al., 2012) as the motivating elements. The work (Hrybiuk, 2022) describes the results of an experimental study confirming that the use of computer-oriented methodological systems of natural and mathematical research training provides optimal concentration of educational resources, focus of content, and technologies for preparing students for research work, an increase in motivation and efficiency of students' learning.

Aim of the study. The most obvious examples of research activities of university students are writing term papers and qualification papers. But very often this work is sporadic, limited in time, and therefore insufficient to develop research skills. Of course, it is important to ensure that students are constantly involved in research, to offer research tasks during the study of disciplines, starting from the first year. This is the most effective way to ensure quality teaching of natural and mathematical disciplines at all levels of the educational process.

The purpose of this article is to describe own experience of setting research tasks in teaching mathematical disciplines and organizing their solution by students, to analyze the possibilities of finding sources of research tasks and creating them independently.

RESEARCH METHODS

The demonstration of the possibilities of creating research ideas in teaching mathematics courses, analysis of the application of individual components of the theory of research problem solving, application of the method of accumulation of the required amount of educational material, the method of focal objects, the structural approach to research problems, involving students in research discussions, analysis of existing studies on the impact of research results on increasing student motivation and vice versa.

RESEARCH RESULTS

Setting the research problems under the study of axiomatic theories

In studying the fundamentals of geometry, the students are introduced to various axiomatic theories of the mathematical structure of Euclidean geometry. The theory based on Gilbert's system of axioms is thoroughly considered. Acquaintance with other systems of axioms of Euclidean geometry (Weyl, Aleksandrov, Kolmogorov) is important for mastering the general issues of the axiomatic method, in particular, for developing skills in proving the consistency, independence, and completeness of axiom systems. It is of considerable didactic and methodological importance to prove the equivalence of different axiomatic theories of Euclidean geometry, for example, the Gilbert and Weyl theories. For the deep understanding of this equivalence, it is important to be able to "find the place" of the particular statement in each axiomatic theory, i.e., to build the sequence of statements whose consequence is this statement. This kind of task can certainly be attributed to research.

For example, let us consider the triangle exterior angle theorem: "the exterior angle of a triangle is greater than every interior angle that is not adjacent to it". This theorem plays a very important role in Gilbert's axiomatic theory. It is the consequence of the first three groups of the axiom system and is used to prove many theorems of absolute geometry (Gilbert, 1948). The question of its place in Weyl's axiomatic theory is quite natural when studying the basics of geometry.

The organization of the study of this issue can be characterized as the implementation of the process of project research activity (Grib'yuk & Yunchik, 2016), because it included the following stages: selection of the problem (due to its importance in Gilbert's axiomatic theory); selection of the search concept, collection and analysis of data (by accumulating the necessary amount of educational material); transformation of ideas into the structure (taking into account the presence of the structure of the partially ordered set in the set of statements of the axiomatic theory).

Here is the sequence of statements obtained as the result of the study, each of which is the consequence of the previous ones and the consequence of which is the theorem on the external angle of a triangle in the axiomatic Weyl theory.

Statement 1. In any triangle ABC the following relation takes place

$$AB - BC < AC < AB + BC.$$

Statement 2. In any triangle ABC the following relation takes place:

$$1) BC = BA \cos B + CA \cos C;$$

$$2) CA = CB \cos C + AB \cos A;$$

$$3) AB = AC \cos A + BC \cos B.$$

Statement 3. The following inequalities are fulfilled for internal angles in any triangle ABC :

$$1) \cos A + \cos B + \cos C > 1;$$

$$2) -\cos A + \cos B + \cos C > -1.$$

Statement 4. The sum of the cosines of the two interior angles of any triangle is positive.

Statement 5 (on the exterior angle of the triangle). The exterior angle of a triangle is greater than every interior angle of the triangle that is not adjacent to it.

Proof. Let us demonstrate that the exterior angle α at vertex C of the triangle ABC is greater than angle B . According to statement 4, for the interior angles B and C we obtain $\cos B > -\cos C = \cos(\pi - C) = \cos \alpha$, and consequently $\angle B < \alpha$.

Similar questions can be asked about the triangle angle sum theorem, the Pythagorean theorem, etc.

Examples of the research tasks in the course of algebra and number theory

Let us consider *the application of the properties of the reciprocal polynomial for the solution of a special type of third-degree equation.*

The concept of the polynomial plays an important role in algebra. Among the various types of polynomials, the irreducible polynomial over a field or ring holds a special place due to its possible applications, in particular, in mathematics and cryptography. Another interesting concept in polynomial theory is the concept of the reciprocal polynomial. This concept is not so widespread, but it also has applications, for example, in communication theory. Finding some effective combinations of the properties of the above types of polynomials can be considered as the research task.

For example, it is known that the solution of the equation

$$ax^3 + bx^2 + c = 0 \tag{1}$$

uses the Cardano method. In order to apply Cardano formulas directly, equation (1) is reduced to the following form

$$y^3 + my + n = 0, \tag{2}$$

using the sequence of the substitutions $m = \frac{b}{a}$, $n = \frac{c}{a}$ and $x = y - \frac{m}{3}$.

Let us consider the research task to find the method of reducing equation (1) to the standard form (2) in a different way, the purpose of which is to familiarize students with the concept of a reciprocal polynomial and its possible applications. Let

us recall that the reciprocal polynomial $f^*(x)$ to the polynomial $f(x)$ can be found with the help of the formula $f^*(x) = x^n f\left(\frac{1}{x}\right)$

where n – the power of the original polynomial. We use the focal object method, which consists in focusing on the properties of the given object, comparing them with the properties of other objects (possibly randomly selected), formulating original ideas and implementing them (note that this scheme often includes other methods, such as the brainstorming method with the qualitative system of questions and analysis of student responses).

The application of these methods led to the following research results. The construction of the reciprocal polynomial for the polynomial in equation (1) immediately transforms this equation to the form (2), without applying the above substitutions. In order to write down the roots of the original equation, we use the property of reciprocal polynomials: the roots of the reciprocal polynomial are inverse to the roots of the original polynomial (Van-der-Varden, 1976). Thus, for the polynomial on the left-hand side of the equation $x^3 + 3x^2 - 20 = 0$ the reciprocal polynomial $f^*(x)$ has the form $f^*(x) = x^3\left(\frac{1}{x^3} + 3\frac{1}{x^2} - 20\right) = -20x^3 + 3x + 1$.

Hence, we obtain the equation $x^3 - \frac{3}{20}x - \frac{1}{20} = 0$, which has the standard form. Let us find the roots using Cardano formulas

$$x_1^* = \frac{1}{2}, x_2^* = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{15}}{20}i, x_3^* = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{15}}{20}i. \text{ Hence } x_1 = 2, x_2 = -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}i, x_3 = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2}i \text{ - are the roots of the original equation.}$$

Let us consider **the application of the properties of the reciprocal and irreducible polynomials in the preparation of the polynomial for the irreducibility test with the help of the Eisenstein criterion.**

This example confirms the fact that research activity can be made more than episodic, demonstrating to students how the results already obtained form the basis for formulating new research ideas, creating conditions for the implementation of stereotype removal operators as one of the components of the theory of research problem solving (Grib'yuk & Yunchik, 2016).

In order to test the polynomial for irreducibility over the field of rational numbers, the Eisenstein criterion is used. Sometimes, to apply this criterion, the polynomial must be transformed by moving to another variable, for example, using the Horner scheme.

Another way of preparing the polynomial for the application of the Eisenstein criterion arises from the following property of reciprocal polynomials: the polynomial, reciprocal to an irreducible polynomial, is irreducible (Markov & Razmyislovich, 1999). For example, in order to prove the irreducibility of the polynomial, let us find the polynomial that is reciprocal to the original polynomial. We obtain the polynomial $f^*(x) = x^3\left(\frac{7}{x^3} + \frac{14}{x^2} + 1\right) = x^3 + 14x + 7$, for which the application of

the Eisenstein criterion leads to the conclusion that it is irreducible over the field of rational numbers.

Let us consider **the study of the concepts of continued fractions and the Stern-Brocot tree.**

The continued fraction is the expression $q_0 + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \dots}}}$, where q_0 – is an integer, q_1, q_2, q_3, \dots – are natural

numbers (coefficients of the fraction).

Let us note that the continued fraction, which corresponds to a rational number, is always finite. The following symbols are used to designate it

$$q_0 + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{q_k}}} = \langle q_0, q_1, \dots, q_k \rangle \text{ or } n = \langle q_0, q_1, \dots, q_k - 1, 1 \rangle = q_0 + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{q_k - 1 + \frac{1}{1}}}}$$

The height of the positive rational number n is the sum of the coefficients of the continued fraction corresponding to that number, i.e. for $n = \langle q_0, q_1, \dots, q_k \rangle$ the height is $h(n) = q_0 + q_1 + \dots + q_k$.

Stern-Brocot tree (or Pharey tree) is the way of arranging all non-negative irreducible ordinary fractions at the vertices of the ordered infinite root tree (Fig.1).

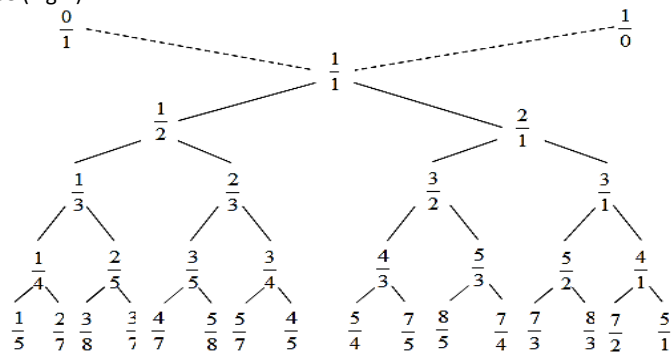


Fig. 1. Stern-Brocot tree

Джерело: авторська розробка. (АНГЛ.)

The layer in the Stern-Brocot tree is the set of fractions that are situated at the same distance from its root (fraction $\frac{1}{1}$). The tree contains all rational numbers, and each number occurs only once.

For example, let us consider the first two numbers of the fourth layer of the Stern-Brocot tree:

$$\frac{2}{5} = \langle 0, 2, 2 \rangle = \langle 0, 2, 1, 1 \rangle > 0 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}$$

For each of these numbers, the height is equal to the number of layers, that is four. This fact is true for any layer. The corresponding theorem is formulated in [Lisitsyina et al., 2006], where the reader is invited to prove it. This is the situation for formulating the research problem.

Using the method of brainstorming in the process of studying Figure 1, we achieve fast (generative) thinking of students, we propose to formulate the theorem from (Lisitsyina et al., 2006) in the different form (note that the reformulation of the task is often used, helps to remove stereotypes, find ideas for solving the research problem). Here is this different formulation.

Theorem. The sets of rational numbers of height k and numbers, which belong to the k -th layer of the Stern-Brocot tree are equal.

Proving it requires some preparation. We will use the special representation of the Stern-Brocot node in the tree: we write the symbol L if we are moving down and left from the root $\frac{1}{1}$ of the tree to the given node, and the symbol R if we are

moving down and right. For example, the number $\frac{3}{5}$ corresponds to the code LRL . In (Van-der-Varden, 1976) the symbols L

and R correspond to the matrices $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ and $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ respectively. This allows us to reduce the process of converting the node

of the Stern-Brocot tree into the regular fraction to multiplying second-order square matrices. In addition, you can identify the ancestors of this fraction and the layer of the Stern-Brocot tree in which the desired fraction is situated. For example, let us find

the fraction, which corresponds to the symbol L^2RL (equivalent notation – $LLRL$). Four steps were taken to reach the desired node, so it belongs to the fifth layer. In matrix form, we have $L^2RL = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. The ancestors of the desired

fraction are fractions $\frac{1}{3}$ and $\frac{2}{5}$. According to the Stern-Brocot tree rule, the desired fraction is $\frac{3}{8}$.

Lemma. The $(k + 1)$ -th layer of the Stern-Brocot tree contains exactly 2^k nodes whose code sequence is $L^k, L^{k-1}R, \dots, R^k$.

For example, for $k = 3$ we have the following code sequence: $L^3, L^2R, LRL, LRR, RLL, RLR, RRL, RRR$.

The proof of the theorem consists of two parts:

- The proof of the fact that each node of $(k + 1)$ -th layer of Stern-Brocot tree is a rational number of the height $(k + 1)$;
- The proof of the correspondence between each rational number of the height $(k + 1)$ and certain node of $(k + 1)$ -th layer of Stern-Brocot tree.

Sources of research tasks. Creating research tasks on your own

A good specialist not only solves other people's problems, but also knows how to set and solve his or her own. The ability to set goals indicates a deep understanding of the situation.

Generalization can be considered as the technique of the obtaining the new problems, including research ones.

Example. The problem "Find the last digit of the sum $1 + 2! + 3! + 4! + \dots + 2012!$ " can be generalized as follows:

- Find the last digit of the sum $1 + 2! + 3! + 4! + \dots + n!$ (technique of the parameter input);
- Solve the equation $1 + 2! + 3! + 4! + \dots + x! = y^2$ in natural numbers (the technique of rephrasing the condition).

Example. The generalization of the algorithm for finding the square root of a natural number (without the use of electronic tools and tables) to the case of the root of any natural power (Artemenko & Styeganceva, 2020).

Remark. One of the main principles of creating such systems of tasks is to gradually complicate the task at each stage of developing research skills. But there is another side to the generalization method. It is useful for finding ideas for solving certain problems. For example, to solve the task "Find the value of the expression $\sqrt{2022 \cdot 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 + 1}$ " the idea of moving to generalization "Find the value of the expression $\sqrt{x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) + 1}$ " is productive for finding a way to solve the posed problem.

Reading of the corresponding literature

For example, scientific, review, and popular articles. Such articles often formulate unsolved problems, possible generalizations of already solved problems, and questions of interest to the author. In addition, the reader may have his or her own list of questions, such as "what if...?", "is the opposite statement true?", "can the problem be generalized?", may want to reformulate the problem, consider the similar problem under different initial conditions, etc. Let us give two examples.

Example. Recently, R-functions introduced by V.L. Rvachev in 1963 have been widely used in various applications (Rvachev & Sheiko, 1995). They allow solving quite simply the inverse problem of analytic geometry - to write down the equation

of the curve that bounds the given region. This turns out to be useful in solving problems of mathematical programming, optimal arrangement of objects in the plane, stability theory, mathematical physics, and others.

In the literature, the definition of R - function and examples of R - functions are given, but there is no example of a function that is not R -function. In (Velichko & Stegantseva, 2010), an example of the particular function is given, and it is proved that it cannot be R -function.

Example. In the course of differential geometry, the curvature and torsion of the spatial curve are studied. In the case of the curve belonging to the sphere (spherical curve), there is a certain relationship between curvature and torsion, which is suggested in the collections of problems in differential geometry. Obviously, the question of the existence and form of the dependence between curvature and torsion of the curve belonging to the surface of Euclidean space other than a sphere is an example of a research problem. It was solved for a conical surface in (Stegantsev & Grechneva, 2019).

CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES FOR FURTHER RESEARCH

The research activity should not be considered as a separate element of the educational process, but should become a natural part of learning. The paper demonstrates the possibilities of organizing students' research activities in teaching mathematical courses, using the theory of solving research problems, analyzes some possibilities of creating research problems, and considers methods of solving the proposed research problems (the method of the focal object, accumulation of educational material, research discussions). Mathematical courses are a favorable basis for ensuring research activities of university students. The article focuses on the inclusion of research tasks in the learning process on a regular basis. University teachers should improve their own experience in organizing students' research activities, as well as the experience of teachers from foreign universities who have been working on the implementation of research-based learning for some time. It is clear that the transition to this technology will be long and will require gradual changes in the curricula of the specialties. It will also require research into methods of increasing student motivation and self-esteem to ensure the effectiveness of research activities.

ACKNOWLEDGMENT

The authors thank anonymous reviewers for careful reading of the manuscript and helpful comments.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Ammar, M., Al-Thani, Noora J., & Ahmad, Z. (2024). Role of pedagogical approaches in fostering innovation among K-12 students in STEM education. *Social Sciences & Humanities Open*, 9, 1-13. <https://pdf.sciencedirectassets.com/320567/1-s2.0-S2590291123X00035/1-s2.0-S2590291124000366/main.pdf>
2. Artemenko, A. O., & Styeganceva, P. G. (2021). Formuvannya u studentiv navichok doslidnickoyi diyalnosti na konkretnomu prikladi [The formation of the students' research activity skills with the specific example]. *Visnik Zaporizkogo nacionalnogo universitetu. Pedagogichni nauki – Proceedings of Zaporizhzhia National University. Pedagogical sciences*, 2, 35-38. <https://doi.org/10.26661/2522-4360-2020-2-05> (in Ukrainian).
3. Babak, A., & Vorozhbit-Gorbatyuk, V. (2021). Pedagogichnij universitet yak prostir rozvitku kreativnogo mislennya zdobuvacha vishoyi osviti [The pedagogical university as the space for the development of the creative thinking of the students]. *Graal nauki – Grail of science*, 11, 489-491. <https://doi.org/10.36074/grail-of-science.24.12.2021.088> (in Ukrainian).
4. Bulvinska, O. (2019). Suchasni metodi navchannya i vikladannya na osnovi doslidzhennya: zarubizhnij dosvid [Modern methods of research-based teaching: foreign experience]. *Osvitologichnij diskurs – Educological discourse*, 1-2 (24-25), 83–103. <http://doi:10.28925/2312-5829.2019.1-2.83103> (in Ukrainian).
5. Dobronravova, I. S. (1990). *Sinergetika: stanovlenie nelinejnogo myshleniya [Sinergetics: formation of non-linear thinking]*. Lybid. <http://www.philsci.univ.kiev.ua/biblio/Dobr-sinerg/index.html> (in Russian).
6. Freeman, S., Eddy, S.L., McDonough, M., Smith, M.K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M.P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the national academy of sciences of the United States of America*, 111 (23), 8410-8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
7. Gilbert, D. (1948). *Osnovaniya geometrii [Basics of geometry]*. OGIZ. https://web.archive.org/web/20110728164722/http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/osn_geom.htm (in Russian).
8. Grib'yuk, O. O., & Yunchik, V. L. (2016). Viktoristannya teorii rozv'yazuvannya doslidnickih zadach u konteksti proektno-doslidnickoyi diyalnosti v procesi navchannya matematiki [Using theory of solving problems in context of research in learning mathematics]. *Suchasni informacijni tehnologiyi ta innovacijni metodiki navchannya u pidgotovci fahivciv: metodologiya, teoriya, dosvid, problem – Modern information technologies and innovation methodologies of education in professional training methodology theory experience problems*, 44, 153-163. <https://vspu.net/sit/index.php/sit/article/view/3100/2530> (in Ukrainian).
9. Harkki, T., Vartiainen, H., Scitamaz-Hakkarainen, P., & Hakkarainen, K. (2021). Co-teaching in non-linear projects : A contextualised model of co-teaching to support educational change. *Teaching and Teacher Education*, 97, 1-14. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0742051X20313792>
10. Hrybiuk, O. (2022). Experience in Implementing Computer-Oriented Methodological Systems of Natural Science and Mathematics Research Learning in Ukrainian Educational Institutions. In J. Machado, F. Soares, J. Trojanowska, & S. Yildirim (Eds.) *Innovations in Mechatronics Engineering* (pp. 55-68). Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. https://www.researchgate.net/publication/352462787_Experience_in_Implementing_Computer-Oriented_Methodological_Systems_of_Natural_Science_and_Mathematics_Research_Learning_in_Ukrainian_Educational_Institutions
11. Kozak, L. V. (2016). Rozvitok universitetskoyi osviti: navchannya na osnovi doslidzhennya [Development of university education: studying based on research]. *Osvitologichnij diskurs - Educological discourse*, 2(14), 38–52. <https://doi.org/10.28925/2312-5829.2016.2.3852> (in Ukrainian).
12. Kremen, V. G. (2005). K obshestvu znanij – cherez sovershenstvovanie sistemy obrazovaniya [To the knowledge society via improvement of the education system]. U L. G. Melnik (Red.), *Socialno-ekonomicheskie problemy informacionnogo obshestva – Social and economic problems of information society*. (s. 34 – 48). ITD Universitetskaya kniga. <http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/44614> (in Russian).
13. Lisitsyna, E. S., Faure, E. V., Shvyidkiy, V. V., & Scherba, A. I. (2006). Nekotorye svoystva mnogochlenov i ih ispolzovanie v zadachah svyazi [Some properties of polynomials and their use in connection problems]. *Cherkasskij gosudarstvennyy tehnologicheskij universitet. Vestnik ChGTU – Cherkasy State Technological University. Bulletin ChGTU*, (4), 134-140. (in Russian).

14. Markov, L. N., & Razmyislovich, G. P. (1999). *Vysshaya matematika (Chast 1) [Higher mathematics] (Part 1)*. Amalfeya. (in Russian).
15. Nor Farida, H., Khairiyah, M. Y., Mohammad Zamry, J., & Helmi, S. A. (2012). Motivation in Problem-based Learning Implementation. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 56, 233 – 242. <https://pdf.sciencedirectassets.com/277811/1-s2.0-S1877042812X00272/1-s2.0-S1877042812041122/main.pdf>
16. Proshkin, V., Astafieva, M., & Radchenko, S. (2018). Formation of critical thinking of future mathematics teachers by means of geometry. *Educological discourse*, 1-2 (20-21), 100–115. <https://doi.org/10.28925/2312-5829.2018.1-2.1416> (in Ukrainian).
17. Proshkin, V.V., & Proshkina, I.O. (2016). Navchannya, zasnovane na doslidzhennyah: vid ideyi do realizaciyi [Study based on the investigation]. *Visnik Luganskogo nacionalnogo universitetu imeni tarasa shevchenka. Pedagogichni nauki – Bulletin of Lugansk National University named after Taras Shevchenko. Pedagogical sciences*, 1 (298), 94-100. [http://nbuv.gov.ua/UJRN/vlup_2016_1\(1\)_13](http://nbuv.gov.ua/UJRN/vlup_2016_1(1)_13) (in Ukrainian).
18. Rvachev, V.L., & Sheiko, T.I. (1995). R-function is a boundary value problem in mechanics. *Appl. Mech. Rev.*, 48(4), 151-188. <https://doi.org/10.1115/1.3005099>
19. Stegancev, E.V., & Grechneva, M.A. (2019). Zavisimost mezhdru kriviznoj i krucheniem sfericheskoy i konicheskoy krivyh [The relation between the curvature and the torsion of the spherical curve and the conic curve]. *Vestnik Hersonskogo nacionalnogo tehniceskogo universiteta – Bulletin of Herson national technical university*, 2(69), 294 – 298. <https://kntu.net.ua/ukr/Informacijni-resursi/Elektronna-biblioteka-HNTU/Periodichni-vidannya-HNTU/Visnik-Hersons-kogo-nacional-nogo-tehnicnogo-universitetu/Arhiv-nomeriv/2019/Visnik-2-69> (in Russian).
20. Van-der-Varden, B. L. (1976). *Algebra [Algebra]*. Mir. <https://violity.com/en/116676062-van-der-var-den-b-l-algebra-1976> (in Russian).
21. Velichko, I.G., & Stegantseva, P.G. (2010). Example of a function of two variables that cannot be an RR-function. *Ukr. Mat. Zh.*, 62(2), 270–274. <https://umj.imath.kiev.ua/index.php/umj/article/view/2863>
22. Vorozhbit-Gorbatyuk, V. V., Zozulya, K. V., & Sobchenko, T. M. (2021). Naukovij gurtok v realizaciyi ideyi navchannya cherez doslidzhennya zdobuvachiv pershogo bakalavrskogo rivnya vishoyi osviti (z dosvidu HNPU imeni G. S. Skovorodi) [Science group for the realization of the idea of the study as the research of the students of the first bachelor level (from the HNPU named after G.S. Scovoroda)]. *Teoriya ta metodika navchannya ta viovannya – The theory and methodic of the study and education*, 50, 19-29. <https://doi.org/10.34142/23128046.2021.50.02> (in Ukrainian).

| Матеріал надійшов до редакції: 27.02.2025 р. | Прийнято до друку: 05.04.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.



ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА (PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION)

p-ISSN: 2413-1571, e-ISSN: 2413-158X

2025, 40(3), <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-07>

УДК: 378.147:373.5.011.3

SWOT-АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ В УКРАЇНІ

Юрій ХВОРОСТИНА ✉

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С.Макаренка, Україна
y-y-y@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-8354-944X>

Артем ЮРЧЕНКО

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С.Макаренка, Україна
a.yurchenko@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-6770-186X>

SWOT ANALYSIS OF MATHEMATICS EDUCATION IN UKRAINE

Yurii KHVOROSTINA ✉

Sumy State Pedagogical University
named after A. S. Makarenko, Ukraine
y-y-y@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-8354-944X>

Artem YURCHENKO

Sumy State Pedagogical University
named after A. S. Makarenko, Ukraine
a.yurchenko@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-6770-186X>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. В умовах глобалізації, стрімкого технологічного прогресу та викликів, пов'язаних із воєнним станом України, питання якості математичної освіти набуває особливої актуальності. Математика як фундаментальна наука визначає рівень підготовки фахівців у різних галузях – від інженерії та ІТ до економіки та природничих наук. Тому аналіз її поточного стану, визначення сильних і слабких сторін, можливостей і загроз є необхідним кроком для подальшого вдосконалення освітньої політики.

Методи та матеріали. Використано SWOT-аналіз. До аналізу залучені наукові публікації, звіти європейських установ та контент-аналіз інтернет-ресурсів за результатами проведених досліджень та аналізу емпіричних даних.

Результати. Охарактеризовано сильні (базова математична освіта, її стійкість, орієнтація на компетентнісні підходи та міжнародну співпрацю, STEM) й слабкі (низькі показники міжнародних оцінювань, соціально-економічна нерівність, застарілі методи навчання, перерви у навчанні через війну, обмежене охоплення складних тем, недостатній рівень підготовки вчителів) сторони, можливості (інтеграція цифрових засобів навчання, посилення STEM-освіти, міжнародна співпраця, модернізація підготовки майбутніх учителів математики та підтримка працюючих учителів, розвиток критичного мислення) та загрози для математичної освіти в Україні (війна, недофінансування, системна нерівність та суспільні настрої).

Висновки. Отримані результати свідчать, що, попри значний потенціал, система математичної освіти в Україні потребує системних змін для подолання структурних слабкостей та загроз, пов'язаних із війною та іншими негативними факторами. Серед рекомендацій: необхідно інтегрувати міжнародні стандарти оцінювання у навчальні програми з математики; розвивати спеціалізовані освітні траєкторії вже на рівні середньої школи, посилюючи зв'язок між математикою та прикладними STEM-дисциплінами; віднайти довгострокові інвестиції у педагогічні кадри та цифрову інфраструктуру; посилити фінансову стійкість викладацьких кадрів та інші.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: математична освіта; навчання математики; SWOT-аналіз; Україна; освітні втрати; війна; освіта.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Хворостина Ю., Юрченко А. SWOT-аналіз математичної освіти в Україні. *Фізико-математична освіта*, 2025, Том 40, № 3, С. 44-50. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-07>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. In the context of globalization, rapid technological progress, and the challenges posed by Ukraine's martial law, the issue of the quality of mathematics education is of particular relevance. As a fundamental science, mathematics determines the level of training of specialists in various fields, from engineering and IT to economics and natural sciences. Therefore, analyzing its current state and identifying its strengths and weaknesses, opportunities, and threats is necessary for further improving educational policy.

Materials and methods. The SWOT analysis was used. The analysis involved scientific publications, reports of European institutions, and content analysis of Internet resources based on research results and empirical data analysis.

Results. The strengths (basic mathematics education, its sustainability, focus on competence-based approaches and international cooperation, STEM) and weaknesses (low international assessment scores, socio-economic inequality, outdated teaching methods, interruptions in education due to war, limited coverage of complex topics, insufficient teacher training), opportunities (integration of digital learning tools, strengthening STEM education, international cooperation, modernization of training of future mathematics teachers and support for working teachers, and development of critical thinking) are characterized.

Conclusions. The results show that, despite its considerable potential, the mathematics education system in Ukraine needs systemic changes to overcome structural weaknesses and threats associated with the war and other negative factors. Recommendations include integrating international assessment standards into mathematics curricula, developing specialized educational trajectories as early as secondary school, strengthening the link between mathematics and applied STEM disciplines, finding long-term investments in teaching staff and digital infrastructure, enhancing the financial sustainability of teaching staff, and others.

KEYWORDS: mathematics education; mathematics teaching; SWOT analysis; Ukraine; educational losses; war; education.

FOR CITATION: Khvorostina, Yu., & Yurchenko, A. (2025). SWOT Analysis of Mathematics Education in Ukraine. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 44-50. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-07>.

ВСТУП

Сучасна система освіти, зокрема математична, є основою розвитку наукового потенціалу, інноваційної економіки та конкурентоспроможності держави. В умовах глобалізації, стрімкого технологічного прогресу та викликів, пов'язаних із воєнним станом України, питання якості математичної освіти набуває особливої актуальності. Математика як фундаментальна наука визначає рівень підготовки фахівців у різних галузях – від інженерії та ІТ до економіки та природничих наук. Тому аналіз її поточного стану, визначення сильних і слабких сторін, можливостей і загроз є необхідним кроком для подальшого вдосконалення освітньої політики.

Аналіз актуальних досліджень. Математична освіта в Україні сьогодні стикається із низкою системних проблем, таких як недостатнє фінансування, старіння педагогічних кадрів, нерівний доступ до якісної освіти в містах і селах, а також необхідність інтеграції сучасних технологій у навчальний процес. У той же час існують потенційні можливості для розвитку, зокрема завдяки державним і міжнародним освітнім ініціативам, розширенню онлайн-навчання, співпраці з європейськими та світовими університетами, про що свідчить аналіз результатів останніх досліджень.

Для сучасної української системи освіти останнім часом спостерігається прихильність до впровадження дисциплін STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics) (Semenikhina et al., 2022), і це може стати базисом для інтеграції природничих наук та технологій у майбутнє виробництво. В Україні досліджується проблеми реалізації освіти з використанням хмарних технологій (Yurchenko et al., 2023), що особливо важливо при наявності освітніх обмежень (війна, карантин, відсутність безперервного доступу до технологій). З початком пандемії актуалізувалися проблеми підготовки і перепідготовки вчителів математики, які з 2022 року лише посилилися, коли велика кількість учителів математики мали вимушено переїхати за кордон. Багато вчителів в Україні виявилися неготовими до використання цифрових інструментів та онлайн-платформ, а також до організації онлайн-середовища для навчання математики (Rudenko et al., 2021). Стратегічна орієнтація України на європейську інтеграцію відкрила можливості для приведення системи української математичної освіти у відповідність до європейських стандартів та кращих практик (Yurchenko et al., 2024). Водночас високі темпи міграції можуть негативно вплинути на структуру ринку праці та призвести до втрати високоінтелектуальних кадрів. Відтік учителів і викладачів може підірвати якість математичної освіти та перешкодити розвитку кваліфікованої робочої сили. Війна, що триває, порушує усталену освітню діяльність, витісняє студентів. Це створює значну загрозу для безперервності та якості математичної освіти і вимагає проактивних рішень для пом'якшення можливих наслідків.

Загальний огляд публікацій описує строкатий ландшафт особливостей української математичної освіти, а тому потребує певного упорядкування. Проведення SWOT-аналізу математичної освіти в Україні дозволить системно оцінити внутрішні чинники, такі як наявність кваліфікованих педагогічних кадрів, методичне забезпечення, мотивація учнів, а також зовнішні умови, які враховують вплив цифровізації, міжнародні стандарти освіти, демографічні тенденції та наслідки війни. Отже, **мета статті** – провести SWOT-аналіз математичної освіти в Україні.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

SWOT-аналіз (сильні сторони, слабкі сторони, можливості та загрози) – це інструмент стратегічного планування, який використовується для оцінки внутрішніх та зовнішніх факторів, які можуть вплинути на процес, проект чи організацію (Coman & Ronen, 2009). У контексті математичної освіти SWOT-аналіз може допомогти визначити сфери, де потрібні вдосконалення, де використовувати наявні сильні сторони, де враховувати можливості та пом'якшувати потенційні загрози. Результати SWOT-аналізу математичної освіти в Україні дають можливість зіставити її зі світовими тенденціями, спираючись на наявні дослідження та звіти. До аналізу залучені наукові публікації, звіти європейських установ та контент-аналіз інтернет-ресурсів за результатами проведених досліджень та аналізу емпіричних даних.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Strengths (Сильні сторони)

Система математичної освіти в Україні має кілька сильних сторін, які сприяють розвитку навичок учнів та підвищенню їхньої конкурентоспроможності як на національному, так і на міжнародному рівнях. Однією з таких сильних сторін слід назвати міцний фундамент у середній освіті. Математика є базовим предметом, що викладається на всіх рівнях загальної середньої освіти, а в старшій школі доступні спеціалізовані профілі (наприклад, фізико-математичний) (Serdyuk & Tkachenko, 2013). Система середньої освіти акцентує увагу на фундаментальних знаннях з алгебри, геометрії та розв'язуванні задач і готує учнів до подальшого навчання. Незважаючи на перебої, спричинені війною та іншими кризами, українські учні продемонстрували кращу стійкість знань у міжнародних дослідженнях. За результатами PISA, у період з 2018 по 2022 рік їхні результати з математики знизилися менше, ніж у середні результати по країнах ОЕСР (2025). Ця стійкість відображає адаптивність української системи математичної освіти та її здатність підтримувати власні стандарти за складних обставин.

Іншою сильною стороною математичної освіти слід вважати поширення компетентнісного підходу. Україна поступово переходить від знанневої до компетентнісної моделі навчання, з акцентом на активні методи: дослідницькі підходи, міждисциплінарність, практичну спрямованість математики (Astafieva et al., 2022). Нова українська школа фокусується на розвитку компетентностей, інтегруючи критичне мислення, творчість, комунікацію та співпрацю в математичну освіту (Nazarenko, 2025). При цьому активні методи навчання, такі як проектне навчання та міждисциплінарні підходи, сприяють зацікавленості учнів та практичному застосуванню математичних знань у життєвих ситуаціях.

Сильною стороною слід вважати розширення міжнародної співпраці та дослідницьких можливостей, що проявляється у створенні й підтримці дослідницьких центрів. Такі ініціативи заповнюють прогалини між теоретичними знаннями та практичними дослідженнями, заохочуючи розвиток актуальних навичок цифрового суспільства. Так, створення Міжнародного центру математики в Україні (ICMU) сприяє розвитку сфери досліджень та підготовці молодих науковців до їх інтеграції в світову наукову спільноту (Science Europe, n.d.). Програми (наприклад, "Юліна мрія") залучають

українських школярів до математичних досліджень під наставництвом світових експертів, ці й подібні ініціативи готують школярів до вступу в різні університети світу та сприяють співпраці в рамках міжнародної математичної спільноти (Miller, 2024).

Україна пропонує профільну диференціацію для учнів відповідно до їхніх інтересів та кар'єрних цілей, яка реалізується в різних освітніх установах з персоналізованими навчальними планами, орієнтованими на математику (OECD, 2025). В Україні набуває популярності природничо-математична або STEM-освіта, яка робить акцент на міждисциплінарному навчанні, де математика відіграє центральну роль у розв'язанні практичних завдань (наприклад, Burlaka, 2023). Така диференціація забезпечує гнучкість і глибину математичної підготовки. Глобальний ринок математичної освіти зростає завдяки STEM-орієнтації та онлайн-технологіям (CAGR 8,2% до 2030 р.) (Bali, 2025). Цей тренд відповідає світовим тенденціям і готує учнів будувати власну кар'єру у високотехнологічних галузях.

Отже, сильні сторони української математичної освіти полягають у базовій математичній освіті на рівні загальної середньої освіти, стійкості під час криз, реформах на основі компетентнісного підходу, міжнародній співпраці, спеціалізованих траєкторіях та інтеграції STEM. Ці фактори разом підвищують якість математичної освіти та надають учням навички, необхідні для академічного успіху та професійної конкурентоспроможності на глобальному ринку праці.

Weaknesses (Слабкі сторони)

Українська система математичної освіти стикається з кількома проблемами, які перешкоджають успішності учнів і знижують загальну якість математичної освіти. Серед ключових слабких сторін (недоліків) слід відзначити низьку результативність у міжнародних оцінюваннях. Першокурсники стикаються з проблемами через слабку шкільну базу та формальне засвоєння матеріалу. За результатами PISA, лише 58% українських 15-річних учнів досягли базового рівня математичної грамотності, що значно нижче середнього показника ОЕСР, який становить 69%. Це свідчить про прогалини в базових навичках та критичному мисленні, необхідних для розв'язання проблем у реальному житті (Nazarenko, 2025). Учні відчують труднощі з контекстними та прикладними завданнями, такими як оптимізація та комбінаторний аналіз, які мало зустрічаються у шкільних навчальних програмах з математики (Failure of Educational System or Lesson for the Future: Ukraine in PISA Research). Іншою слабкою стороною є соціально-економічні диспропорції, які виявляють розрив між містом та селом. Учні міських шкіл стабільно перевершують своїх однолітків у сільській місцевості завдяки кращому доступу до ресурсів, технологій та кваліфікованих вчителів. Сільські школи стикаються з економічними проблемами, повільнішим впровадженням технологій та слабким рівнем підготовки вчителів (Ukrainian language and mathematics testing of 6th and 8th grade students: The second stage of the monitoring study, 2024). Діти з малозабезпечених сімей демонструють гірші результати порівняно з однолітками з більш заможних домогосподарств (Skills comparison between Ukraine and the EU-27).

Слабкою стороною математичної освіти є дещо обмежена інтеграція сучасних методів навчання. Домінують традиційні підходи навчання математики з недостатнім акцентом на інтерактивні та компетентнісні методи навчання. Це обмежує здатність учнів застосовувати математичні знання в практичних ситуаціях (Serdyuk & Tkachenko, 2013). Повільне впровадження цифрових інструментів та інноваційних педагогічних стратегій ще більше загострює цю проблему. Таку проблему можна вважати всесвітньою. Нестача фінансування, недостатня кількість сучасних навчальних матеріалів і лабораторій (Maqruf, 2022), а також пандемія COVID-19 додатково підкреслили проблеми цифрової нерівності учнів (Bali, 2025). Також відзначаємо вплив війни та дистанційного навчання на результати математичної підготовки. Сигнали повітряної тривоги, бойові дії та переміщення призвели до пропущених навчальних годин і непослідовності у вивченні математики. Дистанційне навчання негативно вплинуло на успішність учнів, особливо в регіонах з обмеженим доступом до стабільного інтернету та цифрових ресурсів.

Науковці додатково констатують недостатню увагу до поглиблених тем в навчанні математики: у навчальній програмі бракує комбінаторики, задач на оптимізацію та на логіку й міркування. Ці галузі є важливими для розвитку навичок мислення вищого порядку, але вони недостатньо представлені в чинних підручниках та на уроках математики (Serdyuk & Tkachenko, 2013).

До слабких сторін слід віднести і недоліки підготовки вчителів та обмеження їх професійного розвитку. Багато вчителів не мають вчасних стажувань, які зосереджені на сучасних методах викладання або інтеграції цифрових технологій в математичну освіту (Ukrainian language and mathematics testing of 6th and 8th grade students). Зазначене заважає адаптації перевірених ефективних підходів до впровадження в українську математичну освіту.

Отже, до слабких сторін української математичної освіти відносимо низькі показники міжнародних оцінювань, соціально-економічну нерівність, застарілі методи навчання, перерви у навчанні, що спричинює війна, обмежене охоплення складних тем у навчальній програмі та недостатню підготовку вчителів.

Opportunities (Можливості)

Україна має значні можливості для покращення системи математичної освіти шляхом стратегічних реформ, міжнародної співпраці та інноваційних підходів до реалізації математичної освіти. До таких можливостей відносимо інтеграцію цифрових засобів навчання. Адаптивні системи навчання на базі ІТ (зокрема, штучного інтелекту), як зазначено у звітах ОЕСР, можуть діагностувати прогалини в індивідуальних навичках, надавати персоналізовані навчальні траєкторії та узагальнювати дані для формування освітньої політики (Recovering lost learning opportunities in Ukraine: Key education policy strategies). Платформи на базі штучного інтелекту, такі як інтелектуальні системи навчання, можуть забезпечити зворотний зв'язок у реальному часі і компенсувати освітні втрати, спричинені війною (Catch-up classes help conquer barriers to education in Ukraine). Перспективним є залучення AI, AR/VR (наприклад, zSpace) для персоналізації навчання (Bali, 2025). З іншого боку, цілеспрямовані ініціативи з виправлення ситуації (які, зокрема підтримуються ЮНІСЕФ) довели свою ефективність, і їх масштабування на національному рівні може вирішити проблему нерівності у доступі до освіти в сільській та міській місцевості (40 children complete innovative program to bridge education gaps in Ukraine). Серед інших можливостей відзначаємо використання гібридних моделей навчання для забезпечення безперервності освітнього процесу під час війни.

Посилення STEM-освіти є однією з можливостей розвитку/ покращення математичної освіти. Навчальні програми, орієнтовані на STEM (наприклад, трансдисциплінарні проекти, програмування, кодування тощо), відповідають національній стратегії України щодо стимулювання інновацій та задоволення потреб ринку праці. При цьому центри та лабораторії STEM забезпечують практичне навчання, розвиваючи креативність учнів та їхні навички вирішення проблем (Buturlina et al., 2021).

Перспективною можливістю для математичної освіти є міжнародна співпраця. Зокрема, Міжнародний математичний центр в Україні (ICMU) є тим прикладом, який об'єднує українських дослідників зі світовими експертами, та має за мету підвищити якість досліджень та готувати майбутніх науковців (Buturlina et al., 2021; Science Europe Supports the Establishment of the International Centre for Mathematics in Ukraine). При цьому партнерства з ЄС можуть сприяти підготовці вчителів, модернізації навчальних програм та обміну актуальними ресурсами (Nazarenko, 2025).

Серед можливостей відзначаємо також і модернізацію підготовки майбутніх учителів математики та підтримку працюючих учителів. Крім актуальних дисертаційних досліджень в галузі професійної освіти (підготовка вчителів математики) відзначаємо програми професійного розвитку (наприклад, WEB-STEM-SCHOOL), які підвищують кваліфікацію викладачів, та мережі наставництва і об'єднують українських вчителів з міжнародними експертами для покращення якості викладання (Recovering lost learning opportunities in Ukraine: Key education policy strategies).

Перспективною є модернізація навчальних програм з орієнтацією на розвитку критичного мислення, а не на зазубрювання, що відповідає світовим стандартам (Serdyuk & Tkachenko, 2013), доповнення навчальних програм поглибленими темами (зокрема, комбінаторика та основи штучного інтелекту тощо) для підготовки учнів до роботи у сфері високих технологій. Важливими стають стратегії відновлення України після війни. Тому стійкі освітні рамки мають надавати пріоритет безпечному освітньому простору та психологічній підтримці учнів, які постраждали від конфлікту (40 children complete innovative program to bridge education gaps in Ukraine; Nazarenko, 2025).

Використовуючи ці можливості, Україна може перетворити свою систему математичної освіти на рушій інновацій та економічного зростання, узгодивши її зі світовими тенденціями в галузі STEM та цілями післявоєнної відбудови.

Threats (Загрози)

Виходячи з поточних викликів та кризових явищ, що тривають, виявлені загрози можуть суттєво перешкодити розвитку математичної освіти в Україні. Однією з таких загроз є порушення, пов'язані з війною. Руйнування інфраструктури (понад 1 000 шкіл пошкоджено/зруйновано з 2022 року (Riy & Nikolaiev, 2023) обмежує доступ до безпечного освітнього середовища. Перебої в електропостачанні та відключення електроенергії перешкоджають навчанням онлайн та використанню цифрових інструментів, особливо в сільській місцевості (Ivanenko, 2024). Велика кількість дітей (більше 5 млн) стикається з перериванням навчання через вимушене переселення та закриття шкіл. В Україні відчувається системне недофінансування освіти: фінансування вищої освіти скоротилося на 10% після вторгнення, а бюджети на наукові дослідження - на 60-80% (Nelson, 2020). При цьому низька заробітна плата змушує вчителів і викладачів математики шукати роботу не за прямою спеціальністю. Освітня постійно відчувають брак сучасних підручників та цифрових інструментів, особливо в сільських школах (Fricker, 2024).

Загрозою слід сприймати зниження загальної компетентності учнів. Низький рівень базових навичок (зокрема, 42% учнів середніх шкіл не мають базових знань з математики за результатами PISA загрожує "втраченим поколінням" інженерів та IT-фахівців). Недостатня математична освіта загрожує дефіцитом кадрів для оборонної промисловості та інноваційних галузей (Ukraine risks losing generation of engineers and programmers: How math shapes country's future). Глобально зростає конкуренція за кваліфіковані кадри в STEM (Bali, 2025). Недостатня увага до прикладної математики, розвитку критичного мислення та вивчення сучасних IT (зокрема, штучний інтелект) також є загрозою для якісної математичної освіти (Proshkin & Foster, 2025).

Викликом для вчителів є застаріла професійна підготовка, оскільки багатьом викладачам бракує навичок викладання на основі компетентнісного підходу та цифрової педагогіки (Nelson, 2020). Постійні попередження про повітряні нальоти та стрес, пов'язаний з війною, знижують ефективність викладання (Riy & Nikolaiev, 2023). Суспільним викликом є соціально-економічна нерівність. Розрив між містом і селом проявляється у тому, що учні з сільської місцевості мають нижчі результати через обмежений доступ до Інтернету, меншу кількість кваліфікованих вчителів та погану інфраструктуру (Fricker, 2024), водночас сім'ї з низьким рівнем доходу не можуть дозволити собі репетиторів або цифрові пристрої для дистанційного навчання.

Мовні та культурні бар'єри є ще однією загрозою для математичної освіти. Переміщені студенти в інших країнах стикаються з труднощами адаптації до нових навчальних програм з математики та математичної термінології (Proshkin & Foster, 2025). При цьому спостерігається талановиті студенти та викладачі емігрують, послаблюючи академічний та інноваційний потенціал України (Proshkin & Foster, 2025). Ця загроза може перерости у довгострокові освітні втрати. Тривала залежність від фрагментарного дистанційного навчання загрожує постійним дефіцитом навичок вирішення проблем та прогалинами в аналітичних навичках (Two years on, Ukrainian children's right to education continues to face mounting threats and challenges—Ukraine). У перспективі слабка математична освіта загрожує українському IT-сектору (критично важливого для післявоєнного відновлення країни) та інноваціям в оборонній промисловості (Nelson, 2020). Слабка суспільна усвідомленість математичної освіти, стереотипи типу «математика непотрібна в житті» підбивають мотивацію учнів і студентів. Зміна цієї парадигми – провідний аспект подолання цієї загрози (Stephan et al., 2015).

Отже, поєднання війни, недофінансування, системна нерівність та суспільні настрої створюють екзистенційні ризики для математичної освіти в Україні. Подолання цих загроз вимагає термінових інвестицій в інфраструктуру та модернізацію підготовки вчителів для вчасного запобігання довгострокової шкоди людському капіталу та економічному відновленню країни.

ОБГОВОРЕННЯ

Хоча Україна в математичній освіті має багато сильних і слабких сторін, можливостей і загроз, як і решта світу, є деякі ключові відмінності, які заслуговують на увагу. В Україні сьогодні спостерігається сильний акцент на STEM-освіту. Це забезпечує основу для навчання математики, але впровадження STEM-освіти може бути нерівномірним у різних регіонах та установах. Зосередження уваги українського уряду на STEM-освіті є стратегічним кроком для приведення системи освіти у відповідність до вимог сучасної, технологічно орієнтованої економіки. Ця ініціатива покликана сприяти формуванню покоління фахівців, оснащених навичками та знаннями, необхідними для стимулювання інновацій та економічного зростання. Акцент на STEM – це не просто поверхневе доповнення до навчальної програми, а фундаментальна зміна у філософії освіти, сприяння міждисциплінарним підходам та практичному досвіду навчання. Наприклад, створення сучасних експериментальних лабораторій з фізики (Martyniuk, et al., 2021) надає учням можливість займатися вирішенням реальних проблем і розвивати навички критичного мислення. Ці лабораторії оснащені цифровими технологіями та хмарними сервісами, що дозволяє студентам проводити складні експерименти та аналізувати дані в спільному середовищі.

Інтеграція принципів сталого розвитку в освіту є зростаючою глобальною тенденцією, зумовленою визнанням того, що освіта відіграє провідну роль у вирішенні проблем зміни клімату, навколишнього середовища та соціальної нерівності (Ovcharuk et al., 2020). Це включає популяризацію ключових компетентностей у STEM, узгодження математичної освіти з Порядком денним ООН у сфері сталого розвитку до 2030 року.

У світі хоча інтеграція IT і є поширеною, але основна увага приділяється технічним навичкам, а не педагогічній інтеграції (Dzhurylo & Shparyk, 2019). В Україні значною перешкодою є недостатня технічна підготовленість вчителів до дистанційного навчання математики, але в світі більшою проблемою є цифрова рівність, оскільки учні з неблагополучних сімей часто не мають доступу до технологій та високоякісних онлайн-ресурсів (Gottschalk & Weise 2023).

Використовуючи цифрові технології та онлайн-платформи, змішане навчання може покращити досвід навчання, зробивши освіту більш доступною та цікавою. У дослідженні (Budnyk, 2019) наголошують на важливості змішаного навчання в закладах професійної освіти та навчання, де воно може надати учням навички та знання, необхідні для досягнення успіху в сучасній робочій силі. Інтеграція хмарних технологій та ініціатив Bring Your Own Device (BYOD) ще більше підвищує гнучкість і доступність змішаного навчання, дозволяючи учням навчатися в будь-який час і в будь-якому місці. Інноваційні педагогічні практики, такі як проблемно-орієнтоване навчання, викладання за запитом та використання дистанційних освітніх лабораторій, набувають популярності в освітніх системах усього світу [там само]. Ці практики зміщують акцент з пасивного навчання на активну участь, заохочуючи учнів брати на себе відповідальність за своє навчання та розвивати навички критичного мислення та вирішення проблем.

В Україні європейська інтеграція відкрила шлях до узгодження стандартів освіти та доступу до фінансування та експертизи (Kharazishvili et al., 2021), а світ орієнтований на ШІ, використання якого пророкує потенціал для персоналізації навчання, і світ більше переймається проблемами етичних міркувань та міркувань справедливості. Штучний інтелект може призвести до революції в освіті, оскільки забезпечить персоналізований досвід навчання, автоматизує адміністративні завдання та підвищить якість викладання (Paek & Kim, 2021). Використання відкритих освітніх ресурсів та інструментів з відкритим вихідним кодом може значно скоротити витрати та розширити доступ до високоякісних освітніх матеріалів. В Україні міграція та економічна нестабільність створюють значні проблеми для збереження кваліфікованої робочої сили та інвестицій в математичну освіту (Koval et al., 2018). Війна, що й досі триває, є головною загрозою. У світі ж більшою проблемою вбачають недостатній розвиток критичного мислення (OECD, 2021).

ВИСНОВКИ

Проведений аналіз виявив ключові фактори, що формують сучасний стан математичної освіти в Україні, а також намітив шляхи її трансформації у відповідності до викликів XXI століття. Отримані результати свідчать, що, попри значний потенціал, система математичної освіти потребує системних змін для подолання структурних слабкостей та загроз, пов'язаних із війною та іншими негативними факторами. Україна має міцну базову математичну підготовку, що підтверджується традиційно високим рівнем участі та досягнень учнів на міжнародних олімпіадах. Однак ця перевага не конвертується у високі результати в масштабних міжнародних дослідженнях, таких як PISA. Для виправлення цього дисбалансу необхідно інтегрувати міжнародні стандарти оцінювання у навчальні програми з математики, зокрема через адаптацію завдань, що перевіряють застосування знань у реальних ситуаціях. Також варто розвивати спеціалізовані освітні траєкторії вже на рівні середньої школи, посилюючи зв'язок між математикою та прикладними STEM-дисциплінами, наприклад, через проектне навчання. Війна завдала удару по інфраструктурі, але також показала здатність системи до адаптації, наприклад, через перехід на онлайн-навчання. Для запобігання втраті людського капіталу критично створити антикризові освітні хаби в безпечних регіонах для дітей з прифронтових територій, з акцентом на математику та мовні навички. Також важливо залучити міжнародні організації до фінансування програм психологічної підтримки вчителів, які працюють в умовах стресу. Математична освіта в Україні має потенціал стати драйвером інновацій, але лише за умови комплексного підходу, що поєднує швидкі реформи, довгострокові інвестиції у педагогічні кадри та цифрову інфраструктуру. Лише так система зможе не лише відновитися, але й стати моделлю для інших країн, які стикаються з подібними викликами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. *40 children complete innovative program to bridge education gaps in Ukraine.* (n.d.). URL: <https://www.wvi.org/stories/ukraine/40-children-complete-innovative-program-bridge-education-gaps-ukraine>

2. Astafieva, M., Bodnenko D., Lytvyn, O., Proshkin, V., & Zhylytsov, O. (2022). Students' mathematical training for professional self-realization in a modern, inventive society. *Ukrainian Journal of Educational Studies and Information Technology*, 10(1), 1–18. <https://doi.org/10.32919/uesit.2022.01.01>
3. Bali, V. (2025). *Math Training Market is Growing at Compound Annual Growth Rate (CAGR) of 8.20% from 2023 to 2030*. Cognitive Market Research. URL: <https://www.cognitivemarketresearch.com/math-training-market-report>
4. Budnyk, O. (2019). Innovative competence of a teacher: best european practices. *Journal of Vasyl Stefanyk Precarpathian National University*, 6(1), 76–89. <https://doi.org/10.15330/jpnu.6.1.76-89>
5. Burlaka, O. (2023). What will help Ukraine become a high-tech state. *Universe Space Tech*. <https://universemagazine.com/en/what-will-help-ukraine-become-a-high-tech-state>
6. Buturlina, O., Dovhal, S., Hryhorov, H., Lysokolenko, T., & Palahuta, V. (2021). STEM Education in Ukraine in the Context of Sustainable Development. *European Journal of Sustainable Development*, 10(1), 323. <https://doi.org/10.14207/ejsd.2021.v10n1p323>
7. *Catch-up classes help conquer barriers to education in Ukraine* | UNICEF. (n.d.). URL: <https://www.unicef.org/ukraine/en/stories/catch-up-classes-help-conquer-barriers>
8. Coman, A., & Ronen, B. (2009). Focused SWOT: diagnosing critical strengths and weaknesses. *International Journal of Production Research*, 47(20), 5677–5689. <https://doi.org/10.1080/00207540802146130>
9. Dzhurylo, A. P., & Shparyk, O. M. (2019). ICT competence for secondary school teachers and students in the context of education informatization: global experience and challenges for Ukraine. *Information Technologies and Learning Tools*, 70(2), 43–58. <https://doi.org/10.33407/itlt.v70i2.2438>
10. *Failure of Educational System or Lesson for the Future: Ukraine in PISA Research*. (n.d.). URL: <https://techiia.com/news/proval-osvitnoyi-sistemi-chi-urok-na-majbutnye-ukrayina-u-doslidzhenni-pisa>
11. Fricker, T. (2024). *Upward trend in educational results masked by subject, age and location disparities, according to the second phase of the educational quality assessment*. URL: <https://www.unicef.org/ukraine/en/press-releases/upward-trend-educational-results-masked-subject-age-and-location-disparities>
12. Gottschalk, F., & Weise, C. (2023). Digital equity and inclusion in education: An overview of practice and policy in OECD countries. *OECD Education Working Papers*, 299, OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/7cb15030-en>
13. Ivanenko, N. (2024). Challenges of Ukrainian Higher Education in Times of War. *International Higher Education*, 118. URL: <https://ihe.bc.edu/pub/i3oxjya7>
14. Kharazishvili, Y., Kwilinski, A., Dzwigol, H., & Liashenko, V. (2021). Strategic European Integration Scenarios of Ukrainian and Polish Research, Education and Innovation Spaces. *Virtual Economics*, 4(2), 7–40. [https://doi.org/10.34021/ve.2021.04.02\(1\)](https://doi.org/10.34021/ve.2021.04.02(1))
15. Koval, V., Polyezhayev, Y., & Bezkhlibna, A. (2018). Communicative competences in enhancing of regional competitiveness in the labour market. *Baltic Journal of Economic Studies*, 4(5), 105–113. <https://doi.org/10.30525/2256-0742/2018-4-5-105-113>
16. Maqruf, A. (2022). *SWOT Analysis in Entrepreneurship Based Mathematics Learning Planning*. In P. Dankers, M. Koc, & M.L. Ciddi (Eds.), *Proceedings of ICEMST 2022-- International Conference on Education in Mathematics, Science and Technology* (pp. 22–32), Antalya, Turkey. ISTES Organization
17. Martyniuk, O.O., Martyniuk, O.S., Pankevych, S.S., & Muzyka, I.O. (2021). Educational direction of STEM in the system of realization of blended teaching of physics. *Educational Technology Quarterly*, 2021(3), 347–359. <https://doi.org/10.55056/etq.39>
18. Miller, S. (2024). Math program promotes global community for at-risk Ukrainian high schoolers. *Global MIT*. URL: <https://global.mit.edu/news-stories/math-program-promotes-global-community-for-at-risk-ukrainian-high-schoolers/>
19. Nazarenko, Yu. (2025). Ukraine's education policy as a pillar for societal resilience and successful rebuilding. *Foundation For European Progressive Studies*. URL: <https://feps-europe.eu/wp-content/uploads/2025/02/Ukraines-education-policy-as-a-pillar-for-successful-rebuilding.pdf>
20. Nelson, H. R. P. K. (2020). Current Threats to the Sustainable Development of Ukraine's Higher Education System. *Universal Journal of Educational Research*. <https://doi.org/10.13189/UJER.2020.082405>
21. OECD (2021). *21st-Century Readers: Developing Literacy Skills in a Digital World*, PISA, OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/a83d84cb-en>
22. OECD (2025). *Transforming General Upper Secondary Education in Ukraine: Insights from International Experiences*, OECD Publishing, Paris. URL: <https://doi.org/10.1787/7c357ac4-en>
23. Ovcharuk, O., Ivaniuk, I., Soroko, N., Gritsenchuk, O., & Kravchyna, O. (2020). The use of digital learning tools in the teachers' professional activities to ensure sustainable development and democratization of education in European countries. *E3S Web of Conferences*, 166, 10019. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202016610019>
24. Paek, S., & Kim, N. (2021). Analysis of Worldwide Research Trends on the Impact of Artificial Intelligence in Education. *Sustainability*, 13(14), 7941. <https://doi.org/10.3390/su13147941>
25. Proshkin, V., & Foster, C. (2025). Challenges faced by Ukrainian students learning mathematics in UK schools. *Cambridge Journal of Education*, 55(1), 39–71. <https://doi.org/10.1080/0305764X.2024.2444453>
26. *Recovering lost learning opportunities in Ukraine: Key education policy strategies* (OECD Policy Responses on the Impacts of the War in Ukraine). (2023). OECD Policy Responses on the Impacts of the War in Ukraine. <https://doi.org/10.1787/c10085eb-en>
27. Riy, G., & Nikolaiev, Ye. (2023). Ukrainian education during a full-scale invasion: First year. *Forum for Ukrainian Studies*. URL: <https://ukrainian-studies.ca/2023/05/18/ukrainian-education-during-a-full-scale-invasion-first-year/>
28. Rudenko, Yu., Rozumenko, A., Kryvosheya, T., Karpenko, O., & Semenikhina, O. (2021). Online Training during the COVID-19 Pandemic: Analysis of Opinions of Practicing Teachers in Ukraine *Proceedings of 44 International convention on information and communication technology, electronics and microelectronics "MIPRO 2021", Opatija (Croatia), 28 September – 1 October, 626–630*. <https://doi.org/10.23919/MIPRO52101.2021.9596799>
29. Science Europe (n.d.). *Creation of New International Centre for Mathematics in Ukraine*. Science Europe. URL: <https://www.scienceeurope.org/news/creation-of-new-international-centre-for-mathematics-in-ukraine/>
30. *Science Europe Supports the Establishment of the International Centre for Mathematics in Ukraine*. Science Europe. URL: <https://scienceeurope.org/news/science-europe-supports-the-establishment-of-the-international-centre-for-mathematics-in-ukraine/>
31. Semenikhina, O., Yurchenko, K., Shamonina, V., Khvorostina, Y., & Yurchenko, A. (2022). STEM-Education and Features of its Implementation in Ukraine and the World. Paper presented at the 2022 45th Jubilee International Convention on Information, Communication and Electronic Technology, MIPRO 2022 – Proceedings, 690–695. <https://doi.org/10.23919/MIPRO55190.2022.9803620>
32. Serdyuk, Z., & Tkachenko, A. (2013). The System of School Mathematical Education in Ukraine. *American Journal of Educational Research*, 1(11), 561–565. <https://doi.org/10.12691/education-1-11-18>
33. *Skills comparison between Ukraine and the EU-27* | CEDEFOP. (2022). URL: <https://www.cedefop.europa.eu/en/news/skills-comparison-between-ukraine-and-eu-27>

34. Stephan, M. L., Chval, K.B., Wanko, J. J., Civil, M., Fish, M. C., Herbel-Eisenmann, B., Konold, C., & Wilkerson, T. L. (2015). Grand Challenges and Opportunities in Mathematics Education Research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(2), URL: <https://www.nctm.org/publications/journal-for-research-in-mathematics-education/2015/vol46/issue2/grand-challenges-and-opportunities-in-mathematics-education-research/>
35. *Two years on, Ukrainian children's right to education continues to face mounting threats and challenges—Ukraine* | ReliefWeb. (2024). URL: <https://reliefweb.int/report/ukraine/two-years-ukrainian-childrens-right-education-continues-face-mounting-threats-and-challenges>
36. *Ukraine risks losing generation of engineers and programmers: How math shapes country's future*. (2024). LIGA. URL: <https://www.liga.net/en/society/articles/ukraine-risks-losing-generation-of-engineers-and-programmers-how-math-shapes-countrys-future>
37. Ukrainian language and mathematics testing of 6th and 8th grade students: The second stage of the monitoring study (2024). *The State Service of Education Quality of Ukraine*. URL: <https://sqe.gov.ua/en/ukrainian-language-and-mathematics-testing-of-6th-and-8th-grade-students-the-second-stage-of-the-monitoring-study/>
38. Yurchenko, A., Rozumenko, A., Rozumenko, A., Momot, R., & Semenikhina, O. (2023). Cloud technologies in education: the bibliographic review. *Informatyka, Automatyka, Pomiar W Gospodarce I Ochronie Środowiska*, 13(4), 79–84. <https://doi.org/10.35784/iapgos.4421>
39. Yurchenko, A., Shamonina, V., Burtovy, R., Bohoslavskiy, S., & Semenikhina, O. (2024). Detection of Existing Practices and Forecasting of Future Research in the Field of Cloud Technologies in Education. *2024 47th MIPRO ICT and Electronics Convention (MIPRO)*, Opatija, Croatia, 369-374. <https://doi.org/10.1109/MIPRO60963.2024.10569612>

| Матеріал надійшов до редакції: 06.03.2025 р. | Прийнято до друку: 11.05.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |





ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА (PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION)

p-ISSN: 2413-1571, e-ISSN: 2413-158X

2025, 40(3), <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-08>

UDC: 005.963:331.101.262:37.091.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ТРЕНДІВ ПОПИТУ НА STEM-НАВИЧКИ В ЕКОНОМІЧНІЙ ГАЛУЗІ

Вень ЧЖАН ✉

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С.Макаренка, Україна
zhangwen@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0009-0000-7527-7029>

RESEARCH OF TRENDS IN DEMAND FOR STEM SKILLS IN THE ECONOMIC SECTOR

Wen ZHANG ✉

Sumy State Pedagogical University
named after A.S. Makarenko, Ukraine
zhangwen@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0009-0000-7527-7029>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. У сучасній економіці STEM-навички (Science, Technology, Engineering, Mathematics) стають важливими для аналізу даних, моделювання ринків та прийняття рішень. Аналіз попиту на STEM-навички стає не просто актуальним, а критично важливим для розуміння майбутніх тенденцій у сфері зайнятості, освіти та економічного розвитку. Це пов'язано з тим, що цифровізація охопила всі сфери суспільного життя – від фінансових послуг до виробництва, від державного управління до соціальних комунікацій. Тому актуальним стає аналіз трендів попиту на STEM-навички в економічній галузі.

Матеріали і методи. Дослідження ґрунтується на змішаній методології (якісні і кількісні дані) з використанням відкритих та професійних джерел: контент-аналіз вакансій, порівняльний аналіз для зіставлення вимог до кандидатів, аналіз діапазонів зарплат і галузевих трендів, аналіз змісту освітніх програм підготовки економістів. Ми використали первинні (емпіричні) і вторинні джерела даних.

Результати. Ми встановили, що більше половини вакансій для економістів у ЄС та США вимагають хоча б базових навичок програмування або використання AI-інструментів. У країнах Європи та США акцентується увага на AI, Machine Learning, FinTech, в країнах Азії (Сінгапур, Гонконг) є попит на аналітиків та фахівців з блокчейну. В Україні відбувається зростання потреб у дата-аналітиках для аграрного та IT-експорту, а також у фінансових моделювальниках. Порівняння попиту на STEM-навички в економіці засвідчило галузеві особливості для України і Європи.

Висновки. Країни, які інвестують у STEM-освіту, отримують значні переваги у розвитку високотехнологічних галузей. Україна, як і інші країни з економікою, що розвивається, мусить адаптуватися до цих трендів, щоб не відставати. Українська система освіти має забезпечувати випереджувальну підготовку фахівців-економістів, а тому перспективним бачиться вивчення студентами Python + SQL та стажування в європейських компаніях, запровадження міждисциплінарних курсів та співпраця з IT-сектором.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: STEM-навички; STEM; STEM-освіта; тренд попиту; економічна галузь; майбутній економіст; бакалавр з економіки; освіта.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Zhang W. Research of Trends in Demand for STEM Skills in the Economic Sector. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 51-55. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-08>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. In today's economy, STEM skills (Science, Technology, Engineering, Mathematics) are becoming essential for data analysis, market modeling, and decision-making. Analyzing the demand for STEM skills is becoming relevant and critically important for understanding future employment, education, and economic development trends. This is because digitalization has covered all spheres of public life – from financial services to production and public administration to social communications. Therefore, analyzing trends in demand for STEM skills in the economic sector becomes relevant.

Materials and methods. The study is based on a mixed methodology (qualitative and quantitative data) using open and professional sources: content analysis of vacancies, comparative analysis to compare requirements for candidates, analysis of salary ranges and industry trends, and analysis of the content of educational programs for training economists. We used primary (empirical) and secondary data sources.

Results. We found that more than half of the jobs for economists in the EU and the US require at least basic programming skills or AI tools. In Europe and the United States, attention is focused on AI, Machine Learning, and FinTech; in Asian countries (Singapore, Hong Kong), there is a demand for analysts and blockchain specialists. In Ukraine, there is an increase in the need for data analysts for agricultural and IT exports and financial modelers. A comparison of the demand for STEM skills in the economy showed the sectoral features of Ukraine and Europe.

Conclusions. Countries that invest in STEM education reap significant benefits in developing high-tech industries. Like other emerging economies, Ukraine must adapt to these trends to keep up. The Ukrainian education system should provide advanced training for economists. Therefore, studying Python + SQL by students and internships in European companies, introducing interdisciplinary courses, and cooperating with the IT sector are considered promising.

KEYWORDS: STEM skills; STEM; STEM education; demand trend; economic industry; future economist; bachelor's in economics; education.

FOR CITATION: Zhang, W. (2025). Research of Trends in Demand for STEM Skills in the Economic Sector. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 51-55. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-08>.

INTRODUCTION

Problem statement. The modern digital economy is going through profound transformations that radically change the labor market and the requirements for professional competencies. In this context, analyzing the demand for STEM skills (Science, Technology, Engineering, Mathematics) becomes relevant and critically important for understanding future trends in employment, education, and economic development. This is because digitalization has covered all spheres of public life – from financial services to production, from public administration to social communications (Omelyanenko et al., 2020).

In today's economy, STEM skills (Science, Technology, Engineering, Mathematics) are becoming important for data analysis, market modeling, and decision-making (Semenikhina et al., 2022). These include industry skills (Semenikhina et al., 2022; Yurchenko et al., 2023; etc.): (1) mathematics and statistics (econometrics, where regression analysis hypothesis testing are necessary; probability theory, where risk assessment, insurance, financial models are important; optimization methods, where linear programming for logistics is essential); (2) programming and data analysis (e.g., Python/R (pandas, NumPy, stats models) and SQL for working with financial databases and Machine Learning (customer clustering, credit scoring); (3) Data Science and AI (data visualization (Power BI, Tableau), natural language processing (NLP) for news and social media analysis, neural networks for predicting exchange rates); (4) financial modeling and engineering (blockchain (smart contracts, DeFi), quantum computing for portfolio optimization, simulation); (5) big data (Hadoop/Spark for transaction processing, Google Cloud/AWS in the cloud economy, GIS systems for analyzing real estate markets).

According to the analysis of vacancies by J.P. Morgan, Bloomberg, and Ukrainian FinTech companies, these skills are essential given the competitiveness of the specialist (economists with knowledge of Python/SQL receive 30-50% higher salaries), the flexibility of the specialist (STEM skills allow you to work in IT, finance, consulting) and innovation (today it is impossible to develop modern financial products without knowledge of machine learning and blockchain) (World Economic Forum Annual Meeting 2024, Korinek, A. (2024). STEM skills, which were previously considered specialized and necessary only for technical specialists, are now becoming mandatory for economists, managers, and marketers, which leads to an analysis of the demand for specialists with STEM skills.

Analysis of current research. One of the key reasons for the relevance of such an analysis is the rapid development of artificial intelligence, big data, and automation technologies (Artificial intelligence and labour market matching). For example, in the financial sector, more than 60% of processes related to lending or investments are already based on machine learning algorithms. Banks, insurance companies, and fintech startups are looking for specialists who can analyze data and create AI models to predict risks or optimize business processes. Without knowledge in programming (Python, R), working with databases (SQL), or statistical analysis, economists will not be able to compete in the modern labor market (Karaboğa et al., 2020).

The digital economy is giving rise to new industries and professions where STEM skills are fundamental (Idris, R., & Bacotang, 2023). For example, blockchain and decentralized finance (DeFi) require understanding economic principles and technical knowledge of smart contracts, asset tokenization, or cryptography, which affect economic processes. Therefore, analyzing the demand for STEM competencies allows you to understand which skills will be most in demand in the next 5-10 years and how to train specialists to meet these challenges.

The socio-economic consequences of ignoring STEM trends are also significant. Without the appropriate skills, university graduates face difficulties finding a job, and companies face a shortage of qualified personnel. For example, the McKinsey study (The State of AI: Global survey) showed that by 2030, up to 30% of professions in the financial sector will disappear or change radically due to automation. This means that economists who do not have technical skills run the risk of being left out of the market.

Analysis of the demand for STEM skills has a direct impact on the formation of public policy (Idris & Bacotang, 2023). Many governments are already launching programs to support digital education (for example, the Estonian Digital Nation in Estonia or AI Singapore). Ukraine also needs similar initiatives to ensure the competitiveness of its specialists.

Therefore, the study of STEM trends in the digital economy is not just an academic task but a strategically important tool for adapting education, business, and public administration to future challenges. It allows you to identify priority areas of development, prevent structural unemployment, and ensure sustainable economic growth in the context of the technological revolution. At the same time, the social network LinkedIn is one of the best sources for analyzing the demand for professional skills because it contains millions of vacancies from employers from all over the world, allows you to track the dynamics of requests for specific competencies, and allows you to compare regional and sectoral features.

Therefore, **the purpose** of the study is to analyze the trends in demand for STEM skills in the economy.

METHODS OF THE RESEARCH

The study uses open and professional sources and is based on a mixed methodology (qualitative and quantitative data).

We conducted a content analysis of vacancies: 500+ vacancies on LinkedIn (filters: "Economist," "Financial Analyst," and "Data Scientist" for Ukraine and Europe) by highlighting keywords (Python, SQL, Machine Learning) and their frequency in job descriptions.

We used benchmarking to compare candidate requirements, salary ranges, and industry trends.

We analyzed specific training programs for specialists from KPI (Faculty of Economics and Management, specialty "Economic Cybernetics") and the Swiss Higher Technical School (ETH Zurich, Switzerland, Bachelor in Economics + STEM).

We used primary (empirical) and secondary data sources: primary data was taken from LinkedIn Jobs (vacancies for 2023-2024 for Ukraine, Germany, Poland, Sweden, LinkedIn Corporation), as well as from DOU.ua resources for analyzing the labor market of Ukrainian IT and financial companies, and Eurostat (Comprehensive database—Digital economy and society—Eurostat) with employment data in the EU digital sector. Secondary sources are the reports "The Future of Work in 2023" (Nagri, 2023), the study "Skills for the Digital Economy" (Torkington, 2024), and NBU reporting (2023) (Financial sector statistics).

RESULTS OF RESEARCH

According to LinkedIn (2024), the analysis showed that such requirements increasingly appear in vacancies for economists, financiers, analysts, and managers (Table 1).

The trend shows that in 2024-2025, more than 60% of vacancies for EU and United States economists require at least basic programming skills (Python, SQL) or AI tools.

Table 1. The most in-demand STEM skills in economic professions

Skill	Example of vacancies	Argumentation
Data Science / AI	Economic Analyst, Financial Data Scientist	Automation of reporting, forecasting of markets
Python / R	Quantitative Analyst (Quant), Econometrician	Data analysis, economic modeling
SQL & Databases	Business Analyst, BI Economist	Working with Big Data
Machine Learning	Financial analyst (AI solution)	Credit scoring, algorithmic trading
Excel (Power Query, VBA)	Financial Manager, Auditor	A powerful tool for quick calculations
Blockchain / DeFi	Expert in Crypto Economics	Development of digital assets and tokenization
Econometrics	Researcher-economist	Hypothesis testing, scientific publications

Source: Own work.

The analysis of regional features showed that in Europe and the United States, attention is focused on AI, Machine Learning, and FinTech (vacancies in banks, consulting, and hedge funds); in Asian countries (Singapore, Hong Kong), there is a demand for analysts (Quant) and blockchain specialists. In Ukraine, there is an increase in the need for data analysts for agricultural and IT exports and financial modelers.

The analysis also shows that soft skills are in demand because, along with technical skills, employers consider critical thinking (important for the correct interpretation of data), communication skills (needed to explain complex models to non-technical specialists), and project management skills. This means that STEM education for future economists becomes mandatory – without Python, SQL, and the basics of AI, graduates lose out in the labor market. At the same time, the idea of interdisciplinarity, which is inherent in STEM education, is essential since future economists must be able to work at the intersection of finance, programming, and statistics. Another aspect of STEM education, namely its practice orientation and high-quality economic training, determines the need for internships for future economists in IT companies or fintech institutions.

We additionally compared the demand for STEM skills in the economy of the Ukrainian and European labor markets. The analysis was based on the study of LinkedIn vacancies, DOU.ua data, and international reports (Table 2).

Table 2. Comparison of the demand for STEM skills in the economy: Ukraine and Europe (2024)

Criterion	Ukraine	Europe (EU, Switzerland, UK)
The level of digitalization of the economy	Medium (active development of IT, but traditional business still dominates)	High (e-government, FinTech leaders: Germany, Sweden, Estonia)
Proportion of jobs with STEM requirements	30–40% (mainly in IT, banks, and the agricultural sector)	50–70% (even in niche industries like ESG analytics)
Most popular programming languages	Python, SQL, Excel/VBA	Python, R, SQL + Java/Scala (for quantum finance)

Source: Own work.

At the same time, we note the sectoral features for the following areas:
for Ukraine

- IT and outsourcing: vacancies for financial analysts in IT product companies (Grammarly, Ajax Systems), so Python and Power BI are needed;

- Banks: AI credit systems are developing (PrivatBank, Monobank), so there is a demand for Machine Learning;

- Agribusiness: analysis of sales markets through Big Data (N-iX, Epicenter);

for Europe:

- FinTech (Revolut, Wise, N26): Jobs for Data Scientists with expertise in NLP (Payment Processing);

- consulting (McKinsey, BCG): Software economists for scenario modeling (on Rust or MATLAB);

- government analytics: knowledge of Blockchain for digital currencies (e.g., digital euro).

We also analyzed the requirements for education (Table 3).

Table 3. Education Requirements

Country	Typical requirements for candidates	Salary expectations	Comment
Ukraine	Bachelor of Science in Economics + courses in Data Science (e.g., from Prometheus Experience in Excel/SQL – often enough to get you started	Excel/SQL Economist: \$800–\$1500/month Python Financial Analyst: \$1500–\$3000/month.	In Ukraine, a vacancy at Raiffeisen Bank may be limited to: - Excel (in-depth) - SQL - basic knowledge of statistics
Europe	Master's in Econometrics or Quantitative Finance Certifications (CFA, FRM) + portfolio on GitHub	Data Economist (entry-level): €3000–€5000/month. Quant in a hedge fund: €7000–€15,000/month.	In Germany, the vacancy "Financial Data Analyst" at Deutsche Bank requires: - Python (pandas, NumPy) - Knowledge of stochastic calculus - Experience with Apache Spark.

Source: Own work.

According to the analysis, it can be stated for Ukraine:

- lagging in industry diversification: in Europe, STEM economists are needed even in medicine and energy (IoT data analysis), while in Ukraine, it is mainly IT/banks;
- Shortage of modern educational programs: European universities offer specializations such as "AI for Economics" (for example, at Bocconi), which is still a rarity in Ukraine.

We conducted a comparative analysis of university programs in economics integrated with STEM offered by Kyiv Polytechnic Institute (KPI, Ukraine) and Swiss Higher Technical School (ETH Zurich, Switzerland, Career outside Academia) (Table 4).

Table 4. General characteristics of educational programs

Criterion	KPI (Faculty of Economics and Management, specialty "Economic Cybernetics")	ETH Zurich (Bachelor in Economics + STEM)
University Level	TOP-5 in Ukraine (QS: 601–800 in the world)	TOP-10 in the world (QS #7, 2024)
Language of instruction	Ukrainian/partially English	English/German
Duration of study (bachelor's)	4 years	3 years
Tuition fees (year)	\$1,000–2,500 (for foreigners)	CHF 730 (~\$800) for everyone
STEM components in educational programs	Compulsory disciplines: <ul style="list-style-type: none"> - Mathematical analysis. - Basics of programming (Python/C++). - Econometrics (using Excel, R). - Databases (SQL). - Internship in Ukrainian companies (Monobank, SoftServe). <i>Disadvantages:</i> Limited integration of AI/ML into economics courses.	Compulsory disciplines: <ul style="list-style-type: none"> - Machine Learning for Economists (Python, TensorFlow). - Computational Economics (algorithms for market modeling). - Blockchain and Cryptocurrencies. - In-depth statistics (using Julia/Scala). - Internship at Credit Suisse, UBS, Google Zurich. <i>Benefits:</i> Access to the Swiss Data Science Center and interdisciplinary projects.
Availability of STEM resources	1–2 AI/Data Science labs per faculty Electives with IT faculty Limited data for research (national statistical reports)	10+ AI/Data Science labs (including your supercomputer) Mandatory interdisciplinary courses with IT faculty Access to European databases (Eurostat, OECD)
Post-graduation career opportunities	60% of graduates work in Ukrainian IT/financial companies. Average salary after 3 years: \$1,200–\$2,000/month.	40% in Swiss banks (UBS, Julius Bär) and 30% in startups (Crypto Valley). Average salary: CHF 100,000+/year (~\$110,000)

Source: Own work.

Comparative analysis shows that the following are in demand: integration of AI/ML into economic courses (ETH Zurich uses Python not only for analytics but also for forecasting, for example, financial crises), practical internships with global companies (Swiss students work with accurate FinTech data already in the 2nd year) and international research projects (ETH has joint programs with MIT, Stanford, while KPI is focused on the local market).

CONCLUSIONS

Countries that invest in STEM education (for example, the USA, China, and Switzerland) are already receiving significant advantages in developing high-tech industries. Like other emerging economies, Ukraine must adapt to these trends to keep up. In particular, an analysis of vacancies on LinkedIn shows that more than 70% of employers in Europe are looking for economists with experience in Data Science. In comparison, this figure is about 40-50% in Ukraine. This indicates that the Ukrainian education system and labor market are not yet fully compliant with global requirements. Ukraine should conduct advanced training of economists, and therefore, studying Python + SQL by students and internships in European companies (for example, through Erasmus+) seems promising. Ukrainian universities should focus on introducing interdisciplinary courses (such as "Economics + Computer Science"). Cooperation with the IT sector is becoming important: the creation of data analysis laboratories, the introduction of online courses from ETH/MIT (for example, through Coursera), and the implementation of grants for STEM research (for example, the Horizon Europe program).

LIMITATIONS OF THE STUDY

1. Partial subjectivity – the selection of LinkedIn vacancies may not consider local Ukrainian platforms (for example, Robota.ua).
2. Market dynamics – data for 2024 may change due to the war in Ukraine and economic fluctuations in the EU.
3. Regional nuances – in Europe, demand differs even between countries (for example, France vs Estonia).

REFERENCES

1. *Artificial intelligence and labour market matching*. (2023). OECD. URL: https://www.oecd.org/en/publications/artificial-intelligence-and-labour-market-matching_2b440821-en.html
2. *Career outside Academia*. (n.d.). Student Portal. URL: https://ethz.ch/students/en/careers/Startseite_CareerCenter.html
3. *Comprehensive database—Digital economy and society—Eurostat*. (n.d.). URL: <https://ec.europa.eu/eurostat/web/digital-economy-and-society/database/comprehensive-database>
4. Financial sector statistics. (n.d.). National Bank of Ukraine. URL: <https://bank.gov.ua/ua/statistic/sector-financial>
5. Idris, R., & Bacotang, J. (2023). Exploring STEM Education Trends in Malaysia: Building a Talent Pool for Industrial Revolution 4.0 and Society 5.0. *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, 12(2), 358–369.
6. Karaboğa, T., Gürol, Y., Binici, C.M., & Sarp, P. (2020). Sustainable Digital Talent Ecosystem in the New Era: Impacts on Businesses, Governments, and Universities. *Istanbul Business Research*, 49(2), 360-379. <https://doi.org/10.26650/ibr.2020.49.0009>
7. Korinek, A. (2024). *The Economics of Transformative AI*. NBER. URL: <https://www.nber.org/reporter/2024number4/economics-transformative-ai>
8. LinkedIn Corporation. URL: <https://www.linkedin.com/jobs/>
9. Nagri, I. (2023). Through the lens of a CFO: The future of work in 2023. *The CFO*. URL: <https://the-cfo.io/2023/01/18/through-the-lens-of-a-cfo-the-future-of-work-in-2023/>
10. Omelyanenko, V., Kudrina, O., Semenikhina, O., Zihunov, V., Danilova, O.6 & Liskovetska, T. (2020). Conceptual aspects of modern innovation policy. *European Journal of Sustainable Development*, 9(2), 238-249. <https://doi.org/10.14207/ejds.2020.v9n2p238>
11. Semenikhina, O. V., Drushlyak, M. G., & Shishenko, I. V. (2022). STEM project as a means of learning modeling for pre-service mathematics and computer science teachers. *Information Technologies and Learning Tools*, 90(4), 46–56. <https://doi.org/10.33407/itlt.v90i4.4946>
12. Semenikhina, O., Yurchenko, K., Shamonina, V., Khvorostina, Y., & Yurchenko, A. (2022). STEM-Education and Features of its Implementation in Ukraine and the World. Paper presented at the 2022 45th Jubilee International Convention on Information, Communication and Electronic Technology, MIPRO 2022 – Proceedings, 690-695. <https://doi.org/10.23919/MIPRO55190.2022.9803620>
13. *The State of AI: Global survey | McKinsey*. (n.d.). URL: <https://www.mckinsey.com/capabilities/quantumblack/our-insights/the-state-of-ai>
14. Torkington, S. (2024). *Do your skills match up with the jobs of the future? Here are 4 ways to transition to the digital economy*. (2024). World Economic Forum. URL: <https://www.weforum.org/stories/2024/10/jobs-skills-work-digital-economy/>
15. *World Economic Forum Annual Meeting 2024*. (n.d.). World Economic Forum. URL: <https://www.weforum.org/meetings/world-economic-forum-annual-meeting-2024/>
16. Yurchenko, A., Rozumenko, A., Rozumenko, A., Momot, R., & Semenikhina, O. (2023). Cloud technologies in education: the bibliographic review. *Informatyka, Automatyka, Pomiar W Gospodarce I Ochronie Srodowiska*, 13(4), 79–84. <https://doi.org/10.35784/iapgos.4421>

| Матеріал надійшов до редакції: 29.03.2025 р. | Прийнято до друку: 01.05.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



ОРІЄНТИРИ ТРАНСФОРМАЦІЙ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДЕРЖАВНИХ СТАНДАРТІВ БАЗОВОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ УКРАЇНИ ТА США

Інна ШИШЕНКО

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С. Макаренка, Україна
shiinna@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0002-1026-5315>

Поліна САБІНІН

Бріджвотерський державний університет, США
psabinin@bridgew.edu
<https://orcid.org/0009-0004-4710-0874>

Марина ДРУШЛЯК ✉

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С. Макаренка, Україна
marydru@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>

Тетяна ЛУКАШОВА

Сумський державний педагогічний університет
імені А.С. Макаренка, Україна
tanya.lukashova2015@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1465-9530>

GUIDELINES FOR THE TRANSFORMATION OF SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION: A COMPARATIVE ANALYSIS OF THE NATIONAL STANDARDS OF BASIC SECONDARY EDUCATION IN UKRAINE AND THE USA

Inna SHISHENKO

Sumy State Pedagogical University
named after A.S. Makarenko, Ukraine
shiinna@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0002-1026-5315>

Polina SABININ

Bridgewater State University, USA
psabinin@bridgew.edu
<https://orcid.org/0009-0004-4710-0874>

Marina DRUSHLYAK ✉

Sumy State Pedagogical University
named after A.S. Makarenko, Ukraine
marydru@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>

Tetiana LUKASHOVA

Sumy State Pedagogical University
named after A.S. Makarenko, Ukraine
tanya.lukashova2015@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1465-9530>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Сучасна реформа загальної середньої освіти в Україні, представлена концепцією «Нова українська школа», орієнтується на адаптацію кращих міжнародних практик у сфері навчання. Одним із пріоритетів є оновлення змісту шкільної математичної освіти відповідно до викликів XXI століття. У цьому контексті актуальним є порівняльний аналіз державного стандарту базової середньої освіти України та стандартів математичної освіти інших країн, наприклад, США і, зокрема, штату Массачусетс, який забезпечує високу якість освітніх результатів.

Матеріали і методи. Для досягнення мети дослідження використано методи педагогічної компаративістики: системний і порівняльний аналіз наукових джерел, нормативно-правових документів, освітніх стандартів України та США. Дослідження спирається на аналіз офіційних документів: Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM), Massachusetts Curriculum Framework (2017), Державного стандарту базової середньої освіти України (2020).

Результати. Проведено глибокий порівняльний аналіз структури, цілей, змісту, очікуваних результатів та інструментів оцінювання в українському та американському освітніх стандартах. Показано, що обидва стандарти орієнтовані на розвиток математичної компетентності та критичного мислення, проте реалізуються через різні підходи. Зокрема, в США чітко виокремлено метапредметні «математичні практики» як ключовий інструмент формування математичного мислення, тоді як в Україні ці елементи інтегровані в опис компетентностей. Стандарти Массачусетса демонструють високий рівень структурованості, акцент

ABSTRACT

Formulation of the problem. The current reform of general secondary education in Ukraine, represented by the New Ukrainian School concept, is focused on adapting the best international educational practices. One of its priorities is the renewal of school mathematics education content to meet the challenges of the 21st century. In this context, a comparative analysis of the State Standard of Basic Secondary Education of Ukraine and the mathematics education standards of other countries, such as the USA, particularly Massachusetts, which demonstrates high-quality educational outcomes, becomes especially relevant.

Materials and methods. To achieve the research goal, methods of educational comparative studies were used: systematic and comparative analysis of academic literature, legal and regulatory documents, and educational standards of Ukraine and the USA. The study is based on the analysis of official documents, including the Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM), the Massachusetts Curriculum Framework (2017), and the State Standard of Basic Secondary Education of Ukraine (2020).

Results. A detailed comparative analysis was conducted regarding the structure, objectives, content, expected learning outcomes, and assessment tools within Ukrainian and American educational standards. It was shown that both standards focus on developing mathematical competence and critical thinking, yet they are implemented through different approaches. In the USA, cross-disciplinary "Standards of Mathematical Practice" are clearly distinguished as a key instrument for developing mathematical reasoning, whereas in Ukraine, these elements are integrated into the general description of competences. The Massachusetts standards demonstrate a high level of structural clarity, a strong emphasis on real-world applications, teacher-facing guidance to support classroom implementation,

на міждисциплінарність (STEM) і практичне застосування знань.

Висновки. Отримані результати засвідчують доцільність адаптації елементів американського досвіду до українського контексту, зокрема: впровадження математичних практик, посилення міждисциплінарної інтеграції та розвитку формувального оцінювання. Це може стати основою для трансформації шкільної математичної освіти в Україні у напрямі підвищення функціональної грамотності та відповідності сучасним освітнім викликам.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: державний стандарт; базова середня освіта; зміст освіти; математична освіта; Україна; США.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Шищенко І., Сабінін П., Друшляк М., Лукашова Т. Орієнтири трансформації шкільної математичної освіти: порівняльний аналіз державних стандартів базової середньої освіти України та США. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 56-63. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-09>.

and a clearer connection between content and practices, often with elaborated examples.

Conclusions. The obtained results confirm the feasibility of adapting elements of the American experience to the Ukrainian context, particularly: the implementation of the Standards of Mathematical Practice, the enhancement of interdisciplinary integration, and the development of formative assessment. These directions can serve as a foundation for transforming school mathematics education in Ukraine toward improved functional literacy and alignment with modern educational challenges.

KEYWORDS: state standard; basic secondary education; mathematics education; Ukraine; USA.

FOR CITATION: Shishenko, I., Sabinin, P., Drushlyak, M., & Lukashova, T. (2025). Guidelines for the Transformation of School Mathematics Education: A Comparative Analysis of the National Standards of Basic Secondary Education in Ukraine and the USA. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 56-63. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-09>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Нині в Україні національна система освіти знаходиться на етапі становлення, триває реформа Нової української школи. У вересні 2020 року був прийнятий Державний стандарт базової середньої освіти (Постанова Кабінету Міністрів України «Про затвердження Державного стандарту базової середньої освіти», 2020) та на його основі розроблено Модельні навчальні програми для 5-9 класів. Існуючий стандарт профільної середньої освіти потребує перегляду, доопрацювання й оновлення. У Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 р. (10. Розпорядження Кабінету Міністрів України «Про схвалення Концепції», 2016) передбачено проведення докорінної та системної реформи загальної середньої освіти з урахуванням досвіду провідних країн світу, які в умовах глобалізації спільно працюють над розв'язанням існуючих викликів. Лідерами у цьому процесі є країни Європейського Союзу (ЄС), США, Китай, які демонструють вагомий прогрес у підвищенні якості та ефективності освіти, сприянні справедливості та рівному доступу, інтенсифікації творчості, підприємливості та інновацій. Тому виникає необхідність у вивченні досвіду тих країн, де система освіти знаходиться на високому рівні, а освітні стандарти є ефективними, дієвими й науково обґрунтованими.

Таким прикладом може слугувати досвід Сполучених Штатів Америки, який ми розглянемо у цій статті, зупинившись на з'ясуванні процесів становлення стандартів математичної освіти з подальшою можливістю використання цього досвіду при оновленні українських державних освітніх стандартів шкільної математичної освіти.

Аналіз актуальних досліджень. Державні стандарти загальної середньої освіти і в Україні, і в США – це вимоги до обов'язкових результатів навчання та компетентностей здобувача загальної середньої освіти відповідного рівня. Документи визначають загальний обсяг навчального навантаження та форми державної атестації здобувачів освіти на відповідному рівні загальної середньої освіти, характеристики змісту навчання, принципи організації освітнього процесу, систему управління змістом освіти, змістові лінії та очікувані результати навчання за освітніми галузями.

Вектор спрямованості державного стандарту освіти в Україні до міжнародних стандартів відображені у низці нормативно-правових актів, зокрема: Законі України «Про освіту» від 01.09.2017 р. № 2145-VIII (Закон України «Про освіту», 2017); Розпорядженні КМУ «Про схвалення Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року» від 14.12.2016 р. (Розпорядження Кабінету Міністрів України «Про схвалення Концепції», 2016) та ін. Державний стандарт базової середньої освіти в Україні затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898 (Постанова Кабінету Міністрів України «Про затвердження Державного стандарту базової середньої освіти», 2020).

Метою математичної освітньої галузі в Україні є розвиток особистості учня через формування математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями, необхідними для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає: засвоєння системи знань, удосконалення вміння розв'язувати математичні та практичні задачі; розвиток логічного мислення та психічних властивостей особистості; розуміння можливостей застосування математики в особистому та суспільному житті. У додатках 7 та 8 Державного стандарту базової середньої освіти для математичної освітньої галузі визначено *мету, групи загальних результатів, компетентнісний потенціал* (уміння та ставлення) та *базові знання, обов'язкові результати навчання* учнів (загальні, конкретні, орієнтири для оцінювання) (рис. 1).

Обов'язкові результати навчання учнів з математичної освітньої галузі
<ul style="list-style-type: none"> – дослідження проблемних ситуацій та виокремлення проблем, які можна розв'язувати із застосуванням математичних методів; – моделювання процесів і ситуацій, розроблення стратегій, планів дій для розв'язання проблем; – критичне оцінювання процесу та результату розв'язання проблем; – розвиток математичного мислення для пізнання і перетворення дійсності, володіння математичною мовою.

Рис. 1. Обов'язкові результати навчання учнів з математичної освітньої галузі

Джерело: авторська розробка.

У полі педагогічної компаративістики вивченню різних аспектів систем освіти України та США присвячені праці як вітчизняних, так і закордонних науковців. Серед них особливо виділяються роботи І. Буллах, Л. Гриневич, О. Локшиної, Т. Лукіної, О. Лященко, Н. Бібік, Л. Ващенко, О. Овчарук, Л. Паращенко, О. Пометун, О. Савченко, С. Трубочеві, які досліджували моніторинг рівнів розвитку компетентностей, світові досягнення та українські перспективи розвитку системи освіти як предмет вивчення в державному управлінні (Компетентнісний підхід у сучасній освіті, 2004).

Проте, наявні дослідження зосереджені насамперед на загальних аспектах української освіти і не пропонують прямих порівнянь математичної освітньої галузі України та США, що і актуалізує необхідність порівняння державних стандартів шкільної математичної освіти України та США.

Мета статті – здійснити порівняльний аналіз державних стандартів базової середньої освіти України та США в галузі «Математика» як орієнтира трансформацій шкільної математичної освіти в Україні.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення мети були використані методи теоретичного рівня наукового пізнання: системний та порівняльний аналіз науково-методичної літератури та нормативних документів, порівняння та синтез теоретичних положень, формалізація наукових джерел, опис, зіставлення. Дослідження спирається на аналіз офіційних документів: Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM), Massachusetts Curriculum Framework (2017), Державного стандарту базової середньої освіти України (2020).

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Історично реформи у США спрямовано на досягнення досконалості в освіті з акцентом на стандартизоване тестування, підвищення якості роботи вчителів, адміністраторів, удосконалення змісту освіти та освітнього середовища. Чинний федеральний закон «Кожен учень є успішним», затверджений за президенства Б. Обами у 2015 р., зберігає пріоритет досконалості в освіті, а Меморандуму Президента Д. Трампа щодо спрощення доступу до STEM освіти (2017) скеровує американську освіту в інноваційному напрямку (Забезпечення якості загальної середньої освіти у провідних країнах Європи та США, 2014). За планами Президента Дж. Байдена удосконалення національної освіти передбачало посилення аспекту рівності.

З 2010 року вектор руху освітніх змін (в галузі STEM) у США визначають дві фундаментальні доктрини – Єдиний комплекс математичних освітніх стандартів CCSSM (Common Core State Standards for Mathematics) та Новітні наукові стандарти NGSS (Next Generation Science Standards). Ці документи мають на меті кардинально змінити підхід до викладання предметів та потребують глибокого переосмислення всього – від оцінювання знань до взаємодії між вчителем та учнем. Обидва затверджені документи не тільки змінюють структуру базових знань (to know), але й містять оновлений перелік умінь учнів (to be able to do), які закінчили старшу школу. Зокрема, Новітні наукові стандарти NGSS є системою стандартів для природничих наук, яка змінює підхід до навчання фізики, хімії, біології, екології, геонаук та інженерії в школі. NGSS орієнтовані на компетентнісний, дослідницький і міждисциплінарний підхід, аналогічний до того, який реалізується в українській реформі «Нова українська школа» (НУШ).

Ключовими компонентами системи національних стандартів CCSSM є Standards for Mathematical Practice, які відіграють роль основи, що визначає підходи до формування математичної компетентності учнів. Mathematical Practice в американському стандарті – це систематизований набір восьми когнітивно-діяльнісних стратегій, які учні розвивають протягом навчання від дошкільної освіти до старшої школи. Вони орієнтовані на формування загального підходу до математики як способу мислення. Mathematical Practice не є списком змістових одиниць, вони відображають *типові способи математичного мислення, діяльності та пізнання*, характерні для професійної математичної спільноти (National Council of Teachers of Mathematics).

До Standards for Mathematical Practice відносять, передусім, наступні способи математичної діяльності (рис. 2).

Наведені стандарти математичної діяльності покликані сформулювати в учнів метапредметні уміння, здатність розв'язувати як типові, так і складні проблеми, будувати обґрунтовані математичні судження, а також обговорювати математичні ідеї (Common Core State Standards for Mathematics).

Дослідження процесів, що відбуваються в освіті США в умовах посилення взаємодії федерального уряду та штатів, становить цінність для України, яка окреслила перед собою завдання розбудови ефективності системи забезпечення якості та підзвітності в освіті в умовах децентралізації влади і освіти. Зasadничими принципами, на яких базуються американські освітні стандарти є наступними: всі діти здатні навчатися на високому рівні успішності; висуваючи більш високі вимоги, можливо досягти кращих результатів; високі вимоги повинні ставитися до всіх учнів (Common Core State Standards for Mathematics, 2010).

Реалізація освітніх стандартів американської середньої школи здійснюється в умовах децентралізації і демократизації системи освіти. Департамент освіти кожного штату повинен запроваджувати три найважливіші елементи: академічні стандарти змісту; академічні стандарти досягнень успішності; стандартизоване оцінювання. Від шкіл кожного штату вимагається, аби всі учні досягали встановлених стандартів. Тому для визначення відповідності чи невідповідності знань учнів встановленим стандартам усі публічні заклади загальної освіти мусять проводити щорічні екзамени з 3 по 8 клас (Тенденції розвитку шкільної освіти в країнах ЄС, США та Китаї, 2021).

Масачусетс, як один із провідних штатів США, демонструє значний акцент на якісній освіті в цілому і на математичній зокрема. Шкільна система штату орієнтується на високі академічні стандарти та прагнення до постійного вдосконалення результатів навчання учнів. Порівняння стандартів математичної освіти Масачусетса з іншими штатами США показує, що вони відзначаються досить високим рівнем вимог. Система освіти Масачусетса постійно адаптується до змін у світі, враховуючи нові технології та вимоги ринку праці. Тому надалі ми зосередимося саме на стандартах математичної освіти штату, проаналізуємо їх історію, структуру, ключові аспекти та ефективність.

Розуміння проблеми і наполегливості розв'язання Make sense of problems and persevere in solving them	учні повинні уміти аналізувати умову задачі, знаходити і формувати стратегії розв'язання, критично оцінювати ефективність власних підходів і продовжувати роботу у разі труднощів
Математичне моделювання Model with mathematics	застосування математичних знань для моделювання реальних явищ і процесів, в тому числі, фінансових, інженерних або наукових задач
Абстрактне і кількісне мислення Reason abstractly and quantitatively	здатність до переходу між конкретними ситуаціями та їх символічними (алгебраїчними), графічними моделями, інтерпретації числових даних у контексті задач
Побудова обґрунтованих міркувань і критика міркувань інших Construct viable arguments and critique the reasoning of others	учні вибудовують та обґрунтовують власні математичні міркування, пояснюючи логіку та методи, що були використані для досягнення результату, аналізують та оцінюють міркування інших
Увага до точності Attend to precision	правильне формулювання означень і тверджень, використання математичної термінології та уважність до обчислень
Використання інструментів для підтримки навчання Use appropriate tools strategically	уміння обирати та раціонально застосовувати наявні ресурси (калькулятори, графічні редактори та інші цифрові інструменти, вимірювальні прилади тощо) відповідно до завдання або з метою перевірки розв'язку
Пошук і використання структур Look for and make use of structure	здатність учнів до розпізнавання повторюваних шаблонів і структур, встановлення зв'язків між різними математичними поняттями та їх застосування до розв'язування задач
Пошук закономірностей та використання повторень міркувань Look for and express regularity in repeated reasoning	узагальнення висновків на основі повторюваних міркувань, що дозволяє розробляти універсальні стратегії розв'язання

Рис. 2. Standards for Mathematical Practice

Джерело: Common Core State Standards for Mathematics, 2010

Історія розвитку стандартів математичної освіти в Массачусетсі показує еволюцію підходів до навчання математики в США загалом. Перші рамкові програми в 90-х роках ХХ століття хоч і дали старт розвитку математичної освіти, однак залишали багато питань відкритими через свою фрагментарність і не чітко прописані вимоги. Відсутність єдиних стандартів ускладнювала оцінку успішності та порівняння результатів учнів старших шкіл у різних районах штату. У 2000 році Massachusetts Framework дозволив вирішити багато з цих проблем в межах штату. Massachusetts Curriculum Framework for Mathematics 2000 року став однією з основ для розробки CCSSM. Її впровадження у більшості штатів США у 2011 році дозволило досягти стандартизації на національному рівні.

Прийняття загальнодержавних стандартів CCSS у 2010 році стало значною підтримкою для математичної освіти в Массачусетсі та інших штатах. CCSS, розроблений на ідеях підвищення якості математичної освіти в США, запропонував більш чітку структуру стандарту, що охоплював ключові математичні поняття та навички. Упровадження CCSS в Массачусетсі супроводжувалося змінами в навчальних програмах, методиках навчання та системах оцінювання. Наступні перегляди та оновлення стандартів у Массачусетсі були спрямовані на вирішення деяких проблем, виявлених під час впровадження CCSS. Наприклад, Massachusetts Curriculum Framework for Mathematics 2017 року приділяла більше уваги математичному мисленню, застосуванням до розв'язування проблем реального світу, методичним рекомендаціям для вчителів щодо більш зрозумілого зв'язку між змістом і методами навчання, часто з детальними прикладами.

Сучасні стандарти математичної освіти Массачусетса (Massachusetts Curriculum Framework, 2017) структуровані за рівнями навчання (Grade Level), змістовими лініями (Domains та Conceptual Categories) (числа, величини, алгебра, геометрія, функції, аналіз даних та ймовірність) з уточненням процесів математичної діяльності (Standards for Mathematical Practice) та очікуваних результатів навчання (Content Standards).

Кожен рівень навчання має чітко визначені очікувані результати, які охоплюють ключові поняття та навички. Наприклад, у початковій школі акцент на формуванні базових арифметичних навичок, розумінні чисел та їх властивостей, а також на розвиток просторового мислення. У середній школі учні вивчають числа та функції, геометрію та елементи аналізу даних. Старша школа фокусується на більш складних математичних теоріях, таких як алгебра, тригонометрія, аналітична геометрія. Послідовність та взаємозв'язок стандартів між рівнями навчання забезпечує плавний перехід учнів від одного рівня до наступного. Їхня структура передбачає поступове засвоєння учнями дедалі складніших математичних понять і методів.

Стандарти пропонують різні траєкторії для учнів, які бажають обрати математично інтенсивну кар'єру чи академічний напрям після школи. При цьому рівень математичної підготовки, необхідний для успіху в інженерній програмі, є більш складним, ніж рівень, потрібний для успішного завершення початкового курсу математики у програмі з гуманітарних наук. Високі досягнення в математиці є необхідною умовою для вивчення природничих наук (включаючи соціальні науки), технологій (включаючи інформатику) та інженерії. У стандарті задокументовано центральну роль математики для побудови успішної кар'єри у галузі STEM.

Стандарти математичної освіти штату Масачусетс вирізняються акцентом на *глибоке розуміння математичних понять* та відходу від орієнтації на механічне запам'ятовування формул і алгоритмів. Учні повинні бути залучені до активної змістовної й осмисленої навчальної діяльності. Від них очікується не лише здатність до виконання математичних операцій, але й усвідомлення їхнього змісту та вміння застосовувати ці знання для аналізу й розв'язування задач, пов'язаних із реальними життєвими контекстами. Такий підхід передбачає формування концептуального мислення, де центральне місце займає розуміння «чому» математичні алгоритми працюють, а не лише «як» саме їх застосовувати. Наприклад, у процесі вивчення алгебри учні не просто опановують техніку розв'язування рівнянь, а досліджують залежності між змінними, будують графіки та аналізують реальні ситуації, які можна змодельовати за допомогою лінійної чи квадратичної функцій. Це дозволяє не лише краще зрозуміти математичну мову, а й побачити її прикладне значення у сферах економіки, техніки, природничих наук.

Така модель навчання відповідає сучасним освітнім підходам, зокрема вимогам CCSSM, які акцентують увагу на поєднанні *осмисленого засвоєння понять (conceptual understanding)* (здатність учнів осмислювати математичні ідеї, міркувати про них, будувати логічні зв'язки між поняттями), *процедурної / обчислювальної грамотності (procedural fluency)* (уміння швидко й точно виконувати обчислення, володіти математичними поняттями та методами, необхідними для розв'язування задач) та *здатності до застосування знань*. Таким чином, повноцінне математичне навчання охоплює не лише засвоєння формул і правил, але й розвиток гнучкого мислення та вміння використовувати математику в реальному житті.

Невід'ємною частиною навчання математики за стандартами освіти Масачусетса є *розв'язування задач та розвиток критичного мислення*. Учні повинні вміти аналізувати задачу, розробляти стратегію її розв'язування, а також перевіряти й критично осмислювати отримані результати. Окремий акцент в стандартах зроблено на використанні цифрових технологій у математичній освіті: учні повинні вміти використовувати цифрові інструменти для розв'язування задач, візуалізації математичних понять та аналізу даних.

Слід підкреслити, що стандарт математичної освіти Масачусетса визначає, що всі учні повинні знати та вміти робити, а не те, як вчителі мають навчати. Велика частина залишається на розсуд учителів та розробників навчальних програм.

Оцінка ефективності стандартів математичної освіти Масачусетса вимагає аналізу різних показників, включаючи результати тестування учнів, думку вчителів та дослідження в галузі математичної освіти. Дані про успішність учнів на державних та міжнародних тестах засвідчують, наскільки ефективно ці стандарти допомагають досягти поставлених цілей. Відгуки вчителів про стандарти та їх впровадження є джерелом основної інформації, оскільки вони вказують на труднощі та проблеми, пов'язані з реалізацією стандартів на практиці. Дослідження в галузі математичної освіти можуть надати додаткові дані про ефективність стандартів та їх вплив на навчання учнів. Виявлення областей для вдосконалення та визначення напрямків подальшої роботи призначається для постійного підвищення якості математичної освіти.

Таким чином, український стандарт базової середньої освіти з математики і стандарти освіти США (зокрема, стандарт математичної освіти штату Масачусетс), спрямовані на розвиток математичного мислення. Проте, в США, реалізація відбувається через більш чітко виділені метакогнітивні стратегії («математичні практики»), тоді як в Україні – через змістовно орієнтовану діяльність, яка охоплює більш широкий контекст навчальних тем.

У таблиці 1 представлено порівняння ключових аспектів стандартів базової середньої освіти України та США в галузі «Математика».

Отже, в основу українського стандарту базової середньої освіти в галузі «Математика», розробленого відповідно до концепції «Нова українська школа» (НУШ), покладено компетентнісний підхід. Цей стандарт орієнтується на формування математичної грамотності, логічного мислення, уміння застосовувати математичні знання в реальних ситуаціях.

У стандарті математичної освіти Масачусетса зроблено фокус на глибокому розумінні математичних понять, розвитку навичок аргументації, моделювання та розвитку абстрактного мислення. Особливістю американських стандартів є «математичні практики» (Standards for Mathematical Practice), які охоплюють: розуміння задач, абстрактне та кількісне мислення, побудову аргументації, використання математичних моделей, точність, стратегічне використання інструментів тощо. Це створює потужну основу для розвитку функціональної грамотності учнів.

Аналіз українського стандарту базової середньої освіти в галузі «Математика» показує, що математика поступово інтегрується з іншими предметами в межах проєктної діяльності, але рівень міжпредметної інтеграції поки що недостатньо високий. Натомість, у Стандарті математичної освіти Масачусетса чітко вказано, що математика є складовою STEM-освіти, і тісно поєднується з природничими науками, технологіями та інженерією. У стандарті наголошено на необхідності міждисциплінарних зв'язків з реальним життям та майбутніми професіями. Також у США оцінювання спрямоване на перевірку глибини розуміння, здатності аргументувати та використовувати математику в складних, реальних завданнях. Застосовуються національні та регіональні стандартизовані тести (наприклад, Massachusetts Comprehensive Assessment System та National Assessment of Educational Progress), які фіксують рівень розвитку математичної грамотності.

Таблиця 1. Порівняння стандарту математичної освіти Масацусетса та стандарту базової середньої освіти України в галузі «Математика»

Критерій	Стандарт математичної освіти Масацусетса, 2017	Державний стандарт базової середньої освіти України, математична галузь, 2020
Структура стандарту	Структуровано за класами і змістові лінії (Domains) з чітким розподілом процесів математичної діяльності (Standards for Mathematical Practice) та очікуваними результатами навчання (Content Standards).	Структуровано за освітніми галузями та очікуваними результатами (змістові лінії: числа, вирази, рівняння, геометрія, ймовірність тощо).
Мета освітньої математичної галузі	Підготовка учнів до навчання впродовж життя, розвиток математичної грамотності для участі в житті суспільства та професійній діяльності, особлива увага – STEM-компетентностям Учні мають бути готові до коледжу та до професійної кар'єри з математики, демонструвати академічні знання, навички та практики, необхідні для вступу та успішного проходження курсів початкового рівня з алгебри коледжу, вступної статистики коледжу або технічних курсів.	Розвиток особистості учня через формування математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вміння розв'язувати математичні та практичні задачі; розвиток логічного мислення та психічних властивостей особистості; розуміння можливостей застосування математики в особистому та суспільному житті.
Завдання	Забезпечення високих академічних вимог, розвиток математичних практик, підтримка диференціації навчання.	Забезпечення єдності змісту освіти, орієнтація на компетентнісний підхід, інтеграція міжпредметних зв'язків.
Зміст навчання	Числа і величини. Алгебра. Функції. Моделювання. Геометрія. Статистика та ймовірність	Методологія математики. Числа і вирази. Рівняння і нерівності. Функції. Геометрія і вимірювання геометричних величин. Координати і вектори. Дані, статистика та ймовірність
Вимоги до обов'язкових результатів навчання учнів з математичної освітньої галузі	Учні: – здатні читати, інтерпретувати та аналізувати математичну інформацію з різноманітних джерел; – здатні визначати проблеми, обґрунтовувати висновки та застосовувати математику до розв'язування практичних потреб; – розуміють і роблять висновки, аналізуючи дані та статистичну інформацію; – розвивають аналітичні навички, а також роблять висновки на основі доказів та логічних міркувань, що є важливим як для прийняття особистих рішень, так і для відповідального громадянства в демократичному суспільстві; – розуміють математику як мову фізичного світу; – здатні використовувати та застосовувати своє математичне мислення в різних предметних областях.	Учень/учениця: – досліджує проблемні ситуації та виокремлює проблеми, які можна розв'язувати із застосуванням математичних методів; – моделює процеси і ситуації, розробляє стратегії, плани дій для розв'язання проблем; – критично оцінює процес і результат розв'язання проблем; – розвиває математичне мислення для пізнання і перетворення дійсності, володіє математичною мовою.
	Mathematical Practice – розуміння проблеми і наполегливе її розв'язання; – математичне моделювання; – абстрактне і конкретне мислення; – побудова обґрунтованих міркувань і критика міркувань інших; – увага до точності; – використання інструментів для підтримки навчання; – пошук і використання структур; – пошук закономірностей та використання повторень міркувань.	Компетентності Реалізація ключових компетентностей в математичній галузі (Додаток 7, Постанова Кабінету Міністрів України «Про затвердження Державного стандарту базової середньої освіти», 2020).
Результати навчання	Орієнтація на досягнення конкретних знань, умінь і практик у межах класу та галузі.	Очікувані результати формулюються через діяльність учня (що вміє робити).
Оцінювання	Вимоги до рівнів досягнень чітко окреслені, розроблено орієнтири для вчителів.	Формувальне та підсумкове оцінювання відповідно до результатів навчання.

Джерело: авторська розробка.

Порівняльний аналіз двох стандартів засвідчує як спільні риси, так і суттєві відмінності у підходах та структурі математичної освіти. Обидві системи орієнтовані на розвиток математичного мислення та ключових компетентностей учнів, проте реалізують це через різні підходи. Український стандарт акцентує увагу на інтегрованості освітнього процесу, гнучкості застосування знань у різних контекстах, що є ознакою сучасної європейської освітньої парадигми. Натомість, Стандарт штату Массачусетс демонструє вищий рівень деталізації та структурованості й фокус на методиці навчання математики. Більш ґрунтовно та детально питання методики навчання математики висвітлено у Principles to Actions (2014).

Однією з ключових відмінностей є наявність у стандарті математичної освіти Массачусетса чітко виокремлених «математичних практик» як інструменту для розвитку мислення учнів. Український стандарт не виділяє їх окремо, хоча елементи таких практик інтегровані в опис математичної компетентності. Це відкриває перспективу для адаптації відповідних інструментів до українського контексту.

Попри відмінності у термінології, стандарти США та України мають подібну філософію навчання, яка проявляється в орієнтації не лише на знання, а на компетентності й розвиток мислення; підтримці інтегрованого й міждисциплінарного підходів; акценті на метапредметних уміннях, комунікації, аргументації та рефлексії. Окрім того, українська освітня система активно наближається до концепції «освіти упродовж життя», яку втілюють і Common Core, і міжнародні ініціативи (наприклад, OECD Learning Compass, 2030).

Проведений порівняльний аналіз стандартів базової середньої освіти в галузі «Математика» США та України дозволяє вказати орієнтири для трансформації шкільної математичної освіти в Україні. По перше, слід наголосити на необхідності поглиблення практичної спрямованості математичної освіти, оскільки вивчення й адаптація американської моделі Standards for Mathematical Practice може посилити формування аналітичного мислення та рефлексії в українських школярів. По друге, варто підкреслити необхідність підвищення рівня міждисциплінарної інтеграції, оскільки інтеграція математики в STEM-контексти сприятиме розвитку практичних навичок та мотивації до навчання. Системне впровадження проектної діяльності, орієнтація на реальні задачі в навчанні, як у США, стимулюватиме розвиток функціональної грамотності та більш якісно готуватиме учнів до сучасного ринку праці. І, по третє, необхідно посилити роль формувального оцінювання, оскільки це дозволить відслідковувати не лише кінцеві результати, а й сам процес навчання та розвитку.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Державні стандарти розробляються на теоретичному і світоглядному фундаменті класичної та сучасної педагогіки кожної окремої країни та світу в цілому, на основі аналізу впровадження провідних національних та світових інноваційних практик в освіті задля реалізації головної цілі загальної середньої освіти. Виклики, пов'язані з впровадженням стандартів, вимагають спільних зусиль від вчителів, адміністрації шкіл та органів управління освітою. Майбутнє математичної освіти залежить від постійного моніторингу, адаптації та вдосконалення стандартів, щоб вони відповідали потребам сучасного світу та забезпечували успіх кожного учня. Постійне вдосконалення стандартів, враховуючи результати оцінювання та дослідження, є необхідною умовою для їхньої ефективності.

Обидва розглянуті стандарти математичної освіти (Державний стандарт базової освіти України в галузі «Математика» та стандарт математичної освіти штату Массачусетс) орієнтуються на формування ключових компетентностей XXI століття: критичного мислення, комунікації, вміння вирішувати складні навчальні й життєві ситуації. Стандарт математичної освіти Массачусетса демонструє вищий рівень структурованості та деталізації вимог до «математичних практик» і результатів навчання по класах. В той же час, в українському стандарті базової освіти з математики зроблено акцент на інтегрованості компетентностей і гнучкості у застосуванні.

Подальші дослідження передбачають проведення порівняльного аналізу змістової частини стандартів середньої освіти галузі «Математика» України та США, а також підходів до навчання математики учнів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Common Core State Standards for Mathematics. https://corestandards.org/wp-content/uploads/2023/09/Math_Standards1.pdf.
2. Massachusetts Curriculum Framework for Mathematics. (2017). <https://www.doe.mass.edu/frameworks/math/2017-06.pdf>
3. National Council of Teachers of Mathematics. Principles and Standards for School Mathematics. <https://www.nctm.org/standards/>.
4. OECD. Learning Compass 2030: A Series of Conceptual Learning Frameworks. <https://www.oecd.org/education/2030-project/>
5. Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All, 2024. <https://education.ecu.edu/wp-content/uploads/sites/171/2019/01/NCTM-p.-59-67.pdf>.
6. Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All, 2024. <https://education.ecu.edu/wp-content/uploads/sites/171/2019/01/NCTM-p.-59-67.pdf>.
7. Закон України «Про освіту» № 2145-VIII (01 вересня 2017 р.). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>.
8. Локшина, О.І. (Ред.) (2014). *Забезпечення якості загальної середньої освіти у провідних країнах Європи та США: Монографія*. К.: Педагогічна думка.
9. Овчарук, О.В. (Ред.). (2004). *Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики*. К.: К.І.С.
10. Постанова Кабінету Міністрів України «Про затвердження Державного стандарту базової середньої освіти» № 898 (30 вересня 2020 р.). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-н#Text>.
11. Розпорядження Кабінету Міністрів України «Про схвалення Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року» № 988-р (14 грудня 2016 р.). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/988-2016-%D1%80#Text>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Common Core State Standards for Mathematics. https://corestandards.org/wp-content/uploads/2023/09/Math_Standards1.pdf.
2. Massachusetts Curriculum Framework for Mathematics. (2017). <https://www.doe.mass.edu/frameworks/math/2017-06.pdf>

3. National Council of Teachers of Mathematics. Principles and Standards for School Mathematics. <https://www.nctm.org/standards/>
4. Next Generation Science Standards. <https://www.nextgenscience.org/search-standards>.
5. OECD. Learning Compass 2030: A Series of Conceptual Learning Frameworks. <https://www.oecd.org/education/2030-project/>
6. Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All, 2024. <https://education.ecu.edu/wp-content/uploads/sites/171/2019/01/NCTM-p.-59-67.pdf>.
7. Law of Ukraine "On Education" No. 2145-VIII (September 1, 2017). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>. (in Ukrainian).
8. Lokshyna, O.I. (Ed.) (2014). *Zabezpechennya yakosti zahalnoi serednoi osvity u providnykh krayinakh Yevropy ta SShA: Monohrafiya [Ensuring the Quality of General Secondary Education in Leading European Countries and the USA: A Monograph]*. K.: Pedahohichna dumka. (in Ukrainian).
9. Ovcharuk, O.V. (Ed.). (2004). *Kompetentnisnyy pidkhid u suchasniy osviti: svitovyy dosvid ta ukrayinski perspektyvy: Biblioteka z osvithoi polityky [Competency-Based Approach in Modern Education: Global Experience and Ukrainian Prospects: Educational Policy Library]*. K.: K.I.S. (in Ukrainian).
10. Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine "On Approval of the State Standard of Basic Secondary Education" No. 898 (September 30, 2020). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-n#Text>. (in Ukrainian).
11. Order of the Cabinet of Ministers of Ukraine "On the Approval of the Concept for Implementing State Policy in the Field of Reforming General Secondary Education 'New Ukrainian School' for the Period until 2029" No. 988-r (December 14, 2016). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/988-2016-p#Text>. (in Ukrainian).

| Матеріал надійшов до редакції: 02.04.2025 р. | Прийнято до друку: 05.05.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

Б		Р	
Беспалий В.....	32	Рибалко А.....	25
Д		Різник В.....	32
Деордіца Т.....	6	С	
Друшляк М.....	57	Сабінін П.....	57
Дубініна О.....	12	Стеганцев Є.....	38
Є		Т	
Єпіфанова О.....	6	Толмачов В.....	6
К		Х	
Коваленко В.....	19	Хворостіна Ю.....	45
Л		Ч	
Лукашова Т.....	57	Чернієнко А.....	38
М		Чжан В.....	52
Мар'єнко М.....	19	Ш	
О		Шищенко І.....	57
Острога М.....	32	Ю	
		Юрченко А.....	45

Наукове видання

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

Key title: Fiziko-matematična osvita

Abbreviated key title: Fiz.-mat. osv.

Том 40, № 3

2025

Друкується в авторській редакції
Матеріали подані мовою оригіналу

Відповідальний за випуск

О.В. Семеніхіна

Комп'ютерна верстка

О.М. Удовиченко

Ідентифікатор медіа:

R30-02975

<https://fmo-journal.org/>

Підп. до друку 23.06.2025.

Формат 60x84/8. Гарнітура Calibri. Папір офсетний. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 7,56.

Ум. фарб.-відб. 7,56. Обл.-вид. арк. 7,84. Тираж 50 пр. Вид. №30

Видавець:

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

40002, м.Суми, вул.Роменська, 87

Тел. (0542) 68-59-15, (0542) 68-59-72; rector@sspu.edu.ua

Свідоцтво ДК № 231 від 02.11.2000 р.

Виготовлювач:

ФОП Цьома С.П. 40002, м. Суми, вул. Роменська, 100.

Тел.: 066-293-34-29.

Зам. № 34

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

серія ДК, № 5050 від 23.02.2016.