РОЗДІЛ 1. АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ В ШКОЛІ ТА ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ РІЗНИХ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ

УДК 372(51)

Э.И. Айвазян
Национальный институт образования
МОН Республики Армения

О ПРОБЛЕМЕ ВЫДЕЛЕНИЯ УСЛОВИЯ И ЗАКЛЮЧЕНИЯ УТВЕРЖДЕНИЯ

Статья посвящена обсуждению до сих пор неполноценно решенной в методике преподавания математики проблеме выделения условия и заключения (требования) утверждения (задачи). Обосновывается, что решение этой проблемы в первую очередь лежит в области родного языка, чем математики.

***Ключевые слова**: математические доказательства, условие утверждения, заключение утверждения, обучение математике, учащиеся школы.*

Постановка проблемы. Известно, что «доказать теорему – значит перейти путем логических рассуждений, опираясь на ранее установленные предложения (аксиомы, теоремы, следствия и т.п.), от условия доказываемой теоремы к ее заключению…» или «отправляясь от заключения и опираясь на известные предложения, показать, что заключение является логическим следствием условия» [3, с. 105].

Поэтому прежде всего необходимо выделить условие и заключение (требование) теоремы (задачи). Действительно, известно, что решение любой задачи[1] начинается с внимательного чтения ее текста, восприятия и осмысления задачной ситуации, выделения условия и заключения задачи. Ясно, что если учащийся неправильно выделит условие и заключение задачи, то не сможет также решить ее. В этом смысле задача формирования у учащихся этого же действия получает чрезвычайную важность.

Опыт показывает, что значительная часть учащихся действительно затрудняется правильно выделить условие и заключение задачи. В этом вопросе часто грубые ощибки допускают также успевающиеся ученики старших классов. Опыт преподавания математике показывает, что учащиеся в целом получают слишком скудные сведения о предмете данного обсуждения как из учебников, так и от учителей.

Изложение основного материала. Традиционно, как математические, так и не математические задачи в учебниках изложены средствами родного (натурального) языка (метаязыка). Так, например, при формулировании математических теорем и задач традиционно используются грамматико-языковые структуры следующих типов:

«Если …, то…», (1)

«Дано… . Доказать (Найти, Вычислить)…», (2)

«Доказать (Найти, Вычислить), что …, если…». (3)

Встречаются и такие формулировки, в которых нет ни «если», ни «то», ни «дано», а также отсутствуют слова «Доказать (Найти, Вычислить)». Например, подобную формулировку имеет всеми известная теорема:

«Вертикальные углы равны». (4)

[1] Здесь и далее под задачей будем понимать любое утверждение, задание.

Формулировки (1) и (2) называются стандартными формами утверждения и, как следует из опыта, являются самыми простимы и доступными для учащихся. Действительно, как показали проведенные намы в ряда школах г. Ереван (№ 19, 131) устный и письменный опросы, большинство учащихся (примерно 93–95%) правильно выделяют условые и заключение утверждений, имеющих в основном стандартные формы (1) и (2).

Приведем некоторые подробности из письменного опроса. В письменном опросе участвовали 87 учащихся 8–9 классов, выборка которых была осуществлена по схеме 3–3–3 или 2–2–2 так, чтобы поровну распределились учащиеся, имеющих оценки «4–5», «3–4» и «2–3». В варианте 1 учащимся была предложена следующые задачи:

1. Доказать, что сумма площадей квадратов, построенных на катетах прямоугольного треугольника равна площади квадрата, построенного на гипотенузе.
2. Если диагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм – ромб.

Проверкой работ установлена, что при решении первой задачи (нестандартная форма) 40% учащихся не выделили условие, а только ограничились выделением требования. Но при решении второй задачи – со стандартной формой представления условия, – примерно 87% учащихся правильно выделили условие и требование решаемой задачи.

В устном опросе участвовали 54 учащихся по той же схеме. Цель проверки: выявить уровень сформированности умения «выделить условие и требование задачи» и этим же одновременно проверить доступность отдельных формулировок. Анализ показал, что 94% учащихся правильно выделяют условие и требование тех задач, которые имеют стандартные формы, а для нестандартных форм – только 35–48% учащихся владеют этим умением.

На третьем этапе сформированность этого же умения проверялась с помощью тестов. Проверке подверглись 70 учащихся.

Первое задание теста состояло из трех подпунктов, каждый из которых содержал: а) известные учащимся теоремы и задачи (знакомая ситуация); б) незнакомые учащимся утверждения (незнакомая ситуация); в) утверждения из курсов других учебных дисциплин.

Анализ показал, что в имеющих стандартную форму известных учащимся утверждениях 95% учащихся правильноно выделяют условие и заключение. Для неизвестных утверждений количество правильно ответивших учащихся составило 87,5%, а для утверждений из других дисциплин – примерно 86%. Подобные различия наблюдается также и для нестандартных формулировок, однако этот процент уменьшается с 77 до 54 соответственно.

Таким образом для слабоуспевающих по математике учащихся самыми доступными являются стандартные формы (1) и (2), и те с такой оговоркой, что у обоих утверждений единственное заключение, а условие является конъюнктивным предикатом.

Для остальных грамматических формулировок результаты провеки являюрся еще более низкими.

Возникает вопрос, разве эти вопросы настолько сложны для учащихся? Оказывается, что нет.

На наш взгляд причиной этого явления является не столько сложность формулировок, столько та неполная и эпизодичная информация, которую учащиеся традиционно получают по данному вопросу. Можно лишь удивлятся тому, что почти во всех учебниках комментируется форма (1), которая, как мы увидели, не требует этого, а для других формулировок нет ни слова. Составляет исключение только следующий методический прием, предлагаемый в экспериментальном учебнике «Геометрия» (А.Д.Александров и др.) [1]. После некоторой информации о формах типа «Если …, то…» предлагаются утверждения с другими формулировками, которые требуется привести к виду «Если …, то…».

На первый взгляд кажется обсуждаемая проблема решена. Однако это только кажется. На самом деле получается порочный круг: то, что требуется формировать у учащихся, косвенно предполагается, что это у них уже сформировано.

Действительно, для того, чтобы учащегося мог переизложить утверждение с другой формулировкой и привести ее к формам (1) или (2), то он заранее должен уметь выделить условие и заключение утверждения. А если ученик последнее действие сможет выполнить безупречно, то вся работа, связанная с переформулировкой становится излишней. По всей вероятности авторы предполагают, что подобная работа должна выполнятся под непосредственным руководством учителя. А вот, когда ученик самостоятельно выполняет домашные задания, он становится совершенно безпомощным. Тем не менее, несмотря на данный недостаток, в средних классах полезно чаще обращатся вышеуказаннму методическому приему.

Итак, обсуждаемая проблема пока еще остается не решенной. Ясно, что к решению данного вопроса необходимо подходить многосторонне, в первую очередь отказываясь от неполных конструкций. А то, что к чему приведет неполная информация, четко вырисовивуется из проведенного нами устного опроса.

Впоследствии повторно опрашивались те учащиеся VIII и IX классов, которые в ходе письменного опроса допустили ошибки при выделении условия и заключения утверждений с нестандартными формулировками. Целью данного исследования являлось изучение причин допущенных ощибок такого рода. Сведения учащихся по изученному вопросу, полученные от учителей и из учебников, сводились примерно к следующему: большинство теорем имеют форму «Если …, то…». То, что написано от «Если» до запятой, является условием теоремы, а то, что написано после слова «то» – заключение. Обычно задачи формулируются в форме «Дано … Доказать (Найти, Вычислить) …». От слова «Дано» до слов «Доказать (Найти, Вычислить)» написано условие задачи, а после слов «Доказать (Найти, Вычислить)» – требование задачи. Причем даже вышеупомянутую неполную информацию о словесно-грамматической форме задачи имеют далеко не все ученики. Оказывается, что эта информация отсутствует как предыдующих, так и ныне действующих многих учебниках. При этом некоторая часть учителей иногда информирует учащихся, а другая просто игнорируют этот вопрос.

Поэтому становится вполне понятным логически неправильные ответы тех учеников, которые получили подобный инструктаж.

Если утверждение имеет форму «Диогонали параллелограмма пересекаются и делятся в этой точке пополам» (форма (4)), то некоторые из учащихся отвечают, что «здесь нет ни условия, ни требования», потому что нет ни «Если», ни «то». А после того, когда эту теорему переформулировли и представили в форме «Доказать, что диогоналы параллелограмма пересекаются и делятся в этох точке пополам», то те же учащиеся ответили, что «а сейчас нет условия, все что есть – заключение».

Теперь вновь обращаемся к форме типа «Вертикальные углы равны». Из сказанного следует, что математический язык вряд ли сможет помочь нам разработать прием выделения условия и заключения утверждений подобной формы. Выход один: обращаемся к метаязыку, то есть, в нашем случае – к русскому. Дело в том, что утверждение (4) является не только математическим объектом (теоремой), но и, в первую очередь, объектом русского языка – простое распространненое предложение, имеющее свои главные члены: **подлежащее** («углы»), **сказуемое** («равны») и дополняющий смысл одного из них, в данном случае, смысл подлежащего – **второстепенный член** (определение – «вертикальные»). Достаточно вспомнить определения подлежащего и сказуемого и все становится ясным.

Действительно, согласно определению подлежащее указывает на выполняемое действие, предмет или персону, следовательно также те субъекты, которые входят в задачную обстановку и с которыми необходимо выполнять определенные действия. Тогда *под подлежащим и его дополнением «скрывается» условие задачи (утверждения).*

Сказуемое указывает на то, что делает подлежащее, что происходит с подлежащим. Другимы словами, сказуемое показывает действие, которое выполняет подлежащее (условие). Следовательно *под сказуемым «скрывается» требование (заключение) задачи.*

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, проблема выделения условия и заключения утверждения в первую очередь является вопросом метаязыка школьной математики – родного языка, а не вопросом математического языка. Данный методический прием избавлен от погрешностей свойственных другим подходам – односторонности и неполноты при инвариантности относительно формы утверждения (задачи). Он также является замечательным примером межпредметных (интегрградивных) связей математики и русского (родного) языка.

Литература

1. Александров А. Д. Геометрия : Пробный учебник для 6-го класса средней школы / А. Д. Александров и др. – М. : Просвещение, 1984. –176 с.
2. Айвазян Э.И. Методологические основы обучения математическим доказательствам / Э. И. Айвазян. – Ереван, Эдит Принт, 2007. – 306 с.
3. Талызина Н. Ф., Теоретические проблемы программированного обучения / Н. Ф. Талызина. – М. : Изд-во МГУ, 1969. – 133 с.

РЕЗЮМЕ

Айвазян Е. І. Щодо проблеми виділення умови і висновку твердження. *Стаття присвячена обговоренню досі не повноцінно вирішеної у методиці викладання математики проблеми виділення умови і висновку (вимоги) твердження (завдання). Обґрунтовується, що вирішення цієї проблеми в першу чергу лежить в області рідної мови, ніж математики.*

Ключові слова: *математичні докази, умова твердження, висновок твердження, навчання математики, учні школи.*

SUMMARY

Ayvazyan E. I. About the problem of condition of insistence and separation of conclusion.. *The article is about the problem of condition of insistence and separation of conclusion in the methodology of teaching mathematics. It is proved that the solving this problem is rather a linguistic issue than mathematical.*

Key words*: mathematical proofs, a condition of approval, signing statements, learning math, pupils of school.*