



DOI 10.31110/2413-1571-2022-033-1-003

УДК 378.147

**ПРО РОЛЬ І МІСЦЕ КУРСУ
 «АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ»
 В СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ
 МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**

Тетяна ЛУКАШОВА

Сумський державний педагогічний університет
 імені А.С.Макаренка, Суми, Україна
 tanya.lukashova2015@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1465-9530>

Марина ДРУШЛЯК ✉

Сумський державний педагогічний університет
 імені А.С.Макаренка, Суми, Україна
 marydru@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>

**ON THE ROLE AND PLACE OF THE COURSE
 «ALGEBRA AND NUMBER THEORY»
 IN THE SYSTEM OF THE PRE-SERVICE
 MATHEMATICS TEACHER TRAINING**

Tetiana LUKASHOVA

Makarenko Sumy State Pedagogical University,
 Sumy, Ukraine
 tanya.lukashova2015@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1465-9530>

Marina DRUSHLYAK ✉

Makarenko Sumy State Pedagogical University,
 Sumy, Ukraine
 marydru@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. На користь імплементації курсу «Алгебра і теорія чисел» в систему професійної підготовки майбутніх учителів математики свідчать наступні аргументи: даний курс забезпечує необхідну теоретичну та практичну підготовку учителя математики та сприяє розумінню наукових основ шкільного курсу математики; окремі поняття і теми курсу алгебри представлені у програмі з математики закладів загальної середньої освіти (прості і складені числа, ділення з остачею, найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне, ознаки подільності, основна теорема арифметики, многочлени та дії над ними), а також у програмі для класів з поглибленим вивченням математики (подільність цілих чисел, конгруенції за модулем, ділення многочленів з остачею, корені многочленів і теорема Безу, раціональні корені многочленів від однієї змінної тощо). Більшість із тем даного курсу є основою програм факультативів та математичних гуртків; а задачі алгебри і теорії чисел широко використовуються на олімпіадах і турнірах різних рівнів. Окрім того, знання та уміння, які набувають студенти при вивченні даного курсу, формують необхідну базу для вивчення інших фундаментальних та прикладних математичних дисциплін (математичного аналізу, дискретної математики, комплексного аналізу, методів обчислень, числових систем), а також курсу елементарної математики та методики навчання математики.

Матеріали і методи. Основою дослідження стали наукові здобутки вітчизняних і закордонних учених, які займаються вивченням питань підготовки майбутніх учителів математики та інформатики. Для досягнення мети були використані методи теоретичного рівня наукового пізнання: аналіз наукової літератури, синтез, формалізація наукових джерел, опис, зіставлення, узагальнення власного досвіду.

Результати. У статті детально описано досвід викладання курсу «Алгебра і теорія чисел» на кафедрі математики Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка, починаючи з 90-х років минулого століття і по теперішній час, виходячи з модифікацій у змістовому наповненні курсу, змін у кількості годин, відведених на опанування курсу, на перенесенні окремих тем до змісту інших фундаментальних дисциплін.

Висновки. Базуючись на власному досвіді, вважаємо, що в умовах подальшого зменшення кількості аудиторних годин та відсутності Державного стандарту освіти, проблеми, що виникають у зв'язку з необхідністю якісної професійної підготовки майбутніх учителів математики, можуть і повинні бути розв'язані шляхом впровадження в навчальний процес вибіркового курсу, що розширюють і поглиблюють зміст основного курсу «Алгебри і теорії чисел» (зокрема, з теорії чисел або елементів сучасної алгебри).

ABSTRACT

Formulation of the problem. The following arguments support the implementation of the course "Algebra and Number Theory" in the system of professional training of pre-service mathematics teachers: this course provides the necessary theoretical and practical training of mathematics teachers and promotes understanding of the scientific basis of school mathematics course; some concepts and topics of the algebra course are presented in the mathematics curricula of general secondary education (prime and compound numbers, division with remainder, greatest common divisor and least common multiple, signs of divisibility, basic arithmetic theorem, polynomials and operations on them), as well as in the curricula for specialized classes (divisibility of integers, modular congruence, division of polynomials by remainder, roots of polynomials and Bezou theorem, rational roots of polynomials from one variable, etc.). Most of the topics of this course are the basis of elective curricula and math classes; and the problems of algebra and number theory are widely used in competitions and tournaments of various levels. In addition, the knowledge and skills that students acquire when studying this course, form the necessary basis for the study of other fundamental and applied mathematical disciplines (mathematical analysis, discrete mathematics, complex analysis, calculation methods, numerical systems), as well as elementary mathematics and methodology teaching mathematics.

Materials and methods. The study was based on scientific research of national and foreign scientists studying the training of pre-service mathematics and computer science teachers. To achieve this goal, the methods of the theoretical level of scientific knowledge were used: analysis of scientific literature, synthesis, formalization of scientific sources, description, and comparison.

Results. The article describes in detail the experience of teaching the course "Algebra and Number Theory" at the Department of Mathematics of Makarenko Sumy State Pedagogical University from the 90s of the last century to the present, based on modifications in the content of the course, changes in the number of hours devoted to mastering the course, on the transfer of certain topics to the content of other fundamental disciplines.

Conclusions. Based on our own experience, we believe that in the context of further reduction of classroom hours and the absence of the State Standard of Education, problems arising from the need for quality training of future mathematics teachers can and should be solved by implementing in the educational process elective courses that expand and deepen the content of the main course "Algebra and Number Theory" (in particular, on number theory or elements of modern algebra).

Для цитування:

Лукашова Т., Друшляк М. Про роль і місце курсу «Алгебра і теорія чисел» в системі підготовки майбутнього вчителя математики. *Фізико-математична освіта*, 2022. Том 33. № 1. С. 20-25. DOI: 10.31110/2413-1571-2022-033-1-003

Лукашова, Т. & Друшляк, М. (2022). Про роль і місце курсу «Алгебра і теорія чисел» в системі підготовки майбутнього вчителя математики. *Фізико-математична освіта*, 33(1), 20-25. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-003>

For citation:

Lukashova, T. & Drushlyak, M. (2022). On the role and place of the course «Algebra and number theory» in the system of the pre-service mathematics teacher training. *Physical and Mathematical Education*, 33(1), 20-25. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-003>

Lukashova, T. & Drushlyak, M. (2022). Pro rol i mistse kursu «Algebra i teoriia chysel» v systemi pidhotovky maibutnoho vchytelia matematyky [On the role and place of the course «Algebra and number theory» in the system of the pre-service mathematics teacher training]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 33(1), 20-25. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-003>

✉ Corresponding author

© T. Lukashova, M. Drushlyak, 2022

КЛЮЧОВІ СЛОВА: алгебра і теорія чисел; підготовка вчителя математики; вибіркової курс.

KEYWORDS: algebra and number theory; mathematics teacher training; special course.

ВСТУП

Постановка проблеми. На важливості імплементації курсу «Алгебра і теорія чисел» в систему підготовки майбутніх учителів математики наголошують як зарубіжні, так і вітчизняні науковці. Так S. L. Bair та B.S. Rich, (2011) вважають, що теорія чисел є невід’ємним компонентом математичної освіти майбутніх учителів математики. R. Zazkis (2007) акцентує увагу на подвійній важливості курсу «Алгебра і теорія чисел», оскільки в процесі вивчення майбутні вчителі отримують необхідну теоретичну та практичну підготовку до професійної діяльності з одного боку, а з іншого – це сприяє розумінню наукових основ шкільного курсу математики. R. Zazkis та S. Campbell (1996) досліджують зміст знань учителів математики з алгебри і теорії чисел. На думку S.Y. Qiu та L.A. Liu (2010) курс теорії чисел в університетах має застарілий зміст і досить усталені методи навчання, що є несприятливим в контексті підвищення якості викладання теорії чисел та підготовки майбутніх учителів математики.

Повертаючи вектор дослідження у напрямку доробку вітчизняних науковців, слід відзначити результати авторського колективу Д.Я. Требенко, О.О. Требенко, який звертався до проблеми введення та формування поняття групи у курсі вищої алгебри (Требенко&Требенко, 2009), визначення доцільності окремого курсу «Теорія чисел» як складової професійної підготовки майбутніх учителів математики (Требенко&Требенко, 2010). Автори здійснили порівняльний аналіз змісту курсів вищої алгебри різних університетів світу (Требенко, 2012a; Требенко, 2012b), а також досліджували проблему структурування та змістового наповнення курсів «Лінійна алгебра» та «Алгебра і теорія чисел» в педагогічних ЗВО (Требенко&Требенко, 2017).

Потреба впровадження основ сучасної алгебри у програму підготовки майбутніх вчителів математики виникла достатньо давно. Так, ще у 1959 році С. Н. Denbow (1959), а у 1962 році R. A. Dean (1962) зазначали про необхідність вивчення елементів сучасної алгебри майбутніми вчителями математики. На сьогодні проблема необхідності вивчення окремого курсу, присвяченого елементам теорії груп, кілець та полів, залишається актуальною. J. A. Mendoza Álvarez та D. White (2018) наголошують на потребі переосмислення викладання основ теорії груп, кілець та полів майбутнім вчителям математики у напрямку акценту саме на зв’язках між абстрактною алгеброю та шкільним курсом математики, A. L. Suominen (2018) акцентує увагу на потребі «мислити структурами», досліджуючи думки стейголдерів (математиків-науковців та досвідчених вчителів математики), які виокремлювали зазначені вище зв’язки. До такого типу досліджень можна віднести і напрацювання A.S. Pramasdyahsari, R.D. Setyawati та I.U. Albab (2020). Цікавими видаються результати O. Fitzmaurice та M. Greene (2018), які досліджували відношення майбутніх учителів математики до вивчення теорії груп. З’ясувалося, що до початку роботи в школі вони не «відчувають» зв’язків між шкільним курсом математики та теорією груп, яка є складною для розуміння, через що до її вивчення важко вмотивувати. Американське математичне товариство рекомендує, щоб курси з вивчення сучасної алгебри у системі підготовки майбутніх учителів були зорієнтовані за змістом на шкільний курс математики, що, з одного боку, буде мотивувати студентів на вивчення даних курсів, а, з іншого, буде сприяти концептуальному розумінню наукових основ шкільного курсу математики.

Зважаючи на світові та вітчизняні тенденції щодо удосконалення й оновлення змісту та методів викладання дисципліни «Алгебра і теорія чисел», автори зосередили власні пошуки у даному напрямку досліджень. Тому **метою даної статті** є обґрунтування доцільності та місця курсу «Алгебра і теорія чисел», а також уведення вибіркового курсів («Вибрані питання теорії чисел», «Елементи сучасної алгебри») в системі професійної підготовки майбутніх учителів математики, базуючись на досвіді викладання даного курсу на кафедрі математики Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Основою дослідження стали наукові розвідки вітчизняних і закордонних учених, які займаються вивченням питань підготовки майбутніх вчителів математики. Для досягнення мети були використані методи теоретичного рівня наукового пізнання: аналіз наукової літератури, синтез, формалізація наукових джерел, опис, зіставлення, узагальнення власного досвіду.

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Головною метою курсу «Алгебра і теорія чисел», який традиційно є невід’ємною складовою фундаментальної підготовки майбутнього вчителя математики, є формування у студентів погляду на сучасну алгебру як на науку про системи об’єктів довільної природи, в яких задано операції, що за своїми властивостями подібні до додавання і множення чисел; вивчення та розв’язання задач, що виникають у цих системах, а також вивчення алгебраїчної культури та наукового світогляду, які необхідні майбутньому вчителю для глибокого розуміння цілей та завдань основ шкільного курсу математики, спеціальних факультативних курсів, проведення наукових досліджень, забезпечення міжпредметних зв’язків тощо.

В рамках вказаного курсу дається наукове обґрунтування таких ключових математичних понять як подільність, конгруенція, група, кільце, поле, многочлен, що лежать в основі багатьох математичних теорій та безпосередньо стосуються фундаментальних курсів математичного аналізу, дискретної математики, методів обчислень, числових систем, теоретичних основ інформатики.

Починаючи з 80-х років минулого століття у зміст навчальних програм курсу «Алгебра і теорія чисел» педагогічних інститутів за спеціальностями «Математика» і «Математика та фізика» (а також перших, затверджених уже в часи незалежності України, навчальних програм для цих спеціальностей) входили наступні розділи: «Елементи теорії

множин», «Алгебри. Основні числові системи», «Системи лінійних рівнянь і арифметичний n -вимірний простір», «Матриці і визначники», «Векторні простори», «Групи», «Лінійні оператори», «Системи лінійних нерівностей», «Теорія подільності в кільці цілих чисел», «Теорія конгруенцій», «Кільця», «Многочлени (від однієї та кількох змінних)», «Многочлени над числовими полями», «Алгебраїчні числа». Була чітко визначена й мінімальна кількість аудиторних занять, відведених навчальною програмою на вивчення кожної теми. Загалом, на вивчення даного курсу для спеціальності «Математика» передбачалось не менш, ніж 124 лекційних і стільки ж практичних занять (загалом 248 год. лекційних і 248 год. практичних занять). Упродовж досить тривалого часу цей зміст, як і мінімальна кількість аудиторних годин, відведених на вивчення відповідних тем, майже не змінювалися.

Слід зазначити, що досить велика увага у курсі алгебри і теорії чисел приділялася питанням елементарної теорії чисел, зокрема, ґрунтовно вивчалися поняття й властивості подільності націло та ділення з остачею у кільці цілих чисел; поняття найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного; властивості простих чисел та їх розподіл у натуральному ряді; факторизаційна теорема у кільці цілих чисел (більш відома як основна теорема арифметики); числові мультиплікативні функції та їх найважливіші приклади; систематичний запис натурального числа у різних системах числення та ланцюгові дроби як один зі способів зображення дійсних чисел. На вивчення цього розділу програмою з алгебри і теорії чисел 1993 року (розробники: Левіщенко С.С., Мажарівська Л.С.) відводилось не менш, як 20 годин лекційних і 20 годин практичних занять.

Перший серйозний перегляд змісту курсу «Алгебра і теорія чисел» було здійснено у 2002 році і представлено у Галузевому стандарті вищої освіти з підготовки вчителя математики (за спеціальністю 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика). У цьому стандарті зміст даного курсу був перерозподілений між двома курсами: «Лінійна алгебра» та «Алгебра і теорія чисел», на вивчення яких відводилось по 216 годин (з урахуванням самостійної роботи). Одним із завдань вказаного стандарту освіти було узгодження програм підготовки бакалаврів-математиків педагогічних та класичних університетів.

Незважаючи на ряд позитивних змін у змістовому наповненні обох новоутворених курсів, були і досить серйозні «втрати»: увесь матеріал, який стосувався теорії множин, теорії лінійних нерівностей та теорії подільності цілих чисел, був вилучений з курсу алгебри. Власне, теорія чисел у вказаному стандарті була представлена лише одним змістовим модулем: Р.09.03 Теорія конгруенцій. Усі інші питання з теорії чисел, а саме: «Подільність у кільці цілих чисел», «Ділення цілих чисел з остачею», «Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне цілих чисел», «Числові функції», «Системні числа», «Ланцюгові дроби», у цей стандарт не увійшли.

Окрім змін у змістовому наповненні, в новому стандарті було зменшено загальну кількість аудиторних годин, що відводились на вивчення вищої алгебри (тобто, курсів «Лінійної алгебри» та «Алгебри і теорії чисел»). Для порівняння: за навчальними програмами 1992 року в Сумському державному педагогічному університеті на вивчення вищої алгебри відводилось 294 аудиторні години, а після уведення вказаного стандарту число аудиторних годин, відведених на обидва курси («Лінійна алгебра» та «Алгебра і теорія чисел»), було скорочене до 240 годин. З них у 3-4 семестрах на вивчення тем: «Теорія подільності в кільці цілих чисел», «Теорія конгруенцій», «Кільця», «Многочлени (від однієї та кількох змінних)», «Многочлени над числовими полями», «Алгебраїчні числа» курсу «Алгебри і теорії чисел» за старими програмами відводилося 144 аудиторних години, а за новим Стандартом – відповідно 120 годин з наступним змістовим наповненням: «Групи», «Кільця (поля)», «Теорія конгруенцій», «Многочлени (від однієї та багатьох змінних)», «Многочлени від однієї змінної над числовими полями», «Алгебраїчні розширення полів»). Тому з метою економії часу ті теми, що відносилися до елементарної теорії чисел (і які не увійшли у новий стандарт), було винесено на самостійний розгляд як такі, що певною мірою дублюють шкільний курс математики.

З іншого боку, ґрунтовне вивчення саме цих розділів алгебри і теорії чисел забезпечувало необхідну теоретичну та практичну підготовку учителя математики та сприяло розумінню наукових основ шкільного курсу математики. Зокрема, теми «Подільність у кільці цілих чисел», «Ділення цілих чисел з остачею», «Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне цілих чисел» представлена у програмі з математики для 6 класу закладів загальної середньої освіти та 8 класу для класів з поглибленим вивченням математики. Без ґрунтовного оволодіння цим навчальним матеріалом неможливим є, наприклад, вивчення дій над дробовими числами, зокрема, зведення чисел до спільного знаменника. Більш того, теми «Числові функції», «Системні числа» та «Ланцюгові дроби» лежать в основі цілої низки програм факультативних занять та математичних гуртків (це, зокрема, теми «Ціла і дробова частини числа», «Алгоритм Евкліда», «Діофантові рівняння», «Системи числення»), а відповідні задачі широко використовуються на олімпіадах і турнірах різних рівнів. У рамках теорії чисел можна навести цілу низку елементарних, на перший погляд, задач, розв'язання яких дало поштовх щодо створення абсолютно нових математичних теорій і методів. Одним із яскравих прикладів цього є велика теорема Ферма, на розв'язання якої математики й аматори усього світу витратили понад 300 років.

Нарешті, вивчення теорії подільності цілих чисел значною мірою передбачає оволодіння такими потужними методами як метод математичної індукції та метод остач, які широко застосовуються не лише в теорії чисел, а й інших математичних курсах. Погіршував ситуацію і той факт, що вказані питання у інших фундаментальних курсах або взагалі не розглядалися, або розглядалися досить поверхнево, без належного теоретичного підґрунтя.

З метою подолання протиріччя між недостатнім представленням теорії чисел в Галузевому Стандарті підготовки вчителя математики 2002 року, нестачею годин на якісне опанування цього курсу з одного боку та вимогами до знань, умінь та навичок майбутнього вчителя математики (у тому числі, щодо його можливості роботи у класах з поглибленим вивченням математики) – з іншого, у Сумському державному педагогічному університеті було прийнято рішення на кілька років (з 2003 по 2005 рр.) ввести в навчальний план підготовки бакалаврів-математиків спецкурс «Вибрані питання теорії чисел». Такий спецкурс було включено у програму підготовки першого року навчання за рахунок варіативної частини навчального плану. Загальна кількість годин, передбачених на вивчення вказаного курсу, становила 72 год. (2 кредити), з яких 36 годин відводились на аудиторні заняття (18 годин лекцій, 18 год. – практичних занять). Формою підсумкового контролю було обрано залік. Тематичний розподіл курсу наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Тематичний план спецкурсу «Вибрані питання теорії чисел»

№	Тема заняття	Кількість лекц., годин	Кількість практ., год
1	Подільність цілих чисел. Теорема про ділення з остачею	4	2
2	Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Алгоритм Евкліда.	2	2
3	Прості і складені числа. Теорема Евкліда. Основна теорема арифметики. Канонічний розклад числа. Розподіл простих чисел у натуральному ряді.	2	4
4	Числові функції. Ціла і дробова частини числа. Мультиплікативні функції. Сума та кількість дільників натурального числа. Функція Ейлера.	4	4
5	Системні числа	2	2
6	Ланцюгові дроби. Підхідні дроби та їх застосування.	4	4
	Усього	18	18

Вказаний спецкурс був спрямований на формування готовності майбутнього вчителя до роботи у школі, зокрема, у класах із поглибленим вивченням математики та створював потрібну базу для вивчення інших фундаментальних курсів («Елементарна математика», «Математичний аналіз», «Числові системи», «Дискретна математика», «Інформатика»).

Згодом, після 2005 року, за рахунок певного збільшення аудиторних годин (зі 120 до 132) вказані вище теми елементарної теорії чисел (за виключенням теми «Ланцюгові дроби») було повернуто у зміст курсу «Алгебра і теорія чисел», а вивчення теми «Ланцюгові дроби» перенесено до курсу «Числові системи». Така ситуація проіснувала (з незначними коливаннями годин у навчальних планах підготовки майбутніх учителів математики) аж до чергового реформування системи вищої освіти і створення нової освітньої програми підготовки фахівців за спеціальністю 014 Середня освіта (Математика), яка була затверджена в Сумському державному педагогічному університеті імені А.С.Макаренка у 2020 році як освітній стандарт.

За новими навчальними планами, що були складені в університеті відповідно до вказаної освітньої програми, на вивчення курсу «Алгебра і теорія чисел» було виділено 7 кредитів (210 годин), з яких лише 82 години відводились на аудиторні заняття (40 год. лекційних і 42 год. – практичних занять).

Таблиця 2

Порівняльна таблиця кількості годин, відведених на вивчення курсу «Алгебра і теорія чисел», у 3–4 семестрах програми підготовки майбутніх учителів математики в СумДПУ імені А.С.Макаренка

Рік	Загальна кількість годин, відведених на вивчення курсу	Кількість аудиторних годин,
1992	–	144
2003	216	120
2020	210	82

Вивчення курсу, як і раніше, було заплановане на 3 та 4 навчальні семестри з екзаменом і заліком як формами підсумкової атестації відповідно. Різке зменшення кількості годин автори навчального плану пов'язували із загальними тенденціями скорочення числа аудиторних занять у вітчизняних ЗВО та вимогою стейкхолдерів (більшість із яких є вчителями математики шкіл міста Суми та області) зменшити число годин, відведених на фундаментальну підготовку, на користь практичної.

Дана ситуація є досить загрозливою, оскільки ні про яку якість навчання за такої кількості годин без перегляду навчальної програми даного курсу (як і більшості інших курсів фундаментальної математичної підготовки бакалаврів зі спеціальності 014 Середня освіта. Математика) говорити важко. Як вихід з такого становища фахівцями-алгебраїстами кафедри математики було запропоновано теми, що стосуються елементарної теорії чисел, теорії конгруенцій та теорії многочленів однієї та кількох змінних, а також основ теорії груп та кілець (вивчення останньої теми обмежити 4 год. лекційних і 4 год. практичних занять) залишити у рамках нормативного курсу алгебри, а усі спеціальні питання, що стосуються теорії груп, кілець та полів винести в окремий спецкурс, який пропонувати студентам другого або третього курсу бакалаврату спеціальності «Математика» як вибіркову дисципліну.

Слід зазначити, що теорії груп, кілець та полів є ключовими розділами «некількісної» математики і на відміну від усіх інших розділів курсу «Алгебра і теорії чисел» відносяться до основ сучасної математики. Вони дають підґрунтя та дієві засоби дослідження алгебраїчних рівнянь, геометричних перетворень, проблем теорії чисел, топології, теорії геометричних побудов тощо. Відповідні інструменти цих теорій широко використовуються в таких розділах сучасної фізики як теорія атома, теорія твердого тіла, кристалографія, квантова хімія, теорія елементарних частинок тощо. Тому без знання основ теорій груп, кілець та полів підготовка майбутнього вчителя математика буде неповною і позбавленою відповідної основи. Отже, введення в навчальний план вибіркової дисципліни з елементів сучасної алгебри є необхідним кроком.

На вивчення курсу «Елементи сучасної алгебри» планується відвести 4 кредити (120 годин) навчального часу, з них 42 години – на аудиторні заняття (22 год. лекційних та 20 год. практичних занять); форма атестації – залік. Основною метою вказаного курсу є формування у майбутніх учителів математики знань з основ сучасної алгебри та розкриття можливостей дослідження об'єктів різних математичних теорій засобами сучасної алгебри. Тематичний план курсу «Елементи сучасної алгебри» наводиться нижче у таблиці 3.

Таблиця 3

Тематичний план курсу «Елементи сучасної алгебри»

№	Тема заняття	Кількість лекц. годин	Кількість практичн. год
Елементи теорії груп			
1	Алгебраїчні операції. Алгебри з однією бінарною алгебраїчною операцією: групоїди, напівгрупи, моноїди, групи. Приклади.	2	2
2	Підгрупи та їх властивості. Система твірних елементів групи і підгрупи. Циклічні групи і підгрупи та їх властивості.	2	2
3	Властивості елементів групи. Класифікація груп за властивостями групової операції та за порядками і кількістю елементів групи. Ізоморфізм груп. Приклади.	2	2
4	Суміжні класи. Теорема Лагранжа та наслідки з неї.	2	2
5	Нормальні підгрупи, фактор-групи, гомоморфізми груп. Приклади.	2	2
Елементи теорії кілець та полів			
6	Алгебри з двома алгебраїчними операціями: півкілець, кільця, тіла і поля. Основні властивості, приклади	2	2
7	Підкілець, ідеали кілець, головні ідеали. Кільця головних ідеалів. Евклідові кільця.	2	2
8	Відношення подільності в асоціативних і комутативних кільцях з одиницею. Ізоморфізми та гомоморфізми кілець. Фактор-кільця.	2	3
9	Поля, підполя. Числові поля. Алгебраїчні і трансцендентні числа. Поле алгебраїчних чисел.	2	1
10	Прості розширення полів. Алгебраїчні і трансцендентні елементи над полем. Алгебраїчні розширення полів. Скінченні поля та їх основні властивості.	2	1
11	Побудови циркулем і лінійкою та розширення полів.	2	1
Усього		22	20

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

На користь імплементації курсу «Алгебра і теорія чисел», а також пов'язаних із ним курсів за вибором «Вибрані питання теорії чисел» та «Елементи сучасної алгебри» в систему професійної підготовки майбутніх учителів математики свідчать наступні аргументи:

- дані курси гарантують необхідну теоретичну та практичну підготовку учителя математики та сприяють розумінню наукових основ шкільного курсу математики;
- теми «Ділення цілих чисел з остачею», «Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне цілих чисел», «Основна теорема арифметики», «Ознаки подільності», «Многочлени від однієї змінної» представлені у Програмі з математики для закладів загальної середньої освіти, а теми: «Подільність у кільці цілих чисел», «Конгруенції за модулем», «Ділення многочленів з остачею», «Корені многочленів і теорема Безу», «Раціональні корені многочленів з цілими коефіцієнтами» – у програмі для класів з поглибленим вивченням математики;
- теми «Числові функції», «Ціла і дробова частини числа», «Алгоритм Евкліда», «Діофантові рівняння», «Системні числа» та «Ланцюгові дроби» лежать в основі програм факультативних занять та математичних гуртків;
- задачі з теорії чисел широко використовуються на олімпіадах і турнірах різних рівнів;
- знання основ теорії груп, кілець та полів дають підґрунтя та дієві засоби дослідження алгебраїчних рівнянь, геометричних перетворень, окремих проблем теорії чисел, топології й теорії геометричних побудов, а також розуміння основ шкільного курсу математики;
- знання та уміння, які набувають студенти під час вивчення курсу алгебри і теорії чисел формують необхідну базу для вивчення таких теоретичних та практичних курсів як «Математичний аналіз», «Числові системи», «Дискретна математика», «Елементарна математика».

Базуючись на досвіді викладання курсу «Алгебра і теорія чисел» на кафедрі математики Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка, вважаємо, що в умовах подальшого зменшення кількості аудиторних годин та відсутності Державного стандарту освіти, проблеми, що виникають у зв'язку з необхідністю якісної професійної підготовки майбутніх учителів математики, можуть і повинні бути розв'язані шляхом впровадження вибіркового дисциплін з елементів сучасної алгебри у навчальний процес.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Bair, S.L., Rich, B.S. (2011). Characterizing the Development of Specialized Mathematical Content Knowledge for Teaching in Algebraic Reasoning and Number Theory. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(4), 292-321. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.608345>.
2. Dean, R. A. (1962). Group theory for school mathematics. *The Mathematics Teacher*, 55, 2, 98-105.
3. Denbow, C. H. (1959). To teach modern algebra. *The Mathematics Teacher*, 52, 3, 162-170.
4. Mendoza Álvarez, J. A., White, D. (2018). Making Mathematical Connections Between Abstract Algebra and Secondary Mathematics Explicit: Implications for Curriculum, Research, and Faculty Professional Development. In N. H. Wasserman (Ed.), *Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, for Secondary Mathematics Teachers* (pp. 175-185). Springer.
5. Pramasdyahsari, A. S., Setyawati, R. D., Albab, I. U. (2020). How group theory and school mathematics are connected: an identification of mathematics in-service teachers. *Journal of Physics: Conference Series*, 1663, 012068. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1663/1/012068>.

6. Qiu, S.Y., Liu, L.A. (2010). On Teaching Reform of Elementary Number Theory in Colleges. *International Conference on Education and Sports Education*, Wuhan, China, 1, 246-248.
7. Suominen, A. L. (2018). Abstract Algebra and Secondary School Mathematics Connections as Discussed by Mathematicians and Mathematics Educators. In N. H. Wasserman (Ed.), *Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, for Secondary Mathematics Teachers* (pp. 149-173). Springer.
8. Zazkis, R. (2007). Number Theory in Mathematics Education: Queen and Servant. *SEMT 07: International Symposium Elementary Maths Teaching*, Prague, Czech Republic, 46-59.
9. Zazkis, R., Campbell, S. (1996). Divisibility and multiplicative structure of natural numbers: Preservice teachers' understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (5), 540-563. <https://doi.org/10.2307/749847>.
10. Лиман, Ф. М., Друшляк, М. Г., Лукашова, Т. Д. (2019). Формування логічної грамотності майбутніх учителів математики як важливої складової їх професійної підготовки. *Фізико-математична освіта*, 2(20), 72-79. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-012>.
11. Требенко, Д. (2012). Аналіз сучасної міжнародної практики конструювання курсу вищої алгебри. *Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини*, 1, 291-297.
12. Требенко, Д. Я. (2012). Порівняльний аналіз змісту курсів вищої алгебри різних університетів світу. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 33, 41-50.
13. Требенко, Д.Я., Требенко, О.О. (2009). Введение и формирование понятия группы в курсе высшей алгебры. *Дидактика математики: проблемы и исследования*, 32, 125-133.
14. Требенко, Д.Я., Требенко, О.О. (2010). Теория чисел как необходимый компонент профессиональной подготовки будущего учителя математики. *Вісник Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. Філософія. Політологія*, 94-96, 158-161.
15. Требенко, Д.Я., Требенко, О.О. (2017). Про структуру і зміст курсів «Лінійна алгебра» та «Алгебра і теорія чисел» для спеціальностей «Математика» і «Середня освіта (Математика)» в педагогічному університеті. *Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики*, 224.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Bair, S.L., Rich, B.S. (2011). Characterizing the Development of Specialized Mathematical Content Knowledge for Teaching in Algebraic Reasoning and Number Theory. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(4), 292-321. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.608345>.
2. Dean, R. A. (1962). Group theory for school mathematics. *The Mathematics Teacher*, 55, 2, 98-105.
3. Denbow, C. H. (1959). To teach modern algebra. *The Mathematics Teacher*, 52, 3, 162-170.
4. Mendoza Álvarez, J. A., White, D. (2018). Making Mathematical Connections Between Abstract Algebra and Secondary Mathematics Explicit: Implications for Curriculum, Research, and Faculty Professional Development. In N. H. Wasserman (Ed.), *Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, for Secondary Mathematics Teachers* (pp. 175-185). Springer.
5. Pramasdyahsari, A. S., Setyawati, R. D., Albab, I. U. (2020). How group theory and school mathematics are connected: an identification of mathematics in-service teachers. *Journal of Physics: Conference Series*, 1663, 012068. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1663/1/012068>.
6. Qiu, S.Y., Liu, L.A. (2010). On Teaching Reform of Elementary Number Theory in Colleges. *International Conference on Education and Sports Education*, Wuhan, China, 1, 246-248.
7. Suominen, A. L. (2018). Abstract Algebra and Secondary School Mathematics Connections as Discussed by Mathematicians and Mathematics Educators. In N. H. Wasserman (Ed.), *Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, for Secondary Mathematics Teachers* (pp. 149-173). Springer.
8. Zazkis, R. (2007). Number Theory in Mathematics Education: Queen and Servant. *SEMT 07: International Symposium Elementary Maths Teaching*, Prague, Czech Republic, 46-59.
9. Zazkis, R., Campbell, S. (1996). Divisibility and multiplicative structure of natural numbers: Preservice teachers' understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (5), 540-563. <https://doi.org/10.2307/749847>.
10. Lyman, F. M., Drushliak, M. H., Lukashova, T. D. (2019). Formuvannya lohichnoi hramotnosti maibutnix uchyteliv matematyky yak vazhlyvoi skladovoi yikh profesiinoi pidhotovky [Formation of logical literacy of future teachers of mathematics as an important component of their training]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and mathematical education*, 2(20), 72-79. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-012>. (in Ukrainian).
11. Trebenko, D. (2012). Analiz suchasnoi mizhnarodnoi praktyky konstruiuvannya kursu vyshchoi alhebry [Analysis of modern international practice of constructing a course in higher algebra]. *Zbirnyk naukovykh prats Umanskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Pavla Tychny – Collection of scientific works of Uman State Pedagogical University named after Pavel Tychna*, 1, 291-297. (in Ukrainian).
12. Trebenko, D. Ya. (2012). Porivnialnyi analiz zmistu kursiv vyshchoi alhebry riznykh universytetiv svitu [Comparative analysis of the content of higher algebra courses of different universities around the world.]. *Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia v pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy – Modern information technologies and innovative teaching methods in training: methodology, theory, experience, problems*, 33, 41-50. (in Ukrainian).
13. Trebenko, D.Ja., Trebenko, O.O. (2009). Vvedenie i formirovanie ponjatija grupy v kurse vysshej algebry [Introduction and formation of the concept of a group in the course of higher algebra]. *Didaktika matematiki: problemy i issledovanija – Didactics of mathematics: problems and research*, 32, 125-133. (in Russian).
14. Trebenko, D.Ja., Trebenko, O.O. (2010). Teoriya chysel kak neobkhodnyy komponent professyonalnoi podhotovky budushcheho uchytelia matematyky [Number theory as a necessary component of the training of future mathematics teachers]. *Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu im. Tarasa Shevchenka. Filosofiia. Politolohiia – Bulletin of Kyiv National University. Taras Shevchenko. Philosophy. Politology*, 94-96, 158-161. (in Ukrainian).
15. Trebenko, D.Ja., Trebenko, O.O. (2017). Pro strukturu i zmist kursiv «Liniina alhebra» ta «Alhebra i teoriia chysel» dlia spetsialnostei «Matematyka» i «Serednia osvita (Matematyka)» v pedahohichnomu universyteti [On the structure and content of the courses "Linear Algebra" and "Algebra and Number Theory" for the specialties "Mathematics" and "Secondary Education (Mathematics)" at the Pedagogical University]. *Aktualni problemy teorii i metodyky navchannia matematyky – Current issues of theory and methods of teaching mathematics*, 224. (in Ukrainian).

