РОЗДІЛ 2. СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ НА РОЗВИТОК ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ ТА ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ ТА СТУДЕНТІВ

УДК 372.851

Т. Б. Бегиева
МБОУ СОШ №27 им. Ю.С. Кучиева,
г. Владикавказ, РСО-Алания, Россия

МЕТОДИКА РАБОТЫ С ЗАДАЧАМИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ

Приложения и теория находятся в том же отношении, как лист и дерево: дерево держит лист, но лист питает дерево.
Ж. Адамар

Я не мог понять содержание вашей статьи, так как она не оживлена иксами и игреками.
У. Томсон

В данной работе рассматриваются методические аспекты решения задач экономической направленности.

Основные задачи исследования:

– выделить и обосновать математическую модель для заданий определенного типа («дифференцированные» платежи);

– показать применение данной методики при решении задач финансовой математики в профильных классах.

Ключевые слова: *математическое моделирование, задача экономической направленности.*

Постановка проблемы. Актуальность разработки методики работы с задачами экономической направленности обусловлена тем, что во-первых, Концепция развития математического образования [1], предполагает создание условий для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников. Вместе с тем, большая часть учащихся профильных классов недооценивает роль математики в экономической деятельности, у них недостаточно развиты умения строить математические модели реальных экономических и производственных процессов.

Цель статьи – продемонстрировать методику работы с задачами экономической направленности.

Изложение основного материала. Во-вторых, введение текстовых задач экономического содержания в ЕГЭ-2015 наиболее заметные изменения во всем комплексе заданий КИМ с развернутым ответом. В заданиях ЕГЭ существенно усилена сюжетная, практико-ориентированная составляющая условия. Эти сюжеты условно можно разделить на два типа, использующих соответственно дискретные модели (проценты, банковские задачи …) и непрерывные модели (различные производства, протяженные во времени, объемы продукции …) [2]. В задачах первого типа мы выделили 3 вида:

– задачи погашения кредитов по схеме дифференцированных платежей;
– задачи погашения кредитов по схеме «аннуитет»;
– текстовые задачи на проценты.

В задачах второго типа преимущественно рассматриваются задачи на экстремумы.

В данной статье приводится обоснование математической модели для решения задачи погашения кредитов по схеме дифференцированных платежей (в таких задачах проценты начисляют на остаток долга).

Схема дифференцированных выплат: «15-го января планируется взять кредит в банке на N месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на p % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца».

Составим математические модели, позволяющие описать ежемесячный долг по кредиту и ежемесячный платеж по процентам (таблица 1.).

Таблица 1.

Шаги	Вычисление долга по кредиту в конце i-го месяца (b_i)	Вычисление выплаты по проценту в i-ом месяце (a_i)
Поиск законо-мерности	Пусть $x = \frac{S}{N}$ – ежемесячная выплата по кредиту, где S – сумма кредита, N – число месяцев, на которые взят кредит. $b_1 = S - 0 \cdot x = S$; $b_2 = S - 1 \cdot x = b_1 - x$; ------------------------------ $b_i = S - (i-1) \cdot x = b_{i-1} - x$	Пусть p % – процентная ставка банка. $a_1 = (S - 0 \cdot x) \cdot \frac{p}{100} = b_1 \cdot \frac{p}{100}$; $a_2 = (S - 1 \cdot x) \cdot \frac{p}{100} = b_2 \cdot \frac{p}{100}$; ------------------------------------ $a_i = (S - (i-1) \cdot x) \cdot \frac{p}{100} = b_i \cdot \frac{p}{100}$
Выводы	(b_i) – арифметическая прогрессия, где $b_1 = S$, ($-x$) – разность прогрессии	(a_i) – арифметическая прогрессия, где $a_1 = \frac{S \cdot p}{100}$, $\left(\frac{-x \cdot p}{100}\right)$ – разность прогрессии

Пусть сумма кредита равна S, $x = \frac{S}{N}$ – ежемесячная выплата по кредиту, N – число месяцев, на которые взят кредит, p % – процентная ставка банка.

Пусть b_i – долг в конце i-го месяца, тогда:

$b_1 = S - 0 \cdot x = S$;

$b_2 = S - 1 \cdot x = b_1 - x$;

$b_i = S - (i-1) \cdot x = b_{i-1} - x$

таким образом (b_i) – арифметическая прогрессия, где $b_1 = S$, ($-x$) – разность прогрессии.

Пусть a_i – платеж (по процентам) в конце i-го месяца, тогда:

$$a_1 = (S - 0 \cdot x) \cdot \frac{p}{100} = b_1 \cdot \frac{p}{100};$$

$$a_2 = (S - 1 \cdot x) \cdot \frac{p}{100} = b_2 \cdot \frac{p}{100};$$

$$a_i = (S - (i-1) \cdot x) \cdot \frac{p}{100} = b_i \cdot \frac{p}{100};$$

таким образом (a_i) – арифметическая прогрессия, где $a_1 = \frac{S \cdot p}{100}$;

$\left(\frac{-x \cdot p}{100}\right)$– разность прогрессии.

Поясним вывод о том, что (a_i) – арифметическая прогрессия. Действительно,

$$a_{i+1} - a_i = (b_{i+1} - b_i) \cdot \frac{p}{100} = -x \cdot \frac{p}{100};$$

$$a_{i+1} = a_i - \frac{xp}{100}.$$

С помощью полученных моделей можно решать задачи, в которых требуется:

- вычислить выплату за i-ый месяц как сумму выплаты по кредиту и по процентам ($x + a_i$ или $\frac{S}{N} + a_i$);
- вычислить предоплату за i месяцев (S_i) как сумму первых членов арифметической прогрессии (a_i);
- общую сумму выплат за i месяцев как сумму выплат по кредиту за i месяцев (x_i) и S_i.

Вычислим переплату за «i» месяцев как сумму «i» первых членов арифметической прогрессии (a_i):

$$S_i = \frac{2a_1 + d \cdot (i-1)}{2} \cdot i,$$

где $a_1 = \frac{Sp}{100}$; $d = -\frac{xp}{100}$;

$$S_i = \frac{2\frac{Sp}{100} - \frac{xp}{100} \cdot (i-1)}{2} \cdot i;$$

$$S_i = \frac{\frac{2Sp}{100} - \frac{Sp}{100N} \cdot (i-1)}{2} \cdot i;$$

$$S_i = \frac{Sp}{100} \cdot \frac{2 - \frac{i-1}{N}}{2} \cdot i$$

Выплаты за «i» месяцев:

$$x \cdot i + S_i = \frac{S}{N} \cdot i + \frac{Sp}{100} \cdot \frac{\frac{i-1}{N}}{2} \cdot i$$

Следствие: если $i = N$, то

$$S_i = \frac{Sp}{100}\cdot\frac{i+1}{2}\cdot i, \qquad x = \frac{S}{i}.$$

Пример 1. $N = 24$, $S = 1{,}2$ млн.руб., $i = 12$, $p = 2$ %. Найти: S_i (тыс. рублей).

Решение.

1. Выбираем нужную формулу-модель

$$S_i = \frac{Sp}{100}\cdot\frac{2-\frac{i-1}{N}}{2}\cdot i$$

2. Подставляем данные величины:

$$S_{12} = \frac{1{,}2\cdot 2}{100}\cdot\frac{2-\frac{11}{24}}{2}\cdot 12;$$

$$S_{12} = 0{,}012\cdot 37\cdot 6 = 5{,}328$$

Ответ: 5328 тыс. руб.

Составленные модели позволяют решать обратные задачи. Чаще всего в обратных задачах применяется алгебраический метод (решение уравнений, неравенств или их систем).

Пример 2. Через i месяцев общая сумма выплат на 60 % больше кредита, т.е. равна $1{,}6\,S$, $p = 10\%$. Найдите i.

Решение.

В задаче речь идет только о i месяцах, значит, предполагаем $N = i$.

$$S_{i\text{ выплат}} = S_{\text{по кредиту}} + S_{\text{переплат}},$$

$$S_{\text{по кредиту}} = S; \quad S_{\text{переплат}} = S_i,$$

По условию:

$$S + S_i = 1{,}6\cdot S.$$

$$S + \frac{Sp}{100}\cdot\frac{i+1}{2}\cdot i = 1{,}6\cdot S;$$

$$1 + \frac{10}{100}\cdot\frac{i+1}{2}\cdot i = 1{,}6;$$

$$i^2 + i - 12 = 0; \quad i = 3 \ (i > 0).$$

Ответ: 3 месяца.

Пример 3. $S = 6$ млн.руб., $i = 15$ лет, наибольшая годовая выплата не больше 1,9 млн.руб., а наименьшая не меньше 0,5 млн.руб. Найдите p %.

Все обозначения попадают в краткую запись:

Дано: $S = 6$, $i = 15$;

$a_1 \le 1{,}9$;

$a_{15} \ge 0{,}5$.

Найти: p.

Решение.

$$S = 6, \qquad x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4;$$

$$i = 15, \qquad x = \frac{S}{i};$$

$$a_1 = (S - 0\cdot x)\cdot\frac{p}{100};$$

$$a_{15}=(S-14\cdot x)\cdot\frac{p}{100};$$

$$\begin{cases} x+a_1\le 1{,}9 \\ x+a_{15}\ge 0{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}4+6\cdot\frac{p}{100}\le 1{,}9 \\ 0{,}4+\left(S-14\cdot\frac{S}{15}\right)\cdot\frac{p}{100}\ge 0{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p\le 25; \\ p\ge 25. \end{cases}$$

$p = 25\%$.

Ответ: 25%.

Выводы и перспективы дальнейших научных исследований. Приведенные примеры можно использовать на уроках в профильных классах экономической направленности, а также при подготовке учащихся старшей ступени к ЕГЭ по математике профильного уровня [3]. Необходимо разработать методику обучения учащихся классов разных профилей решению задач такого типа.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Концепция математического образования в Российской Федерации.

2. Учебно-методические материалы для председателей и членов региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ-2015 года. Москва, 2015.

3. Ушаков В.Х. Довузовская математика: ч. III. Прогрессии. Тестовые задачи: Учебное пособие. / В.Х. Ушаков. – М.: Экономический факультет АНХ, 2010. – 228 с.

Поступила в редакцию 30.10.2015

Бегієва Т.Б. Методика роботи з задачами економічного спрямування в профільних класах.

В даній роботі розглядаються методичні аспекти розв'язування завдань економічного спрямування.

Основні завдання дослідження:

– виділити і обґрунтувати математичну модель для завдань певного типу («диференційовані» платежі);

– продемонструвати застосування даної методики у процесі розв'язування завдань фінансової математики в профільних класах.

Ключові слова: *математичне моделювання, завдання економічного спрямування.*

Begieva T. B. Methods of working with tasks of economic type in the specialized classes.

This paper discusses methodological aspects solving the tasks of economic type.

The main purpose of the study:

– to identify and prove the mathematical model for problems of economic type of differentiated payments;

– show this methodology for solving problems of financial mathematics in the specialized classes.

Key words: *mathematical modeling, the task of economic type.*