Аннотация. *Бондарь Е.А. Теоретические основы деловой игры на уроках математики. В статье раскрыто теоретические основы использования деловой игры на уроках математики, а именно: указанно преимущества использования такого метода, виды деловых игор, общее психолого-педагогическое значение, принципы организации и педагогические задания.*

Ключевые слова: *игра, деловая игра, форма, метод.*

Summary. *Bondar E.A. Theoretical foundations of business games in mathematics lessons. The article revealed the theoretical foundations for the use of business games in math, namely shown the advantages of using such a method, the types of business games, general psycho-pedagogical value, principles of organization and pedagogical tasks.*

Keywords: *game, business game, form, method.*

УДК 512.13

М.О. Веремієнко

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

ІРРАЦІОНАЛЬНІ АЛГЕБРАЇЧНІ НЕРІВНОСТІ

Потреба в діях зведення в степінь і добування кореня була викликана, як і інші чотири арифметичні дії, практичним життям. Так, поряд із завданням обчислення площі квадрата, сторона якого *а* відома, з давніх часів зустрічалася зворотна задача : яку довжину повинна мати сторона квадрата, щоб його площа дорівнювала *в*.

Ще 4000 років тому вавилонські вчені складали поряд з таблицями множення і таблицями обернених величин таблиці квадратів чисел і квадратних коренів з чисел. При цьому вони вміли знаходити наближене значення квадратного кореня з будь-якого цілого числа. Вавилонський метод вилучення квадратного кореня можна ілюструвати на наступному прикладі, викладеному в одній із знайдених при розкопках клинописних табличок.

Знайти квадратний корінь з 1700.

Для вирішення завдання дане число розкладається на суму двох доданків: $1700=1600+100=40^2+100$, перший з яких є повним квадратом. Потім вказується, що

$$\sqrt{1700}=40+\frac{100}{2\cdot 40}=41\frac{1}{4}.$$

Правило, що застосовувалося вавілонянами, може бути подане так: щоб витягти корінь з числа *с*, розкладають його на суму $a^2+в$ (*в* повинно бути досить малим у порівнянні з a^2) і обчислюють за наближеною формулою:

$$\sqrt{c}=\sqrt{a^2+b}=a+\frac{b}{2\cdot a}$$

Вавилонський метод вилучення квадратного кореня був запозичений греками. Так, наприклад, у Герона Олександрійського знаходимо:

$$\sqrt{160}=\sqrt{144+16}=12+\frac{16}{24}=12\frac{2}{3}$$

Для позначення вищих степенів вживалися пізніше складові виразу «біквадрат» або «Квадрат- квадрат» для четвертого степеня, або «кубоквадрат» для п'ятого і т.д. Сучасні назви запропоновані голландським ученим С.Стевіном (1548-1620), який позначав степінь у вигляді 2, 3 і т.д. Він же почав систематично вживати дробові показники степеня для позначення коренів.

В даний час для добування кореня вживається два позначення: знак радикала і дробові показники. Переважно використовувати позначення зі знаком радикала - позначення з дробовими показниками є скоріше давньою традицією.

Степінь з від'ємним показниками ввів англійський математик Д.Уолліс.

Нерівності зустрічаються в математиці ще в глибоку давнину. Розглянемо деякі з них.

1.Середнє геометричне двох додатних чисел $a \neq в$ менше їх середнього арифметичного (Евклід).

2.Архімед встановив нерівності

$$\frac{265}{153} < \sqrt{3} < \frac{1351}{780}$$

3.Якщо a^2 – найбільший квадрат, що міститься в числі, а r – залишок, то

$\sqrt{a^2 + r} < a + \frac{r}{2a}$ при $1 < r \leq 2$

$\sqrt{a^2 + r} < a + \frac{r+1}{2a+2} < a + \frac{r}{2a}$ при $a < r \leq 2a$

(Аль-Кальсада, Трактат "Розкриття таємниць науки Габар", XV століття). Подальші узагальнення натуральних, цілих, раціональних і т.д. чисел привели до поняття алгебраїчної системи, зокрема, до поняття кільця і поля. Так, ірраціональні числа з алгебраїчної точки зору є елементами поля R, вони не містяться в поле Q, і поле R є розширенням поля Q.

Матеріал, пов'язаний з нерівностями, становить значну частину шкільного курсу математики. Одним із складних розділів алгебри, що вивчаються у шкільній програмі, є ірраціональні нерівності, так як у школі їм приділяють досить мало уваги.

Труднощі при вивченні даного виду нерівностей пов'язані з наступними їх особливостями:

1. У більшості випадків відсутність чіткого алгоритму рішення ірраціональних нерівностей;

2. При вирішенні нерівностей даного виду доводиться робити перетворення, що призводять до нерівностей, не рівносильним даним, внаслідок чого найчастіше виникають помилки, які зазвичай пов'язані з втратою або придбанням сторонніх коренів в процесі вирішення.

Досвід показує, що учні в недостатній мірі опановують умінням вирішувати ірраціональні нерівності, часто допускають помилки при їх вирішенні. Проте завдання з теми «Ірраціональні нерівності» зустрічаються в ДПА, і вони досить часто стають «каменем спотикання».

У підручнику Нелін Є.П. « Алгебра і початки аналізу» 10 клас, профільний рівень. Подано таке означення ірраціональної нерівності і два основних методи розв'язання нерівностей:

1. Метод інтервалів;

2. Рівносильні перетворення.

Ці методи вважаються стандартними, у шкільному курсі математики зазвичай ними й обмежуються. Проте існують і інші методи розв'язування ірраціональних нерівностей.

Ірраціональною називають нерівність, в якій змінна міститься під знаком кореня.

У даному підручнику виділяють виділено два типи ірраціональних нерівностей: $\sqrt{f(x)} > g(x)$, $\sqrt{f(x)} < g(x)$

Розв'язання першої нерівності зводиться до об'єднання розв'язків наступних двох систем :

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) > g^2(x) \\ g(x) \geqslant 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Розв'язання другої нерівності зводиться до розв'язання системи нерівностей:

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g^2(x) \\ g(x) > 0 \\ f(x) \geqslant 0 \end{cases}$$

бо, за означенням арифметичного кореня, і підкореневий вираз, і значення кореня невід'ємні. Оскільки за умовою означення кореня менше від виразу g(x), то останній має бути додатним. Першу нерівність системи дістаємо після піднесення обох частин даної нерівності до степеня який дорівнює степеню кореня [1].

Розглянемо деякі приклади.

Приклад 1.

Розв'язати нерівність $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} > x-2$.

Розв'язання $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} > x-2 \iff \begin{cases} x-2 \geq 0, \\ \frac{x^3+8}{x} > (x-2)^2 \end{cases}$, або $\begin{cases} \frac{x^3+8}{x} \geq 0 \\ x-2 < 0 \end{cases} \iff$

$\begin{cases} x \geq 2 \\ \frac{x^3+8}{x} > x^2-4x+4, \end{cases}$ або $\begin{cases} \frac{x^3+8}{x} \geq 0 \\ x < 2 \end{cases}$, $\iff \begin{cases} x \geq 2 \\ \frac{4x^2-4x+8}{x} > 0 \end{cases}$, або $\begin{cases} x^3+8 \geq 0 \\ x > 0 \\ x < 2 \end{cases}$, або

$\begin{cases} x^3+8 \leq 0 \\ x < 0 \\ x < 2 \end{cases}$.

Ураховуючи, що $4x^2-4x+8 > 0$ при всіх значеннях x (D<0 і a =4>0), одержуємо, що остання сукупність трьох систем рівносильна сукупності:

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x > 0 \end{cases}$, або $\begin{cases} x \geq -2 \\ x > 0 \\ x < 2 \end{cases}$, або $\begin{cases} x \leq -2 \\ x < 0 \\ x < 2 \end{cases}$, $\iff$ $x \geq 2$ або $0 < x < 2$, або $x \leq -2 \iff$ $x \leq -2$ або $x > 0$.

Відповідь: $(-\infty; -2] \cup (0; +\infty)$.[1]

Приклад 2.

Розв'язати нерівність $\sqrt{(x+2)(x-5)} < 8-x$

Розв'язання:

Приведемо нерівність до вигляду $\sqrt{(x+2)(x-5)} - 8 + x < 0$

Введемо функцію $y=\sqrt{(x+2)(x-5)}-8+x$ і знайдемо значення х, при яких у < 0. Для цього:

1. Знайдемо область визначення функції:

(х+2)(х–5) $\geq$ 0; D(y) = $(-\infty;-2]\cup[5;+\infty)$ (рис. 1).

2. Знайдемо нулі функції:

$\sqrt{(x+2)(x-5)}-8+x=0$, $\sqrt{(x+2)(x-5)}=8-x$, (х + 2)(х – 5) = 64 – 16х + х²,

х² – 3х – 10 = 64 – 16х + х², 13х = 74, $x=5\frac{9}{13}$

3. Наносимо нуль функції на область визначення функції (рис. 2):

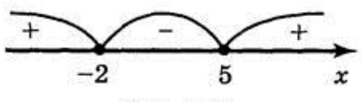

Рис. 1

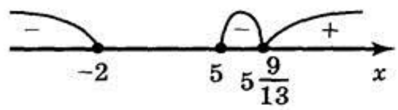

Рис. 2

Знаходимо знак на кожному з трьох інтервалів, на які розбивається область визначення нулем функції:

$$f(-3)=\sqrt{(-3+2)(-3-5)}-8-3=\sqrt{8}-8-5<0;$$

$$f(5{,}5)=\sqrt{(5{,}5+2)(5{,}5-5)}-8+5{,}5=\sqrt{3{,}75}-2{,}5<0;$$

$$f(6)=\sqrt{(6+2)(6-5)}-8+6=\sqrt{8}-2>0$$

і записуємо відповідь.

Відповідь: $(-\infty;-2]\cup[5;5\frac{9}{13})$.[1]

Існують і інші методи розв’язування ірраціональних рівнянь. Наприклад такі:

1. Розв"язання ірраціональних нерівностей використовуючи ОДЗ
2. Розв"язання ірраціональних нерівностей, способом введення нової зміної.
3. Способи домноження обох частин ірраціональних нерівностей на число, або вираз.
4. Метод виділення повного квадрата в підкореневих виразах при розв"язанні ірраціональних нерівностей, або розкладання підкореневого виразу на множники.
5. Графічний метод розвязування ірраціональних нерівностей.

Література

1. Нелін Алгебра і початки аналізу 10 клас. – Харків: Гімназія, 2010. – 411 с.

Анотація. *Веремієнко М.О. Ірраціональні алгебраїчні нерівності. У статті стисло висвітлено коротку історію нерівностей, та основних її понять. Наведено основні цілі та етапи вивчення ірраціональних нерівностей. Виявлено основні методи розв’язання ірраціональних нерівностей та розглянуті приклади.*

Ключові слова: *ірраціональні нерівності, основні методи розв’язання ірраціональних нерівностей.*

Аннотация. *Веремеенко М.А. Иррациональни алгебраические неравенства. В статье кратко освещены короткую историю неровностей, и основных ее понятий. Приведены основные цели и этапы изучения иррациональных неравенств. Выявлены основные методы решения иррациональных неравенств и рассмотрены примеры.*

Ключевые слова: *иррациональные неравенства, основные методы решения иррациональных неравенств.*

Abstract. *Veremeyenko M.O. Irratsionalni algebraic inequalities. The article briefly highlights the short history of irregularities, and its basic concepts. The main objectives and stages of studying irrational inequalities. The basic methods for solving inequalities irrational and look at examples.*

Keywords: *irrational inequality, basic methods for solving inequalities irrational.*

УДК 514.113

А.С. Залавська

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

ЗАДАЧІ НА ДОВЕДЕННЯ В СТЕРЕОМЕТРІЇ

Стереометрія, як і планіметрія, виникла і розвивалася у зв'язку з потребами практичної діяльності людини. Про зародження геометрії в Стародавньому Єгипті близько 2000 років до н.е. писав давньогрецький вчений Геродот (V століття до н.е.).

Геометрія як теоретична наука виникла в Стародавній Греції, багато сучасних геометричних термінів мають давні походження. Праці давньогрецьких математиків зіграли винятково важливу роль у розвитку науки взагалі і геометрії зокрема. Вони стали надбанням загальної культури людства.

Головна увага у викладанні математики приділяється задачам, оскільки їх розв’язування є основним видом навчально-пізнавальної діяльності, у процесі якої школярі опановують вміннями та навичками математичної діяльності.

Тому вивчення проблеми доведення задач по стереометрії, за зображеними просторовими геометричними фігурами, є досить актуальною і необхідною для розвитку образного мислення школярів.

Проблема навчання школярів вмінню розв’язувати задачі на доведення в стереометрії неодноразово ставилася в психології та педагогіці. Однак, в психолого-педагогічній літературі немає поки єдиної термінології з названої проблеми, немає і єдиної точки зору на те, чому і як навчати учнів, щоб вони могли вирішувати завдання середнього та високого рівня, не за зразком, показаним вчителем, а прийти до розв’язання задачі самостійно.

Ще однією проблемою є те, що задачі на доведення в стереометрії не мають єдиної схеми розв’язування, тому і викликають труднощі в учнів.

Наприкінці 9 класу учні починають знайомитися з геометрією в просторі. В 10-х, 11-х класах учні вже поглиблюють свої знання новим матеріалом.

Актуальність даної статті обумовлена тим, що підвищення якості навчання математики, зокрема геометрії, означає пошук шляхів ефективного управління пізнавальною діяльністю учнів і виявлення таких педагогічних умов, які забезпечували б активну творчу роботу мислення школярів, нижче розглянуто декілька основних методів розв’язування задач.