

УДК 378.14:371.214.46:[004.78:51]

О. В. Семеніхіна¹,
С. В. Шамрай²

¹Сумський державний педагогічний університет ім.А.С.Макаренка

²КУ Сумська загальноосвітня школа I-III ступенів № 6

ПРО ЗАЛУЧЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СЕРЕДОВИЩ ДО ДОВЕДЕННЯ ТЕОРЕМ ШКІЛЬНОГО КУРСУ ПЛАНІМЕТРІЇ

У статті розглянуто питання, пов'язані з можливістю комп'ютерних підтримок теорем шкільного курсу планіметрії. Виділено дві групи програм, які сприяють організації навчання емпірично доводити теореми. Розглянуті приклади підтримок теорем у середовищі СКМ (на основі методу координат) та динамічної геометрії (як емпірична перевірка виконання факту).

Ключові слова: теорема, комп'ютерне доведення, комп'ютерний експеримент.

Постановка проблеми. Сьогодні місце комп'ютерного експерименту в системі методів навчання геометрії починає осмислюватися як окремими вчителями-новаторами, так і цілими колективами вчених різних країн. Найбільш неоднозначним є питання про місце комп'ютерного експерименту в системі методів роботи з теоремою. Обережність, з якою фахівці в області теорії і методики навчання математики ставляться до проблеми комп'ютерних доведень, пов'язана з тим, що в математичній науці ставлення до комп'ютерних експериментів і логічних доведень, а також до їх співвідношення, поки не однозначне.

Учені-математики і слідом за ними математики-методисти розійшлися у думках про можливість і доцільність залучення комп'ютерних інструментів. Одні вважають за доцільне обмежитися застосуванням комп'ютера лише на етапі висування гіпотези (позиція більшості). Інші – допускають його використання і для обґрунтування істинності факту теореми в умовах, коли природа цього факту з якихось причин для учня не значна або недоступна його розумінню. Є і компромісна точка зору, яка поки не знайшла гідного втілення через принципові відмінності логічних і комп'ютерних доведень. Вона зводиться до наступного – комп'ютерний експеримент повинен стати візуальною основою для проведення логічних міркувань при доведенні теореми. Але не зважаючи на різні погляди вчителів та науковців, «комп'ютерне доведення» уже починає розглядатися як можливий метод доведення математичних тверджень.

Аналіз актуальних досліджень. Вивчення науково-методичних досліджень стосовно навчання доводити теореми виявило різні підходи, серед яких традиційний (формулюється теорема і подається її доведення як фрагмент монологу вчителя) [1], проблемний (залучення аудиторії слухачів до пошуку доведення, причому умова теореми формулюється як проблема і не завжди оголошується висновок, який треба довести) [4], проектний (суб'єктам навчання пропонується самостійно знайти і проаналізувати існуючі доведення) [2] тощо. Також аналіз науково-методичних досліджень показав активне впровадження інформаційних технологій у навчання математики і появу тенденцій стосовно залучення комп'ютерних інструментів до підтвердження певних фактів [5]. Оскільки молодь наразі активно споживає електронний контент, вважаємо помилкою не використати такий тренд саме у галузі навчання доводити чи спростовувати певні математичні факти, тому звертаємо увагу саме на комп'ютерні інструменти та можливість їх використовувати у навчанні доводити теореми.

Мета статті – дослідити принципові можливості залучення комп'ютерних середовищ та їх інструментів до доведення теорем шкільного курсу планіметрії.

Виклад основного матеріалу. Нами були досліджені різні спеціалізовані математичні середовища і комп'ютерні інструменти, які підтримують розв'язування задач планіметрії. Ми виділили два типи таких середовищ.

1. Проведений нами аналіз виявив, що є середовища, які дозволяють візуальну динамічну побудову. Це програмні засоби динамічної математики, робота в яких базується на конструктивному підході – у середовищах можна креслити рисунки і графіки та «оживляти» побудовані конструкції, плавно змінюючи положення вихідних об'єктів, динамічно вимірювати довжини, площі і кути. Така можливість дозволяє підвести школярів до узагальнень математичного знання, а також до відкриття певних математичних фактів, при якому учні спочатку уявляють і аналізують проблему, моделюють її, а потім висувають гіпотезу і намагаються її довести.

Яскравими прикладами таких програм є середовища *GeoGebra*, *Математичний конструктор*, *Жива геометрія* та українські програми *Gran* і *DG*.

Нами виділено підходи, які дозволяють використовувати «бігунок» для спростування або підтвердження певного математичного факту: «бігунок» набуває певних значень у заданих межах. І якщо вважати, що для кожного значення властивість справедлива, то певний факт можна сприймати як доведений на емпіричному рівні.

Наведемо приклад такого «комп'ютерного доведення» для теореми про бісектриси вертикальних кутів.

Теорема. При будь-якому значенні кута між прямими бісектриси утворених ними вертикальних кутів лежать на одній прямій.

Покажемо, що кут між бісектрисами вертикальних кутів дорівнює 180° при будь-якому значенні кута.

Для демонстрації істинності твердження скористаємося однією з програм динамічної математики (рис.1).

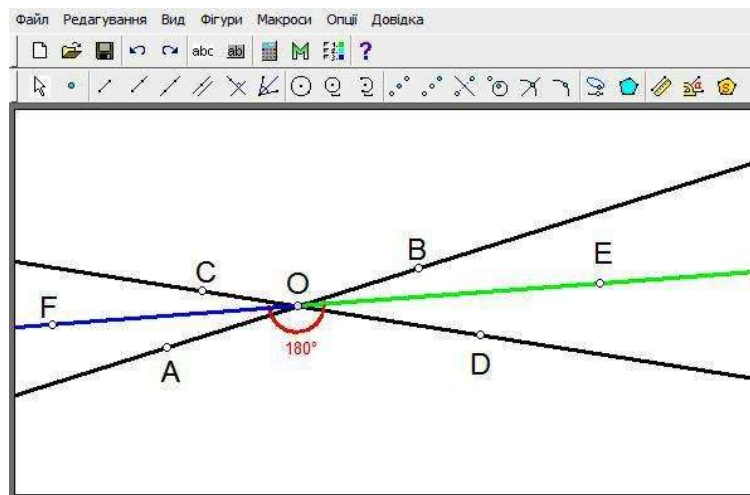


Рис.1. Демонстрація доведення теореми

1. Фіксуємо т. O (інструмент *Точка*).
2. Будуємо прямі AO і BO (інструмент *Пряма*). На продовженні прямих поставимо точки C і D .
3. Будуємо різним кольором бісектриси OF (червона) і OE (зелена)
4. кутів $\angle AOC$ і $\angle DOB$ відповідно (інструмент *Бісектриса кута*). Задаємо вимірювання $\angle AOC$, $\angle DOB$, $\angle FOE$.

5. Змінюємо величину кута $\angle AOC$ або $\angle DOB$ за допомогою точок і слідкуємо за зміною/збереженням величини $\angle FOE$ – кута між бісектрисами. Вона залишається рівною 180° .

У даному прикладі бігунком виступає точка A , яка змінює значення кута AOC в межах від 0° до 180° .

Розуміючи, що положення точки A визначається дискретною множиною значень з наперед заданим кроком, усе ж стверджуємо, що таке «комп'ютерне доведення» може бути прийнятним на емпіричному рівні. Це до речі, підтверджується і психолого-педагогічними дослідженнями, проведеними російськими дослідниками Шабановою М.В. та Широковою Т.С. [5], які вивчали особливості сприйняття доведень учнями 7-8 класів з освітніх навчальних закладах. Вони дійшли висновку, з чим ми погоджуємось, що факт, підтверджений емпірично завдяки самостійного пошуку, сприймається і засвоюється більш ґрунтовно. Ця ідея щодо розв'язання проблеми навчання доводить певні факти у поєднанні з комп'ютерними технологіями змушує змінювати традиційні підходи: комп'ютерне середовище може стати джерелом «емпіричної» істинності геометричного твердження, а логічне доведення – його додатковим обґрунтуванням. При такому підході при використанні програм динамічної математики варто звертати увагу на «стійкість» побудованої конструкції, під чим розуміємо збереження певної характеристики (властивості) математичного об'єкта при зміні положення його базових елементів (вершин трикутника, точок на прямих, на колі тощо).

Так, у попередньому прикладі ми спочатку фіксували точку O (щоб точка перетину прямих як вершина вертикальних кутів, була нерухомою), а потім будували прямі (сторони вертикальних кутів) і рухали т. A по екрану, не замислюючись, чи «пробіжить» кут усі можливі значення. Для більш вдалої демонстрації далі вважаємо, що краще побудувати коло з центром у т. O , горизонтальну пряму BO , причому т. B взяти на колі. Потім на колі довільно зафіксувати т. A і через неї та центр кола провести другу пряму, яка з прямою BO утворить вертикальні кути. Якщо «сховати» коло, то т. A все одно буде до нього «прив'язаною», а тому при зміні її положення ми можемо забезпечити зміну значення кута AOB від 0 до 180° . Іншими словами, таким способом побудована т. B може бути бігунком у межах $[0; 180^\circ]$ з наперед заданим кроком.

Зауважимо, що окремі середовища динамічної математики передбачають використання вже вбудованого кутового бігунка, що може спростити побудову. Зокрема такий бігунок передбачено у середовищі *GeoGebra*.

Критики такого підходу, розуміючи необхідність навчання логіки математичного мислення, наголошують на тому, що доведення таких теорем, по-перше просте; по-друге, його необхідно проводити на основі аксіом і уже підтверджених фактів, доведених теоремах тощо; по-третє, залучаючи комп'ютер, ми не зможемо таким чином навчити дітей міркуванню і умовиводам. Зважаючи ці аргументи, ми стоїмо на позиції, що пошук інструменту, який забезпечить перевірку усіх випадків (у нашому прикладі це зміна значення вертикального кута), може стати тією рушійною силою, яка сприятиме формуванню логічного мислення учня, і замість кроків на папері («оце перше, оце друге» і т.д.) учень вибудує логіку побудови такої конструкції, яка дозволить перевірити «усі» значення потрібного параметру.

2. Активного поширення набули системи комп'ютерної математики (СКМ) – *Maple*, *Mathematica* та інші. Частина з цих програм дозволяє оперування математичними об'єктами у символічному вигляді. Якщо вважати, що програма працює коректно, то її можна вважати основою для «комп'ютерного доведення», яке спирається на метод координат та спрощує розрахунки користувача.

Задання координат точок у СКМ можливе у неявному вигляді. І якщо зазвичай при застосуванні методу координат потрібно самому здійснювати певні перетворення, то у середовищі СКМ це робить програма, а користувачу залишається визначитися лише з ідеєю доведення: що задати, як задати, що перевірити. На рис.2 можна побачити рівність медіани і висоти у рівнобедреному трикутнику, які опущені до основи.

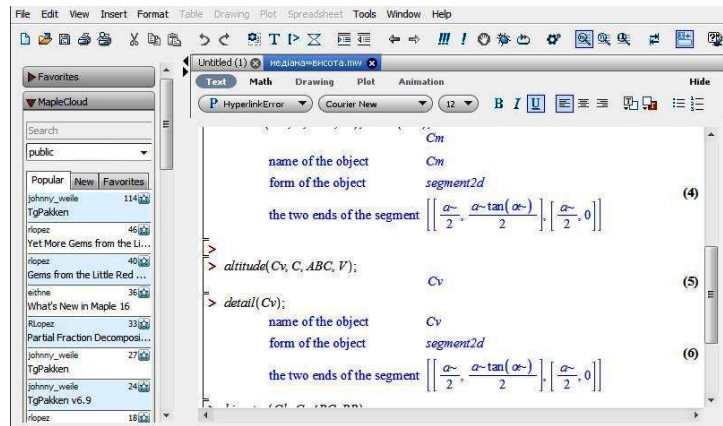


Рис.2. Знаходження медіани та висоти у рівнобедреному трикутнику

Оскільки програма оперує координатами у неявному вигляді, а результати потрібних розрахунків співпадають, то у цьому випадку можна з упевненістю говорити про комп'ютерне доведення за умови коректності роботи програми.

Із залученням таких програмних засобів зміщується акцент у бік знання комп'ютерних інструментів замість вміння оперувати громіздкими перетвореннями. Але використання середовищ СКМ все одно сприятиме формуванню логічного і критичного мислення, що наразі відбувається під час навчання доводити теореми традиційно.

Висновки та перспективи подальших наукових досліджень. Проведене нами дослідження дозволяє констатувати наступне.

1. З огляду на те, що навчання учнів доводити теореми є непересічною проблемою, яка не розв'язується однозначно, вважаємо, що поряд з традиційними методами варто використовувати засоби інформаційних технологій. Ми вважаємо за потрібне демонструвати можливості використання спеціалізованих програмних засобів для доведення чи підтвердження певних математичних фактів уже під час навчання в школі.

2. Виходячи з аналізу програмного забезпечення, вважаємо, що комп'ютерні доведення можливі у середовищах символічної математики. Такі доведення, як правило, базуються на методі координат та символічних перетвореннях виразів. Але залучення таких СКМ у шкільну практику навчання математики може бути виправданим у класах з поглибленим вивченням математики, де вже напрацьовані вміння перетворювати вирази, і актуальним є пошук і реалізація ідей доведення через команди середовища.

«Комп'ютерне доведення» як емпіричне підтвердження певного факту за рахунок демонстрації динамічної стійкості креслення можливе у середовищах динамічної математики (*GeoGebra*, *Математичний конструктор*, *Жива геометрія*, *Gran* і *DG*). При цьому важливим може бути додаткове логічне доведення аналізованого твердження. Вважаємо, що емпіричне підтвердження фактів, сформульованих у вигляді теорем, може стати затребуваним в навчанні математики учнів-гуманітаріїв, для яких на перше місце вийде пошук побудови механізму перевірки усіх можливих ситуацій у протиположних математичних перетвореннях.

3. «Комп'ютерне доведення» викликає у багатьох вчителів та науковців математики недовіру. Разом з цим воно може переконати школярів в істинності математичних тверджень.

Прийняття цієї тези говорить про те, що актуальними будуть пошуки методично вивірених технологій навчання доводити теореми із залученням комп'ютерних інструментів у спеціалізованих математичних середовищах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Епишева О.Б. Специальная методика обучения геометрии в средней школе: курс лекций: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. вузов / О.Б. Епишева. – Тобольск: ТГПИ им. Д.И. Менделеева, 2002. – 138 с.
2. Столяр А.А. Логические проблемы преподавания математики / А.А. Столяр. – Минск: Высшая школа. – 1965. – 254 с.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. – [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=6408>. – Назва з екрану.
4. Храповицкий И.С. Эвристический полигон для геометрии / И.С. Храповицкий // Компьютерные инструменты в образовании. – 2003. – №1. – С. 15
5. Шабанова М.В. Обучение доказательству с использованием интерактивной геометрической среды / М.В. Шабанова, Т.С. Ширикова // Ярославский педагогический вестник – 2012 – № 3 – С. 3-10.
6. Семеніхіна О.В. Комп'ютерні інструменти програм динамічної математики і методичні проблеми їх використання [Електронний ресурс] / Семеніхіна Олена Володимирівна, Друшляк Марина Григорівна // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Том 42, № 4. – С. 109-117. – Режим доступу: http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/1055/813#VDPbk2d_vE4
7. Семеніхіна О.В. Про реформування вищої педагогічної освіти в галузі математики // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – Суми: Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2014. – №5 (39). – С. 347-353.

Надійшла до редакції 27.10.2014

Семеніхіна Е.В., Шамрай С.В. О компьютерном доказательстве теорем школьного курса планиметрии.

В статье рассмотрены вопросы, связанные с возможностью компьютерных доказательств теорем школьного курса планиметрии. Выделены две группы программ, которые способствуют организации обучения доказывать теоремы. Рассмотрены примеры доказательства теорем в среде СКМ (на основе метода координат) и динамической геометрии (как эмпирическая проверка выполнения факта).

Ключевые слова: теорема, компьютерное доказательство, компьютерный эксперимент.

Semenikhina O.V., Shamray S.V. About the computer theorem proving school course planimetry.

The article discusses issues related to the possibility of computer proofs of theorems school course planimetry. Two groups of programs that contribute to the organization of learning to prove theorems. The examples of proofs of theorems in SCM environment (based on the method of coordinates) and dynamic geometry (as an empirical verification of compliance with the fact).

Keywords: theorem, proving computer, a computer experiment.