Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Чемерис О.А., Прус А.В. Методика розв'язування задач на поверхні другого порядку в курсі аналітичної геометрії. Фізико-математична освіта. 2018. Випуск 2(16). С. 147-152.

Chemeris O., Prus A. Method Of Solving The Problem On Surface Of Another Order In Analytical Geometry Course. Physical and Mathematical Education. 2018. Issue 2(16). P. 147-152.

УДК 378.514

О.А. Чемерис[1], А.В. Прус[2]
Житомирський державний університет імені Івана Франка, Україна
[1]olgachemerys@i.ua, [2]pruswork@gmail.com
DOI 10.31110/2413-1571-2018-016-2-028

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ НА ПОВЕРХНІ ДРУГОГО ПОРЯДКУ В КУРСІ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Анотація. *У статті визначено особливості фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики на прикладі дисциплін геометричного циклу. Вивчення дисциплін, що є складовими фундаментальної підготовки студентів, спрямоване на формування загальної математичної культури, необхідної майбутньому вчителеві математики, оволодіння комплексом математичних методів та розвиток навичок застосування їх на практиці, розгортання теоретичних основ для прикладних наукових досліджень, забезпечення зв'язку з методичною підготовкою.*

Проаналізовано особливості розв'язання задач з аналітичної геометрії. Пошук розв'язку задачі будь-якої складності базується на використанні формул, ознак, правил, аксіом, теорем, властивостей, на основі яких створюється певний алгоритм.

Стисло оглянуто тему «Поверхні другого порядку» та виділено базові поняття, згідно яких і формується зміст практичних занять (поверхні обертання, еліпсоїди, гіперболоїди, конуси, циліндри, параболоїди, вироджені поверхні другого порядку). Розглянуто основні типи геометричних задач в темі дослідження. Наведено приклади задач із розв'язанням або вказівками для роботи на заняттях із дисципліни. В задачах на складання канонічних рівнянь, в першу чергу, використовують характеристичні властивості поверхонь другого порядку, а саме, ліній, які їм належать.

Важливим типом задач є розпізнавання видів поверхонь другого порядку за їх канонічними рівняннями. У прикладних задачах часто зустрічаються ситуації, коли рівняння поверхні задано в канонічному вигляді, але з відмінним від стандартного розташування осей. Проте при чіткому викладі викладачем алгоритму розпізнавання типів поверхонь значна частина студентів достатньо добре засвоює навички застосування цих алгоритмів. Особливо хороші результати дає використання різноманітних опорних конспектів, обговорення алгоритму студентами на практичному занятті. Підкреслено важливість та прикладний характер вивчення поверхонь другого порядку для курсу вищої математики та елементарної геометрії.

Ключові слова: *аналітична геометрія, поверхні другого порядку, математичні задачі, типи задач, твірні, лінійчаті поверхні.*

Постановка проблеми. Сучасне суспільство має потребу у високоосвічених і мотивованих фахівцях, здатних виконувати відповідні функції в певних організаціях, тому роботодавці зацікавлені в забезпеченні якісної підготовки майбутніх фахівців. Підготовка майбутніх учителів – поняття широкоаспектне, воно включає в себе фундаментальну, психолого-педагогічну, методичну, інформаційно-технологічну, практичну та соціально-гуманітарну підготовки. Зміст фундаментальної підготовки передбачає вивчення теоретичних основ спеціальності згідно з вимогами до рівня теоретичної підготовки педагогічного працівника відповідного профілю у класичних університетах і базується на новітніх досягненнях науки [1].

У цілому вивчення дисциплін, що є складовими фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики, спрямоване на формування загальної математичної культури, необхідної майбутньому вчителеві математики, на оволодіння комплексом математичних методів та розвиток навичок застосування їх на практиці, на розгортання теоретичних основ для прикладних наукових досліджень, на забезпечення зв'язку з методичною підготовкою.

Важливою умовою вдосконалення викладання математики для студентів спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) за Державним стандартом вищої освіти є посилення її практичної і прикладної спрямованості вивчення як теоретичного матеріалу, так і особливо системи задач [2]. Важливу роль у вирішенні даної проблеми відіграє вироблення в студентів практичних умінь і навичок, зокрема геометричного характеру. Використання практичних завдань мотивує сприймати нові математичні поняття; ілюструє навчальний матеріал; закріплює і поглиблює знань з предмета; формує практичні вміння і навички. Визначним критерієм математичної компетентності учнів традиційно вважається вміння розвʻязувати задачі. Саме через розвʻязування студентами навчальних задач реалізуються освітні, виховні, розвивальні і практичні освітні цілі. Тому є актуальним пошук відповідних технологій і методів навчання учнів розвʻязувати геометричні задачі. Практичне спрямування курсу геометрії передбачає формування в майбутніх фахівців умінь використовувати здобуті знання під час вивчення як самої геометрії, так і інших дисциплін, а також в повсякденному житті.

Аналіз актуальних досліджень. Питаннями фахової підготовки майбутніх учителів математики займались відомі науковці та методисти: В. Бевз, Ю. Колягін, О. Мордкович, З. Слєпкань, М. Шкіль, Н. Шунда. На сучасному етапі окремі аспекти професіоналізації підготовки майбутніх учителів математики в Україні досліджують такі математики-методисти: О. Бойченко, М. Бурда, С. Семенець, О. Скафа, Н. Тарасенкова, О. Чашечникова, В. Шарко та інші.

Головною рисою компетентності випускників фізико-математичного факультету має бути опанування ними різних спеціальних методів, зокрема, математичного моделювання, методологія якого описана ґрунтовно такими науковцями: Б. Гнеденком, А. Колмогоровим, Т. Криловою, Л. Нічугівською, Л. Панченко, О. Самарським, А. Тихоновим, Н. Шаповаловою. Наступні дослідники (Г. Дорофєєв, П. Ерднієв, Ю. Колягін, Д. Тютюнник, І. Шаригін та інші) відносять системи задач до основних засобів удосконалення процесу навчання. Серед сучасних дослідників фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики варто виділити наукові праці Г. Абрамової, В. Голець, В. Степанович, Є. Плотнікової, В. Швеця та ін.

На сучасному етапі розвитку методичної науки окремі аспекти вивчення ліній і поверхонь у курсі аналітичної геометрії висвітлені в роботах відомих математиків, педагогів і методистів: М. Працьовитого, Н. Тарасенкової, М. Тюлюша, О. Семеніхіної, О. Коломієць, Я. Гончаренко, Г. Улитина, Л. Мироненко та інших.

Різні методичні шляхи та прийоми вивчення ліній і поверхонь знайшли відображення у підручниках, навчальних посібниках та збірниках задач із курсу аналітичної геометрії, серед яких слід відзначити визнані праці: П. Александрова, Л. Атанасяна, В. Базилєва, В. Білоусової, П. Моденова, О. Погорєлова, сучасних – В. Боровика, Л. Вавриковича, Б. Гриньова, В. Яковця.

Питанням методики вивчення ліній та поверхонь другого порядку за рахунок удосконалення організаційних форм та методів займаються Т. Махомета, зокрема для самостійної роботи, Л. Зайцева, А. Нетреба, із прикладним застосуванням – О. Литвин тощо.

Мета статті: зробити методичний огляд змістового модуля «Поверхні другого порядку» в курсі аналітичної геометрії, розв’язати проблему твірних поверхні, підібрати різні за планом реалізації задачі.

Методи дослідження: аналіз науково-методичної літератури, систематизація та узагальнення теоретичного матеріалу; формалізація та алгоритмізація для розв’язування задач з теми дослідження; метод проектів для повторення базових понять, стимулюванні до самостійної роботи, закріпленні практичних навичок та ефективного використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Виклад основного матеріалу. У курсі вищої математики студенти зустрічаються із задачами на лекціях, на практичних заняттях, на наукових гуртках, при виконанні контрольних, розрахункових, самостійних робіт, на колоквіумах, екзаменах тощо. У структурі задачі виділяють умову та запитання.

За змістом запитання задачі поділяють на: обчислення; доведення; побудову; дослідження. За дидактичним призначенням задачі класифікують на: задачі для мотивації; задачі для створення проблемних ситуацій; задачі для підведення під поняття; задачі для здійснення алгоритмічного підходу; задачі для опанування певним методом, прийомом; задачі для контролю, корекції та оцінки знань, умінь. За ступенем складності задачі поділяють на: репродуктивні; реконструктивні; задачі евристичного характеру, тобто творчі; напівалгоритмічні [3; 4].

Розв'язання задачі будь-якої складності базується на використанні формул, ознак, правил, аксіом, теорем, властивостей, на основі яких створюється певний алгоритм. Викладач, який має справу із задачами, повинен пам'ятати про етапи їх розв'язування: аналіз тексту задачі (відокремлення умови від запитання; створення моделі задачі); пошук плану розв'язання задачі (з'ясування виду задачі та саме пошук плану розв'язання) та його реалізацію; перевірку розв'язання та дослідження кроків; аналіз інших способів та вибір серед них більш раціонального; вміння робити висновки для подальшої діяльності.

Проаналізувавши навчальні плани та програми, розроблені кафедрами алгебри та геометрії й математичного аналізу Житомирського державного університету імені Івана Франка, визначимо особливості фундаментальної підготовки на прикладі дисциплін геометричного циклу. Сама предметна галузь надає необмежені можливості для інтелектуального розвитку, тренування вмінь аналізувати, синтезувати, абстрагувати, класифікувати, систематизувати, узагальнювати, планувати, а відпрацьовані вміння можна з успіхом переносити зі світу абстракції у реальний світ. Логічний каркас програми з геометрії складається з ряду розділів: аналітична геометрія на площині та в просторі, основи геометрії, конструктивна, проективна, диференціальна геометрія та топологія. Цей курс повинен створювати в студентів максимально повне і цілісне сприймання математичної науки (від Евкліда до наших часів) [5].

Мета навчальної дисципліни «Аналітична геометрія» – це ознайомлення та оволодіння сучасними теоретичними положеннями і математичними методами аналітичної геометрії та формування вмінь їх застосовувати на практиці, зокрема, під час вивчення інших дисциплін. Завдання курсу включають у себе вивчення геометричних фігур за допомогою алгебри із використання методу координат і дослідження, які геометричні фігури представлені тими або іншими рівняннями. Цей навчальний предмет розвиває геометричну уяву, виробляє вміння і навички алгебраїчного аналізу геометричних об’єктів, закладає основи, обов’язкові для подальшого вивчення різних областей математики.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є вектори, системи координат, рівняння прямих та площин, лінії та поверхні другого порядку. Курс тісно пов’язаний з курсами елементарної математики, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальної геометрії, фізики, механіки, астрономії.

Програма дисципліни містить наступні змістові модулі:

1. Елементи векторної алгебри.
2. Метод координат на площині та у просторі.

3. Пряма на площині.
4. Теорія прямих та площин у просторі.
5. Конічні перерізи: еліпс, гіпербола, парабола. Загальна теорія алгебраїчних ліній другого порядку.
6. Вивчення алгебраїчних поверхонь другого порядку за їх канонічними рівняннями.

Зокрема, останній змістовий модуль включає в себе такі теми: поверхні обертання; еліпсоїд; одно- та двопорожнинні гіперболоїди; циліндричні поверхні; конічні поверхні; еліптичний та гіперболічний параболоїди; елементи дослідження загального рівняння поверхні другого порядку. Відповідно, теоретичний матеріал лекцій опрацьовується і на практичних заняттях з аналітичної геометрії. Модуль «Поверхні другого порядку» є набагато складнішим для засвоєння студентами. При цьому основним чинником такої ситуації є погане просторове мислення, характерне для переважної більшості студентів, недостатні технічні навички алгебраїчних перетворень та невміння самостійно працювати.

Поверхня є найважливішим поняттям у різних розділах геометрії та інших математичних дисциплінах. В аналітичній геометрії рівняння виду $F(x,y,z)=0$ є рівнянням поверхні відносно заданої системи координат; його задовільняють координати кожної точки, що лежить на поверхні, і не задовільняють координати жодної точки, що не лежить на ній [4, с. 108-109]. Якщо поверхня задана геометрично, то можна знайти її рівняння і, навпаки, поверхню в просторі можна задати її рівнянням. Поверхнею, заданою рівнянням відносно певної декартової системи координат, називають геометричне місце точок (ГМТ), координати яких задовольняють дане рівняння. Поверхні поділяються на алгебраїчні й неалгебраїчні (трансцендентні). Якщо ліва частина рівняння $F(x,y,z)=0$ є многочлен степеня n відносно x, y, z , то відповідна поверхня називається алгебраїчною поверхнею n -го порядку [6, с. 108-109].

Класифікація поверхонь необхідна для того, щоб спростити вивчення їх різноманіття, виділивши певні групи, що володіють однаковими основними геометричними властивостями.

Усі поверхні можна розділити:

- за законом утворення – графічні (невідомий закон утворення) та геометричні (відомий);
- за формою твірної – лінійчаті (коли твірною є пряма) та нелінійчаті (коли твірною є крива);
- за законом руху твірних – поступально, обертаючим рухом (поверхні обертання), гвинтовим рухом (гвинтові поверхні) тощо;
- за ознакою розгортання – ті, що розгортаються та не розгортаються.
- за ознакою напрямних, які можуть бути ламаними, прямим або кривими, тому поверхні бувають багатогранними або неплощиними.

Слід мати на увазі, що різноманіття поверхонь і способів їх одержання не має меж, тому створення єдиної системи для класифікації поверхонь не є здійсненим. Більш того, з геометричної точки зору класифікація поверхонь не може мати наукового обгрунтування. Що стосується методики використання в процесі навчання, то тут, навпаки, класифікація поверхонь, заслуговує самої серйозної уваги [5, с. 377-382]. Так, поверхні сталої кривини є предметом особливої уваги основ геометрії (залежно від знака гаусової кривини поверхні поділяють на поверхні додатної, нульової або від’ємної гаусової кривини).

Стандарним типом задачі з нашої теми є відшукання та запис канонічних рівнянь поверхонь обертання, які можна розв’язувати як на лекційних так і на практичних заняттях.

Приклад 1. Отримати рівняння поверхонь обертання із вказаною твірною та віссю обертання. Результат перевіряємо за заповненою таблицею 1.

Таблиця 1.

Приклади утворення поверхонь обертання

Назва поверхні	Вісь l	Твірна лінія L	Рівняння поверхні
Сфера	Ox	коло $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ z=0 \end{cases}$	$x^2+y^2+z^2=R^2$
Еліпсоїд обертання	Oy	еліпс $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \\ z=0 \end{cases}$	$\frac{x^2+z^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$
Однопорожнинний гіперболоїд обертання	Oz	гіпербола $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \\ y=0 \end{cases}$	$\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$
Двопорожнинний гіперболоїд обертання	Ox	гіпербола $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \\ y=0 \end{cases}$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2+z^2}{c^2}=1$
Параболоїд обертання	Oz	парабола $\begin{cases} x^2=2pz \\ y=0 \end{cases}$	$x^2+y^2=2pz$
…	…	…	…

Важливим типом задач є розпізнавання видів поверхонь другого порядку за їх канонічними рівняннями. У прикладних задачах часто зустрічаються ситуації, коли рівняння поверхні задано в канонічному вигляді, але з відмінним від стандартного розташування осей. Студенти роблять помилки в розпізнаванні поверхні і в схематичному зображенні.

Проте при чіткому викладі викладачем алгоритму розпізнавання типів поверхонь значна частина студентів достатньо добре засвоює навички застосування цих алгоритмів. Особливо хороші результати дає використання різноманітних опорних конспектів, обговорення алгоритму студентами на практичному занятті. Крім того, ми вважаємо доцільним при вивченні цієї теми наводити в розширеному опорному конспекті випадки рівнянь поверхонь в канонічному виді з нестандартним розташуванням осей [7].

Так, двопорожнинним гіперболоїдом називається поверхня, яка в деякій прямокутній системі координат задається, наприклад, рівнянням: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ (див. рис. 1). Ця поверхня утворена внаслідок рівномірного стиснення двопорожнинного гіперболоїда обертання до однієї з його площин симетрії або шляхом розтягнення в протилежних напрямах.

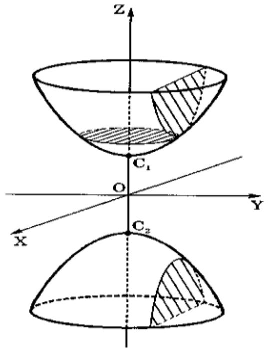

Рис. 1. Двопорожнинний гіперболоїд

Змінюючи рівняння вихідної гіперболи, що є твірною, або осі обертання, одержимо інші канонічні рівняння двопорожнинних гіперболоїдів:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1,\quad -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1,$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1,\quad -\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

$$-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

Також цікавими є візуальні висновки за канонічними рівняннями поверхонь, до яких може підвести викладач студентів. Наприклад, як відрізняються головні рівняння однопорожнинних та двопорожнинних гіперболоїдів? (Канонічні рівняння однопорожнинних гіперболоїдів містять непарну кількість мінусів, а двопорожнинних – парну).

Особливо складною для вивчення студентами є тема «Дослідження алгебраїчних рівнянь поверхонь другого порядку». Ці складнощі, як правило, є наслідком недостатнього розуміння теорії квадратичних форм та недостатнього рівня навичок оперування ними, недостатньо високого рівня аналітичних навичок для застосування квадратичних форм і особливо поганим відчуттям геометричної суті розв'язуваної задачі [8].

В задачах на складання канонічних рівнянь, в першу чергу, використовують характеристичні властивості поверхонь другого порядку, а саме, ліній, які їм належать (наприклад, для складання рівнянь лінійчатих поверхонь використовують колінеарність біжучого вектора до деякого, який може бути сталого напряму чи з певним розміщенням).

Задача 1. Скласти рівняння конічної поверхні з напрямною $\begin{cases}(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=25\\ x+y-z+2=0\end{cases}$ та відомою точкою $K\,(0,5,0)$, через яку проходять усі твірні.

Зробимо рисунок (рис. 2).

Нехай *M (X, Y, Z)* – біжуча точка шуканої конічної поверхні, *P (x, y, z)* – її проекція на напрямну конуса, тому підберемо вектор $\vec{p}\,(m,n,1)$ – вектор, якому колінеарні вектори $\overrightarrow{KM}$ і $\overrightarrow{KP}$ (це характерна властивість твірних конічної поверхні).

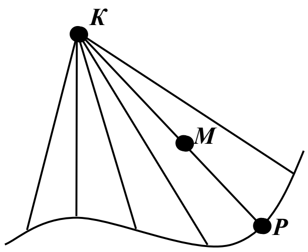

Рис. 2. Конічна поверхня (до задачі 1)

З колінеарності векторів випливає пропорційність їх координат, тому маємо наступну систему співвідношень:

$$\begin{cases}\frac{X-0}{m}=\frac{Y-5}{n}=\frac{Z-0}{1}\\ \frac{x-0}{m}=\frac{y-5}{n}=\frac{z-0}{1}\end{cases}$$

Виразимо з другого рівняння *x* і *y* через z і підставимо все в рівняння напрямної:

$$x=mz \text{ і } y=nz+5,$$

$$\begin{cases}(mz-1)^2+(nz+3)^2+(z-2)^2=25\\ mz+nz+5-z+2=0\end{cases}.$$

Виразимо з другого рівняння *z* через m і *n:* $z=-\frac{7}{m+n-1}$ і підставимо в перше рівняння:

$$\left(-\frac{7m}{m+n-1}-1\right)^2+\left(-\frac{7n}{m+n-1}+3\right)^2+\left(-\frac{7}{m+n-1}-2\right)^2=25.$$

Після спрощення маємо $52m^2-4n^2-50mn+36m+92n+10=0$.

Тепер використавши підстановку $m=\dfrac{X}{Z}$ і $n=\dfrac{Y-5}{Z}$, остаточно отримаємо рівняння конічної поверхні: $52X^2-4(Y-5)^2+(92Z-50X)(Y-5)+36XZ+10Z^2=0$.

В наступній задачі 2 в умові не вказано тип шуканої поверхні, але саме формулювання робить підказку щодо утворення прямими лініями, тому шуканою поверхнею є гіперболічний параболоїд.

Задача 2. Знайти рівняння множини точок, що лежать на всіх прямих, паралельних до площини Oxy і що перетинають дві прямі: $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ та $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=t \end{cases}$.

Відповідь. Це рівняння гіперболічного параболоїда $3XZ-2YZ+2X-Y=0$.

Висновки. Для усунення проблем при вивченні в курсі «Аналітичної геометрії» змістового модуля «Поверхні другого порядку» ми пропонуємо на практичних заняттях звернути увагу на наступне:

1) базою для розв'язування задач є знання способів утворення поверхонь другого порядку та їх властивостей;

2) робити акцент на розпізнавання поверхонь за канонічними рівняннями;

3) алгоритмувати кроки розв'язання з метою систематизації та узагальнення для складніших задач.

Плануємо видання методичних рекомендацій для практичних занять за темою дослідження, які будуть містити відповідний теоретичний матеріал, перелік завдань для аудиторної та самостійної роботи. Зокрема, буде використано досвід групової роботи на прикладі методу проектів для повторення базових понять, стимулюванні до самостійної роботи, закріпленні практичних навичок та ефективного використання математичних пакетів.

Список використаних джерел

1. Постанова Кабінету Міністрів України «Про Державну національну програму «Освіта (Україна XXI століття)» від 3 листопада 1993 року № 896 (Із змінами, внесеними згідно з Постановою КМ № 576 (576-96-п від 29.05.96). URL: http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/896-93-п (дата звернення: 17.05.2018).
2. Профіль освітньої програми. Галузь знань 01 Освіта (Педагогіка). Спеціальність 014.04 Середня освіта (Математика) URL: https://www.uzhnu.edu.ua/en/infocentre/get/15320 (дата звернення: 17.05.2018).
3. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. Москва: Просвещение, 1983. 160 с.
4. Яковець В. П., Боровик В. Н., Ваврикович Л. В. Аналітична геометрія: навчальний посібник. Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. 296 с.
5. Навчальні плани та робочі програми для дисциплін геометричного циклу / Розроблено кафедрою алгебри та геометрії (протокол № 1 від 31 серпня 2017) (рекомендовано радою фізико-математичного факультету Житомирського державного університету імені Івана Франка). Житомир, 2017. 35 с.
6. Аналітична геометрія / за заг. ред. В. П. Білоусової. Київ: Вища школа, 1973. 328 с.
7. Слєпкань З. І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. Київ: НПУ, 2000. 210с.
8. Махомета Т. М. Організаційні форми і методи вивчення ліній і поверхонь у курсі аналітичної геометрії. Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Вип. 8 (I), 2018. С. 81-85.

References

1. Postanova Kabinetu Ministriv Ukrajiny «Pro Derzhavnu nacionaljnu proghramu «Osvita (Ukrajina KhKhI stolittja)» vid 3 lystopada 1993 roku # 896 (Iz zminamy, vnesenymy zghidno z Postanovoju KM # 576 (576-96-p vid 29.05.96). URL: http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/896-93-p (data zvernennja: 17.05.2018).
2. Profilj osvitnjoji proghramy. Ghaluzj znanj 01 Osvita (Pedaghoghika). Specialjnistj 014.04 Serednja osvita (Matematyka) URL: https://www.uzhnu.edu.ua/en/infocentre/get/15320 (data zvernennja: 17.05.2018).
3. Frydman L. M. Psykhologho-pedaghoghycheskye osnovы obuchenyja matematyke v shkole. Moskva: Prosveshhenye, 1983. 160 s.
4. Jakovecj V. P., Borovyk V. N., Vavrykovych L. V. Analitychna gheometrija: navchaljnyj posibnyk. Sumy: VTD «Universytetsjka knygha», 2004. 296 s.
5. Navchaljni plany ta robochi proghramy dlja dyscyplin gheometrychnogho cyklu / Rozrobleno kafedroju alghebry ta gheometriji (protokol # 1 vid 31 serpnja 2017) (rekomendovano radoju fizyko-matematychnogho fakuljtetu Zhytomyrsjkogho derzhavnogho universytetu imeni Ivana Franka). Zhytomyr, 2017. 35 s.
6. Analitychna gheometrija / za zagh. red. V. P. Bilousovoji. Kyjiv: Vyshha shkola, 1973. 328 s.
7. Sljepkanj 3. I. Naukovi zasady pedaghoghichnogho procesu u vyshhij shkoli. Kyjiv: NPU, 2000. 210 s.
8. Makhometa T. M. Orghanizacijni formy i metody vyvchennja linij i poverkhonj u kursi analitychnoji gheometriji. Problemy metodyky fizyko-matematychnoji i tekhnologhichnoji osvity. Vyp. 8 (I), 2018. S. 81-85.

METHOD OF SOLVING THE PROBLEM ON SURFACE OF ANOTHER ORDER IN ANALYTICAL GEOMETRY COURSE

O. A. Chemeris, A. V. Prus

Zhytomyr State University named after Ivan Franko, Ukraine

Abstract. *The article outlines the peculiarities of the fundamental training of future mathematics teachers on the example of the disciplines of the geometric cycle. The study of disciplines that are part of the fundamental training of students is aimed at forming a general mathematical culture, a necessary future mathematics teacher, mastering the complex of mathematical methods and developing the skills of their application in practice, deploying theoretical foundations for applied research, providing communication with methodological training.*

Peculiarities of solving problems with analytic geometry are analyzed. The solution of the problem of any complexity is based on the use of formulas, signs, rules, axioms, theorems, properties, on the basis of which an algorithm for solving is created.

The theme "Surfaces of the second order" is briefly examined and the basic concepts are determined, according to which the content of practical classes (rotational surfaces, ellipsoids, hyperboloids, cones, cylinders, paraboloids, degenerate surfaces of the second order) is formed. The main thematic types of geometric problems in the research topic are considered. Examples of problem solving or guidance for work in disciplines are given. In the tasks for the compilation of canonical equations, first of all, we use the characteristic properties of surfaces of the second order, namely, the lines lying on them.

An important type of task is the recognition of the types of surfaces of the second order according to their canonical equations. In applications, situations are often encountered when the surface equation is given in canonical form, but different from the standard arrangement of axes. However, with a clear presentation by the teacher of the algorithm for the recognition of types of surfaces, a significant proportion of students are sufficiently well acquainted with the skills of the application of these algorithms. Particularly good results give the use of various background notes, discussion of the algorithm by students in practical classes. The importance and applied character of the study of surfaces of the second order for the course of higher mathematics and elementary geometry are emphasized.

Key words: *analytical geometry, surfaces of the second order, mathematical problems, types of tasks, inventive, line-shaped surfaces.*