

surfaces"). A model of the organization of independent work of applicants in the process of learning mathematics has been developed, which is represented by a system of interrelated components: educational and methodological support, the development and supplementation of which is carried out by the teacher based on the principles of the organization of SR; the didactic complex of providing independent work contains individualized didactic resources and computer didactic resources.

Key words: independent work of applicants, study of analytical geometry, self-control, activation of cognitive activity, model of organization of independent work, control and evaluation of independent work, result of independent work of applicants.

УДК 378.011.3-051:51]:004
DOI 10.5281/zenodo.14566899

Н. В. Кугай

ORCID ID 0000-0002-9193-1956

Глухівський національний педагогічний
університет імені Олександра Довженка,
Радіоастрономічний інститут НАН України

М. М. Калініченко

Радіоастрономічний інститут НАН України

ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ РОЗВИТКУ АНАЛІТИЧНОГО МИСЛЕННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Метою дослідження було проаналізувати можливості цілеспрямованого формування та розвитку аналітичного мислення майбутніх учителів математики за допомогою інформаційних технологій у процесі вивчення математичного аналізу. Для досягнення цієї мети було застосовано аналіз науково-методичної літератури, узагальнення, власний досвід викладання математичного аналізу та роботи з системами комп'ютерної математики, зокрема MATLAB, GEOGEBRA. З'ясовано, що для розвитку аналітичного мислення важливу роль відіграє розвиток таких умінь: використовувати різноманітні методи дослідження функцій, аналізувати задачі, доводити математичні твердження, будувати математичні моделі тощо. Виявлено тісний зв'язок між розвитком аналітичного мислення та вивченням математичного аналізу. Показано, що використання інформаційних технологій (візуалізація, динамічні системи, онлайн-платформи) сприяє розвитку аналітичного мислення. Наведено конкретні приклади застосування інформаційних технологій у процесі навчання математичного аналізу.

Розвиток аналітичного мислення є одним із пріоритетних завдань сучасної освіти, зокрема й математичної, особливо в контексті зростаючих вимог до фахівців. Вивчення математичного аналізу створює потужний фундамент для розвитку аналітичного мислення завдяки своїй логічній структурі та широкому спектру застосувань. Застосування інформаційних технологій у процесі навчання математичного аналізу сприяє глибшому розумінню матеріалу, розвитку навичок моделювання, візуалізації та аналізу даних, що в свою чергу сприяє розвитку аналітичного мислення.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо у: з'ясуванні можливостей застосування ІІІ для розвитку аналітичного мислення під час вивчення математичного аналізу; створенні методичних посібників з різних розділів математичного аналізу для розвитку аналітичного мислення засобами ІКТ.

Ключові слова: аналітичне мислення, математичний аналіз, інформаційні технології, вища освіта, майбутні вчителі математики, математична освіта, онлайн-платформи, заклад вищої освіти.

Постановка проблеми. У звіті Всесвітнього економічного форуму [1] представлено 10 ключових навичок, які будуть затребувані у найближчому майбутньому, і серед них найбільше цінуються роботодавцями сильні когнітивні навички. Найважливішими навичками у 2023 році вважаються аналітичне та креативне мислення (у переліку найважливіших навичок займають 1-е і 2-е місце відповідно), і очікується, що це залишиться таким у наступні п'ять років. Шосте місце у цьому переліку займає технологічна грамотність. Тому розвиток аналітичного мислення здобувачів освіти засобами інформаційних технологій є одним з пріоритетних завдань вищої освіти.

Математична освіта є наріжним каменем інтелектуального розвитку суспільства, і рівень підготовки учителів математики суттєво впливає на якість цієї освіти. Математичний аналіз – фундаментальна дисципліна, яка відіграє ключову роль у формуванні інтелектуальних умінь майбутніх учителів математики, зокрема аналітичного мислення.

З аналізу змісту сутності аналітичного мислення маємо, що розвиток аналітичного мислення водночас сприяє розвитку критичного мислення (оцінювання інформації, виявлення помилок і суперечностей, формулювання власної думки), креативного мислення (пошук нових ідей, нестандартних підходів, нових методів і способів вирішення проблем, зокрема й задач), проблемного мислення (визначення проблем, пошук причин і наслідків, розробка рішень), логічного мислення (побудова послідовних міркувань, доведення тверджень). Існує й обернена залежність.

Аналіз актуальних досліджень. Питання розвитку аналітичного мислення розглядалися в роботах С. Шевченко (зокрема, розгляд пізнавальних мотивів як засобу розвитку аналітичного мислення студентів), А. Даценко (розвиток аналітичного мислення студентів на заняттях із всесвітньої історії), М. Ковтанюка та Б. Семко (розвиток аналітичного мислення у процесі навчання фізики за допомогою ігрових симуляторів), Г. Ткачук (формування аналітичного мислення студентів у процесі вивчення технологій тривимірного моделювання) та інших.

Розробка теоретичних і практичних аспектів застосування ІКТ під час навчання математики як у загальноосвітній школі, так і у ЗВО знайшла своє відображення у роботах В. Бикова, Ю. Горошка, М. Жалдака, Т. Крамаренко, С. Ракова, Ю. Рамського, О. Семеніхіної, О. Співаковського, Ю. Триуса та інших.

Мета статті – показати можливість цілеспрямованого формування й розвитку аналітичного мислення здобувачів освіти під час вивчення математичного аналізу засобами інформаційних технологій.

Виклад основного матеріалу. Як зауважено вище, аналітичне мислення очолює перелік найважливіших ключових навичок, необхідних людині у сьогоденному світі. Аналітичне мислення - це комплексна здатність особистості швидко і усвідомлено здійснювати розумові операції, щоб орієнтуючись на суттєві ознаки об'єктів та явищ, правильно оперувати поняттями та, підпорядковуючись законам логіки, виводити наслідки з даних умов і прогнозувати інші рішення [8]. Одним із шляхів розвитку аналітичного мислення є систематичне заняття математикою.

Серед усіх навчальних дисциплін математичного спрямування спеціальності 014 Середня освіта (Математика) на вивчення математичного аналізу відведено найбільшу кількість кредитів, тому й у фаховій підготовці майбутнього вчителя математики ця дисципліна відіграє значну роль. Це саме стосується й розвитку аналітичного мислення здобувачів освіти.

Розвитку аналітичного мислення майбутніх учителів математики сприяє розвиток таких умінь здобувачів освіти (перелік не є вичерпним):

1. Уміння використовувати різноманітні методи дослідження функцій: оскільки предметом вивчення математичного аналізу є функція, то студенти повинні вміти досліджувати функції елементарними засобами та за допомогою апарату диференціального числення [4; 5].
2. Уміння аналізувати задачі: студенти повинні вміти розкладати складну задачу на простіші складові, вибрати відповідні методи розв'язання.

3. Уміння доводити математичні твердження: студенти повинні вміти виокремити умову і висновок твердження, вибрати метод доведення, будувати логічні міркування, робити й обґрунтовувати свої висновки з даних умов [3].
4. Уміння будувати математичні моделі: студенти повинні вміти переводити реальні ситуації на мову математики, будувати й досліджувати відповідні математичні моделі та інтерпретувати отримані результати.

Серед методичних прийомів, застосування яких сприяє розвитку аналітичного мислення, розглянемо використання інформаційних технологій. По-перше, це візуалізація абстрактних математичних об'єктів. Це можуть бути презентації, ментальні карти, графіки функцій однієї або двох змінних, тривимірні геометричні моделі. Такі моделі сприяють дослідженню геометричних об'єктів з різних ракурсів, а це в свою чергу розвиває просторове й аналітичне мислення [6]. По-друге, застосовуючи динамічні системи та комп'ютерні програми здобувачі освіти можуть створювати та експериментувати з різними математичними моделями, зокрема й з параметрами, спостерігаючи за зміною цих моделей. Це розвиває інтуїцію та допомагає зрозуміти причинно-наслідкові зв'язки. Крім того, за допомогою програм комп'ютерної математики можна досить швидко перевірити висунуті гіпотези й розв'язання завдань, провести чисельні експерименти, а це сприяє розвитку критичного мислення, а, отже, й аналітичного. По-третє, значну роль для розвитку аналітичного мислення відіграє використання під час вивчення математичного аналізу онлайн-платформ для навчання, онлайн-спільнот (форуми, чати, соціальні мережі). Тут можна організувати спільну роботу над проектами, обговорення математичних задач, а це стимулює обмін ідеями, розвиток комунікативних навичок та критичного мислення.

Розглянемо конкретні приклади.

Приклад 1. Під час вивчення застосування диференціального числення функції здобувачам освіти було запропоновано завдання: «Знайдіть інтервали монотонності і локальний екстремум функції $y = \sqrt[3]{x^2} - x$ ». Згідно зі схемою дослідження функції на монотонність (і на екстремум) студенти знаходять область визначення (всі дійсні числа), похідну функції ($y' = \frac{2 - 3\sqrt[3]{x}}{3\sqrt[3]{x}}$), складають рівняння $\frac{2 - 3\sqrt[3]{x}}{3\sqrt[3]{x}} = 0$ і отримують стаціонарну

точку $x = \frac{8}{27}$. Критичну точку $x = 0$ студенти «гублять». Зрозуміло, що результат неправильний. Викладач пропонує переглянути розв'язання завдання ще раз. На жаль (для викладача), здобувачі освіти не бачать, де вони зробили помилку. На запитання «А як можна перевірити результат вашого дослідження?» здобувачі пропонують побудувати графік цієї функції за допомогою GEOGEBRA (рис. 1) і з'ясувати інтервали монотонності й локальний екстремум за цим графіком (тут маємо інший спосіб дослідження властивостей функції).

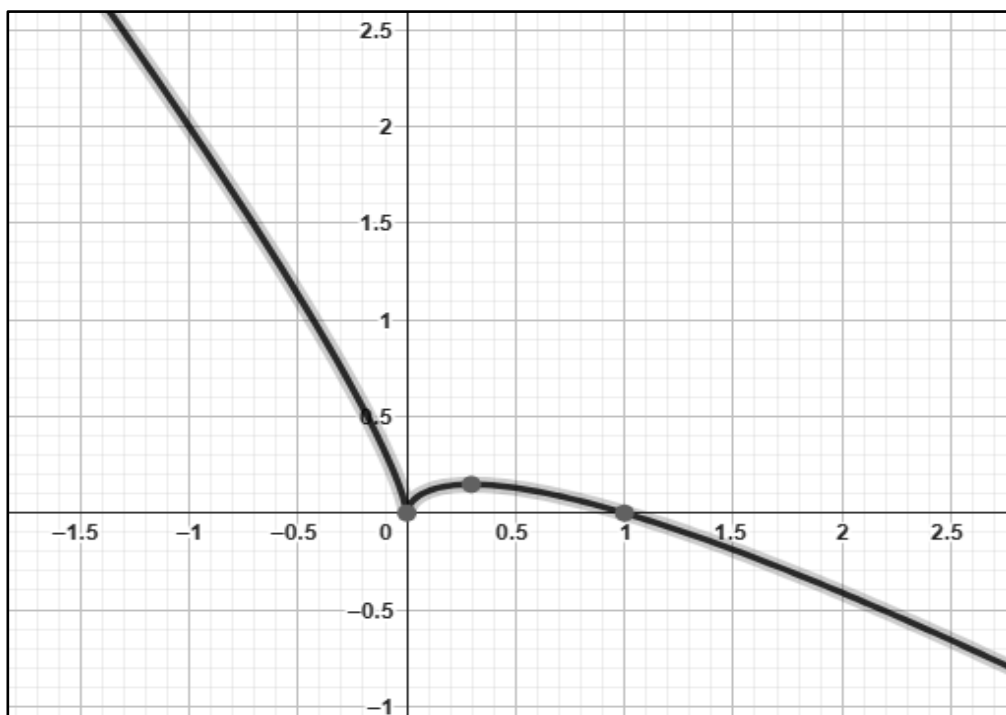


Рис. 1. Графік функції $y = \sqrt[3]{x^2} - x$

Після аналізу графіка функції здобувачі бачать, що є ще одна критична точка $x = 0$ і завершують розв'язування задачі з врахуванням цього факту.

Приклад 2. Математика, зокрема й математичний аналіз, мають характерну відмінність від багатьох інших наук – єдиним способом перевірки твердження на істинність є доведення. Під час дистанційного навчання ми пропонуємо здобувачам освіти не просто відтворити доведення тієї чи іншої теореми (під час проведення колоквиумів, іспитів), а заповнити картки спеціального виду (таблиця 1) [6].

Таблиця 1

Доведення твердження

Умова теореми:	
Висновок теореми:	
Твердження	Обґрунтування

Такі картки можуть бути трьох видів: картки, в яких дано лише одні твердження, а відповідні обґрунтування здобувач повинен записати сам; картки, в яких дані лише обґрунтування, а твердження записує здобувач; комбіновані – картки, в яких дано окремі твердження і окремі обґрунтування, тобто пусті місця знаходяться в обох колонках таблиці. Який вид картки заповнювати – вибирає студент (чим менше заповнених рядків у картці, тим вищий бал за її правильне заповнення пропонується. Такі картки розміщуються в Google Classroom, в якому знаходяться всі матеріали для вивчення математичного аналізу. Нами обрано саме Google Classroom, оскільки вивчення математики в ЗЗСО відбувається саме на цій платформі, більшість здобувачів ознайомлені з принципами роботи цієї платформи. Крім того, як майбутні вчителі математики здобувачі удосконалюють таким чином навички роботи в Google Classroom).

Приклад 3. Розвитку вміння встановлювати й розвивати причинно-наслідкові зв'язки сприяють завдання такого змісту: Побудуйте графік функції $y = f(x)$, якщо $x \in A$ і далі розглядаються різні множини A . Приклади таких завдань можна знайти в роботі [4]. Такі завдання доцільно поступово ускладнювати, збільшуючи частку самостійної роботи здобувачів освіти.

Приклад 4. Під час розв'язування задач інтегрального числення багатьох змінних здобувачі освіти повинні вміти: вибрати відповідну формулу для обчислення, побудувати область інтегрування, визначити межі інтегрування і, власне, обчислити інтеграл. Одна з найбільших труднощів для студентів – визначити межі інтегрування. Для подолання цієї проблеми доцільно візуалізувати область інтегрування – перейти від її аналітичного задання до геометричного зображення. Існує низка систем комп'ютерної математики (Maple, Mathematica, MATLAB та інші), які дозволяють ефективно проводити візуалізацію геометричних об'єктів, а також порівняно просто здійснювати чисельне інтегрування, наприклад, під час обчислення об'єму просторових фігур. Нижче наведено приклади розв'язування низки задач, які включають побудову ліній, поверхонь, просторових тіл та чисельне обчислення інтегралів в системі MATLAB. Робота в середовищі системи MATLAB дає значні переваги, причому не тільки внаслідок її потужних засобів діалогу, графіки й візуалізації, але й в силу підтримки системи MATLAB переважною більшістю сучасних комп'ютерних платформ. Слід зазначити, що завдяки своїм перевагам система MATLAB користується великою популярністю серед викладачів, студентів, інженерів, вчених, економістів.

Розглянемо конкретний приклад: «Визначте об'єм тіла, обмеженого поверхнями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $2 - z = x^2 + y^2$ ». Для візуалізації задачі пропонуємо зробити три рисунки: побудувати поверхні, побудувати тіло, об'єм якого треба знайти, побудувати проєкцію цього тіла на площину XOY (рис. 3а-в)).

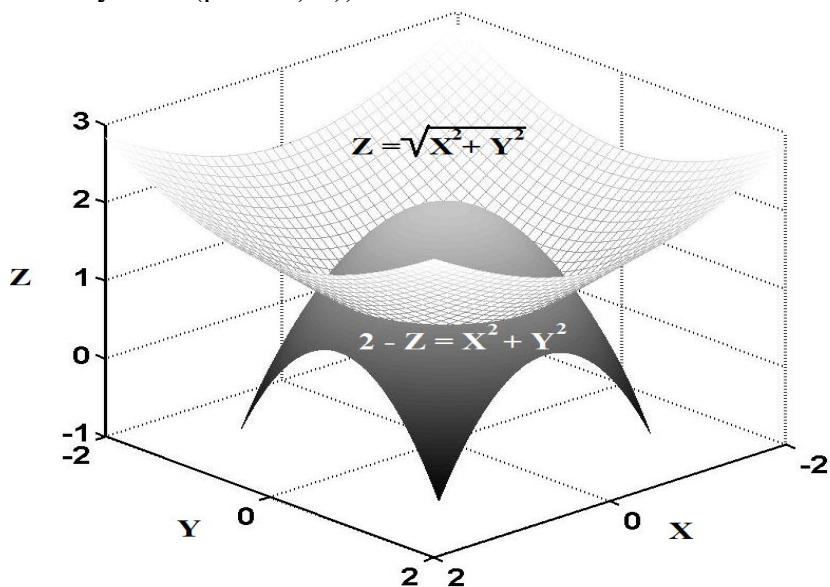


Рис. 3а). Поверхні $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $2 - z = x^2 + y^2$

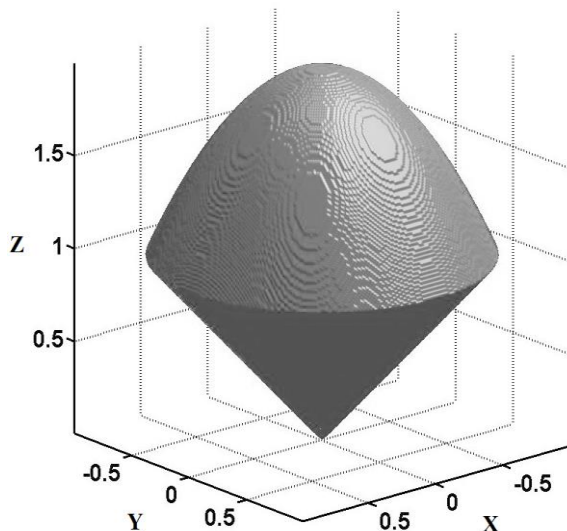


Рис. 3б). Тіло, об'єм якого треба знайти

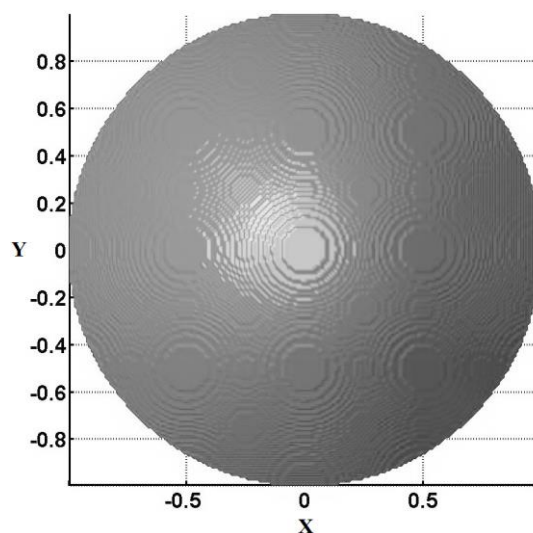


Рис. 3в) Проекція на площину XOY

Як правило, такі зображення пропонуються здобувачам освіти вже побудованими. (Причина – брак часу в теперішніх умовах війни росії проти України, постійні тривоги). Після демонстрації пропонованих рисунків, їхнього аналізу пропонуємо студентам записати формулу для обчислення об'єму тіла (нагадуємо, що їх можна вибрати серед трьох – для різних систем координат), з'ясуємо межі інтегрування для кожної змінної і обчислюємо цей інтеграл. Інші приклади можна знайти у роботі [2].

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Розвиток аналітичного мислення є одним із пріоритетних завдань сучасної освіти, зокрема й математичної, особливо в контексті зростаючих вимог до фахівців. Вивчення математичного аналізу створює потужний фундамент для розвитку аналітичного мислення завдяки своїй логічній структурі та широкому спектру застосувань. Застосування інформаційних технологій у процесі навчання математичного аналізу сприяє глибшому розумінню матеріалу, розвитку навичок моделювання, візуалізації та аналізу даних, що в свою чергу сприяє розвитку аналітичного мислення.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо у: з'ясуванні можливостей застосування ШІ для розвитку аналітичного мислення під час вивчення математичного аналізу; створенні методичних посібників з різних розділів математичного аналізу для розвитку аналітичного мислення засобами ІКТ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Future of Jobs Report 2023: Up to a Quarter of Jobs Expected to Change in Next Five Years. Retrieved from: <https://www.weforum.org/press/2023/04/future-of-jobs-report-2023-up-to-a-quarter-of-jobs-expected-to-change-in-next-five-years/>.
2. Кугай, Н. В., Калініченко, М. М., Заїка, О. В., Приходько, Д. В., Скорозвон, К. В. (2019). Використання системи комп'ютерної математики MATLAB у процесі розв'язування задач інтегрального числення. *East European Scientific Journal*, 12 (52), 71–77. (Kuhai, N.V., Kalinichenko, M.M., Zaika, O.V., Pryhodko, D.V., Skorozvon, K.V. (2019). Using Matlab Computer Mathematics System In The Process Of Solving Integral Calculus Tasks. *East European Scientific Journal*, 12 (52), 71–77).
3. Кугай, Н. В. (2007). Розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу (автореф. дис.... канд. пед. наук : 13.00.02). Київ (Kuhai, N. V. Forming the Senior Pupils' Demonstration Skills in the Process of Algebra and Beginning of Analysis Learning (PhD thesis abstract).). Kyiv).
4. Кугай, Н. В., Калініченко, М. М. (2023). Розвиток знань і вмінь майбутніх учителів математики про функцію: методологічний аспект. *International Science Journal of Education & Linguistics*, 2(3), 77–87. (Kuhai, N. V., Kalinichenko, M. M. (2023). Development of knowledge and skills of future mathematics teachers about the function: methodological aspect. *International Science Journal of Education & Linguistics*, 2(3), 77–87).
5. Кугай, Н. В., Калініченко, М. М. (2020). Підготовка майбутніх учителів математики: методологічний аспект : монографія. Харків : ФОП Панов А. М. (Kuhai, N.V., Kalinichenko, M.M. (2020). Training of future teachers of mathematics: methodological aspect : monograph. Kharkiv : FOP Panov A. M.).
6. Прокопєць, Т. О., Кугай, Н. В. (2021). Засоби формування в учнів вмінь доводити твердження геометрії. *Освіта і суспільство*, VI, 178–183 (Prokopets, T. O., Kuhai, N.V. (2021). Means for forming students 'ability to prove geometry statement. *Education and society*, VI, 178–183).
7. Ткачук, Г. В. (2023). Формування аналітичного та просторового мислення студентів у процесі вивчення технологій тривимірного моделювання. Матеріали конференції SWorld-Ger , 1, 80–83. (Tkachuk, H. V. (2023). Formation of analytical and spatial thinking of students in the process of studying three-dimensional modeling technologies. *Materials of the conference SWorld-Ger* , 1, 80–83).
8. Шевченко, С. М. (2013). Розвиток аналітичного мислення студентів вищих технічних навчальних закладів у процесі вивчення математичних дисциплін (дис. к.пед.н. : 13.00.02). Київ. (Shevchenko, S. (2013). Analytical thinking development among students of technical higher education institutions during the study of mathematical subjects (PhD thesis). Kyiv).

Kuhai N. V., Kalinichenko M. M. Using information technologies to develop analytical thinking in future mathematics teachers during the study of mathematical analysis.

The aim of this study was to analyse the possibilities for purposefully forming and developing analytical thinking in future mathematics teachers through information technologies in the process of studying mathematical analysis. To achieve this goal, scientific-methodological literature analysis, generalization, personal teaching experience in mathematical analysis, and work with computer mathematics systems, particularly MATLAB and GEOGEBRA, were applied. It was found that the development of analytical thinking is significantly supported by skills such as using various methods to investigate functions, analysing problems, proving mathematical statements, building mathematical models, and more. A strong connection was identified between the development of analytical thinking and the study of mathematical analysis. It was shown that the use of information technologies (visualization, dynamic systems, online platforms) contributes to the development of analytical thinking. Specific examples of the application of information technologies in the learning process of mathematical analysis were provided.

The development of analytical thinking is one of the priorities of modern education, including mathematics, especially in light of the increasing demands on professionals. The study of mathematical analysis creates a robust foundation for developing analytical thinking due to its logical structure and broad range of applications. The use of information technologies in the study of mathematical analysis promotes a deeper understanding of the material, the development of modelling, visualization, and data analysis skills, which, in turn, fosters analytical thinking.

Future research directions include exploring the potential of using artificial intelligence to develop analytical thinking during the study of mathematical analysis and creating methodological guides on various topics within mathematical analysis for developing analytical thinking through ICT tools.

Key words: *analytical thinking, mathematical analysis, information technology, higher education, future mathematics teachers, mathematics education, online platforms, higher education institution.*