

УДК 372.851.2 +378 +376.68
DOI 10.5281/zenodo.8032560

О. С. Чашечникова
ORCID ID 0000-0003-1101-5534
Сумський державний педагогічний
університет імені А.С.Макаренка

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ УЧНІВ З РІЗНИМИ СТИЛЯМИ МИСЛЕННЯ

На основі врахування психологічних досліджень можна виявити закономірності засвоєння різними групами учнів конкретних тем шкільного курсу математики, зокрема геометричних перетворень. Саме врахування цих особливостей надає можливість розробити відповідну ефективну систему методів, прийомів, засобів навчання. Але проведений моніторинг свідчить: результати психолого-педагогічних досліджень щодо специфіки навчання учнів на практиці майже не використовуються.

Вивчення геометрії є потужним засобом формування та розвитку творчих здібностей учнів. Шкільна математична освіта традиційно більш спрямована на розвиток логічного мислення (і це посилюється після впровадження зовнішнього незалежного оцінювання), тому переважно стимулюються лівопівкульні можливості учнів. Використання засобів візуалізації полегшує сприймання школярами просторових об'єктів, але правопівкульні можливості учнів задіяні мало, і це не сприяє розвитку просторової уяви, просторового мислення.

Геометричні перетворення – важливий розділ курсу геометрії, на вивчення якого через низку об'єктивних причин звертають необгрунтовано мало уваги. Ідея геометричних перетворень є однією з основних у математиці та у різних галузях її застосування. Вона тісно пов'язана з поняттям «функція» (кожній точці однієї фігури ставиться у відповідність за певним законом одна і тільки одна точка іншої фігури). Одне із завдань вивчення рухів у курсі геометрії – формування в учнів поняття про рівність геометричних фігур (раніше використовувався термін «конгруентність»), вироблення навичок виконувати побудови за допомогою циркуля та лінійки. Обмеження лише побудовами за допомогою відповідних програмних засобів обмежує розвиток самостійного геометричного мислення учнів. Дотримання паритету надає можливість збалансувати спрямованість роботи як з «лівопівкульними», так і з «правопівкульними» учнями.

Ключові слова: навчання геометрії, геометричні перетворення, міжпівкульна асиметрія, стилі мислення, вивчення геометрії, освітній процес з математики.

Постановка проблеми. Гасло особистісно орієнтованого навчання передбачає необхідність диференціації навчання математики, можливості побудови індивідуальних освітніх траєкторій учнів, що має спиратися на врахування індивідуальних особливостей учнів, їх схильностей та здібностей. Зокрема, для того, щоб процес формування інтелектуальних здібностей та творчого мислення був ефективним, необхідно мати уявлення про залежність природи психологічних механізмів мислення від домінування різних півкуль мозку. На основі врахування психологічних досліджень можна виявити закономірності засвоєння різними групами учнів конкретних тем шкільного курсу математики, зокрема геометричних перетворень. Саме врахування цих особливостей надає можливість розробити відповідну ефективну систему методів, прийомів, засобів навчання. Але проведений моніторинг свідчить: результати психолого-педагогічних досліджень щодо специфіки навчання учнів на практиці майже не використовуються.

Вивчення геометрії є потужним засобом формування та розвитку творчих здібностей учнів. Шкільна математична освіта традиційно більш спрямована на розвиток логічного мислення (і це посилюється після впровадження зовнішнього незалежного оцінювання), тому

переважно стимулюються лівопівкульні можливості учнів. Використання засобів візуалізації полегшує сприймання школярами просторових об'єктів, але правопівкульні можливості учнів задіяні мало, і це не сприяє розвитку просторової уяви, просторового мислення.

Нами з 1993 року як у теоретичних дослідженнях [2; 5; 6], так і у практиці навчання використовуються сучасні дослідження з нейрофізіології, відповідно яким у навчальному процесі необхідно виділяти мотиваційний, операційний та результативний етапи; створюються та впроваджуються у навчальний процес методики, які спрямовані на врахування специфіки навчання як правопівкульних, так і лівопівкульних школярів; досліджуються стилі міркувань учнів, специфіка розробки методів і прийомів навчання, що враховують індивідуальні психофізіологічні особливості школярів (зокрема те, що учні з різною міжпівкульною асиметрією роблять помилки різного походження); розглядаються гендерні відмінності у стратегіях розумових процесів. Але необхідним є створення методичних підходів, які б враховували специфіку сучасних умов навчання математики.

Тому метою статті є обґрунтування методичних підходів до навчання учнів геометричних перетворень у сучасних умовах.

Аналіз актуальних досліджень. З'являється все більше нових досліджень, присвячених проблемі формування та розвитку просторової уяви, геометричного мислення учнів. Але їх основу заклали роботи Лурія А. Р. (2003), Ротенберга В. С., Бондаренко С. М. (1989), Сиротюка А. Л. (щодо навчання із врахуванням психофізіології, 2001), Спрингера С., Дейча Г. (врахування специфіки «правопівкульності» та «лівопівкульності», 1983) та інші.

Нами проводились дослідження протягом декілька років, зокрема у процесі підготовки робіт магістрантів щодо вивчення геометричних перетворень із врахуванням нейрофізіологічних особливостей різних груп учнів (Кравченко Л. К., наук. керівник Чашечникова Л. Г., 2009-2010 рр [3]; Плющик Т. О., наук. керівник Чашечникова О. С., 2013-2014 рр). Але необхідною є адаптація розроблених методичних підходів до сучасних умов, зокрема, до специфіки дистанційного навчання.

Виклад основного матеріалу. Геометричні перетворення – важливий розділ курсу геометрії, на вивчення якого через низку об'єктивних причин звертають необґрунтовано мало уваги. Ідея геометричних перетворень є однією з основних у математиці та у різних галузях її застосування. Вона тісно пов'язана з поняттям «функція» (кожній точці однієї фігури ставиться у відповідність за певним законом одна і тільки одна точка іншої фігури). У шкільному курсі геометрії вивчають рух та перспективно-подібне перетворення (гомотетія).

Поняття перетворення у курсі геометрії середньої школи доцільно вводити на наочному, інтуїтивному рівні. Важливо, щоб учні усвідомили: при перетворенні подібності відстані між точками відповідних фігур (образа та прообраза) знаходяться у залежності $X'Y' = k \cdot XY$, а рух є подібним перетворення з $k = 1$. Щоб проілюструвати школярам специфіку центральної та осової симетрії, поворота та паралельного перенесення, необхідно використовувати не лише комп'ютерні технології, але й рухомі планіметричні моделі (ці моделі може виготовити як вчитель, так і самі учні).

Узагальнити властивості можна у вигляді таблиці 1 (заповнюється або паралельно з вивченням відповідного перетворення, або на уроці узагальнення та систематизації).

Важливо і корисно використовувати відповідну символіку:

S_l – осова симетрія відносно вісі l ;

Z_O (або S_O) – центральна симетрія відносно центру O ;

$R_O^{\alpha^\circ}$ – поворот навколо точки O на кут α° проти годинникової стрілки;

$R_O^{-\alpha^\circ}$ – поворот навколо точки O на кут α° за годинниковою стрілкою;

$T_{\overline{AB}}$ – паралельне перенесення на вектор $\overline{AB}$;

H_O^k – гомотетія з центром O і коефіцієнтом k .

Таблиця 1

Узагальнення відомостей про геометричні перетворення,
які вивчаються у курсі планіметрії

	Властивості			
Перетворення	Центральна симетрія (Z_O)	Осьова симетрія (S_l)	Поворот ($R_O^{\alpha^\circ}$)	Паралельне перенесення ($T_{\overline{AB}}$)
Нерухомі елементи	Центр симетрії	Вісь симетрії та точки, які належать вісі симетрії; прямі, що перпендикулярні вісі симетрії	Центр повороту	Немає
Точка	У точку			
Пряма	У пряму, що паралельна даній	У пряму	У пряму	У пряму, що паралельна даній
Кут	У кут, що рівний йому			
Трикутник	У трикутник, що рівний йому			
Коло	У коло, що рівне йому			
Фігура	У фігуру, що рівна їй			
Символіка	$Z_O(F) = F_1$, або $S_O(F) = F_1$ $F \xrightarrow{Z_O} F_1$	$S_l(F) = F_1$, $F \xrightarrow{S_l} F_1$	$R_O^\alpha(F) = F_1$, $F \xrightarrow{R_O^\alpha} F_1$	$T_{\overline{AB}}(F) = F_1$, $F \xrightarrow{T_{\overline{AB}}} F_1$

Вчимо учнів правильно читати «мову символів», формуємо культуру математичної мови. Наприклад, $S_l(F) = F_1$ – фігура F переводиться (відображається) відносно вісі симетрії у фігуру F_1 . Фігура F_1 – образ фігури F при симетрії S_l , тоді F – прообраз F_1 . Послідовне виконання декількох перетворень називають композицією цих перетворень. Наприклад, якщо використовується симетрія з віссю l , а потім поворот навколо точки O на 30° , то можна говорити про композицію осьової симетрії S_l і повороту $R_O^{30^\circ}$. Записують: $R_O^{30^\circ} \circ S_l$. Необхідно звернути увагу учнів на порядок запису: першим виконується перетворення, яке записане останнім, тобто запис необхідно читати з права наліво. Запис $Z_O \circ T_{\overline{AB}}(A) = B$ означає, що точка A переводиться в точку B композицією паралельного переносу на вектор $\overline{AB}$ і центральною симетрією з центром в точці A .

Використання символіки допомагає зекономити час у процесі розв'язування задачі, її оформлення, допомагає школярам усвідомити алгоритм її розв'язування задачі. Кожний запис символами необхідно «проговорювати», пояснювати. Це сприяє розвитку у школярів здатності трансформувати інформацію, формуванню культури математичної мови.

У геометрії рух відіграє важливу роль: змінюється розташування фігури на площині, але не змінюються форма та розміри. При чому побудова фігур, у які перейдуть задані фігури при вказаних рухах, зводиться до побудови визначальних точок (поняття «*визначальні точки*» було введено Чашечниковим С. М. [1]). Визначальні точки потрактовані ним як такі точки фігури, які однозначно її задають. Оскільки при розв'язуванні задач на побудову визначальні точки шуканої фігури можуть бути одержані як точки перетину двох прямих, двох кіл, прямої та кола, то пошук умов існування розв'язків задачі зводиться, як правило, до пошуку умов перетину двох прямих, двох кіл, прямої та кола.

Одне із завдань вивчення рухів у курсі геометрії – формування в учнів поняття про рівність геометричних фігур (раніше використовувався термін «конгруентність»), вироблення навичок виконувати побудови за допомогою циркуля та лінійки. Обмеження

лише побудовами за допомогою відповідних програмних засобів обмежує розвиток самостійного геометричного мислення учнів.

Традиційно зустрічаємо різні означення симетричних точок. Використовуються конструктивні означення, зокрема у контексті центральної симетрії: нехай O — фіксована точка, X — довільна точка площини. Відкладемо на продовженні відрізка OX за точку O відрізок OX' , що дорівнює OX . Точка X' називається симетричною точці X відносно точки O . Таке означення водночас визначає спосіб побудови точки X' . Зустрічаються й інші означення симетричних відносно даної точки (центра симетрії) точок: дві точки X і X' називаються симетричними відносно точки O , якщо O є серединою відрізка XX' .

Формальне введення понять приводить до нерозуміння їх суті, тому перед формулюванням означення будь-якого руху, доцільно за допомогою наочних засобів навчання проілюструвати не лише його кінцевий результат, але й динаміку, основні властивості.

Наприклад для ілюстрації властивостей центральної симетрії використаємо наочний посібник, який складається з двох «півплощин» (рухома «півплощина» — із прозорого матеріалу, нерухома — з непрозорого матеріалу). Нами було розглянуті схожі моделі.

Наприклад, модель (рис. 1) призначена для розв'язування задач такого змісту:

1. Як знайти точку, в яку перейде фіксована точка при заданій осьовій симетрії з віссю симетрії l ?

2. Чи будуть симетричні точки M і P відносно прямої l ?

Учні мають в ході міркувань зробити висновок: щоб точки M і P були симетричні відносно прямої l , необхідно щоб виконувались дві умови:

- 1) $MP \perp l$;
- 2) $MO = OP$, де O — точка перетину MP і l .

За допомогою такої моделі разом з учнями можна сформулювати важливі властивості осьової симетрії (активізація пізнавальної активності учнів):

- 1) точки вісі симетрії переходять в точки вісі симетрії;
- 2) прямі, перпендикулярні вісі симетрії, переходять самі в себе;
- 3) зберігається відношення паралельності;
- 4) зберігається відстань між точками;
- 5) фігура переходить у рівну їй фігуру.

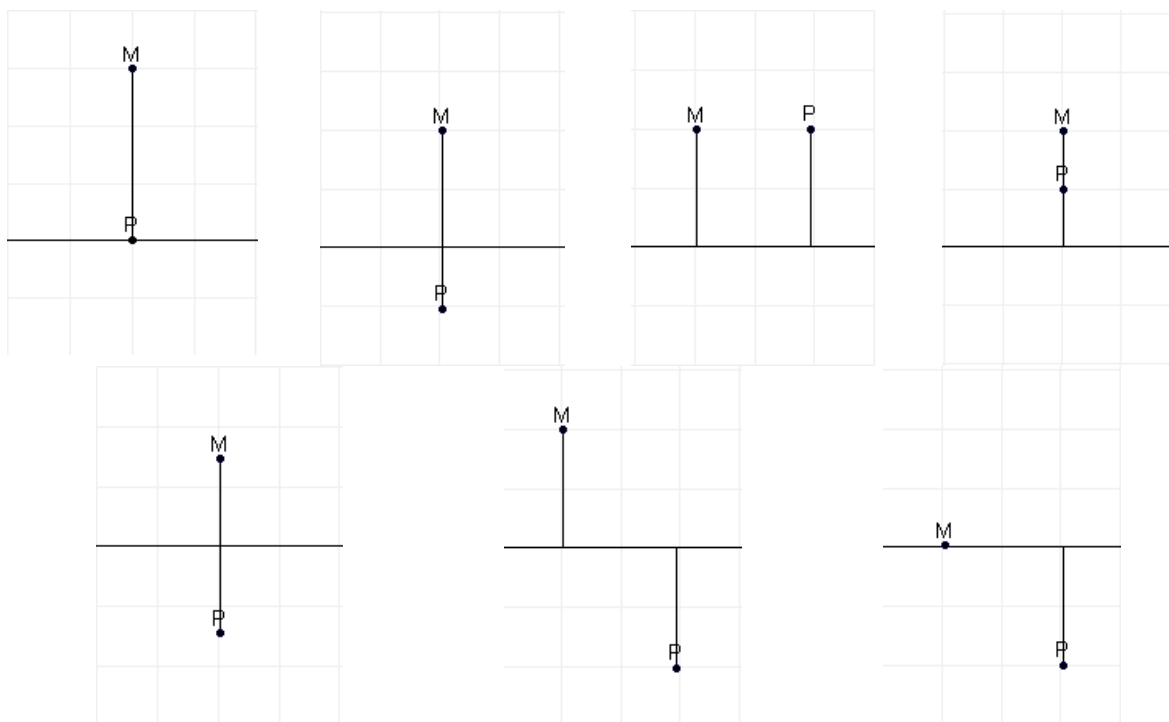


Рис. 1. Задачі, що розв'язуються за допомогою моделі (візуалізація)

Ця модель допоможе учням відповісти на запитання: «Як можна однозначно задати осьову симетрію?» (задає вісь симетрії або пара відповідних точок – образа та прообраза). Зазначимо: використання лише комп'ютерних програм для візуалізації гальмує розвиток просторової уяви, специфічного «геометричного бачення».

Розуміння школярами сутності означень фігур, симетричних відносно даної точки, і центрально-симетричної фігури не спричиняють труднощів, якщо проілюструвати такі фігури різними прикладами. При цьому потрібно навести приклади не тільки центрально-симетричних геометричних фігур (пряма, відрізок, коло, паралелограм), а й різноманітних орнаментів, що враховує різні пізнавальні потреби учнів, урізноманітнює процес навчання.

Деякі учні плутають поняття «фігура, симетрична даній відносно точки / прямої») та «центрально-симетрична фігура» / фігура, що симетрична відносно прямої. Отже, потрібно наголосити, що в першому випадку йдеться про дві фігури, а в другому – про одну, яка в результаті перетворення симетрії переходить сама в себе.

Важливо зауважити достатні умови, за яких задається центральна і осьова симетрії. Щоб задати центральну (осьову) симетрію, досить указати: центр (вісь) симетрії або дві відповідні точки (прообраз та образ). У другому випадку легко побудувати центр або вісь симетрії, і такі завдання необхідні.

При вивченні геометричних перетворень найбільше ускладнень – навчання учнів виконувати перетворення подібності. Щоб відповідний навчальний матеріал уроку був зрозумілий кожній групі учнів з різною функціональною асиметрією мозку, доцільно виділити такі етапи.

Завдання (використовувалось нами у [4], запропоновано Чашечніковою Л.Г. (1976)). Дана пряма l і коло з центром в точці O та радіусом R . На прямій і колі $(O;R)$ знайти точки, що симетричні відносно прямої a .

На допомогу пропонується наочний засіб (рис. 2). Для «правопівкульних» учнів нерухома напівплощина має бути білого кольору, а креслення на ній чорного. Для «лівопівкульних» учнів навпаки.

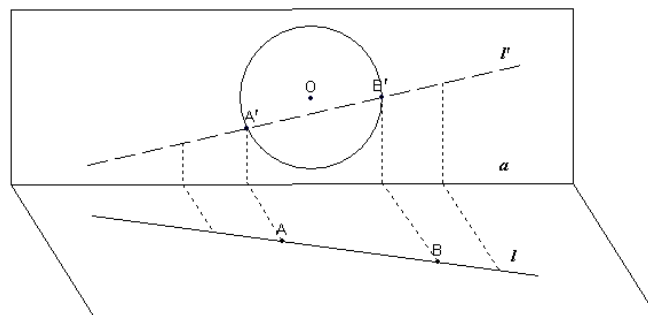


Рис. 2.

На другому етапі змодельємо розв'язування цієї задачі на дошці та у зошиті з відповідними записами (рис. 3):

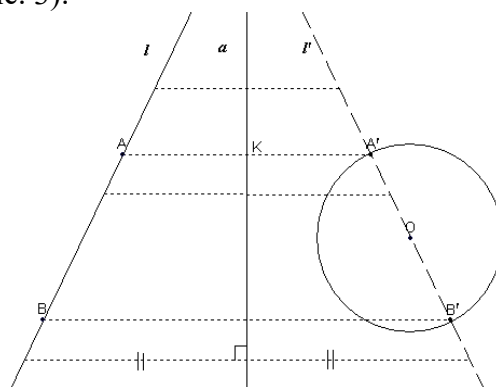


Рис. 3.

- 1) $S_a(l) = l'$;
- 2) $l' \cap \text{коло}(O; R) = A'$, $l' \cap \text{коло}(O; R) = B'$;
- 3) $S_a(A') = A$, $A \in l$;
- 4) $S_a(B') = B$, $B \in l$.

$$AA' \perp l, AK = KA', A \in l, A' \in l'.$$

Розв'язування задач такого типу виконується легше «лівопівкульними» учнями. На третьому етапі можна запропонувати учням розв'язання цієї задачі з використанням пакету DG (рис. 4).

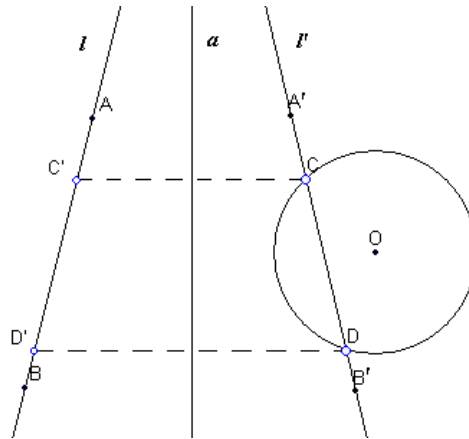


Рис. 4.

Дотримання послідовності етапів надає можливість збалансувати спрямованість роботи як з «лівопівкульними», так і з «правопівкульними» учнями. Отже, вивчення геометричних перетворень учнями обох груп стає більш ефективним.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Дослідження механізмів мислення, відкриття міжпівкульної асиметрії мозку пояснюють необхідність використання різноманітного методичного інструментарію у процесі навчання математики. Спрямованість на розвиток логічного мислення (зокрема й у підручниках), по суті, є спрямованість на стимулювання «лівопівкульних можливостей» учнів. «Правопівкульні можливості» розвиваються недостатньо, тому й гальмується розвиток просторового мислення школярів.

Учні з високим рівнем розвитку інтелекту легко встановлюють взаємозв'язки між уявленнями і поняттями, тому і візуальні образи набувають абстрактного характеру, у них розвивається здатність до оперативного переходу від моделі до оригіналу, від прообразу до образу та навпаки. Для них використання символіки є органічним. Для інших учнів більш ефективним методом вивчення геометричних перетворень є конкретно-індуктивний з опорою на наочність і життєвий досвід, для них необхідна ретельно розроблена система наочних засобів навчання, інструкції щодо її самостійного виготовлення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Тесленко, И. Ф., Чашечников, С. М., Чашечникова, Л. И. (1986). Методика преподавания планиметрии. Київ : Радянська школа. (Teslenko, I. F., Chashechnikov, S. M., Chashechnikova, L. I. (1986). Methods of training for plans. Kyiv : Radianska shkola).
2. Чашечникова, О. (2008). Вплив індивідуальних особливостей учнів на засвоєння навчального матеріалу з математики. Математика, 19, 1–6. (Chashechnikova, O. (2008). Influence of individual characteristics of students on the assimilation of educational material in mathematics. Math, 19, 1–6).
3. Чашечникова, Л. Г., Кравченко, Л. К. (2009). Особливості вивчення геометричних перетворень різними групами учнів. Розвиток інтелектуальних вмінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики: матеріали Всеукраїнської науково-

- методичної конференції (Суми, 3–4 грудня 2009 р.). Суми: СумДПУ імені А.С. Макаренка, сс. 106–107. (Chashechnikova, L. G., Kravchenko, L. K. (2009). Peculiarities of studying geometric transformations by different groups of students. Development of intellectual skills and creative abilities of pupils and students in the process of teaching mathematics: materials of the All-Ukrainian scientific and methodological conference (Sumy, Dec. 3–4, 2009). Sumy: SumDPU named after A.S. Makarenko, pp. 106–107).
4. Чашечникова, Л. Г., Петренко, С. В., Чашечникова, О. С. (1999). Геометричні побудови на площині. Суми: Ярославна. (Chashechnikova, L. G., Petrenko, S. V., Chashechnikova, O. S. (1999). Geometric constructions on the plane. Sumy: Yaroslavna).
 5. Чашечникова, О. С. (2011). Вплив особливостей оперування навчальним матеріалом на розвиток творчого мислення учнів. Математика в школі, 3, 38–45. (Chashechnikova, O. S. (2011). Influence of features of operation by educational material on the development of students' creative thinking. Mathematics at school, 3, 38–45).
 6. Чашечникова, О. С. (2007). Індивідуальні особливості опрацювання навчального матеріалу з математики учнями. Педагогічні науки, 3, 190–200. (Chashechnikova, O. S. (2007). Individual features of studying educational material in mathematics by students. Pedagogical sciences, 3, 190–200).

Chashechnikova O. Methodical features of teaching geometric transformations of students with different styles of thinking.

Summary. *On the basis of taking into account psychological research, it is possible to identify patterns of assimilation by different groups of students of specific topics of school mathematics course, in particular geometric transformations. It is that these features that make it possible to develop an appropriate effective system of methods, techniques, learning. But monitoring shows that the results of psychological and pedagogical studies on the specifics of students' teaching in practice are hardly used. The study of geometry is a powerful means of forming and developing students' creative abilities. School mathematical education is traditionally more aimed at the development of logical thinking (and this has increased after the introduction of external independent evaluation), so the left -hunger capabilities of students are predominantly stimulated. The use of visualization facilities facilitates the perception of spatial objects by students, but the right -wing opportunities of students are not involved, and this does not contribute to the development of spatial imagination, spatial thinking. Geometric transformations are an important section of the geometry course, which, due to a number of objective reasons, pay little attention to a number of objective reasons. The idea of geometric transformations is one of the main ones in mathematics and in various areas of its use. It is closely linked to the concept of "function" (each point of one figure is in line with a certain law one and only one point of another figure). One of the tasks of studying movements in the course of geometry is to form the concept of equality of geometric shapes in students (previously used the term "congruence"), the development of skills to perform construction with a compass and a ruler. Restriction only by constructions with the help of appropriate software limits the development of independent geometric thinking of students. Parity compliance gives the opportunity to balance the orientation of work with both "left" and "right" students.*

Key words: *study of geometry, geometric transformations, inter -pistol asymmetry, thinking styles, studying geometry, educational process in mathematics.*