

КРИТИЧНЕ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МИСЛЕННЯ В СТРУКТУРІ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Ярослав ЧКАНА ✉

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна
chkana_76@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0003-3667-3584>

Олена МАРТИНЕНКО

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна
elenamartova21@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8287-0573>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Вплив глобалізації на складність соціальних структур посилює значення розвитку критичного мислення у професійній підготовці майбутніх учителів математики. Ключовим елементом їх математичної компетентності є математичне мислення, яке включає не тільки знання та вміння, але й здатність до аналізу та вирішення складних проблем. Незважаючи на відсутність єдиної дефініції, сучасна наукова та педагогічна спільнота визнає його існування та важливість. Різні підходи до визначення поняття математичного мислення виявляють його специфічні характеристики, пов'язані з абстрактними об'єктами вивчення.

Критичне мислення, як невід'ємна складова математичної компетентності, сприяє цілеспрямованій розумовій діяльності, допомагає окреслювати проблеми, аналізувати інформацію та знаходити оптимальні рішення. Для формування ефективних освітніх підходів при навчанні майбутніх учителів математики актуальним є виявлення та обґрунтування взаємодоповнюваності критичного та математичного мислення при розв'язуванні математичних задач.

Матеріали і методи. У дослідженні використано такі теоретичні методи як системний аналіз дослідницьких праць вітчизняних і зарубіжних науковців, систематизація та узагальнення практичного досвіду.

Результати. У статті авторами наведена характеристика критичного та математичного мислення в структурі мисленнєвої діяльності при формуванні математичної компетентності майбутніх учителів математики. Виявлені основні відмінності цих типів мислення: абстракція та формалізованість математичного та системність і контекстуальність критичного. Описана специфіка різних аспектів математичного та критичного мислення, сформульована низка питань, які чіткіше розкривають їх унікальні характеристики при розв'язуванні математичних задач.

Висновки. Критичне та математичне мислення взаємно підтримують і підсилюють один одного, їх комплементарність створює синергетичний ефект, який забезпечує більш повне й ефективне розв'язування математичних задач. Урахування цих факторів при вдосконаленні наявних та розробці нових навчальних технологій сприятиме розвитку математичної компетентності майбутніх учителів математики.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: математична компетентність; критичного мислення; математичне мислення; математичні задачі; майбутні учителі математики.

Для цитування:	Чкана Я., Мартиненко О. Критичне та математичне мислення в структурі математичної компетентності майбутніх учителів математики. <i>Фізико-математична освіта</i> , 2024. Том 39. № 5. С. 41-45. DOI: 10.31110/fmo2024.v39i5-06
	Чкана, Я., & Мартиненко, О. (2024). Критичне та математичне мислення в структурі математичної компетентності майбутніх учителів математики. <i>Фізико-математична освіта</i> , 39(5), 41-45. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i5-06
For citation:	Chkana, Ya., & Martynenko, O. (2024). Critical and mathematical thinking in the structure of mathematical competence of future mathematics teachers. <i>Physical and Mathematical Education</i> , 39(5), 41-45. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i5-06
	Chkana, Ya., & Martynenko, O. (2024). Krytychne ta matematychne myslennia v strukturi matematychnoi kompetentnosti maibutnih uchyteliv matematyky [Critical and mathematical thinking in the structure of mathematical competence of future mathematics teachers]. <i>Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education</i> , 39(5), 41-45. https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i5-06

CRITICAL AND MATHEMATICAL THINKING IN THE STRUCTURE OF MATHEMATICAL COMPETENCE OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Yaroslav CHKANA ✉

Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko, Ukraine
chkana_76@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0003-3667-3584>

Olena MARTYENKO

Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko, Ukraine
elenamartova21@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8287-0573>

ABSTRACT

Formulation of the problem. The impact of globalization on the complexity of social structures underscores the importance of developing critical thinking in the professional training of future mathematics teachers. A key component of their mathematical competence is mathematical thinking, which encompasses not only knowledge and skills but also the ability to analyze and solve complex problems. Despite the lack of a single definition, the contemporary scientific and pedagogical community acknowledges the existence and significance of mathematical thinking. Various approaches to defining mathematical thinking reveal its specific characteristics, particularly its association with abstract objects of study.

Critical thinking, as an integral part of mathematical competence, facilitates purposeful intellectual activity, helping to delineate problems, analyze information, and find optimal solutions. Identifying and substantiating the complementarity of critical and mathematical thinking in solving mathematical problems is crucial for developing effective educational approaches in training future mathematics teachers.

Materials and Methods. The study employs theoretical methods such as systematic analysis of research by domestic and foreign scholars, as well as systematization and generalization of practical experience.

Results. The authors provide a characterization of critical and mathematical thinking within the cognitive activity structure during the formation of mathematical competence in future mathematics teachers. The main differences between these types of thinking are identified: abstraction and formalization in mathematical thinking, and systematic and contextual approaches in critical thinking. The study describes the specifics of various aspects of mathematical and critical thinking in solving mathematical problems and formulates a series of questions that further elucidate the unique characteristics of both types of thinking.

Conclusions. Critical and mathematical thinking mutually support and enhance each other, with their complementarity creating a synergistic effect that ensures more comprehensive and effective problem-solving in mathematics. Considering these factors in the refinement of existing and the development of new educational technologies will promote the growth of mathematical competence among future mathematics teachers..

KEYWORDS: *mathematical competence; critical thinking; mathematical thinking; mathematical problems; future mathematics teachers.*

ВСТУП

Постановка проблеми. Вплив глобалізації на розвиток сучасного суспільства у різних аспектах — інформаційному, технічному, соціальному, політичному — спричиняє укрупнення та ускладнення соціальних структур, що приводить до необхідності розуміння різних абстракцій і володіння критичним мисленням. У зв'язку з цим, одним із стратегічних завдань вищої педагогічної освіти є підготовка професійно компетентних учителів математики, здатних уникати стереотипів і знаходити нестандартні рішення в особистісній взаємодії та професійній діяльності. Це вимагає наявності у них високого рівня математичної компетентності, яка об'єднує в собі математичні знання, вміння їх застосовувати для розв'язання практичних і теоретичних проблем.

Аналіз актуальних досліджень. Ключовим елементом у структурі математичної компетентності майбутніх учителів математики, що є істотним аспектом когнітивного процесу пізнання та забезпечує їхню успішну практику в освітньому процесі, виступає математичне мислення. Дослідження багатьох вітчизняних і зарубіжних психологів і педагогів підтверджують, що воно є визначальним для досягнення ефективних навчальних результатів, систематизації знань, умінь і навичок. У психолого-педагогічній та методичній літературі відсутня єдина точка зору щодо визначення математичного мислення. При аналізі цього поняття виникають складні питання про його відношення до загальних положень та конкретних видів мислення. Деякі дослідники, зокрема, Л.С. Трегуб, Г. Фрейдепаль, взагалі відкидають ідею існування математичного мислення як такого, заявляючи, що його специфіка обумовлена виключно характером математичного матеріалу. На думку З.І. Слєпкань (2000) є необґрунтованим введення поняття математичного мислення з виділенням його особливостей та компонентів, а також ототожнення з логічним мисленням. Інші заперечують це, стверджуючи, що математичне мислення має свої особливості, воно пов'язане не з окремими методами, а швидше з об'єктами дослідження. Також слід зазначити, що дослідники, які відносяться до підходу Ж. Піаже, розглядають математичне мислення як складову логіко-математичного мислення, що ґрунтується на "абстракціях дії". Вони вважають, що формування математичного мислення відбувається на основі розвитку у дітей розумових дій, які відображають основні математичні структури.

Проте, сучасна світова наукова та педагогічна спільноти (АРЕС, 2006; Stacey, 2005). Науковці (Henderson et al., 2002; Mason et al., 2010; Blitzer, 2003) визнають існування поняття математичного мислення та активно досліджують різні його аспекти, зокрема, процеси формування математичного мислення у дітей і дорослих, вплив різних факторів на його

розвиток. При цьому розробляються відповідні підходи та методики навчання математики для забезпечення ефективного розвитку математичних навичок та вмінь особистості.

Дослідження даного питання дозволяє підсумувати, що не зважаючи на відсутність строгої дефініції поняття математичного мислення, воно вирізняється своїми характеристиками та особливостями, обумовленими специфікою об'єктів вивчення: вони не мають жодних матеріальних властивостей, а визначаються лише відношеннями між ними (кількісними, просторовими тощо). Математик А. Пуанкаре зазначав, що математика вивчає не предмети, а лише відношення між предметами; отже, для неї зовсім неважливо, чи будуть дані предмети замінені якими-небудь іншими, лише б не змінилися при цьому відношення між ними.

У цілому, процесу математичного мислення притаманні загальні якості наукового мислення (гнучкість, оригінальність, глибина, цілеспрямованість, раціональність, критичність, активність, ясність, точність, лаконічність мовлення та запису тощо).

У статті Я. Чкани та О. Мартиненко (2023) обґрунтовано, що критичне мислення є важливою складовою математичної компетентності майбутніх учителів математики. На основі порівняльного аналізу різних трактувань поняття критичного мислення в психології та педагогіці його інтерпретовано як окремий тип мислення, який визначає цілеспрямовану продуктивну розумову діяльність, що характеризується здатністю людини окреслювати проблему, самостійно знаходити й аналізувати необхідну інформацію, обґрунтовувати свої думки, прагнути до пошуку оптимальних рішень, бути відкритим до сприймання інших поглядів.

У контексті формування математичної компетентності майбутніх учителів математики постає питання взаємозв'язку та взаємозалежності математичного та критичного мислення, виявлення їх спільних якостей і відмінностей.

Метою статті є виявлення та обґрунтування взаємодоповнюваності критичного та математичного мислення у структурі математичної компетентності майбутніх учителів математики, що забезпечує глибший аналіз та ефективніше розв'язання математичних задач.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення мети дослідження були використані такі теоретичні методи як логіко-системний, порівняльний аналіз дослідницьких праць вітчизняних і зарубіжних науковців, узагальнення та систематизація науково-теоретичних і практичних даних, власного практичного досвіду.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Математичне та критичне мислення базуються на логіці й обґрунтуваннях, вимагають чіткого і систематичного аналізу для досягнення висновку або розв'язання проблеми. Крім того, вони включають в себе здатність до аналізу та розуміння складних інформаційних структур, що передбачає розбиття проблеми на частини, визначення взаємозв'язків і виявлення ключових факторів (рис. 1).

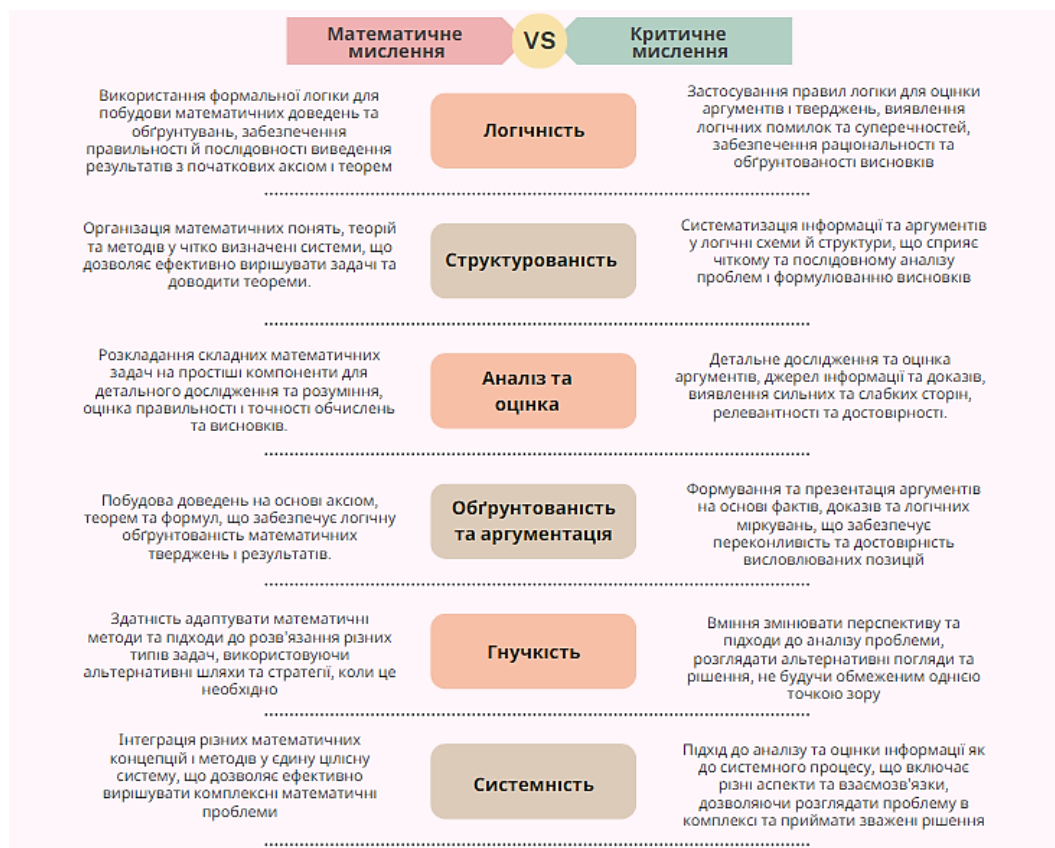


Рис. 1. Характеристика критичного та математичного мислення в структурі мисленнєвої діяльності

Джерело: авторська розробка

Основні відмінності між математичним і критичним мисленням можна узагальнити в таблиці 1.

Таблиця 1. Основні відмінності між математичним і критичним мисленням

Математичне мислення		Критичне мислення	
Формалізованість	- оперує строго визначеними правилами, властивими математичним концепціям і методам; - вимагає точності і стандартизації у вирішенні проблем	Контекстуальність	- враховує контекст і специфіку ситуації, в якій воно використовується; - враховує соціальні, етичні і культурні аспекти прийняття рішень
Абстракція	- працює з абстрактними концепціями і моделями, що припускає розв'язання проблем без прямого застосування до реального світу	Системність	- включає в себе здатність до аналізу більш широких суспільних інтересів і взаємозв'язків, а не обмежуватися конкретними математичними концепціями

Джерело: авторська розробка.

Чіткіше розкрити унікальні характеристики математичного та критичного мислення, виявити сферу застосування кожного з них та встановити їх взаємозв'язок допомагає формулювання «правильних» питань при розв'язанні математичних задач.

Математичне мислення зосереджене на структурованому та логічному підході до вирішення задач, тому відповідні питання можуть бути такими:

– **Як структурувати проблему для її розв'язання?** (зосереджує увагу на необхідності розбиття задачі на частини та побудові моделі, яка відображає основні елементи задачі);

– **Які математичні інструменти та методи можна застосувати для розв'язання задачі?** (допомагає вибрати відповідні методи та підходи для аналізу та розв'язання конкретної задачі);

– **Як перевірити правильність розв'язання задачі?** (стосується важливості перевірки та обґрунтування отриманих результатів).

Щодо критичного мислення, яке орієнтоване на оцінку, інтерпретацію, аналіз і синтез інформації та включає розгляд різних точок зору й аргументів, то відповідні питання можуть бути сформульовані так:

– **Як оцінити достовірність джерел інформації?** (зосереджує увагу на аналізі джерел даних, оцінці їх надійності та визначенні релевантності);

– **Які аргументи підтримують або спростовують конкретну тезу?** (допомагає розглянути різні точки зору та оцінити силу аргументів);

– **Які можливі наслідки прийнятого рішення?** (сприяє оцінці потенційних впливів та наслідків певних дій або висновків).

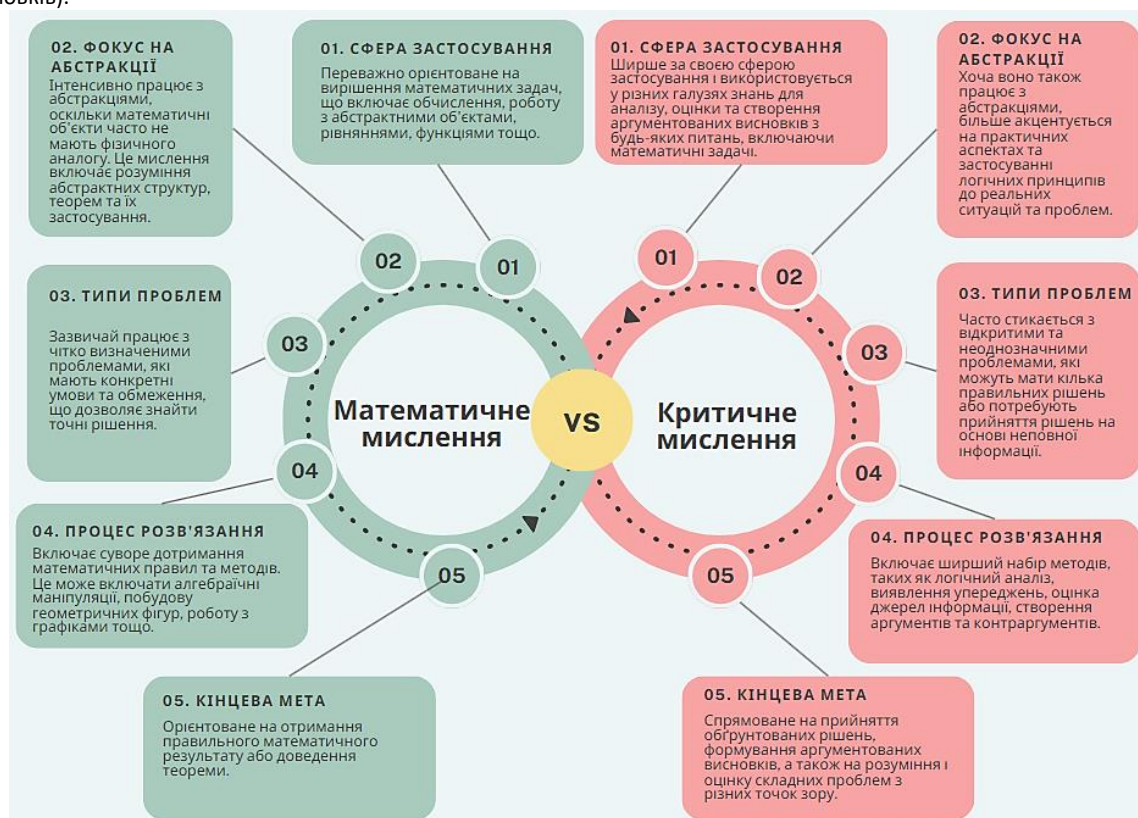


Рис. 2. Специфіка різних аспектів математичного та критичного мислення при розв'язуванні математичних задач

Джерело: авторська розробка.

Проте, деякі питання відображають інтеграцію математичного та критичного мислення, підкреслюючи їх взаємозв'язок і взаємодоповнюваність:

– **Яким чином обраний метод розв'язання задачі впливає на достовірність отриманих результатів?** (допомагає оцінити методологічний підхід до задачі з точки зору критичного аналізу);

– **Як можна покращити модель розв'язання задачі, враховуючи можливі помилки та недоліки?** (спонукає до критичного аналізу та вдосконалення математичних моделей і рішень);

– **Які альтернативні підходи можна використовувати для розв'язання цієї задачі, які їх переваги та недоліки?** (стимулює критичне мислення при виборі найефективнішого методу розв'язання задачі).

Специфіку різних аспектів задіяності математичного та критичного мислення в контексті розв'язування математичних задач відображено на рис. 2.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

У професійній підготовці майбутніх учителів математики критичне та математичне мислення відіграють взаємодоповнювальні ролі, їх взаємодія створює синергетичний ефект, який допомагає занурюватися в глибини математичних задач, підвищує здатність до їх розв'язування та відкриває нові горизонти пізнання. У цьому контексті важливість інтеграції критичного і математичного мислення підкреслюється ще й тим, що математичне мислення вимагає критичного підходу, а критичне мислення базується на логічних і математичних принципах. Критичне мислення комплементарно доповнює математичне, надаючи інструменти для оцінки й аналізу. Вони взаємозалежні, розвиток одного виду мислення сприяє зміцненню іншого. Ці обидва типи мислення є невід'ємними компонентами математичної компетентності, а їх органічне поєднання підвищує ефективність процесу розв'язування математичних задач. Подальші дослідження у цій галузі мають зосередитися на розробці технологій, які інтегрують критичне та математичне мислення в навчальний процес професійної підготовки майбутніх учителів математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. APEC –Tsukuba (Organising Committee) (2006). First announcement. *International Conference on Innovative Teaching of Mathematics through Lesson Study*. CRICED, University of Tsukuba.
2. Blitzler, R. (2003). *Thinking mathematically*. New Jersey: Prentice Hall.
3. Halil, C. Ç., & Furkan, Ö. (2020). Mathematical Thinking as a Predictor of Critical Thinking Dispositions of Pre-service Mathematics Teachers. *International Journal of Progressive Education*, 16 (4), 81 – 98. <https://doi.org/10.29329/ijpe.2020.268.6>.
4. Henderson, P. B., Hichtner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J., & Riedesel, C. (2002). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin*, 35(2), 185–190. <https://doi.org/10.1145/782941.783001>.
5. Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (Second edition). Harlow England: Pearson Education Limited.
6. Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 341 – 350.
7. Марченко, В.С. (2017). *Підготовка майбутніх учителів фізико-математичних спеціальностей до розвитку математичного мислення учнів основної школи: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04*. Одеса.
8. Слєпкань З. І. (2000). *Методика навчання математики*: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. К.: Зодіак-ЕКО.
9. Чкана, Я., & Мартиненко, О. (2023). Критичне мислення як важлива складова математичної компетентності майбутніх учителів математики. *Освіта. Інноватика. Практика*, 11(5). С. 102–107. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol11i5-015>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. APEC –Tsukuba (Organising Committee) (2006). First announcement. *International Conference on Innovative Teaching of Mathematics through Lesson Study*. CRICED, University of Tsukuba.
2. Blitzler, R. (2003). *Thinking mathematically*. New Jersey: Prentice Hall.
3. Halil, C. Ç., & Furkan, Ö. (2020). Mathematical Thinking as a Predictor of Critical Thinking Dispositions of Pre-service Mathematics Teachers. *International Journal of Progressive Education*, 16 (4), 81 – 98. <https://doi.org/10.29329/ijpe.2020.268.6>.
4. Henderson, P. B., Hichtner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J., & Riedesel, C. (2002). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin*, 35(2), 185–190. <https://doi.org/10.1145/782941.783001>.
5. Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (Second edition). Harlow England: Pearson Education Limited.
6. Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 341 – 350.
7. Marchenko, V.S. (2017). *Pidhotovka maibutnix uchyteliv fizyko-matematychnykh spetsialnostei do rozvytku matematychnoho myslennia uchniv osnovnoi shkoly [Preparation of future teachers of physical and mathematical specialties for the development of mathematical thinking of primary school students]*. dys. ... kand. ped. nauk : 13.00.04. Odessa.
8. Slepkan, Z. I. (2000). *Metodyka navchannia matematyky [Methods of teaching mathematics]*: Pidruch. dlia stud. mat. spetsialnostei ped. navch. zakladiv. K.: Zodiak-EKO.
9. Chkana, Ya., & Martynenko, O. (2023). Krytychne myslennia yak vazhlyva skladova matematychnoi kompetentnosti maibutnix uchyteliv matematyky [Critical thinking as an important component of mathematical competence of future teachers of mathematics]. *Osvita. Innovatyka. Praktyka – Education. Innovation. Practice*, 11(5), 102–107. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol11i5-015>.

Матеріал надійшов до редакції 03.08.2024р.



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.