

ПРО АЛГОРИТМ ГЕЙЛА-ШЕПЛІ ТА МОЖЛИВОСТІ ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ В ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ З МАТЕМАТИКИ

Сучасні математичні ідеї є доволі складними для розуміння учнями навіть старшої школи як з математичної, так і з термінологічної точок зору. Про те серед них є і виключення, як-то алгоритм Гейла-Шеплі (алгоритм утворення стійких пар), що отримав Нобелівську премію 2012 року в галузі економіки. Даний алгоритм цікавий тим, що демонструє сучасне застосування математичної думки до розв'язування конкретних практичних задач (вступ до університетів, підбір донорів, відбір претендентів на посади, тощо).

У статті розглянуто три задачі, що розв'язуються за допомогою алгоритму Гейла-Шеплі: задача про мар'яж (одруження), задача про вибір фруктів, задача про вступ. Перша задача є класичним прикладом реалізації всіх кроків алгоритму, на її прикладі розглянуто особливості цього алгоритму, відмінності «чоловічих» та «жіночих» розподілів, оцінено ці розподіли на оптимальність. У другій задачі продемонстровано як змінюється алгоритм, коли елементи однієї з множин не впливають на вибір. У третій задачі, на прикладі реальних осіб – випускників Лебединської ЗОШ № 6, показано як алгоритм Гейла-Шеплі працює в сучасній українській системі розподілу абітурієнтів до університетів. Також у статті зазначено методичні особливості застосування таких задач у позакласній роботі з математики та користь цього застосування.

Знання розглянутого у статті алгоритму утворення стабільних пар буде корисним кожному викладачу математики, учням та студентам, оскільки цей алгоритм не тільки демонструє застосування математики до реальних процесів у різних галузях, поглиблюючи розуміння самих процесів, а отримувані при цьому знання є сучасними та актуальними.

Ключові слова: алгоритм Гейла-Шеплі, пріоритет, розподіл, стабільні пари, позакласна робота з математики.

Постановка проблеми. Наприкінці XIX – початку XX століття всесвітньовідомі вчені, які активно розвивали абстрактну математику, зокрема, Ф. Клейн (1849–1925), були глибоко переконані, що найближчим часом шкільний курс з математики буде оновлений завдяки сучасним математичним ідеям та теоріям [1]. Але оскільки останні мають доволі складні термінологічний та математичний апарати, то навіть невеликі зміни, такі як, наприклад, у 60-70 роках XX століття в СРСР спроба побудувати шкільну програму з математики на теоретико-множинній основі, не дали бажаних результатів. Про те серед сучасних математичних теорій та їх розділів є такі, що можуть бути зрозумілими і застосовуваними навіть учнями основної школи. Прикладом є алгоритм утворення стабільних пар або алгоритм Гейла-Шеплі. Цей алгоритм належить одному з розділів прикладної математики – теорії порівняльних ринків, що, в свою чергу, є частиною теорії ігор.

Аналіз актуальних досліджень. Розгляду самого алгоритму утворення стійких пар та його різних узагальнень присвячено чимало робіт: починаючи від його авторів – Л. Шеплі та Е. Гейла (1962), робіт Е. Рота (1976, 1979), Г. Скарфа (1978) Р. Капелюшнікова (1993), А. Абдулкадіро (2003), Г. Трофимова (2012), Доценка С.І. (2013), та багатьох інших.

Про те методичні питання, пов'язані з вивченням та застосуванням алгоритму Гейла-Шеплі в позакласній роботі з математики, практично не розкриті. На сьогодні в Україні алгоритм Гейла-Шеплі пропонується до розгляду лише при роботі з учнями-учасниками МАН.

Мета статті. Розкриття наукових особливостей алгоритму утворення стійких пар (алгоритму Гейла-Шеплі) та можливостей його використання в позакласній роботі з математики.

Виклад основного матеріалу. *Теорія ігор* – це розділ математичної економіки, що вивчає розв'язання конфліктів між гравцями та оцінює дії (стратегії) гравців на оптимальність [2; 5]. Під *конфліктом* розуміють будь-яку ситуацію, в якій порушені інтереси двох і більше учасників, яких називають *гравцями*. Конфлікти, що вивчаються в теорії ігор, стосуються різних областей людського інтересу: економіки, соціології, політології, біології, кібернетики і навіть військової справи. В конфліктній ситуації кожен гравець має певний набір дій – *стратегій*, при застосуванні яких створюється певна «ігрова ситуація», а кожен гравець отримує результат (позитивний чи негативний), який називають *виграшем* [2; 6-7]. При виборі стратегії важливо враховувати не тільки отримання максимальної користі для себе, але і можливі кроки супротивника, та їх вплив на ситуацію в цілому.

Алгоритм утворення стабільних пар був запропонований Л. Шеплі та Д. Гейлом у роботі "Вступ до коледжу та міцність шлюбу" (1962). З точки зору математики результати, наведені в цій статті є не настільки фундаментальними, про те вони мають велике практичне значення. Згадувана стаття Л. Шеплі та Д. Гейла стосувалася двох варіантів утворення пар, в якій гравці (чоловіки й жінки або студенти й коледжі) мали побажання стосовно представників іншої сторони, з якими вони могли утворити союз. Ці варіанти відрізняються лише тим, чи йдеться про поєднання представника першої сторони тільки з одним представником другої сторони ("модель шлюбу"), чи з багатьма ("модель вступу до коледжу"). При цьому враховувалось, що при створенні стійких пар будуть задіяні всі наявні гравці обох сторін. Згодом алгоритм, запропонований Л. Шеплі та Д. Гейлом, був узагальнений такими математиками Е. Ротом, Г. Скарфом та іншими. На сьогодні алгоритм створення стабільних пар активно працює в ринках «один-на-один», «один-на-багато», «багато-на-багато», зокрема: при підборі донорів при трансплантації органів, при вступі до університетів (коледжів), при розподілі слухачів на курси, при наборі лікарів та інтернів у лікарні, при наборі спортсменів у команди чи секретарів у суди, тобто в тих галузях, де гроші не працюють [3]. Саме за широке практичне застосування, зокрема в трансплантології, та відповідь на одне з основних питань економіки: як розподілити ресурси, щоб всі були задоволені, алгоритм стійкого утворення пар та його автори Л. Шеплі та Е. Рот отримали Нобелівську премію в 2012 році.

Приклади задач, що розв'язуються за допомогою алгоритму Гейла-Шеплі.

Приклад № 1. («Задача про сімейні пари» або «Задача про мар'яж»). Нехай маємо дві скінченні непорожні множини, які мають порожній перетин: $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ – це множина чоловіків і $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ – множина жінок. У кожного чоловіка є переваги на множині жінок і навпаки. Перед початком застосування алгоритму слід представити переваги чоловіків m_i , $i = 1, 2, \dots, n$, у вигляді впорядкованого списку $P(m_i)$ елементів множини F , а переваги жінок f_j , $j = 1, 2, \dots, n$, у вигляді впорядкованого списку $P(f_j)$ елементів множини M , припускаючи, що всі переваги строги. Наприклад, запис $P(m_2) = f_1, f_5, f_8, \dots, f_3$ означає, що чоловікові m_2 найбільше подобається жінка f_1 , потім f_5 , і т.д., а жінка f_3 подобається йому найменше.

Етапи алгоритму Гейла-Шеплі за умови, що перший крок роблять чоловіки, наступні:

1. Чоловіки роблять пропозицію жінці, що стоїть під № 1 в їхніх списках переваг.
2. Якщо чоловік, що зробив пропозицію, стоїть у списку переваг жінки під № 1, то вона відповідає «так». Якщо номер чоловіка у списку переваг жінки більший, ніж 1, то вона відповідає «може бути».
3. Якщо жінці пропозицій надійшло більше ніж одна, то вона обирає найкращу з усіх, і прихильно відповідає на неї («так» або «може бути»), на всі інші – відмовою («ні»).

4. Чоловіки, які отримали відмову, звертаються до наступної жінки зі свого списку переваг; чоловіки, які отримали відповідь «може бути», нічого не роблять.

5. Якщо жінка на наступному кроці отримала пропозицію кращу за попередню, то вона, як і раніше, претенденту (якому раніше сказала «може бути») говорить «ні», а новому претенденту говорить «може бути».

6. Кроки 1-5 повторюються доти, поки у всіх чоловіків не вичерпається список пропозицій, у цей момент жінки відповідають «так» на ті пропозиції, позначені «може бути», що є в них на даний момент [4].

Тобто алгоритм завершується, коли більше немає чоловіків, охочих зробити пропозицію. В результаті всі «заручені пари» сходяться, а всі, хто залишився без пари, якщо такі є, залишаються самотніми.

Розглянемо задачу у випадку коли $n = 4$. Визначимо набір переваг всіх гравців:

$$P(m_1) = f_1, f_3, f_4, f_2;$$

$$P(m_2) = f_2, f_4, f_1, f_3;$$

$$P(m_3) = f_2, f_1, f_4, f_3;$$

$$P(m_4) = f_3, f_4, f_2, f_1;$$

$$P(f_1) = m_3, m_1, m_4, m_2;$$

$$P(f_2) = m_3, m_1, m_4, m_2;$$

$$P(f_3) = m_2, m_4, m_3, m_1;$$

$$P(f_4) = m_3, m_2, m_4, m_1.$$

На першому етапі кожен чоловік робить пропозицію найбільш бажаній жінці, а кожна жінка приймає пропозицію чоловіка, що їй подобається найбільше. Так, m_1 робить пропозицію f_1 , $m_2 - f_2$, $m_3 - f_2$, а $m_4 - f_3$. Як ми бачимо з набору переваг m_3 також є найбільш привабливим для f_2 , тому вона прийме його пропозицію («так»), і відмовить m_2 . Жінки f_1 і f_3 також візьмуть пропозиції m_1 і m_4 , незважаючи на те, що ці чоловіки не є для них найбільш привабливими, оскільки більше пропозицій їм не надійшло. Однак, на відміну від f_2 , f_1 і f_3 скажуть не «так», а - «може бути». Таким чином, за результатами першого етапу ми маємо три стабільні пари, одна з яких, а саме m_3 і f_2 вже точно сформована: (m_1, f_1) , (m_3, f_2) , (m_4, f_3) . Графічно це представлено на рис.1.

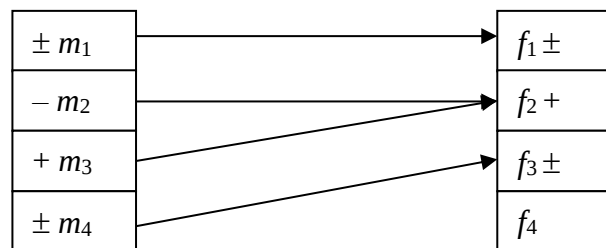


Рис. 1. Графічна ілюстрація розподілу після першого кроку алгоритму Гейла-Шеплі, вибір чоловіків

На другому етапі кожен знехтуваний чоловік знову робить пропозицію, але вже жінці, яка стоїть наступною в його списку. Кожна жінка в свою чергу порівнює нові пропозиції, що поступили на попередньому кроці, і відкидає всі з них, крім найкращої. На першому кроці відмовили тільки чоловіку m_2 , який цього разу робить пропозицію жінці f_4 . Оскільки на попередньому етапі жінці f_4 взагалі не надійшло жодної пропозиції, тому вона приймає пропозицію чоловіка m_2 без всяких порівнянь, а m_2 не руйнує ні одну зі сформованих раніше пар. У результаті отримуємо 4 стабільні пари, тому що не зустрічаються двоє людей з різних пар, які хотіли б утворити союз, а саме: (m_1, f_1) , (m_2, f_4) , (m_3, f_2) , (m_4, f_3) . Графічно це представлено на рис. 2.

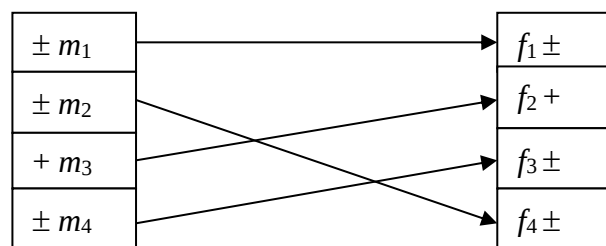


Рис. 2. Графічна ілюстрація розподілу після другого кроку алгоритму Гейла-Шеплі, вибір чоловіків

Оскільки відсутні чоловіки, що мають робити пропозицію, то алгоритм завершено і всі, кому було сказано «може бути», отримують згоду.

Розглянемо як будують утворюватися пари, якщо чоловіки, яким сказали «може бути», зроблять пропозицію жінці, що йде наступною в їхньому списку переваг. Так, для чоловіка m_2 наступною в списку буде жінка f_3 , але вона йому відмовить, бо m_2 в її списку переваг стоїть під № 4. Аналогічна ситуація складеться, коли чоловік m_4 зробить пропозицію жінці f_4 : теж відмова, бо він має № 3 – більший, ніж чоловік m_2 , на пропозицію якого вона зголосилася.

Отриманий розподіл є кращим з точки зору чоловіків, оскільки вони роблять пропозицію першими. Розглянемо, яким буде стабільний розподіл в нашому прикладі, з точки зору жінок, тобто пропозиції будуть робити жінки f_1, f_2, f_3, f_4 .

На першому кроці: жінки f_1, f_2, f_4 роблять пропозицію чоловікові m_3 . Відповідно до алгоритму чоловік m_3 вибирає жінку f_2 і відмовляє жінкам f_1 і f_4 , оскільки f_2 є для нього найкращим варіантом. Жінка f_3 робить пропозицію чоловікові m_2 і отримує відповідь «може бути». Таким чином, як і в першому випадку, коли вибір робили чоловіки, маємо одну точно сформовану стабільну пару (f_2, m_3) , оскільки вони перші номери у списку переваг один одного. Також отримуємо ще пару (f_3, m_2) , що може розпастися на наступних кроках. Графічно це представлено на рис. 3.

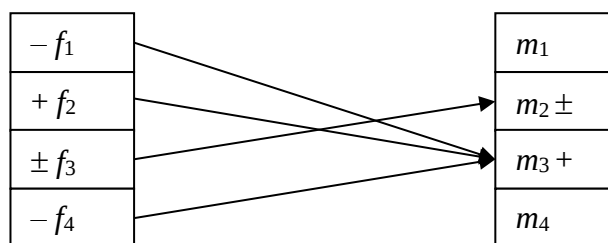


Рис. 3. Графічна ілюстрація розподілу після першого кроку алгоритму Гейла-Шеплі, вибір жінок

На другому кроці жінка f_1 , залишившись без пари, робить пропозицію наступному за списком своїх переваг кандидату, тобто чоловікові m_1 , і отримує відповідь «так». Аналогічно вчиняє і жінка f_4 , що робить пропозицію чоловіку m_2 . Останній має вже дві пропозиції – від f_3 і від f_4 . Чоловік m_2 обирає для себе найкращий варіант – жінку f_4 («може бути») і відмовляє жінці f_3 . Отже, маємо такі три пари: (f_1, m_1) , (f_2, m_3) , (f_4, m_2) . Графічно це представлено на рис. 4.

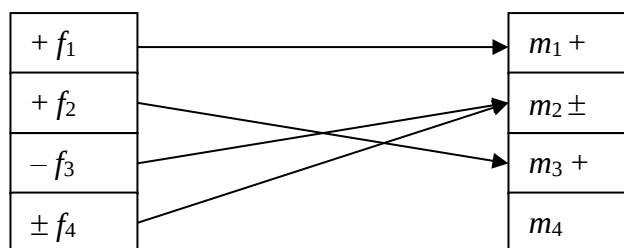


Рис. 4. Графічна ілюстрація розподілу після другого кроку алгоритму Гейла-Шеплі, вибір жінок

На третьому кроці жінка f_3 , якій відмовили, робить пропозицію чоловікові m_4 , який знаходиться без пари, і чоловік m_4 приймає пропозицію (рис. 5).

У результаті отримуємо набір стабільних пар, аналогічний тому, який був отриманий, коли першими пропозицію робили чоловіки: (f_1, m_1) , (f_2, m_3) , (f_3, m_4) , (f_4, m_2) .

Помилково припускати, що стабільний розподіл, коли чоловіки роблять пропозиції першими, завжди збігається зі стабільним розподілом, коли перший крок роблять жінки. Те, що в розглянутому прикладі отримані пари збіглися, говорить лише про те, що даний розподіл – єдиний стабільний, тобто в розглядуваному прикладі вигода обох сторін не

змінюється в залежності від того, хто робить пропозицію. Якщо у списку пріоритетів f_1 змінити місцями чоловіків m_3 та m_4 , то перший «чоловічий» розподіл залишиться без змін, а «жіночий» частково зміниться: (f_1, m_4) , (f_2, m_3) , (f_3, m_1) , (f_4, m_2) .

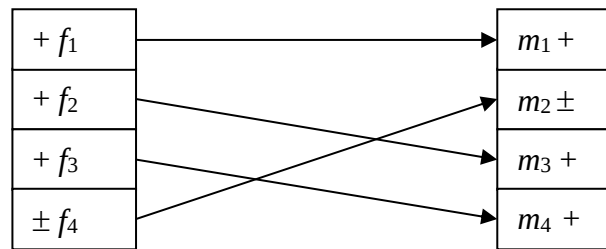


Рис. 5. Графічна ілюстрація розподілу після третього кроку алгоритму Гейла-Шеплі, вибір жінок

Зауваження. У випадку, коли кількість стабільних розподілів більше за один, то та сторона, яка робить перший крок, має найбільший виграш.

Приклад № 2. («Задача про вибір фруктів»)

П'ятеро людей: Марія Іванівна, Іван Андрійович, Тетяна Іванівна, Сергій Васильович, Тетяна Володимирівна бажають придбати у вихідний день фрукти на базарі, причому кожна людина може придбати лише один вид фруктів. Списки побажань (пріоритетів) подано в таблиці 1.

Таблиця 1.

Пріоритети покупців

Марія Іванівна	Груші	Виноград	Мандарини	Яблука	Хурма
Іван Андрійович	Хурма	Груші	Мандарини	Виноград	Яблука
Тетяна Іванівна	Хурма	Мандарини	Груші	Виноград	Яблука
Сергій Васильович	Яблука	Груші	Мандарини	Виноград	Хурма
Тетяна Володимирівна	Яблука	Хурма	Виноград	Мандарини	Груші

Відповідно до створеного списку побажань алгоритм Гейла-Шеплі реалізується у спосіб, який дещо відрізняється від розглянутого у прикладі 1, оскільки друга сторона – «фрукти» не впливають на вибір.

Отже, на першому кроці (1) покупці обирають фрукти таким чином:

Марія Іванівна – груші;

Іван Андрійович, Тетяна Іванівна – хурму;

Сергій Васильович, Тетяна Володимирівна – яблука;

мандарини і виноград – очікують вибору.

Розглянемо, як реалізуються пріоритети покупців Івана Андрійовича, Тетяни Іванівни, коли один з них обирає бажаний фрукт під № 1 із власного списку бажань.

Якщо хурму віддати Івану Андрійовичу, то розподіл (2.1) після другого кроку буде виглядати так:

Марія Іванівна – груші;

Іван Андрійович – хурма;

Тетяна Іванівна – мандарини, що йдуть під № 2 в її списку бажань;

Сергій Васильович, Тетяна Володимирівна – яблука;

виноград – очікує вибору.

Якщо хурму віддати Тетяні Іванівні, то розподіл (2.2) після другого кроку буде виглядати так:

Марія Іванівна – груші;

Іван Андрійович – мандарини, № 3 в його списку пріоритетів, бо його № 2 (груші) «віддали» Марії Іванівні, для якої груші № 1;

Тетяна Іванівна – хурма;

Сергій Васильович, Тетяна Володимирівна – яблука;

виноград – очікує вибору.

Цей розподіл (2.2) гірший ніж попередній (2.1), бо Іван Андрійович отримав фрукти під № 3 зі свого списку, на відміну від Тетяни Іванівни.

Отже, після другого кроку маємо розподіл (2.1).

Аналогічно розглянемо, який розподіл отримаємо за умови реалізації одного із пріоритетів покупців: Сергія Васильовича чи Тетяни Володимирівни.

Якщо яблука віддати Сергію Васильовичу, то розподіл (3.2) після третього кроку буде виглядати так:

Марія Іванівна – груші;

Іван Андрійович – хурма;

Тетяна Іванівна – мандарини;

Сергій Васильович – яблука;

Тетяна Володимирівна – виноград, що йде під № 3 в її списку бажань, оскільки № 2 (хурму) з цього списку вже «віддали» Івану Андрійовичу.

Якщо яблука віддати Тетяні Володимирівні, то отриманий розподіл (3.3) після третього кроку буде «гірший» з точки зору задоволення бажань, оскільки Сергій Васильович отримає виноград, а він має № 4 у його списку бажань.

Тому, остаточний розподіл фруктів такий:

Марія Іванівна – груші;

Іван Андрійович – хурма;

Тетяна Іванівна – мандарини;

Сергій Васильович – яблука;

Тетяна Володимирівна – виноград.

Чисельні дослідження показують, що сучасні абітурієнти українських ЗВО досить часто не повністю розуміють систему вступу, зокрема вибір пріоритетів. Тому доцільно показати реалізацію алгоритму Гейла-Шеплі на прикладі випускників конкретної школи та обраними ними університетами.

Спочатку, коли ідея вступу за результатами ЗНО тільки починала реалізовуватись, можна було вказувати скільки завгодно місць, але наразі заяви можуть бути подані тільки у п'ять університетів. При цьому будь-яка заздалегідь фіксована кількість університетів відразу призводить до того, що перед абітурієнтом знову стоїть питання і про те, як би ці п'ять місць грамотно вибрати.

Приклад 3. («Розподіл абітурієнтів по університетах»).

Нехай задано пріоритети деяких абітурієнтів 2020 року – випускників Лебединської загальноосвітньої школи I – III ступенів №6, які навчалися у класі з математичним профілем та обирають професії, пов'язані з математикою – таблиця 2, в якій було використано такі скорочення: КНУ – Київський національний університет імені Тараса Шевченка, КПІ – Київський національний університет «Київський політехнічний інститут» імені Ігоря Сікорського, ХНУ – Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, СумДУ – Сумський державний університет, СНАУ – Сумський національний аграрний університет.

Таблиця 2.

Пріоритети окремих випускників 2019-2020 н.р. Лебединської ЗОШ № 6.

Горошко Андрій	КНУ	«КПІ»	ХНУ	ХНУ	СумДУ
Мелешко Валентин	КНУ	СНАУ	ХНУ	«КПІ»	СумДУ
Ворожко Антон	СумДУ	СНАУ	КНУ	ХНУ	«КПІ»
Приходько Поліна	«КПІ»	КНУ	ХНУ	СумДУ	СНАУ
Грек Богдан	СНАУ	СумДУ	«КПІ»	ХНУ	КНУ

У таблиці 3 наведено рейтингові списки абітурієнтів з таблиці 2 для різних університетів та кількість місць в них.

Таблиця 3.

Рейтингові списки окремих абітурієнтів, що є випускниками Лебединської ЗОШ № 6

КНУ (1 місце)	Горошко Андрій	Приходько Поліна	Ворожко Антон	Грек Богдан	Мелешко Валентин
«КПІ» (2 місця)	Приходько Поліна	Горошко Андрій	Ворожко Антон	Мелешко Валентин	Грек Богдан
СумДУ (2 місця)	Ворожко Антон	Грек Богдан	Приходько Поліна	Горошко Андрій	Мелешко Валентин
ХНУ (2 місця)	Горошко Андрій	Приходько Поліна	Грек Богдан	Ворожко Антон	Мелешко Валентин
СНАУ (3 місця)	Горошко Андрій	Грек Богдан	Мелешко Валентин	Приходько Поліна	Ворожко Антон

Відповідно до цих двох таблиць (2 та 3) алгоритм Гейла-Шеплі буде реалізовуватись такими кроками.

Перший крок зі сторони абітурієнтів та реакції університетів:

Горошко Андрій – КНУ(1 місце) – «так»;

Мелешко Валентин – КНУ(1 місце) – «відмова»;

Приходько Поліна – «КПІ»(2 місця) – «так»;

Грек Богдан – СНАУ(3 місця) – «може бути»;

Ворожко Антон СумДУ(2 місця) – «так»;

ХНУ(2 місця) – «чекає».

Оскільки Мелешко Валентину було відмовлено, то на другому кроці саме він «робить вибір» (насправді це робить запрограмований комп'ютер) – університет, що має № 2 у його списку пріоритетів. У результаті отримуємо такий розподіл:

Горошко Андрій – КНУ (1 місце) – «так»;

Мелешко Валентин – СНАУ (3 місця) – «може бути»;

Приходько Поліна – «КПІ» (2 місця) – «так»;

Грек Богдан – СНАУ(3 місця) – «може бути»;

Ворожко Антон СумДУ (2 місця) – «так»;

ХНУ(2 місця) – «чекає».

Оскільки алгоритм завершено, то всі, кому сказано було «може бути» отримують згоду. Тепер видно, що утворилися стабільні пари, а саме: до КНУ вступає Горошко Андрій, до «КПІ» – Приходько Поліна, до СНАУ – Грек Богдан, Мелешко Валентин, до СумДУ – Ворожко Антон, до ХНУ не вступає ніхто. Зазначимо, що реальна ситуація розподілу зазначених абітурієнтів виявилась ідентичною до розглянутої теоретично.

Розглянуті задачі можна використовувати у роботі факультативу з математики, починаючи з 9 класу. Слід зазначити, вчителю варто змінювати кількість «елементів» в множинах, що фігурують в умовах, їхні списки пріоритетів, проводячи детальний аналіз змін, що відбуваються в отримуваних розподілах. Це сприяє розвитку в учнів алгоритмічного мислення, що досить важливо при сучасній тотальній цифровізації, уміння аналізувати ситуації, прогнозувати свої дії та дії інших людей, уважність до деталей.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Знання розглянутого в роботі алгоритму утворення стабільних пар буде корисним кожному викладачу математики, учням та студентам, оскільки цей алгоритм демонструє застосування математики до реальних процесів у різних галузях, поглиблюючи розуміння самих процесів, а отримувані при цьому знання є сучасними та актуальними.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Клейн, Ф. (1933). Элементарная математика с точки зрения высшей. Из Арифметика. Алгебра. Анализ. Москва-Ленинград (Klein, F. (1933). Elementary mathematics from the point of view of higher. In Arithmetic. Algebra. Analysis. Moskva-Lenynhrad).

2. Мулен, Э. (1985). Теория игр с примерами из математической экономики. Москва: Мир (Mulen, E. (1985). Game theory with examples from mathematical economics. Moscow: Mir).
3. Довбенко, М. (2013). Нобелівська оцінка практичності теорії ігор. Економічна теорія, 1(8), 89–97 (Dovbenko, M. (2013). Nobel assessment of the practicality of game theory. Ekonomichna teoriia, 1(8), 89–97).
4. Доценко, С. И. (2013). Математические модели стабильных размещений. Журнал обчислювальної та прикладної математики, 2(113), 3–13 (Dotsenko, S. Y. (2013). Mathematical models of stable placements. Zhurnal obchysliuvalnoi ta prykladnoi matematyky, 2(113), 3–13).

Одинцова О. А., Кудлай А. Б. Об алгоритме Гейла-Шепли и возможностях его использовании во внеклассной работе по математике.

Современные математические идеи являются довольно трудными для понимания учениками даже старшей школы как с математической, так и с терминологической точек зрения. Исключением может быть алгоритм Гейла-Шепли (алгоритм создания стойких пар), который получил Нобелевскую премию в 2012 году в области экономики. Данный алгоритм интересен тем, что показывает современное применение математики к решению конкретных практических задач (поступление в университеты, подбор доноров, отбор претендентов на должности).

В статье рассмотрены три задачи, решаемые с помощью алгоритма Гейла-Шепли: задача про марьяж (женитьбу), задача о выборе фруктов, задача о поступлении. Первая задача есть классическим примером реализации шагов алгоритма Гейла-Шепли, на ее примере рассмотрены особенности этого алгоритма, отличия «мужских» и «женских» распределений, проведена оценка этих распределений на оптимальность. Вторая задача показывает, как изменяется алгоритм в случае, если элементы одного из множеств не могут влиять на распределение. В третьей задаче, на примере реальных людей – выпускников Лебединской школы №6, показано как алгоритм Гейла-Шепли работает в современной украинской системе распределения абитуриентов в университеты. Также в статье указаны методические особенности использования таких задач во внеклассной работе по математике и польза от него.

Знание рассмотренного в статье алгоритма создания стабильных пар будет полезным каждому преподавателю математики, ученикам и студентам, поскольку алгоритм демонстрирует применение математики к реальным процессам разных областей, углубляя понимание самих процессов, а также получаемые знания при этом являются современными и актуальными.

Ключевые слова: алгоритм Гейла-Шепли, приоритет, распределение, стойкие пары, внеклассная работа по математике.

Odintsova O. O., Kudlay A. B. On algorithm Gale-Shapley and possibilities of its use in extracurricular activities in mathematics.

Modern mathematical ideas are quite difficult for even high school students to understand from both a mathematical and terminological point of view. The exception may be an algorithm Gale-Shapley (algorithm for creating persistent pairs), who won the Nobel Prize in 2012 in the branch of economy. This algorithm is interesting in that it shows the modern application of mathematics to solving specific practical problems (admission to universities, selection of donors, and selection of applicants for positions).

There are considered three problems, which that are solved using the Gale-Shapley algorithm such as the problem of marriage (marriage), the problem of choosing fruits, and the problem of admission in this article. The first problem is a classic example of the implementation of the algorithm Gale-Shapley's steps on its example we will consider features of this algorithm, the differences between "male" and "female" distributions, and the evaluation optimality of these distributions. The second problem shows how the algorithm changes if the elements of one of the sets cannot influence the distribution. In the third problem, the example of real people - graduates

school № 6 of Lebedyn (Sumy region, Ukraine), shows how the algorithm works Gale-Shapley in modern Ukrainian system of distribution of students in the universities. There are also stated methodical features the use of such tasks in extracurricular activities in mathematics and benefit from it in the article.

Knowledge of the algorithm for creating stable pairs, which are consider in the article, will be useful to every mathematics teacher and students, because the Gale-Shapley algorithm demonstrates the application of mathematics to real processes in different brunch, deepening the understanding of the processes themselves, and the knowledge gained is modern and relevant.

Key words: *Gale-Shapley algorithm, priority, distribution, persistent couples, extracurricular activities in Math.*