

Scientific journal  
**PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION**  
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)  
 ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал  
**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА**  
 Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>



*Берестовой А.М., Надточий В.А. Гравитационное красное смещение. Фізико-математична освіта. 2020. Випуск 1(23). С. 11-15.*

*Berestovoy A., Nadtochy V. Gravity redshift. Physical and Mathematical Education. 2020. Issue 1(23). P. 11-15.*

DOI 10.31110/2413-1571-2020-023-1-002  
 УДК 531.232:378.091.5

**А.М. Берестовой**

Учебно-научный профессионально-педагогический институт  
 Украинской инженерно-педагогической академии, Украина  
 etffizika@rambler.ru

**В.А. Надточий**

Донбасский государственный педагогический университет, Украина  
 kafedrafiziki2018@gmail.com  
 ORCID: 0000-0001-9890-171X

## ГРАВИТАЦИОННОЕ КРАСНОЕ СМЕЩЕНИЕ

### АННОТАЦИЯ

*В высших учебных заведениях рассматриваются основные характеристики гравитационного поля – напряженность и потенциал.*

*В рамках классических представлений студенты знакомятся с равенством инерционных и гравитационных масс. Все эти закономерности воспринимаются слушателями достаточно легко. Но последствия, возникающие вследствие равенства этих масс, не всегда очевидны. Данная статья является обзорной. Ее цель заключается в том, чтобы дать определение гравитационного смещения, доступное для понимания студентов, на простых примерах показать взаимосвязь гравитационного замедления времени (изменения частоты колебаний электромагнитного излучения) с потенциалом гравитационного поля.*

**Формулировка проблемы.** *В этой работе уделяется внимание методике изложения материала, касающегося одного из важных разделов Общей теории относительности (ОТО) - гравитационного красного смещения. Часть этого материала студентами изучается в курсе общей физики при рассмотрении физических свойств гравитационного поля.*

**Материалы, методы.** *В данной статье рассмотрены три подхода к пониманию взаимосвязи временных интервалов с изменением частоты колебаний. Первый из них базируется на принципе эквивалентности инертной и гравитационной массы, который утверждает: в гравитационном поле все физические явления происходят точно так же, как в поле инерционных сил (то есть в ускоренных системах отсчета). Мысленный эксперимент, проведенный с лифтом, покоящимся на Земле и движущимся с ускорением силы тяжести, приводит к качественной оценке зависимости временных интервалов от значения потенциала в определенных точках Земли. Во втором случае на основе закона сохранения энергии проведена количественная оценка временно замедления вблизи массивных тел. Значение относительного изменения времени оказывается крайне малой величиной порядка  $10^{-15}$ . Оно было подтверждено в известном эксперименте Паунда и Ребки. Наконец, качественная зависимость частоты колебаний от силы гравитационного поля демонстрируется на примере математического маятника.*

**Результаты.** *Изложение материала и примеры становится более наглядным, способствует лучшему запоминанию и восприятию студентами новых понятий. Повышается методическое мастерство самого преподавателя.*

**Выводы.** *Студентам, приступающим к изучению основ общей теории относительности, довольно сложно ощутить сущность гравитационного красного смещения (зависимость хода времени от величины гравитационного поля). В данной статье предпринята попытка пояснить связь промежутков времени с силой гравитации (потенциалом гравитационного поля) на основе трех мысленных экспериментов. Естественно, что связь пространства и времени можно подтвердить на основе и иных экспериментальных данных и теоретических соображений.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** *общая теория относительности, напряженность, потенциал гравитационного поля, гравитационное красное смещение, замедление времени.*

### ВВЕДЕНИЕ

**Постановка проблемы в общем виде.** Красное смещение заключается в увеличении длин волн в спектре излучения источника (т.е. смещение линий в сторону красной части спектра) по сравнению с линиями эталонных спектров, находящихся на Земле. Причиной такого смещения могут быть: 1 – движение источника и приемника; 2 – расположение источника и приемника с разными гравитационными потенциалами.

В первом случае смещение называется космологическим красным смещением. Заключается оно в наблюдаемом увеличении длин волн (уменьшении частоты) от далеких источников (галактик, квазаров), которое свидетельствует об удалении этих источников света относительно наблюдателя, рассматривается как расширение Метагалактики и описывается в рамках эффекта Доплера. Красное смещение открыто американским астрономом В. Слайфером (1912-1914). Позже в 1929 г. Хаббл установил, что космологическое красное смещение возрастает пропорционально расстоянию между наблюдателем и объектом. Ряд экспериментов, подтверждающие данное явление, которые могут быть очень полезными для студентов, приведены, в частности, в работе (Берестовой А. Чикунов П., 2017).

Во втором случае мы имеем дело с гравитационным красным смещением. Как и в предыдущем случае, суть гравитационного красного смещения заключается в увеличении длины волны (уменьшении частоты света), испускаемого источником света от массивных тел (звезды, черные дыры), что приводит к смещению спектральных линий в красную область спектра. Красное гравитационное смещение можно также толковать как замедление времени вблизи этих тел.

**Анализ основных исследований и публикаций.** Одним из следствий Общей теории относительности (ОТО), основанных на принципе эквивалентности Эйнштейна, является гравитационное красное смещение. Это явление многими специалистами рассматривается как замедление времени вблизи массивных тел. Следует отметить, что до настоящего времени нет установившегося толкования гравитационного красного смещения. За последние годы неограниченный вклад в развитии основных положений ОТО внесли ученые разных стран, среди которых И.Д. Новиков, И.С. Шкловский, Ст. Хокинг, Я.Д. Зельдович, В.Б. Брагинский, Л.Д. Ландау, Н.В. Мицкевич, Л.Б. Окунь.

**Цель статьи.** Если вопросам космологического красного смещения согласно программе по физике уделяется определенное внимание, то гравитационное красное смещение не завоевало своего места при изучении физики. В силу вышесказанного в данной статье представлен материал, относящийся к гравитационному красному смещению, позволяющий проникнуть в физическую сущность данного явления. На простых примерах показана роль гравитационного потенциала на течение времени.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для написания статьи нами были использованы следующие методы исследования: анализ и систематизация научной и учебно-методической литературы по выбранной тематике; наблюдение за учебным процессом; обобщение собственного педагогического опыта по преподаванию физики в высших учебных заведениях.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Изложение материала и примеры становится более наглядным, способствует лучшему запоминанию и восприятию студентами новых понятий. Повышается методическое мастерство самого преподавателя.

Любое тело создает в окружающем его пространстве гравитационное поле – это особый вид материи, посредством которого осуществляется взаимодействие тел, находящихся на определенном расстоянии друг от друга. Гравитационное поле имеет ряд характеристик, среди которых мы приведем наиболее важные – напряженность и потенциал, которые имеют непосредственное отношение к ходу времени.

Напряженность (или вектор напряженности) является силовой характеристикой гравитационного поля:

$$g = F/m$$

Единица измерения напряженности гравитационного поля  $[g] = 1\text{Н}/1\text{кг} = 1\text{м}/\text{с}^2$  совпадает с единицей измерения ускорения. Вектор напряженности гравитационного поля вблизи поверхности Земли совпадает с направлением ускорением свободного падения тел (рис. 1).

Исходя из закона всемирного тяготения  $F = G \frac{mM}{r^2}$ , следует модуль напряженности гравитационного поля  $g$ , создаваемой телом массой  $M$ :

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G mM}{R^2 m} = G \frac{M}{R^2} \quad (1)$$

Энергетической характеристикой гравитационного поля является потенциал:  $\phi = A_\infty/m$ , где  $A_\infty$  – работа по перемещению тела массой  $M$ . Поскольку потенциал определяется с точностью до постоянной, то потенциал, создаваемый телом данной массы в бесконечности, принимается за ноль (рис.2).

Единица измерения потенциала гравитационного поля 1 джоуль на килограмм (Дж/кг); но полезно запомнить единицу потенциала в таком виде:

$$[\phi] = \frac{1\text{Дж}}{1\text{кг}} = \frac{\text{Н} \times \text{м}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \times \text{м} / \text{с}^2 \times \text{м}}{\text{кг}} = \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = v^2 \quad (2)$$

Т.е. единицей потенциала гравитационного поля является скорость в квадрате (полезно при этом напомнить студентам единицу потенциала электростатического поля – В, вольт).

Гравитационное поле можно изобразить либо при помощи линий вектора напряженности, либо при помощи поверхностей равного потенциала (эквипотенциальные поверхности). Силовая линия вектора напряженности – линия, касательная в каждой точке, которой, совпадает с направлением вектора напряженности в этой же точке (рис. 1). Линии вектора напряженности перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям. Между вектором напряженности и потенциалом существует связь:  $\vec{g} = -\text{grad}\phi$ .

Т.е. вектор напряженности гравитационного поля направлен в сторону противоположную градиенту потенциала. Вычислим потенциал на поверхности Земли (радиусом  $R$ ):

$$\phi = \frac{A_\infty}{m} = \frac{\int_\infty^R F dr}{m} = \frac{1}{m} \int_\infty^R G \frac{mM}{r^2} dr = \frac{GmM}{m} \int_\infty^R \frac{dr}{r^2} = GM \left(-\frac{1}{r}\right)_\infty^R = -GM/R \quad (3)$$

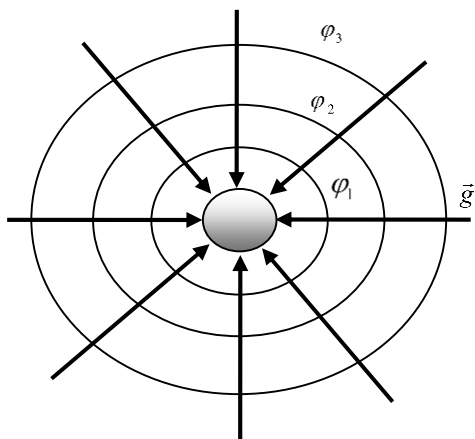


Рис. 1. Вектор напряженности гравитационного поля вблизи поверхности Земли совпадает с направлением ускорения свободного падения

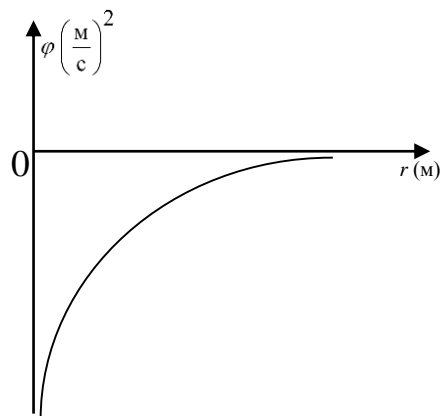


Рис. 2. Потенциал  $\phi$  определяется с точностью до постоянной. Потенциал, создаваемый телом данной массы в бесконечности, принимается за ноль

Общая теория относительности (ОТО), предложенная А. Эйнштейном в 1916 г, исходит из равенства гравитационной массы  $m_{gp}$  (которая входит в закон всемирного тяготения Ньютона  $F = G \frac{m M}{r^2}$ , определяющего величину притяжения к другим телам), и инертной массы  $m_{ин}$  (которая входит во второй закон Ньютона  $F = m_{ин} a$ , и определяет ускорение, какое придает телу приложенная к нему сила).

Тождественность гравитационной и инертной массы положена А. Эйнштейном в его принципе эквивалентности в теории гравитации. Принцип эквивалентности гласит: в гравитационном поле все физические явления происходят точно так же, как и в поле сил инерции (в системе отсчета, движущейся с ускорением).

Приведем пример. Представим себе, что вы оказались в лифте, который находится очень далеко от материальных тел (не проявляются гравитационные силы) и вы свободно плаваете в нем, находясь в состоянии невесомости. Неожиданно лифт начинает двигаться с постоянным ускорением  $g$ , вас прижимает к одной из стенок лифта, состояние невесомости заменяется ощущением вашего веса. Авторучка в таком лифте будет падать точно так, как и на Земле. Колебания математического маятника будет происходить точно также и с таким же периодом.

Из общей теории относительности следует, что гравитационное красное смещение можно толковать как замедление времени вблизи массивных тел и связь замедления времени со значением гравитационного потенциала. Задачей данной статьи является пояснения такой связи. Это не совсем очевидно, но логически вытекает из принципа эквивалентности Эйнштейна.

Уловить связь промежутков времени с гравитацией можно на основе мысленного эксперимента, приведенного в работе (Хокинг Ст., Млодинов Л. С., 2006). В лифте, покоящемся вдали от реальных тел, посылаются два световых сигнала с интервалом времени между сигналами  $\Delta t_1 = 1$  с. Очевидно, что у основания лифта световые сигналы зарегистрируются с таким же интервалом  $\Delta t_2$  ( $\Delta t_1 = \Delta t_2$ ). Однако, тот же эксперимент, проведенный в лифте, движущемся с ускорением  $g$ , промежутки времени  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  разные, а именно  $\Delta t_2 < \Delta t_1$ . Происходит это потому, что при движении лифта с ускорением, световой сигнал, идущий сверху, проходит меньшее расстояние, поскольку лифт движется навстречу сигналу.

Принцип эквивалентности утверждает, что подобный эффект, связанный с разной скоростью хода часов будет наблюдаться и в лифте, который покоится в гравитационном поле. Если лифт стоит на стартовой площадке (на Земле), то сигналы, посланные с верхней точки лифта с интервалом 1 секунда, будут приходить к нижней точке с меньшим интервалом  $-\Delta t_2 < \Delta t_1$ . Но у основания лифта гравитационное поле сильнее поля в верхней точке. Отсюда следует связь пространства и времени: чем сильнее гравитационном поле, тем медленнее идут часы. Согласно ОТО ход времени различен для наблюдателей, находящихся в разных гравитационных полях (с разными потенциалами). У поверхности Земли время течет медленнее, поскольку сильнее гравитация.

Приведенные примеры качественно убедили нас в том, что скорость течения времени зависит от потенциала гравитационного поля. Но как рассчитать это замедление? Продолжим мысленный эксперимент с лифтом.

Наличие гравитационного поля напряженностью  $g$  в инерциальной системе отсчета эквивалентно движению системы с ускорением  $-g$ . Расположим источник излучения на полу лифта, а приемник на его потолке. Предположим, что излучается свет с частотой  $\nu_0$  в момент, когда лифт покоится. Спустя время  $\Delta t = H/c$  (где  $H$  – расстояние между источником и приемником света, т.е., длина лифта,  $c$  – скорость света), когда волна достигнет приемника с частой  $\nu$ , скорость источника будет равна  $u = g\Delta t = gH/c$ . Отсюда  $\frac{u}{c} = \frac{gH}{c^2}$ . Из эффекта Доплера запишем относительную скорость

источника  $\frac{\Delta \nu}{\nu_0}$  (где  $\Delta \nu = \nu_0 - \nu$ ):  $\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = \frac{u}{c}$ ,  $\frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = \frac{gH}{c^2}$ . Отсюда:

$$v = v_0 \left( 1 - \frac{gH}{c^2} \right). \quad (4)$$

Теперь нам осталось привязать изменение частоты колебаний светового кванта в зависимости от разности гравитационных потенциалов  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ . Для однородного гравитационного поля справедливо  $gH = \Delta\phi$ , поэтому:

$$v = v_0 \left( 1 - \frac{\Delta\phi}{c^2} \right). \quad (5)$$

Оценим относительное изменение частоты излучения кванта при его движении в поле тяготения Земли с ее поверхности до высоты  $H=20$  м.

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{gH}{c^2} = \frac{9,8 \times 20}{(3 \times 10^8)^2} \approx 2,5 \times 10^{-15}. \quad (6)$$

Чрезмерно малая величина изменения частоты света означает, что пользоваться обычными часами для измерения промежутков времени (следовательно, замедления времени), бесполезно из-за их малой точности. Необходимы атомные (квантовые) часы, в которых в качестве периодического процесса используются собственные колебания, связанные с процессами, происходящими на уровне атомов или молекул. В международной системе единиц за секунду принимается время, в течении которого происходит 9 192 631 770 полных колебаний в атоме цезия-133 (переход происходит между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния). За изменением времени судят по изменению количества полных колебаний, укладывающихся в стандартном интервале времени.

Возможно, что понять физическую сущность замедления времени из приведенного мысленного эксперимента, будет не совсем просто. Поэтому приведем еще одну интерпретацию изменения частоты излучения с позиции закона сохранения энергии. Фотон обладает энергией  $E = mc^2$ , его масса, следовательно, равна  $m = E/c^2$ . Когда фотон движется из точки 1 в точку 2, расположенную выше первой на расстоянии  $H$ , то он совершает работу против сил гравитационного притяжения и его энергия уменьшается на величину  $\Delta E = mgH$ . Так как частота фотона  $\nu$  пропорциональна его энергии  $\nu = E/h$ , то уменьшение энергии фотона приводит к понижению его частоты

$\Delta\nu = \Delta E/h = mgH/h = EgH/c^2h = \nu gH/c^2$ . Отсюда мы получим  $\nu = \nu_0 \left( 1 - \frac{gH}{c^2} \right)$ . Таким образом, в точке 2 мы

обнаружим, что частота фотонов, испускаемых атомами в точке 1 и прилетевших в точку 2, ниже, чем частота фотонов, испускаемых точно такими же атомами в точке 2 на относительную величину  $gH/c^2$ . Т.е, результат такой же, как и в предыдущем примере.

В заключении приведем один эксперимент, который качественно подтверждает выводы, полученные ранее. Допустим, что период колебаний математического маятника на уровне моря в точке 1 равен  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ , а в точке 2, расположенной выше уровня моря на высоту  $H$  -  $T = 2\pi\sqrt{l/g_H}$ , где  $g_H$  - ускорение свободного падения в точке 2. Поскольку  $g_H < g$ , то период колебаний маятника на высоте  $H$  (точка 2) больше (а частота колебаний меньше), чем в точке 1. Следовательно, время в рассмотренных двух точках течет по разному, а именно, в точке 1, где гравитационное поле сильнее, время течет медленнее по сравнению с точкой 2, где поле слабее.

Один из первых экспериментов по проверке замедления хода времени в поле тяготения, был осуществлен в 1960 г сотрудниками Гарвардского университета Р. Паундом и Г. Ребкой в лабораторном эксперименте (Паунд Р.В., 1960). Полученное значение в пределах ошибок эксперимента (10 %) блестяще подтвердило принцип эквивалентности и основанную на нем общую теорию относительности Эйнштейна. Многочисленные последующие эксперименты подтвердили эти выводы со значительно большей точностью.

## ВЫВОДЫ

Студентам, приступающим к изучению основ общей теории относительности, довольно сложно ощутить сущность гравитационного красного смещения (зависимость хода времени от величины гравитационного поля). В данной статье предпринята попытка пояснить связь промежутков времени с силой гравитации (потенциалом гравитационного поля) на основе трех мысленных экспериментов. Естественно, что связь пространства и времени можно подтвердить на основе и иных экспериментальных данных и теоретических соображений.

### Список использованной литературы

1. Берестовой А. Чикунов П. К методике изложения темы «Принцип эквивалентности» *Збірник наукових праць «Гуманізація навчально-виховного процесу»*. Харків, 2017. № 4. (84). С. 33-44.
2. Паунд Р.В. О весе фотонов. *Успехи физических наук. Российская Академия Наук*, 1960. Т. 72, вып. 4. С. 673-683.
3. Хокинг Ст., Млодинов Л. С. *Кратчайшая история времени* / под ред. А.Г. Сергеева. СПб.: ТИД Амфора, 2006. 180 с.

### References

1. Berestovoj A. Chikunov P. (2017). K metodike izlozhenija temu «Princip jekvivalentnosti». [To the methodology of presenting the theme "The principle of equivalence"] *Zbirnik naukovih prac' «Gumanizacija navchal'no-vihovnogo procesu»*. Harkiv, № 4. (84). S. 33-44. [in Ukraine].

2. Paund R.V. (1960). O vese fotonov. [About the weight of photons.] *Uspehi fizicheskikh nauk. Rossijskaja Akademija Nauk*, T. 72, vyp. 4. S. 673-683. [in Ukraine].
3. Hoking St., Mlodinov L. S. (2006). *Kratchajshaja istorija vremeni*. [The shortest time history] / pod red. A.G. Sergeeva. SPb.: TID Amfora, 180 s. [in Ukraine].

#### GRAVITY REDSHIFT

**Anatoliy Berestovoy, Viktor Nadtochy**

*Donbas State Pedagogical University, Ukraine*

##### **Abstract.**

*This article is a review. Its purpose is to give a definition of gravitational displacement, which is understandable for students, to show, with simple examples, the relationship of gravitational time dilation (changes in the frequency of oscillations of electromagnetic radiation) with the potential of the gravitational field. A qualitative dependence of the oscillation frequency on the gravitational field strength is demonstrated by the example of the accelerated movement of an elevator and a mathematical pendulum.*

**Formulation of the problem.** *In this paper, attention is paid to the method of presentation material relating to one of the most important sections of the General theory of relativity (theory of gravity) – gravitational redshift. Students study part of this material in the course of general physics when considering the physical properties of the gravitational field. Many experts interpret the gravitational redshift as time dilation near massive bodies. In recent years, an invaluable contribution to the development of basic provisions of the Special Theory of Relativity was introduced by scientists from different countries, among which I.D. Novikov, I.S. Shklovsky, Art. Hawking, Y.D. Zeldovich, V. B. Braginsky, L.D. Landau, N.V. Mickiewicz, L.B. Okun'. The purpose of this article is, first of all, to define gravitational displacement, understandable by students and show a correlation of gravitational time dilation (frequency changes oscillations of electromagnetic radiation) with power and energy field characteristic.*

**Results.** *Two types of redshift are known - cosmological and gravitational. Both the first and second phenomena consist of an increase in the wavelength (decrease in frequency) in the emission spectrum of space objects (galaxies, stars) in comparison with the reference spectra. In the first case, the redshift is called the cosmological redshift. It is associated with the expansion of our Metagalaxy. In the second case, we are dealing with a gravitational redshift associated with a decrease in the frequency of radiation emanating from sources with large gravitational fields. In higher education institutions, the gravitational field and its main properties - tension and potential, as the power and energy characteristics of this field are considered. In the framework of classical representations, students get acquainted with the identity of inertial and gravitational masses. These questions are understandable. But the consequences arising from the equivalence of inertial and gravitational masses are not always obvious. Three approaches to understanding the relationship of time intervals with a change in the oscillation frequency are considered. The first approach is based on the principle of equivalence of inertial and gravitational mass, which is based on the statement: in a gravitational field, all physical phenomena occur in the same way as the field of inertial forces (i.e., in accelerated reference systems). A thought experiment conducted with an elevator resting on the Earth and moving with the acceleration of gravity leads to a qualitative assessment of the dependence of the time intervals on the potential value at certain points on the Earth. In the second case, based on the law of conservation of energy, a quantitative estimate of the time dilation near massive bodies is obtained. The value of the relative time dilation turned out to be extremely small of the order of  $10^{-15}$  and was confirmed in the well-known Pound and Rebko's experiment. Finally, a qualitative dependence of the oscillation frequency on the gravitational field strength is demonstrated by the example of a mathematical pendulum.*

**Conclusion.** *This article attempts to explain the relationship time intervals with the potential of the gravitational field based on three thought experiments. Naturally, the relationship between space and time can be confirmed based on other experimental data and theoretical considerations. The author expects this article to broaden the view of readers interested in the problems of gravity.*

**Keywords:** *general theory of relativity, tension, gravitational field potential, gravitational redshift, time dilation.*