ЛИТЕРАТУРА

1. Паскалева З. Математика. 5 клас / З.Паскалева, Г. Паскалев, М. Алашка. – София: Архимед, 2006.

2. Паскалева З. Математика. 5 клас. – [Книга за ученика] / З. Паскалева, М. Алашка. – София: Архимед, 2006.

3. Рангелова Р. Задачи за изброяване на възможности. 5-7 клас / Р. Рангелова, Ю. Кръстева. – София: Архимед 2, 2012.

РЕЗЮМЕ

Рангелова П. П., Кръстева Ю. Д. Решение и составление учащимися задач на нахождение количества чисел и их делителей.

В статье предлагается методика обучения учащихся решать задачи на нахождение количества чисел и их делителей. Методика даёт возможность учащимся научится составлять такие задачи. Решение и составление различных математических задач способ¬ствуют активизации мышления учащихся в процессе их обучения математике. Эти мероприятия приводят к формированию различных качеств мышления. В статье описан опыт формирования умений решать и составлять задачи на определение количества многозначных чисел и их делителей. Составление задач учащимися самостоятельно помагает перевести их учебно-познавательную детельность на более высокий уровень.

Ключевые слова: *задачи на определение количества многозначных чисел и их делителей.*

SUMMARY

Rangelova P., Krusteva J. We solve and construct problems for finding the number of numbers and their divisors.

The paper presents the method of teaching students rozvyazuvaty problem of finding the number of numbers and their divisors. Method allows students to make such tasks. Solving and assembly of various mathematical problems helps stvuyut enhance students' thinking in the process of learning mathematics. These enhance students' thinking in learning mathematics. The article describes the experience of forming and composing skills to solve tasks for quantification multidigit numbers and their divisors. Preparation tasks independently helps students translate their educational-cognitive activity to a higher level.

Key words: *tasks for determining the number of long-figures and their divisors.*

УДК 373.5.16:53

В. О. Савош

Волинський інститут післядипломної педагогічної освіти

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗАСІБ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТАРШОКЛАСНИКІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ

У статті проаналізовано використання елементів математичного моделювання при розв'язуванні задач з фізики у площині діяльнісної теорії навчання. кожна фізична задача має модельне відношення до дійсності, яка набагато складніша, багатогранніша ніж це подано в її умові. Тому будь-яку фізичну задачу слід розглядати як модель реального процесу. Такий підхід значно спрощує процес розв'язання задачі, робить його можливим за допомогою простих методів і прийомів. Чим більше розв'язків буде враховано між «відомим» і «невідомим», тим складнішими будуть методи розв'язування даної задачі. Наші дослідження *показують, що систематичне використання математичного моделювання сприяє формуванню умінь та навичок учнів щодо свідомого виконання дій та операцій на кожному з етапів процесу розв'язування фізичної задачі.*

Ключові слова: *аналогія, фізична задача, діяльність, математичне моделювання,учень.*

Постановка проблеми. Аналіз результатів виступів школярів на різних етапах Всеукраїнських учнівських олімпіад, ЗНО з фізики, свідчить про недостатній рівень сформованості в них умінь розв'язувати фізичні задачі.

В цілому шкільна навчальна задача має ряд функцій, по перше, в якості головної та домінуючої виступає як дидактична модель, по друге, за змістом – це фізична модель, з якою потрібно опанувати вміння працювати із системами фізичних знань, по третє, стосовно процесів діяльності з нею – це деяка методологічна модель, яка скерована на засвоєння методу наукового пізнання. Звідси випливають труднощі при розв'язуванні задач [1].

Аналіз досліджень і публікацій. Одним із шляхів розв'язання даної проблеми є використання методу моделювання у навчальному процесі з фізики. Моделювання має ряд дидактичних можливостей [2–5], однак мало вивченим є вплив даного методу на процес розв'язування фізичних задач.

У процесі розв'язування більшості задач доводиться абстрагуватися від другорядного, неістотного для даного явища, процесу чи закономірності, що є першим кроком на шляху до моделювання.

Уже в процесі аналізу умови задачі необхідно звернути увагу учнів на велику кількість факторів, які можуть впливати на результат її розв'язку. Міра впливу цих факторів на дане явище, процес чи систему неоднакова. Тому під час розв'язування задач намагаються врахувати найбільш важливі фактори в даній ситуації, абстрагуються від другорядних. Такий підхід значно спрощує процес розв'язання задачі, робить його можливим за допомогою простих методів і прийомів. Чим більше розв'язків буде враховано між «відомим» і «невідомим», тим складнішими будуть методи розв'язування даної задачі.

Отже, кожна фізична задача має модельне відношення до дійсності, яка набагато складніша, багатогранніша ніж це подано в її умові. Тому будь-яку фізичну задачу слід розглядати як модель реального процесу. Розглянемо використання елементів математичного моделювання у процесі розв'язування задач відповідно до діяльнісної теорії навчання.

Виклад основного матеріалу. Математичним називають таке моделювання, коли модель і оригінал мають різну фізичну природу, а явища, або процеси, що характеризують їх, описуються рівняннями однакової форми, і між змінними цих рівнянь існують однозначні співвідношення. В основу математичного моделювання покладено аналогію фізичних явищ, яка розглядається як найзагальніший випадок подібності, властивий і явищам різної природи. Досить ефективно використовують на практиці аналогії між електричними й механічними явищами. Для цього потрібно скласти певні групи аналогій між величинами, що характеризують ці явища. В даному разі використовуються дві групи аналогій.

Першу групу аналогій називають аналогією *за напругою,* другу – *за струмом.* Ця назва походить від фізичних величин електродинаміки, які моделюють силу в механіці (табл. 1).

Таблиця 1

Використання аналогії у процесі навчання фізики

Механічна величина	**І група аналогій (за напругою)**	**ІІ група аналогій (за струмом)**
Координата – x	Електричний заряд – q	Магнітний потік – Φ
Маса – m	Індуктивність – L	Ємність – C
Час – t	Час – t	Час – t
Швидкість – $\upsilon = \frac{dx}{\mathrm{dt}}$	Сила струму – $I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{dt}}$	Напруга (е.р.с.) – $E = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}}$
Прискорення – $a = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{dt}}$	Швидкість зміни сили струму – $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{dt}}$	Швидкість зміни напруги – $\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{dt}}$
Сила – $F = m\,(\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{dt}})$	Напруга – $E = L(\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{dt}})$	Сила струму – $I = C(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{dt}})$
Коефіцієнт жорсткості – $k = \frac{F}{x}$	Величина, обернена ємності – $(\frac{1}{C}) = \frac{U}{q}$	Величина, обернена індуктивності – $(\frac{1}{L}) = \frac{I}{\Phi}$
Коефіцієнт швидкісного тертя – $E = \frac{F}{\upsilon}$	Опір електричний - $R = \frac{\varepsilon}{\mathrm{I}}$	Провідність - $\frac{1}{R} = \frac{I}{\varepsilon}$
Кінетична енергія поступального руху – $W\kappa = \frac{m\upsilon^2}{2}$	Магнітна енергія струму – $W\text{м} = \frac{LI^2}{2}$	Електрична енергія конденсатора – $We = \frac{CU^2}{2}$

У таблиці вказана відповідність між основними й похідними фізичними величинами механіки й електродинаміки обох груп аналогій. У 1-й колонці таблиці наведено параметри механічної системи, у 2-й та 3-й – електродинамічних систем.

На початковому етапі вчитель детально пояснює учням таблицю. Після цього звертає їхню увагу на те, що у випадку математичного моделювання (на основі аналогій) треба відмежуватися від якісних характеристик моделі і досліджуваного об’єкта й перейти від іменованих чисел до абстрактних, а після одержання результату знову перейти до іменованих чисел. Цілком зрозуміло, що в цьому разі коефіцієнти пропорційності між аналогічними параметрами моделі та оригіналу мають певну розмірність.

Вслід за С. У. Гончаренко, розглядаємо діяльність як «усвідомлену і цілеспрямовану активність людини, зумовлену потребами та спрямовану на пізнання і перетворення світу» [6, с. 98].

Будь-яка свідома діяльність людини складається з трьох етапів: мотиваційно-організаційного (підготовка до виконання певної діяльності з метою досягнення бажаних результатів), діяльнісно-виконавчого (здійснення дій, які повинні забезпечити досягнення бажаного результату) і контрольно-корекційного (порівняння отриманого результату з бажаним і внесення змін у разі їх невідповідності [7, с. 34]

Проаналізуємо діяльність учня на кожному з етапів під час розв’язування фізичних задач.

На першому етапі діяльність учня є мисленнєвою адже він працює не з реальними предметами та засобами а з їх образами, вона складається з:

- аналізу фізичної ситуації яка описується в задачі (Які об’єкти вивчаються? Яким є характер взаємодії елементів системи? Якими фізичними величинами можна охарактеризувати систему, чи є вона замкненою? (та ін.)).
- відбору засобів для розв’язання задачі.
- побудови плану розв’язування задачі;
- з’ясування суттєвих та несуттєвих властивостей явища або об’єкта, які містить задача і на цій основі побудови моделі до неї.

На другому етапі учень виконує дії відповідно до розробленого ним плану розв’язання задачі. Результатом діяльності учня на цьому етапі є нові знання, які він здобуває у процесі розв’язування задачі.

На третьому етапі учень аналізує розв'язок задачі. Якщо аналіз розв'язку свідчить про наявність помилок, то з'ясовуються причини і вносяться корективи у ту частину діяльності, де були допущені помилки або неточності.

Як приклад розглянемо кілька задач.

Задача 1. *На мал. 1 зображено вертикальний пружинний маятник: маса кульки дорівнює m, коефіцієнт жорсткості пружини — к. Визначити період коливання маятника. Накреслити схему електричної коливальної системи, яка була б аналогом до даного пружинного маятника, і обчислити період її коливання.*

Мотиваційно-організаційний етап. У задачі маємо вертикальний пружинний маятник – систему, що складається з пружини жорсткістю *k* та тягарця масою *m*. На тягарець діють: сила пружності та сила тяжіння. Для того, щоб у даній системі виникли механічні коливання, необхідно відхилити (по вертикалі) тягарець з положення рівноваги на невелику відстань і відпустити. До основних величини, які характеризують коливальний рух відносять: координату, швидкість, прискорення, силу, період, частоту, циклічну частоту, фазу, початкову фазу. Для розв'язання задачі необхідно використати взаємозв'язки між цими величинами, систему аналогій (див. табл.), ІІ-й закон Ньютона. У цій задачі маса кульки повинна бути у багато разів більшою за масу пружини а коефіцієнт жорсткості пружини таким, щоб деформації, які виникають в ній були абсолютно пружними. Знехтуємо також опором повітря.

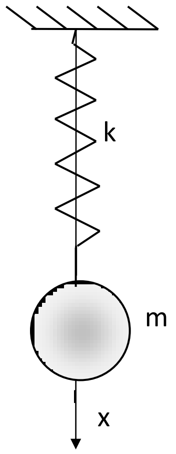

Рис. 1

Діяльнісно-виконавчий етап. Коливання здійснює тягарець, тому запишемо для нього ІІ-й закон Ньютона:

$ma_x = -kx$ (1)

Звідки $a_x = -\frac{k}{m}x$ (2) або $x'' = -\frac{k}{m}x$ (3)

Відомо, що $x = x_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$, тоді $\upsilon_x = x' = -x_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$,

$$a_x = \upsilon' = -x_m \cdot \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Враховуючи значення *x*, вираз для прискорення можна переписати у вигляді: $a_x = -\omega^2 x$ (4)

Прирівнявши (2) і (3) дістанемо: $-\omega^2 x = -\frac{k}{m}x$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, тоді період коливань маятника визначимо з формули: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$ (5)

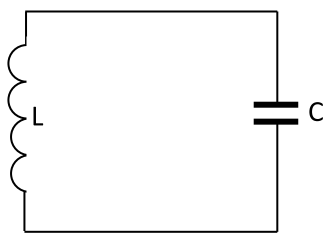

Рис. 2.

Щоб накреслити схему електричної коливальної системи, яка була б аналогом даного пружинного маятника, скористаємося першою системою аналогій (таблиця 1), де масі кульки *m* відповідає індуктивність котушки L, коефіцієнту жорсткості пружини *k* – величина обернена ємності конденсатора $\frac{1}{C}$. Таку коливальну систему зображено на рис. 2. Це звичайний коливальний контур із зосередженими параметрами. Покажемо, що рівняння, яке описує електромагнітні процеси, цілком аналогічне до рівняння (3).

Учням відомо, що величина електрорушійної сили, яка діє в даному колі, чисельно дорівнює сумі спадів напруг на всіх його ділянках, увімкнених послідовно: $\varepsilon = U_C + U_R$, U_C – напруга на конденсаторі, U_R – напруга на активному опорі. Оскільки в даному випадку ми нехтуємо активним опором контуру, то $U_R = 0$. Тому $\varepsilon = U_C$. Врахувавши, що $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$, і $U_C = \frac{q}{C}$ отримаємо: $-L\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$, звідси $\frac{dI}{dt} = -\frac{q}{LC}$; $q'' = -\frac{1}{LC}q$ (6) або $q'' = -\omega^2 q$ (7)

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – циклічна частота коливань у контурі.

Порівнюючи (3) і (6) робимо висновок, що ці рівняння абсолютно однакові за своєю формою, хоча різні за змістом. Перше з них описує механічні процеси у пружинному маятнику, друге – електричні процеси у коливальному контурі. Отже, вибрана нами електрична система (див. рис. 2) – аналог відповідної механічної системи (див. рис. 1).

Один із видів цих коливань, наприклад, механічні, як простіші й доступніші для безпосереднього спостереження, можна використати як модель для вивчення більш складних коливань – електромагнітних. Учням слід наголосити, що в цьому випадку ми маємо справу з математичним моделюванням, де процеси різної природи описуються однаковими рівняннями. Математичною моделлю електромагнітних коливань є саме рівняння (3). Маятник лише виконує роль наочності, що звичайно має велике значення в навчальному процесі. Оскільки рівняння (3) і (6) однакові і повністю відповідають прийнятій системі аналогій, то період коливання контуру можна записати аналогічно до виразу (5), тобто: $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Контрольно-корекційний етап. Для перевірки правильності формули (5) потрібно експериментально визначити період коливань вертикального пружинного маятника.

Окремо слід розглянути випадок, коли на тіло діють сили непружного походження значення яких змінюється за таким самим законом як і сила пружності пружини ($F_{пр} = -kx$). Такі сили називають квазіпружними, а величину перед зміщенням – квазіпружністю.

Задача 2. Знайти період малих коливань пляшки, яка плаває на поверхні води у вертикальному положенні, якщо її маса m, площа поперечного перерізу s. Густина води ρ.

Мотиваційно-організаційний етап. На пляшку діють сила тяжіння та сила Архімеда. Коли ці сили однакові за модулем, то пляшка перебуває у стані спокою. Для того, щоб виникли коливання необхідно, щоб ця рівновага порушилась. Оскільки значення сили тяжіння не змінюється, то необхідно змінити значення виштовхувальної сили. Цього можна досягнути, якщо занурити пляшку на незначну глибину і відпусти її.

Знехтуємо опором води.

Діяльнісно-виконавчий етап. Коливання здійснює пляшка, тому запишемо II-й закон Ньютона для двох випадків:

а) положення рівноваги;

б) занурення відносно положення рівноваги на глибину *x*.

$mg - F_{A1} = 0$ (1); $F_{A1} = \rho g V_1$ (2); $mg = \rho g V_1$ (3)

При зануренні пляшки на глибину *x* від положення рівноваги виштовхувальна сила збільшиться і її значення буде дорівнювати $F_{A2} = \rho g(V_1 + Sx)$ (4), тому $ma_x = mg - \rho g(V_1 + Sx)$ (5). Врахувавши (3) отримаємо: $ma_x = -\rho g S x$ (6). Звідси $a_x = -\dfrac{\rho g S}{m} x$ (7). Рівняння (6) є математичною моделлю коливань пляшки. Це рівняння однакове за формою з рівнянням, яке описує коливання пружинного маятника ($ma_x = -kx$), тому квазіпружність даної системи $k = \rho g S$. Скориставшись аналогією отримаємо $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{\rho g S}}$.

Контрольно-корекційний етап. Тут варто учням запропонувати питання: проаналізуйте межі застосування даної моделі. Як зміниться отриманий результат, коли: а) пляшка буде плавати у посудині невеликих розмірів; пляшка матиме не циліндричну форму.

Висновки та перспективи дослідження. Наші дослідження показують, що систематичне використання математичного моделювання сприяє формуванню умінь та навичок учнів щодо свідомого виконання дій та операцій на кожному з етапів процесу розв’язування фізичної задачі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Орлов В. А. Отношение к учебной физической задаче как к модели. Модели и моделирование в методике обучения физике: Материалы докладов V всероссийской научно-теоретической конференции / В. А. Орлов, Ю. А. Сауров. – Киров: Изд-во КИПК и ПРО, 2010. – С. 79-82.
2. Калапуша Л. Р. Моделювання у вивченні фізики / Л. Р. Калапуша. – К. : Рад. шк., 1982. – 160 с.
3. Калапуша Л. Р. Моделі в науці та навчальному процесі з фізики / Л. Р. Калапуша // Фізика та астрономія в школі. – 2007. – №1. – С.10-13; – 2007. – № 3. – С. 13–17.
4. Калапуша Л. Р. Організація самостійної діяльності учнів з фізики на основі використання елементів методу моделювання / Л.Р. Калапуша, В. О. Савош, О. С. Мартинюк // Фізика та астрономія в школі. – 2000. – № 1. – С.21-24.
5. Калапуша Л. Р. Комп’ютерне моделювання фізичних явищ і процесів: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів / Л. Р. Калапуша, В. П. Муляр, А. А. Федонюк. – Луцьк: Вежа, 2007.– 192 с.
6. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / С. У. Гончаренко. – К : Либідь, 1997. – 376 с.
7. Настільна книга педагога. Посібник для тих, хто хоче бути вчителем-майстром / Упорядники : Андрєєва В. М., Григораш В. В. – Х. : Вид. група «Основа», 2006. – 352 с.

РЕЗЮМЕ

Савош В. А. Математическое моделирование как средство организации самостоятельной работы старшеклассников при решении физических задач/

В статье проанализировано использование элементов математического моделирования при решении задач по физике в плоскости деятельностной теории обучения. каждое физическое задача имеет модельное отношение к действительности, намного сложнее, многограннее чем это представлено в ее условии. Поэтому любую физическую задачу следует рассматривать как модель реального процесса. Такой подход значительно упрощает процесс решения задачи, делает его возможным с помощью простых методов и приемов. Чем больше решений будет учтено между «известным» и «неизвестным», тем сложнее будут методы решения данной задачи. Наши исследования показывают, что систематическое использование математического моделирования способствует формированию умений и навыков учащихся по сознательномуювыполнения действий и операций на каждом этапе процесса решения физической задачи.

Ключевые слова: *аналогия, физическая задача, деятельность, математическое моделирование, ученик.*

SUMMARY

Savosh V. Mathematical modeling as a means of independent work of pupils in solving physical problems.

The paper explores the use of elements of mathematical modeling in solving problems in physics in the plane of activity-learning theory. Each model has a physical problem related to the fact that much more complicated, many-sided than it was presented in its condition. Therefore, any physical problem should be regarded as a model of the real process. This approach simplifies the process of solving the problem, making it possible using simple methods and techniques. The more solutions will be considered between «known» and «unknown», the harder it will be methods for solving this problem. Our studies show that a systematic use of mathematical modeling promotes and skills students conscious about the steps and operations at each stage of the process of solving physical problems.

Key words: *analogy, physical task, activity, mathematical design, student.*