

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка
НМЦ ПТО у Сумській області

О. С. Чашечникова, В. С. Лабудько, А. Ю. Бондаренко

**ПРОФЕСІЙНЕ СПРЯМУВАННЯ
ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ
В ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ
(ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ.
ДИДАКТИЧНІ МАТЕРІАЛИ**

Навчальний посібник

Суми – 2021

УДК 372.851+377.35

П84

*Рекомендовано Вченою радою
Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка
протокол № 10 від 27 квітня 2020 року*

Рецензенти

- Н.А. Тарасенкова*, завідувач кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького, доктор педагогічних наук, професор;
- Н. В. Кульчицька*, завідувач кафедри статистики і вищої математики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника кандидат педагогічних наук, доцент;
- Л.Г. Філон*, завідувач кафедри математики та економіки Національного університету “Чернігівський колегіум” імені Т.Г.Шевченка, кандидат педагогічних наук, доцент.

Чашечникова О.С., Лабудько В.С., Бондаренко А.Ю.

П84 Професійне спрямування вивчення математики в закладах професійної (професійно-технічної) освіти. Дидактичні матеріали. / О.С. Чашечникова, В.С. Лабудько, А.Ю. Бондаренко. – Суми : ФОП Цьома С.П., 2021. – 88 с.

У навчальному посібнику запропоновано професійно спрямовані завдання з математики для навчання учнів закладів професійної (професійно-технічної) освіти. Навчальний посібник призначений для вчителів математики, для студентів педагогічних університетів.

УДК 372.851+377.35

© Чашечникова О.С., Лабудько В. С.,
Бондаренко А. Ю., 2021
© ФОП Цьома С.П., 2021

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ УЧНІВ, ЩО ЗДОБУВАЮТЬ ПРОФЕСІЇ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ.....	7
1.1. АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ.....	7
1.1.1. Функції, їхні властивості та графіки.....	7
1.1.2. Тригонометричні функції.....	8
1.1.3. Похідна та її застосування.....	10
1.1.4. Показникова і логарифмічна функції.....	13
1.1.5. Інтеграл та його застосування.....	14
1.1.6. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики.....	17
1.2. ГЕОМЕТРІЯ.....	18
1.2.1. Паралельність прямих і площин у просторі.....	18
1.2.2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі.....	20
1.2.3. Координати і вектори.....	21
1.2.4. Многогранники.....	23
1.2.5. Тіла обертання.....	24
1.2.6. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.....	25
Розв'язання, відповіді.....	26
РОЗДІЛ 2 ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ УЧНІВ, ЩО ЗДОБУВАЮТЬ ПРОФЕСІЇ БУДІВЕЛЬНОГО ПРОФІЛЮ У ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ.....	35
2.1. АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ.....	35
2.1.1. Функції, їхні властивості та графіки.....	35
2.1.3. Похідна та її застосування.....	38
2.1.4. Показникова і логарифмічна функції.....	40
2.1.5. Інтеграл та його застосування.....	42
2.1.6. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики.....	44
2.2. ГЕОМЕТРІЯ.....	45
2.2.1. Паралельність прямих і площин у просторі.....	45
2.2.2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі.....	47
2.2.3. Координати і вектори.....	48
2.2.4. Многогранники.....	50
2.2.5. Тіла обертання.....	51
2.2.6. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.....	52
Відповіді та розв'язки.....	53

РОЗДІЛ 3 ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ УЧНІВ, ЩО ЗДОБУВАЮТЬ ПРОФЕСІЇ МЕТАЛООБРОБНОГО ПРОФІЛЮ У ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ.....	62
3.1. АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ.....	62
3.1.1. Функції, їхні властивості та графіки.....	62
3.1.2. Тригонометричні функції.....	63
3.1.3. Похідна та її застосування.....	64
3.1.4. Показникова і логарифмічна функції.....	66
3.1.5. Інтеграл та його застосування.....	68
3.1.6. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики.....	69
3.2. ГЕОМЕТРІЯ.....	70
3.2.1. Паралельність прямих і площин у просторі.....	70
3.2.2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі.....	72
3.2.3. Координати і вектори у просторі.....	73
3.2.4. Многогранники.....	75
3.2.5. Тіла обертання.....	76
3.2.6. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.....	77
Відповіді до тестів.....	78
ВИСНОВКИ.....	87

ПРОФЕСІЙНЕ СПРЯМУВАННЯ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ

Професійно-технічна освіта України спрямована на формування в учнів професійних знань, умінь, навичок, відповідного професійного мислення. У навчальній програмі з математики зазначено, що мета освіти – розвиток особистості, яка поєднує в собі творчий потенціал до навчання, ініціативність до саморозвитку та самонавчання в сучасних умовах, здатності ідентифікувати себе як важливу і відповідальну складову українського суспільства, яка готова змінювати і відстоювати національні цінності українського народу. Важливим чинником розвитку такої особистості є формування в учнів умінь застосовувати набуті знання у реальних життєвих ситуаціях, під час розв’язання практичних завдань та здатності визначати і обґрунтовувати власну життєву позицію.

Викладач математики повинен створити такі умови, за яких учень відчуватиме свою успішність, певні досягнення, що зробить продуктивним сам процес набуття знань. Завдання викладача – дати учням не лише знання з програмового матеріалу, а й уміння застосувати їх у професійній діяльності. Одним із видів його вирішення є спрямоване вивчення математики на вироблення професійних навичок учнів на уроках.

Професійна спрямованість уроків математики полягає в тому, щоб учні на практиці змогли використовувати знання, набуті на уроках математики. Учні будуть добре вивчати предмет лише тоді, коли зрозуміють, що отримані знання знадобляться в житті, обраній професії, побуті. Знання, не пов’язані з практикою, забуваються. Знання, пов’язані з практикою, життєвим досвідом, умінням застосовувати їх у нестандартних ситуаціях, більш міцні, стабільні, корисні.

Практичне спрямування передбачає формування в учнів умінь використовувати здобуті знання під час вивчення як самої математики, так і спецдисциплін, а також при проходженні виробничої практики.

Запровадження новітніх технологій у системі освіти зумовлює нові підходи в оцінюванні навчальних досягнень із будь-якої дисципліни, зокрема з математики. Але якщо зовнішнє незалежне оцінювання здійснюється у формі тестування, то доцільно поряд із традиційними методами і формами перевірки знань використовувати тестові форми контролю.

Серед основних форм контролю знань учнів (попередній, тематичний, підсумковий) особливе місце займає поточний контроль, мета якого – відстежувати перебіг процесу навчання, отримувати інформацію про відповідність навчальних досягнень учнів вимогам чинної програми. Таке поточне оцінювання здійснюється майже на кожному уроці у формі усного

опитування, різноманітних математичних диктантів, творчих завдань тощо. Ефективне застосування тестів вимагає від викладача ознайомлення з типами тестових завдань, загальними підходами до їх створення та особливостями оцінювання. Наявність у тестах завдань, що органічно пов'язують теоретичний матеріал і різноманітні задачі, дозволяє перевірити не лише оволодіння учнями техніки обчислень, але й їх уміння думати, що власне і є основною метою навчання математики в професійно-технічному навчальному закладі.

Тест складається із завдань трьох різних форм.

1. Завдання з вибором однієї правильної відповіді. У кожному завданні пропонується п'ять варіантів відповідей, серед них тільки один варіант правильний. Необхідно вибрати правильну відповідь.

2. Завдання на встановлення відповідності (логічні пари). В ньому дається твердження, об'єднане в два стовпчики. У першому стовпчику твердження, позначені цифрами 1-3, у другому – буквами А-Д. Необхідно встановити відповідність між твердженнями – скласти логічні пари.

3. Завдання відкритої форми. Вважається виконаним, якщо надано розв'язок та записано правильну відповідь.

Тестові завдання складені за навчальною програмою з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту), затвердженої наказом Міністерства освіти і науки України від 23.10.2017 № 1407. Завдання надаються з відповідями та короткими розв'язками за напрямками економічної діяльності:

професії харчових технологій;

професії будівельного профілю;

професії металообробного профілю.

РОЗДІЛ 1.
ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ УЧНІВ, ЩО
ЗДОБУВАЮТЬ ПРОФЕСІЇ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ЗАКЛАДАХ
ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ

1.1. АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

1.1.1. Функції, їхні властивості та графіки

1. Маса страви – 1,023 кг. Запишіть це число в грамах.

А	Б	В	Г	Д
10,23 г	123 г	1023 г	0,1023 г	102,3 г

2. Після первинної обробки картоплі у березні місяці відходи становлять 40%. Якими будуть відходи після обробки 35 кг картоплі?

А	Б	В	Г	Д
14 кг	21 кг	7 кг	5 кг	25 г

3. Яким із виразів можна записати кількість процесів, необхідних для приготування страви?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$\sqrt[3]{9}$	$\sqrt[5]{15}$	$\sqrt[3]{27}$	$\sqrt[4]{-3}$

4. Кухар отримав 12 помідорів по 250 г, 10 помідорів по 330 г і 8 помідорів по 210 г. Визначте середню масу одного помідора.

А	Б	В	Г	Д
266 г	185 г	210 г	304 г	298 г

5. Залежність кількості відходів із 100 кг від часу зберігання картоплі при зберіганні з 01.09 задано у вигляді графіка функції $f(x)$ на рис. 1.

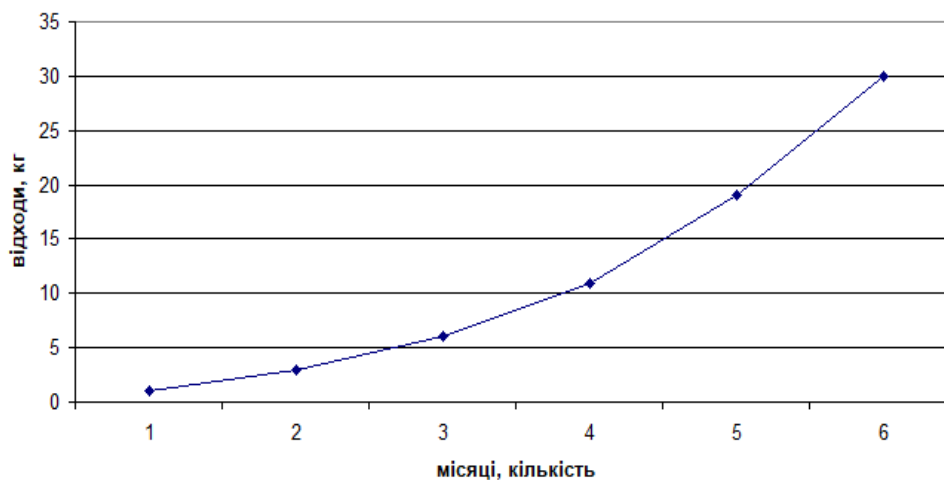


Рис. 1

Установіть відповідність між часом зберігання картоплі (1-3) і кількістю відходів (А-Д).

- | | |
|--|----------|
| 1. За перший місяць відходів буде | А. 30 кг |
| 2. За шість місяців відходів буде | Б. 13 кг |
| 3. За перші три місяці відходів менше, ніж за п'ять місяців на | В. 8 кг |
| | Г. 4 кг |
| | Д. 1 кг |

6. Щоб замісити тісто, необхідно взяти борошно, молоко, цукор і олію у відношенні 8:5:2:1. Чого більше у тісті, борошна чи цукру і у скільки разів? Скільки борошна (у кг) потрібно взяти, щоб вийшло 1 кг 440 г тіста?

7. Надходження товару на склад задано формулою $y_1 = 75 - 0,8x + 0,006x^2$, а реалізація $y_2 = 56 - 0,4x + 0,003x^2$, де x – кількість днів. Знайти запас товару після 25 днів роботи. Відповідь запишіть у цілих числах.

8. Відомо із досвіду, що кількість молока у кілограмах, необхідного для одержання 100 г масла, виражається функцією, заданою формулою: $y = \frac{9}{x}$, де x – процент жирності молока (від 2 до 6%). Скільки молока (кг), жирність якого дорівнює 4,2%, необхідно взяти для отримання 5,2 кг масла (відповідь округліть до десятих).

1.1.2. Тригонометричні функції

1. Для приспускання риби порційні шматочки філе нарізають під кутом 45° , починаючи з хвостової частини. Переведіть величину цього кута із градусної міри в радіанну.

А	Б	В	Г	Д
$\pi/2$	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/4$	$3\pi/4$

2. Обчислити за формулою $2\sin 30^\circ + 2$ термін зберігання в холодильнику фруктової випічки без крему

А	Б	В	Г	Д
2 доби	4 доби	3 доби	1 доба	0,5 доби

3. Лопаті на робочому валу фаршемішалки розміщені під кутом α , що покращує просування продуктів до розгрузочної камери. Знайти значення виразу $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$, якщо $\alpha = 15^\circ$.

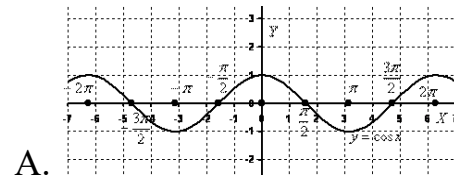
А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,5	-0,5

4. Лангет натуральний нарізають під кутом $\alpha = 45^\circ$ із тонкої частини вирізки. Обчислити товщину шматка лангета (в см), яка рівна значенню виразу: $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha + \sin^2 \alpha$.

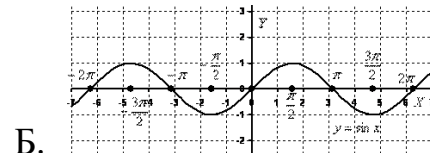
А	Б	В	Г	Д
2,5	1	2	0,5	1,5

5. Для оборотів двигуна м'ясорубки Bosh потрібні фрагменти синусоїди, що забезпечує симістор (прилад, призначений для комутації навантаження в мережі змінного струму). Установіть відповідність між функцією (1-3) та її графіком (А-Д).

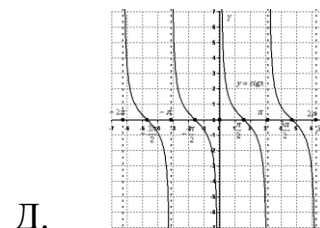
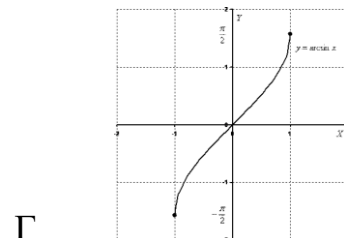
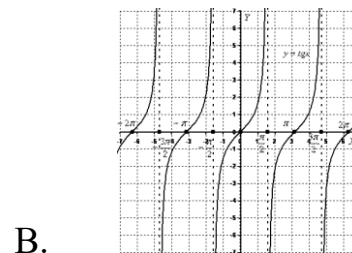
1. $y = \sin x$



2. $y = \operatorname{tg} x$



3. $y = \cos x$



6. М'ясо нарізають на порційні або дрібні шматочки під певним кутом упоперек волокон, щоб воно під час теплової обробки менше деформувалось і було ніжним. Знайдіть значення цього кута в градусах в результаті обчислення виразу:

$$1 \frac{3}{4} \pi - \frac{3\pi}{2}$$

7. На уроці виробничого навчання учні отримали завдання приготувати кашу, пропорції крупи і води задано відношенням a/v . Знайдіть це відношення, якщо $a = (1 + tg^2 x)cos^2 x$, $v = 2(sin^2 x + cos^2 x)$.

8. Львівський борщ.

Для приготування Львівського борщу необхідно зварити зі шкіркою буряки. Наприкінці варіння додати оцет. Зварені буряки очищують, нарізають соломкою, кладуть у сотейник, додають томатне пюре, розведене бульйоном і тушкують 5-7 хв. У киплячий проціджений бульйон (кістковий або м'ясний) кладуть картоплю, нарізану часточками, варять 20-25 хв., додають тушковані буряки, пасеровані, нарізані соломкою, цибулю, моркву, петрушку, сіль, цукор, лимонну кислоту, перець, лавровий лист і варять 5-7 хв. Наприкінці варіння вливають буряковий відвар. Перед подаванням у тарілку кладуть зварені й нарізані скибочками сосиски, наливають борщ, кладуть сметану та зелень.

Рецептура страви

Інгредієнти	Брутто/Нетто (г)		
Буряки	$(50a+5)/(40a)$	<input type="text"/>	/ <input type="text"/>
Картопля	$(30a+50)/(35a-25)$	<input type="text"/>	/ <input type="text"/>
Морква	$(10a)/(8a)$	<input type="text"/>	/ <input type="text"/>
Петрушка (корінь)	$(5a-5)/(3a)$	<input type="text"/>	/ <input type="text"/>
Цибуля ріпчаста	$(9a+3)/(8a)$	<input type="text"/>	/ <input type="text"/>
Жир тваринний топлений харчовий	$5a$	<input type="text"/>	
Томатне пюре	$10a$	<input type="text"/>	
Цукор	$7a-30$	<input type="text"/>	
Оцет 3%	$3a+1$	<input type="text"/>	
Кислота лимонна	$2a-9$	<input type="text"/>	
Бульйон або вода	$140a$	<input type="text"/>	
Сосиски	$(16a+2)/(16a)$	<input type="text"/>	/ <input type="text"/>

Обчисліть кількість інгредієнтів у грамах та заповніть порожні клітинки в рецептурі, якщо відомо, що a – кількість розв'язків рівняння $2\sin^2 x = \sqrt{3} \sin 2x$ на проміжку $[0; 2\pi]$. Для знаходження числа a розв'яжіть вказане рівняння.

1.1.3. Похідна та її застосування

1. При скисанні молока кількість молочнокислих бактерій зростає за законом, який виражає функція $P(t) = 3000 + 100t^2$.

Знайдіть швидкість росту популяції бактерій $P'(t)$ при приготуванні сметани.

А	Б	В	Г	Д
$3000 t$	$200 t$	$200 t^2$	3000	200

2. Кількість молока y (л), необхідного для одержання 1кг масла, виражається формулою: $y = \frac{88}{x}$, де x - % жиру в молоці і $2 < x < 6$.

Яка з відповідей доводить, що дана функція спадна на всій області визначення?

А	Б	В	Г	Д
$y'(x) = 88$	$y'(x) = 88x$	$y'(x) = \frac{88}{x}$	$y'(x) = \frac{88}{x^2}$	$y'(x) = -\frac{88}{x^2}$

3. На рис. 2 зображено графік ступеня набухання нагрітої муки в гарячій воді.

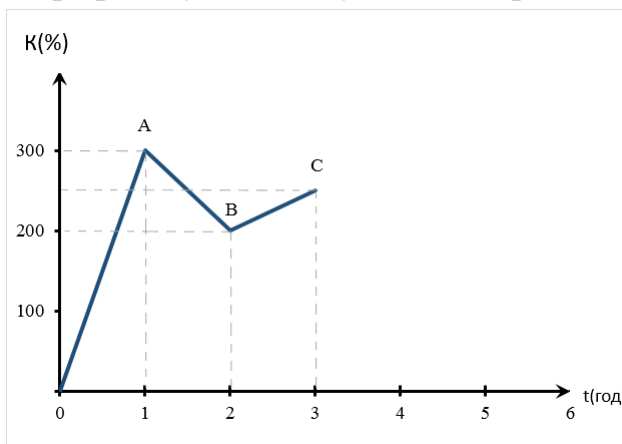


Рис.2

Виберіть правильне твердження, подане в таблиці.

А	Б	В	Г	Д
т.А(1;300)-т.min	На інтервалі (1;2) – похідна функції додатна	т.В(2;200) – т.max	На інтервалі (2;3) – похідна функції додатна	На інтервалі (2;3) – функція спадає

4. Маса кристалів цукру у варенні змінюється за законом:

$$m = \sqrt{t^2 + 5t},$$

де m – маса кристалів цукру в грамах, t – час у годинах.

Обчисліть швидкість росту маси кристалів.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2t+5}{\sqrt{t^2+5t}}$	$\frac{t+5}{2\sqrt{t^2+5t}}$	$\frac{2t}{2\sqrt{t^2+5t}}$	$\frac{2t+5}{2\sqrt{t^2+5t}}$	$\frac{t+5}{\sqrt{t^2+5t}}$

5. На рис. 3 зображено графік зміни вмісту вуглеводів моркви під час її варіння протягом 30 хвилин. Установіть відповідність між координатами точки (1-3) і властивостями функції

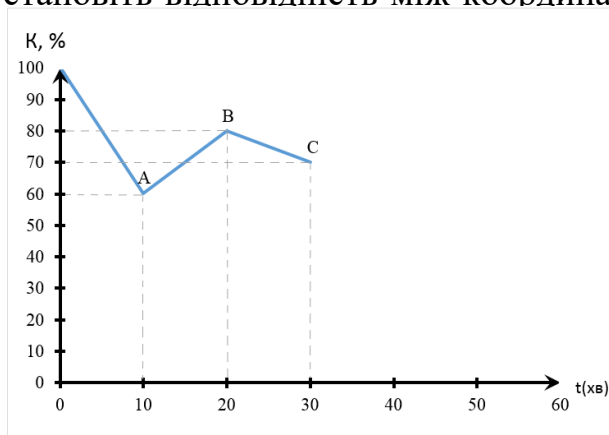


Рис. 3

1. Точка А (10; 60)

2. Точка В (20;80)

3. При переході через точку $t=20$ хв. похідна функції

А. точка max

Б. змінює знак з «+» на «-»

В. точка min

Г. змінює знак з «-» на «+»

Д. додатна

6. Обсяг продукції цеху по виготовленню кондитерських виробів протягом дня виражається залежністю:

$$V(t) = -\frac{2}{3}t^3 + \frac{7}{2}t^2 + 80t + 12 \text{ (од.)}, t \in [1;8], \text{ де } t - \text{робочий час в годинах.}$$

Порівняйте продуктивність праці $P(t)$ (продуктивність праці – похідна від обсягу продукції) через годину після початку роботи та за годину до її закінчення, тобто у моменти часу $t_1 = 1$ год і $t_2 = 7$ год.

7. Функція виду $y = 0,006t^2 - 0,31t + 170$ виражає зміну температури t^o (С) жиру при загрузці обсмажуючого продукту від часу t (сек). Визначте, в який момент часу температура фритюру буде найменшою та знайдіть її значення.

8. Дріжджі ростуть у цукровому розчині за законом, що виражається функцією $m(t) = (m_0 + \Delta m)^t$, де m_0 - початкова маса дріжджів, Δm – зміна маси протягом години, t – час (год). Маса дріжджів збільшується на 3% за кожну годину.

Знайдіть наближене значення маси дріжджів через 10 хв, використовуючи формулу для наближених обчислень: $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$. Вважайте, що початкова маса дріжджів дорівнює 1г.

1.1.4. Показникова і логарифмічна функції

1. При приготування дріжджового тіста опарним способом збільшення маси дріжджів у ньому в процесі бродіння відбувається за формулою $m = m_0 1,2^t$, де m_0 – маса дріжджів для приготування опари, t – час бродіння в годинах. Знайти масу дріжджів через 3 години бродіння, якщо для приготування опари їх взяли 100 г. Результат округлити до цілих.

А	Б	В	Г	Д
120 г	172 г	173 г	194 г	360 г

2. Під час приготування кисломолочних продуктів процес розмноження кисломолочних бактерій відбувається так, що їх число N змінюється з часом за законом $N = N_0 2^t$, де N_0 – початкова кількість бактерій, t – час в годинах. Записати цей закон у вигляді логарифмічної рівності.

А	Б	В	Г	Д
$\log_t \frac{N}{N_0} = 2$	$\log_2 t = \frac{N}{N_0}$	$\log_2 \frac{N_0}{N} = t$	$\log_2 \frac{N}{N_0} = t$	$\log_t \frac{N_0}{N} = 2$

3. Процес заквашування йогурту описується за формулою: $N = 2^t$, де N – кількість кисломолочних бактерій, t – час заквашування (год). Визначити час, за який утворилося 1024 бактерій.

А	Б	В	Г	Д
4	6	8	10	11

4. Калорійність готових страв змінюється за формулою: $y = \log_{0,5} x$, де x – час (год), y – калорійність (кДж). Обчислити x , якщо $\log_{0,5} x = 2$.

А	Б	В	Г	Д
0,25	1	0,125	0,5	1,25

5. Збільшення об'єму білків у процесі збивання описується графіком показникової функції $V = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^t$ (рис. 4).

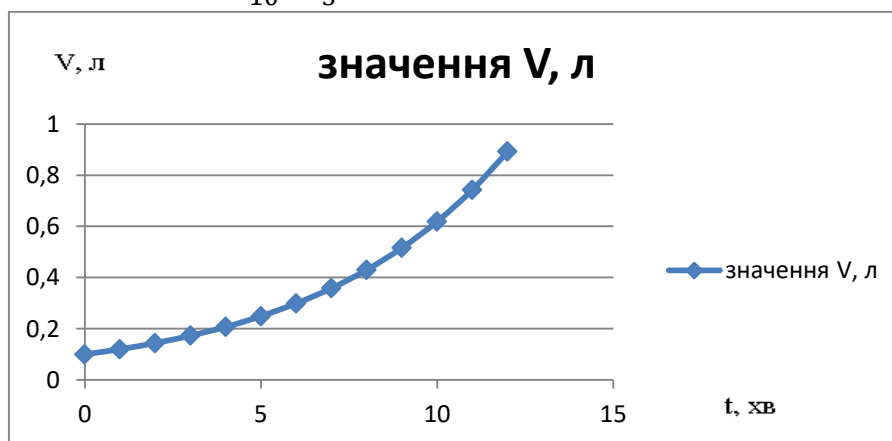


Рис. 4

Установіть відповідність між часом збивання білків (1-3) і зміною об'єму (А-Д).

- | | |
|---|--------------|
| 1. Об'єм білків на кінець четвертої хвилини збивання, у порівнянні з початковим, збільшився | А. у 2 рази |
| 2. Об'єм білків на кінець десятої хвилини збивання, у порівнянні з початковим, збільшився | Б. у 4,5раза |
| 3. Об'єм білків від шостої до дванадцятої хвилини збивання збільшився у | В. у 3 рази |
| | Г. у 4 рази |
| | Д. у 6 разів |

6. На уроці виробничого навчання учні готували бісквітне тісто для рулетів. Учень Митрофан вирішив запитати в учня Данила, який завжди старанно вивчав кондитерську справу, про температуру і час випікання цього виду тіста. Але Данило добре знав не лише кухарську справу, а й математику. Тому відповів:

«температура $(10^{2+\lg_5^9})^\circ\text{C}$, час випікання $(\lg 10 + \lg 100 + \lg 1000 + \lg 10000)$ хвилин». Допоможіть Митрофану отримати правильну відповідь.

7. При порушенні технології зберігання чи переробки продуктів харчування в них може розмножуватися кишкова паличка, одна особина якої ділиться навпіл через кожні 20 хв. Протягом якого часу з однієї бактерії утвориться 32768 бактерій, якщо їх кількість збільшується за формулою $y=2^x$, де x – кількість 20-хвилинок?

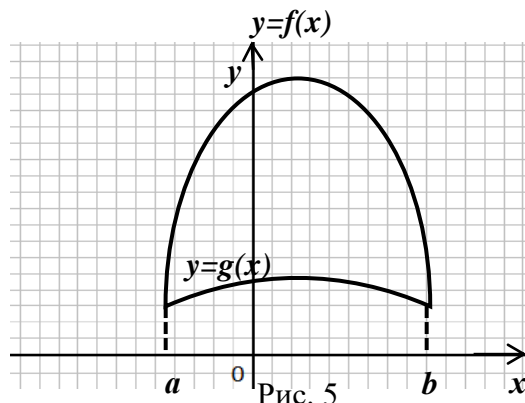
8. Знаючи, що процес охолодження тіл у навколишньому середовищі описується рівнянням $T = T_{\text{п}} + (T_0 - T_{\text{п}})e^{-kt}$, де T – температура тіла в даний момент часу t , $T_{\text{п}}$ – температура повітря, T_0 – початкова температура тіла, k – стала, що залежить від властивостей охолоджуваного тіла, розв'яжіть задачу: Температура розлитого у формах желе за 5 хв. спадає з 90°C до 60°C . Через який час з моменту охолодження желе застигне, якщо температура навколишнього середовища 20°C , а температура застивання желе 30°C ?

1.1.5. Інтеграл та його застосування

1. Продуктивність праці кухарів їдальні протягом робочого дня описується функцією: $f(t) = -2t^2 + 1$, де t – час, що відлічується від початку робочого дня. Робочий день 8 годин. Вказати формулу для обчислення обсягу продукції, виробленої за перші 6 годин роботи.

А	Б	В	Г	Д
$\int_0^6 (-2t^2 + 1) dt$	$\int_0^8 (-2t^2 + 1) dt$	$\int_1^6 (-2t^2 + 1) dt$	$\int_1^8 (-2t^2 + 1) dt$	$\int_6^8 (-2t^2 + 1) dt$

2. Господиня розкачала тісто неправильної форми (рис. 5). За даними, наведеними на рисунку, вказати формулу для знаходження площі поверхні тіста.



А	Б	В	Г	Д
$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx$	$\int_b^a (f(x) + g(x)) dx$	$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$	$\int_b^a (f(x) - g(x)) dx$	$\int_b^a (g(x) - f(x)) dx$

3. Маємо різні шоколадні кульки. Найбільш точно описує форму шоколадної кульки обертання синусоїди навколо осі Ox , яка обмежена прямими $x = 0$ та $x = \pi$ (рис. 6). Укажіть, яку формулу треба використати, щоб знайти об'єм такої кульки.

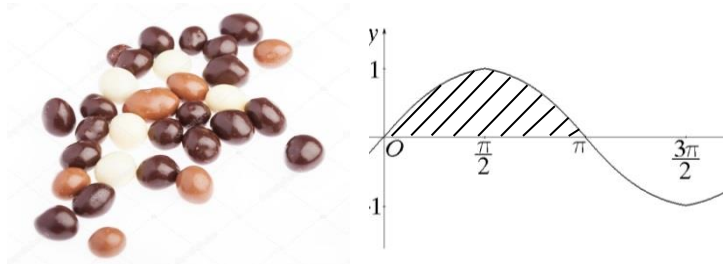


Рис. 6

А	Б	В	Г	Д
$\pi \int_0^{\pi} \sin x dx$	$\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx$	$\pi^2 \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$	$\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$	$\pi \int_0^{\pi} x \cdot \sin^2 x dx$

4. Міксером збивають крем для торта, робота якого змінюється за законом $A=2t+1$. Знайти кількість обертів n , які виконають вінчики за інтервал часу від $t_1=1c$ до $t_2=3c$.

А	Б	В	Г	Д
5 обертів	12 обертів	14 обертів	10 обертів	8 обертів

5. На рисунку 7 подано графік залежності продуктивності праці пекарів від часу роботи.

$$f(t) = \begin{cases} t; & 0 \leq t \leq 4 \\ 4; & 4 < t \leq 5 \\ -t + 9; & 5 < t \leq 8 \end{cases}$$

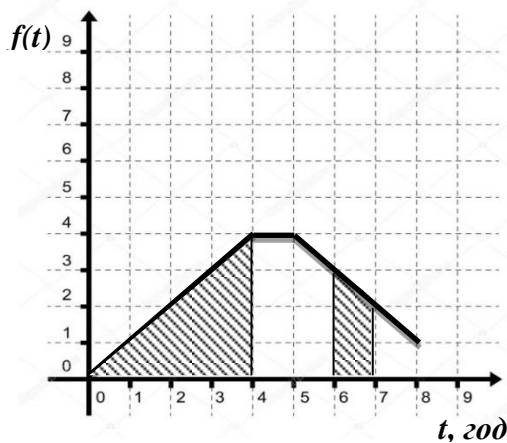


Рис. 7

Установіть відповідність між обсягом спеченого хліба (1-3) і часом роботи (А-Д).

- | | |
|--|---------|
| 1. Обсяг спеченого хліба (кг) за перші 4 години роботи | А. 8 |
| 2. Обсяг спеченого хліба (кг) з 6 год по 7 год роботи | Б. 10,5 |
| 3. Вказати, протягом якого часу продуктивність праці була сталою | В. 1 |
| | Г. 2,5 |
| | Д. 2 |

6. Печиво має форму фігури, обмеженої графіком функції $y = 4 - x^2$ і віссю Ox . Яку площу займає печиво? Яку максимальну кількість печива можна вирізати із листового тіста, розміри якого 18×24 см (1 см = 2 од)?

7. Швидкість зміни концентрації речовини, що вступила в реакцію, виражається функцією $v = 3t + 1$, де t – час (с), v – швидкість (моль/с·м³). Як зміниться концентрація речовини за час $t_1=0$ до $t_2=5$ с?

8. Кухар приготував домашні пряники на кефірі. Форму пряника можна описати обертанням криволінійної трапеції навколо осі Ox (рис. 8). Криволінійна трапеція обмежена графіком функції $y = \sqrt{x}$ та прямими $x = 1$, $x = 4$. Обчислити об'єм 10 таких пряників (в см³).

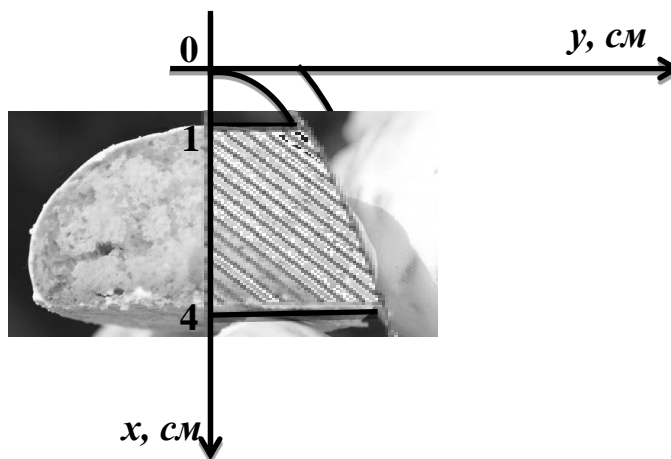
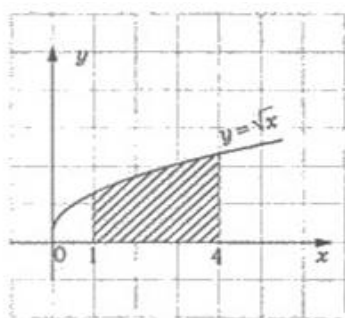


Рис. 8

1.1.6. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики

1. На тарілці лежать 8 однакових на вигляд пиріжків: три з повидлом, а решта – з м'ясом. Навмання беруть один пиріжок. Яка ймовірність того, що цей пиріжок з повидлом?

А	Б	В	Г	Д
1	0,8	0,5	0,3	0,375

2. В залі накрито стіл на 8 персон. Скільки способів розміщення 8 осіб за столом?

А	Б	В	Г	Д
8	64	5040	40320	512

3. В одній вазі лежить 5 яблук, а в другій 8 мандаринів. Скількома способами можна вибрати або яблуко, або мандарин?

А	Б	В	Г	Д
40	13	8	5	3

4. Дано вибірку маси (у грамах) семи картоплин : 258, 224, 205, 240, 232, 205, 211. Знайдіть середнє значення цієї вибірки.

А	Б	В	Г	Д
258	225	224	205	53

5. ~~Корго~~ ~~протне~~ ~~мноі~~ з 7 ~~відв тістек~~ та 5 ~~відв соів~~ Установіть відповідність між обраними десертами (1-3) і кількістю варіантів їх вибору (А-Д).

1. ~~Замовлення~~ з ~~одго~~ тістек*а* і ~~одго~~ соку А. 62
2. ~~Замовлення~~ з ~~двох~~ тістек*к* і ~~одго~~ соку Б. 210
3. ~~Замовлення~~ з ~~двох~~ тістек*к* ~~або~~ ~~двох~~ соів В. 840
Г. 5040
Д. 35

6. У кошику лежать 8 червоних і 4 зелених яблука. Знайти ймовірність того, що серед 3 узятих яблук усі червоні.

7. Кухар для приготування овочевого салату взяв 6 огірків середньою масою кожного з них 98 г. Потім додав ще один огірок і середня маса зменшилася до 95 г. Скільки важив доданий огірок?

8. Контрольна робота з предмета «Обладнання» складається із трьох завдань обов'язкового рівня, двох завдань середнього рівня та одного завдання достатнього рівня. Скільки варіантів контрольної роботи можна скласти, якщо у викладача є 20 завдань обов'язкового рівня, 15 завдань середнього рівня, 10 завдань достатнього рівня?

1.2. ГЕОМЕТРІЯ

1.2.1. Паралельність прямих і площин у просторі

1. Які елементи духової шафи знаходяться в паралельних площинах?

А	Б	В	Г	Д
Дверцята і деко	Деко і решітка духової шафи	Задня стінка шафи і нагрівальний елемент	Дверцята і нагрівальний елемент	Задня стінка і деко

2. Тістечко має форму правильного тетраедра $ABCD$ (рис. 9). Переріз MNK паралельний площині BDC , DP – медіана трикутника BDC . Використовуючи дані рисунку, вказати НЕправильне твердження:

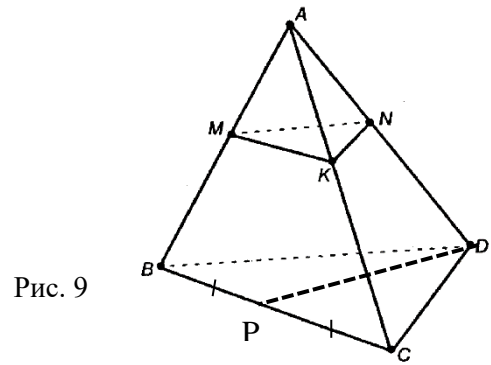


Рис. 9

А	Б	В	Г	Д
Пряма, що містить сторону AC , перетинає площину BAD в точці A	Чотирикутник $KNDC$ – рівнобічна трапеція	Прямі AB і CD – мимобіжні	Площина PDC перетинає площину ABD по прямій BD	Прямі MN і DP – паралельні

3. Шматок твердого сиру в формі прямокутного паралелепіпеда кухар розрізав паралельно бічній грані. Яка геометрична фігура могла утворитись в перерізі?

А	Б	В	Г	Д
Трапеція	Ромб	Прямокутник	Паралелограм	Трикутник

4. Джерело світлового випромінювання спрямували на плоску кухонну дошку, яка має форму прямокутника. У результаті неможливо отримати тінь у формі...

А	Б	В	Г	Д
Паралелограма	Квадрата	Трапеції	Ромба	Прямокутника

5. Коробка з-під цукерок «Ліщина» має вигляд паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ($AD = 12$; $AB = 8$; $AA_1 = 6$).

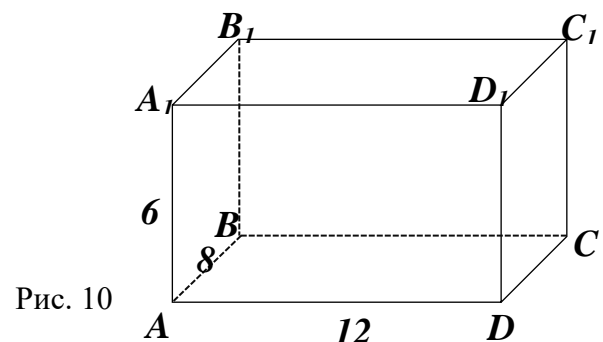


Рис. 10

Установити відповідність між сторонами (1-3) і відстанню між ними (А-Д).

1. AB і D_1C_1
2. B_1C_1 і AD
3. AA_1 і CC_1

- А. 6
- Б. $6\sqrt{5}$
- В. 12
- Г. $4\sqrt{13}$
- Д. 10

6. Площини газової плити α та кухонної витяжки β паралельні ($\alpha \parallel \beta$).

$A \in \beta, D \in \beta, B \in \alpha, C \in \alpha, AB \parallel CD,$

$AB = 100$ см (рис.11).

Проекція DC на площину α – відрізок

$CH = 60$ см. Знайти відстань між

площинами газової плити та купольної витяжки DH .

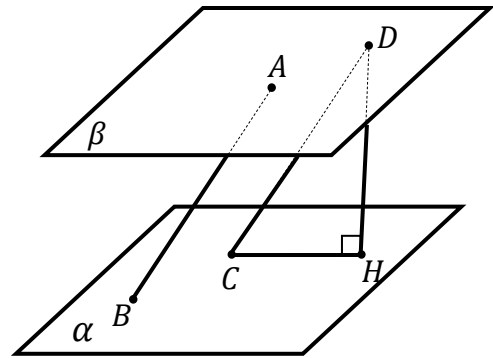


Рис. 11

7. Дві площини решіток для запікання в електричній духовій шафі паралельні між собою ($\alpha \parallel \beta$). $AB \in \alpha, DC \in \beta, AC \cap BD = O$. Знайти довжину решітки AB , якщо $DC = 32$ см, а $AC : CO = 9 : 4$ (рис.12).

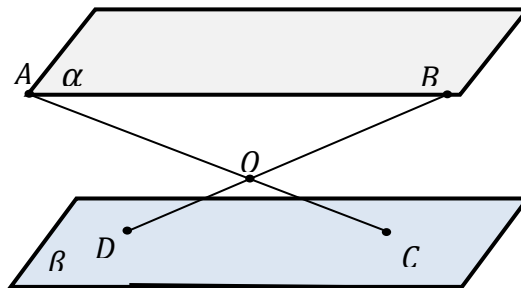


Рис.12

8. Шматок бісквітного торта має форму куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ зі стороною 100 мм (рис.13). Точка M – середина CC_1 . Шматок розрізали через точку M паралельно площині $A_1 B C$. Знайти периметр даного перерізу у см.

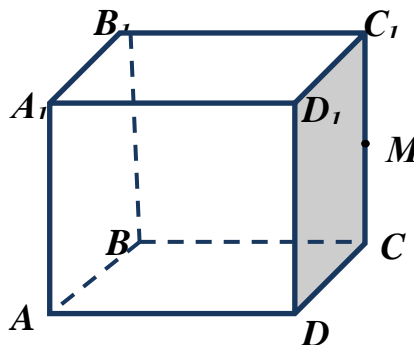


Рис.13

1.2.2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі

1. При серверуванні усі прибори розміщують паралельно один до одного, а до краю столу...

А	Б	В	Г	Д
Паралельно	Перпендикулярно	Мимобіжно	Без різниці	Навхрест

2. Як розміщені тертковий диск машини для нарізування овочів та робочий вал машини?

А	Б	В	Г	Д
Перпендикулярно	Паралельно	Під певним кутом	Мимобіжно	Інша відповідь

До завдань 3-4.

Піч хлібопекарська має форму прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в основі якого квадрат із стороною 28 см, а висота 45 см (рис. 14).

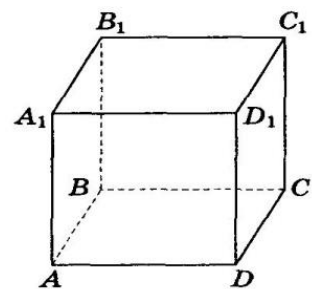


Рис. 14

3. Як розташовані прями AB і AD ?

А	Б	В	Г	Д
Збігаються	Мимобіжні	Паралельні	Перпендикулярні	Інша відповідь

4. Яка відстань між протилежними ребрами нижньої та верхньої основ?

А	Б	В	Г	Д
73 см	17 см	11 см	62 см	53 см

5. При оздобленні салату кухар вирізає елемент, який є перерізом куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, що проходить через три точки (рис. 15).

Установити відповідність між площиною перерізу (1-3) і багатокутником, одержаним в результаті перерізу (А-Д).

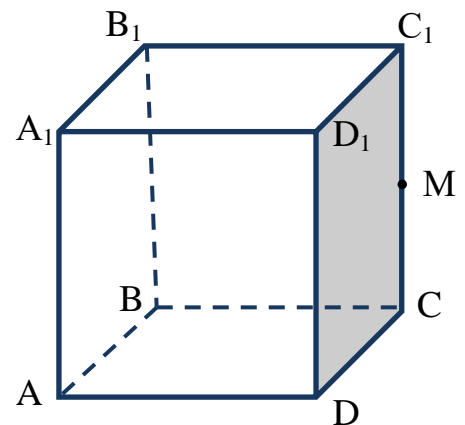


Рис.15

3. Вказати координати середини вектора $\overline{B_1D}$.

А	Б	В	Г	Д
(0,5; 2; 1)	(-0,5; -2; -1)	(1; 4; 2)	(1; -4; 2)	(-1; -4; -2)

4. Знайти довжину $|\overline{AD_1}|$.

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{5}$	20	$2\sqrt{5}$	4	10

5. Шматок тістечка має форму, як показано на рисунку 17. Установити відповідність між векторами (1-3) і та їх довжинами (А-Д).

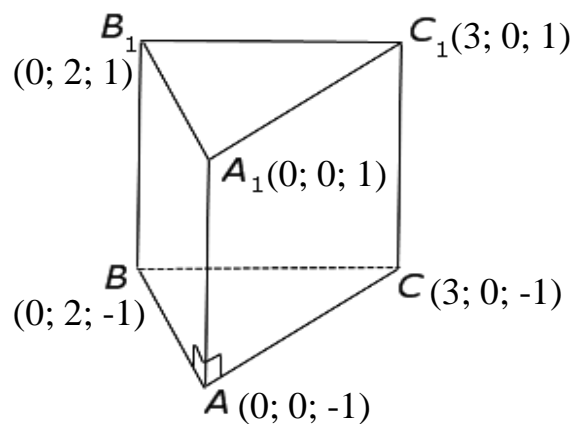


Рис. 17

1. $\overline{A_1C}$
2. $\overline{A_1B}$
3. $\overline{B_1C}$

- А. $2\sqrt{2}$
- Б. 3
- В. 2
- Г. $\sqrt{13}$
- Д. $\sqrt{17}$

6. Вектор $\vec{a}(-1; 2; 3)$ належить площині дверцят мікрохвильової печі, а вектор $\vec{b}(x; -1; 2)$ – площині бокової грані (рис.18), вектори \vec{a} і \vec{b} – перпендикулярні. Знайти x .

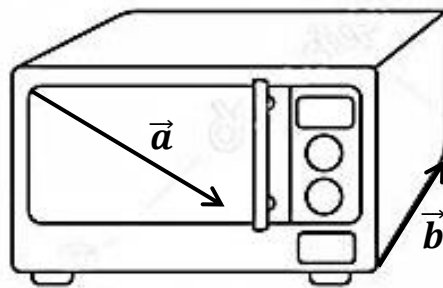


Рис. 18

7. На рис. 19 зображено математичну модель кубика цукру рафінаду - куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 1. Позначте K – середину BB_1 , M – середину CD та знайдіть довжину відрізка KM .

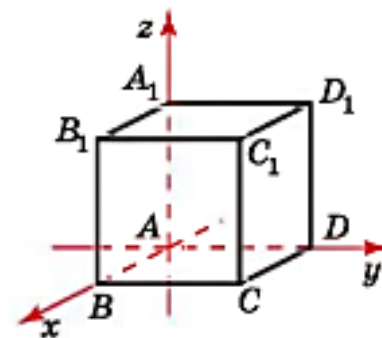


Рис. 19

8. Коробка для торта має циліндричну форму (рис. 20). Відомо, що вектори $\vec{b}(-4; 4; 8)$ і $\vec{c}(6; k; 8)$ перпендикулярні. Вектор $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$. Знайти висоту коробки, що дорівнює довжині вектора \vec{a} .

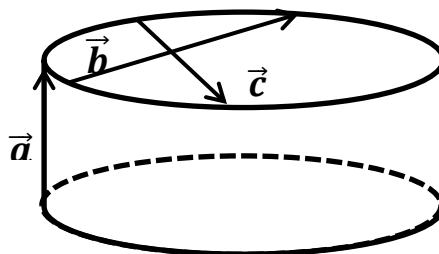


Рис. 20

1.2.4. Многогранники

1. З пірамідального пакету молока для розливу продукту паралельно основі зрізали верхівку. Отвір якої форми одержали?

А	Б	В	Г	Д
прямокутник	трикутник	овал	квадрат	круг

2. Якої форми шматочки утворяться при нарізанні перпендикулярно основі хлібини, що має вид прямокутного паралелепіпеда?

А	Б	В	Г	Д
трикутник	овал	прямокутник	квадрат	круг

3. Шар желе з прямокутною поверхнею розміром 20×28 см розрізали на шматочки 4×4 см. Скільки шматочків одержали?

А	Б	В	Г	Д
12	16	32	35	40

4. Визначити діагональ (округлити до десятих) бака для води, що має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами $1,2 \times 1,5 \times 0,6$ м.

А	Б	В	Г	Д
2,0 м	3,3 м	2,7 м	1,3 м	1,9 м

5. Установити відповідність між предметами (1-3) та геометричними фігурами (А-Д), форму яких вони мають:

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| 1. Ящик для овочів | А. піраміда |
| 2. Стік томатного соусу | Б. циліндр |
| 3. Відро | В. зрізаний конус |
| | Г. конус |
| | Д. прямокутний паралелепіпед |

6. Після випікання торт «Книжка», розміри якого $24 \times 18 \times 8$ см, розрізали по діагоналі основи. Два новоутворені перерізи перемазали кремом. Знайдіть площу поверхні, змазану кремом.

7. Тертка для натирання овочів має форму зрізаної піраміди, нижня основа якої квадрат зі стороною 12 см, а верхня – зі стороною 8 см. Знайти бічне ребро тертки, якщо її висота – 15 см.

8. Ящик для квітів, що прикрашають їдальню, має форму прямого паралелепіпеда, сторони основ $2\sqrt{2}$ дм і 5 дм утворюють кут 45° . Менша діагональ ящика дорівнює 7 дм. Знайдіть його висоту.

1.2.5. Тіла обертання

1. Цистерна для молока має циліндричну форму. Діаметр основи 1,2 м, а довжина цистерни 2 м. Знайдіть площу її осевого перерізу.

А	Б	В	Г	Д
$4,02 \text{ м}^2$	$2,2 \text{ м}^2$	$0,24 \text{ м}^2$	$2,4 \text{ м}^2$	$2,04 \text{ м}^2$

2. Порцію паштету сформували конічною посудиною, осьовий переріз якої правильний трикутник зі стороною 10 см. Знайдіть радіус основи посудини.

А	Б	В	Г	Д
10 см	15 см	5 см	0,5 см	20 см

3. Скільки крему потрібно для змащування одного коржа торта циліндричної форми висотою 20 см, якщо осьовий переріз торта – квадрат, а на 1 см^2 наносять 0,3 г крему?

А	Б	В	Г	Д
314 г	94,2 г	942 г	31,4 г	157 г

4. Салат подано у формі конуса, твірنا якого 10 см, а довжина кола основи 10π см. Знайдіть кут нахилу твірної до основи.

А	Б	В	Г	Д
60°	90°	30°	45°	75°

5. Кавун у формі кулі розрізали навпіл. Відомо, що радіус перерізу кавуна дорівнює R . Установіть відповідність між частинами кавуна (1-3) та їх числовими значеннями (А-Д).

- | | |
|--|--------------|
| 1. Діаметр кавуна | А. πR^2 |
| 2. Відстань від центра кавуна до будь-якої точки її поверхні | Б. R |
| 3. Довжина кола великого круга кавуна | В. $2R$ |
| | Г. R^2 |
| | Д. $2\pi R$ |

6. Яблучний сік налито в конічний чан висотою 1,2 м і діаметром основи 0,4 м. Через $1/3$ висоти, рахуючи від вершини, проведено січну площину, паралельну основі. Знайдіть площу перерізу чана.

7. Тістомішалка має форму зрізаного конуса, у якого радіуси основ 4 дм і 10 дм, а твірна – 10 дм. Знайдіть площу осьового перерізу тістомішалки.

8. Корнет кондитерського мішка має форму конуса, висота якого 14 см, а радіус основи 5 см. Знайдіть кут сектора, який є розгорткою бічної поверхні корнету.

1.2.6. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл

1. Жарова шафа має вигляд прямокутного паралелепіпеда, розміри якого $1,4 \times 1 \times 0,6$ м. Визначити її об'єм.

А	Б	В	Г	Д
$0,5 \text{ м}^3$	$0,48 \text{ м}^3$	$0,63 \text{ м}^3$	$0,7 \text{ м}^3$	$0,84 \text{ м}^3$

2. Тетрапакет для молока місткістю 1000 см^3 має вигляд трикутної піраміди з площею основи 250 см^2 . Визначити висоту тетрапакета.

А	Б	В	Г	Д
5 см	10 см	12 см	15 см	21 см

3. Кульки тефтелей готують, обвалюючи в борошні з розрахунком 0,1 г на 1 см^2 . Скільки потрібно борошна для обвалювання кульки тефтелі діаметром 3 см?

А	Б	В	Г	Д
0,55 г	5 г	1 г	2,83 г	3 г

4. Необхідно розлити 1 л ($1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$) фруктового мусу в бокали конічної форми висотою 9 см і діаметром основи 8 см. Скільки бокалів необхідно взяти?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	5	6

5. Кастрюля має форму циліндра, висота якого 20 см, а довжина кола основи 62,8 см. Установити відповідність між величинами (1-3) та їх значенням (А-Д).

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| 1. Об'єм кастрюлі | А . 1570 см^2 |
| 2. Площа днища кастрюлі | Б. $62,8 \text{ см}^3$ |
| 3. Площа поверхні кастрюлі | В. 314 см^2 |
| | Г . 6280 см^3 |
| | Д . 1256 см^2 |

6. Ящик із кришкою для зберігання борошна має форму правильної чотирикутної призми зі стороною основи 140 см і висотою в 2 рази меншою. Знайти площу його повної поверхні, виразити в м^2 .

7. У циліндричну форму діаметром 10 см і висотою 3 см вливають 0,3 л суміші для пудингу, об'єм якого при приготуванні збільшується у 1,5 рази. Чи не буде пудинг вилитися через край форми?

8. Діаметр зовнішнього корпусу харчоварильного котла дорівнює 1,2 м, а внутрішнього циліндра – 1 м. Висота котла 1 м 30 см. Знайти об'єм пароводяної сорочки цього котла.

Розв'язання, відповіді

Тест 1.1.1

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	А	Г	А	1-Д, 2-А, 3-Б

6. Розв'язання. Нехай x (у грамах) – коефіцієнт пропорційності, тоді борошна – $8x$, а цукру – $2x$, $8x > 2x$, тому що $x > 0$. Отже більше у тісті борошна. $8x : (2x) = 4$. Тому борошна більше у 4 рази, $1 \text{ кг } 440 \text{ г} = 1440 \text{ г}$, $8x + 5x + 2x + x = 16x$, $16x = 1440$, $x = 90 \text{ г}$. $8 \cdot 90 = 720 \text{ г} = 0,72 \text{ кг}$.

Відповідь: у тісті в 4 рази більше борошна, ніж цукру, борошна у тісті 0,72 кг.

7. Розв'язання. $\Delta y = 19 - 0,4x + 0,003x^2$; $\Delta y(25) = 19 - 0,4 \cdot 25 + 0,003 \cdot 25^2 \approx 11$.

Відповідь: ≈ 11

8. Розв'язання. Для отримання 100 г масла необхідно $y(4,2) = 9 \cdot 4,2 = \frac{15}{7}$ кг молока.

Для отримання 5,2 кг масла $-\frac{15}{7} \cdot 10 \cdot 5,2 = \frac{15 \cdot 52}{7} \approx 111,428 \dots \approx 111,4$ (кг)

Відповідь: 111,4 кг.

Тест 1.1.2

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	В	Г	Д	1-Б, 2-В, 3-А

6. Розв'язання. $1 \frac{3}{4} \pi - \frac{6\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} - \frac{6\pi}{4} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$

Відповідь: 45° .

7. Розв'язання. $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos^2 x = \cos^2 x + \operatorname{tg}^2 x \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$
 $2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2 * 1 = 2$

Відповідь: $\frac{1}{2}$.

8. Розв'язання. $2 \sin^2 x = \sqrt{3} \sin 2x$. Застосуємо формулу $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

$2 \sin^2 x - 2 \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$, $2 \sin x (\sin x - \sqrt{3} \cos x) = 0$, тому

$2 \sin x = 0$, $\sin x = 0$ або $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$, $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$,

$x_n = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x_k = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

при $n=0, x_0 = 0$

при $k=0, x_0 = \frac{\pi}{3}$

при $n=1, x_1 = \pi$

при $k=1, x_1 = \frac{4\pi}{3}$

при $n=2, x_2 = 2\pi$

Отже $a=5$

Інгредієнти	Брутто/Нетто	
Буряки	$(50a+5)/(40a)$	255/200
Картопля	$(30a+50)/(35a-25)$	200/150
Морква	$(10a)/(8a)$	50/40
Петрушка (корінь)	$(5a-5)/(3a)$	20/15
Цибуля ріпчаста	$(9a+3)/(8a)$	48/40
Жир тваринний топлений харчовий	$5a$	25
Томатне пюре	$10a$	50
Цукор	$7a-30$	5
Оцет 3%	$3a+1$	16
Кислота лимонна	$2a-9$	1
Бульйон або вода	$140a$	700
Сосиски	$(16a+2)/(16a)$	82/80

Відповідь: $a=5$.

Тест 1.1.3

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	Д	Г	Г	1-В, 2-А, 3-Б

6. Розв'язання.

$$P(t)=V'(t) = -2t^2 + 7t + 80 \text{ (од/год)}; P(1)=85\text{(од/год)}; P(7)=31\text{(од/год)}.$$

Відповідь: зменшилася.

7. Розв'язання.

$$Д(y): t>0; y'(t) = 0,012t - 0,31; y'(t)=0 \text{ при } t \approx 26\text{(с)}; y(26) \approx 166^0\text{(C)}.$$

Відповідь: ≈ 26 (с); $\approx 166^0$ (С).

8. Розв'язання. $x_0 = 1, \Delta x = 0,03; f(x_0) = x_0^{1/6} = 1^{1/6} = 1;$

$$f'(x) = \frac{1}{6} x^{-5/6}$$

$$f'(x_0) = \frac{1}{6}; m(t) \approx 1 + \frac{1}{6} \cdot 0,03 \approx 1,005 \text{ (г)}.$$

Відповідь: $\approx 1,005$ (г).

Тест 1.1.4

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	Г	Г	А	1-А, 2-Д, 3-В

6. Розв'язання. $10^{2+\lg 5^9} = 10^{\lg 100 + \lg 5^9} = 10^{\lg 180} = 180$

$$\lg 10 + \lg 100 + \lg 1000 + \lg 10000 = 1+2+3+4=10$$

Відповідь: 180°C ; 10 хв.

7. Розв'язання. $2^x = 32768; 2^x = 2^{15}; x=15$ (двадцятихвилинок)

$$15 \cdot 20 = 300 \text{ хв} = 5 \text{ год.}$$

Відповідь: протягом 5 годин.

8. Розв'язання. Процес охолодження тіл у навколишньому середовищі описується рівнянням $T = T_{\text{п}} + (T_0 - T_{\text{п}})e^{-kt}$, де T – температура тіла в даний момент часу t , $T_{\text{п}}$ – температура повітря, T_0 – початкова температура тіла, k – стала, що залежить від властивостей охолоджуваного тіла.

$$\text{Маємо } 60 = 20 + (90 - 20)e^{-5k}, e^{5k} = \frac{7}{4}, 5k = \ln \frac{7}{4} = 0,56; k = 0,112$$

Температура застигання желе 30°C

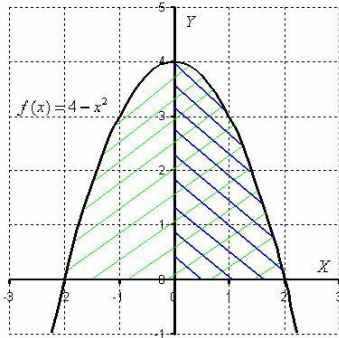
$$30 = 20 + (90 - 20)e^{-0,112t}, e^{0,112t} = 7, 0,112t = \ln 7 = 1,95; t \approx 17 \text{ хв.}$$

Відповідь: через 17 хв.

Тест 1.1.5

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	А	В	Г	Г	1-А, 2-Г, 3-В

6. Розв'язання.



$$S = 2 \int_0^2 (4 - x^2) dx = 2 \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{32}{3} \text{ (кв.од)} = 2 \frac{2}{3} \text{ (кв.см)}$$

Для одного печива необхідна площа 2×2 см.

Із листового тіста, розміри якого 18×24 см, можна вирізати $(18:2) \cdot (24:2) = 108$ шт. печива.

Відповідь: $2 \frac{2}{3}$ (кв.см), 108 шт. печива

7. Розв'язання. Якщо $c(t)$ – концентрація речовини в момент часу t , то $c'(t) = v(t) = 3t + 1$.

$$\text{Тоді } \Delta c = c(5) - c(0) = \int_0^5 (3t + 1) dt = \left(\frac{3t^2}{2} + t \right) \Big|_0^5 = \frac{75}{2} + 5 = 42,5$$

Відповідь: $42,5$ моль/м³

8. Розв'язання. Щоб обчислити об'єм одного пряника, використаємо формулу:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx,$$

$$V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_1^4 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^4 = \pi \cdot \left(\frac{16}{2} - \frac{1}{2} \right) = \pi \cdot 7,5 \approx 23,55 \text{ (см}^3\text{)}$$

Об'єм 10 пряників $235,5 \text{ см}^3$.

Відповідь: $235,5 \text{ см}^3$.

Тест 1.1.6

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Д	Г	Б	Б	1-Д, 2-Б, 3-А

6. Розв'язання. Нехай подія A – 3 взяті яблука червоні. Ймовірність цієї події

$$P(A) = \frac{m}{n}, \text{ де } m = C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5!} = 56, \quad n = C_{12}^3 = \frac{12!}{3! 9!} = \frac{9! \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 9!} = 220.$$

$$P(A) = \frac{56}{220} = \frac{14}{55}$$

Відповідь: $\frac{14}{55}$.

7. Розв'язання. Нехай x г маса доданого огірка. Відомо, що середня маса кожного з шести огіроків 98 г. Тоді загальна маса шести огіроків $6 \cdot 98 = 588$ г. Загальна маса 7 огіроків: $(588+x)$ г, а середня маса кожного з 7 огіроків – 95 г. Маємо рівняння: $\frac{588+x}{7} = 95, x = 95 \cdot 7 - 588, x = 77$ (г)

Відповідь: 77 г.

8. Розв'язання.

3 завдання обов'язкового рівня з 20 завдань можна обрати:

$$C_{20}^3 = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{17! \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17!} = 1140 \text{ способами.}$$

2 завдання середнього рівня з 15 завдань можна обрати:

$$C_{15}^2 = \frac{15!}{2! \cdot 13!} = \frac{13! \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 13!} = 105 \text{ способами.}$$

1 завдання достатнього рівня з 10 можна обрати 10 способами.

Кожен варіант має містити: 3 завдання обов'язкового рівня, 2 завдання середнього та 1 достатнього рівня. Тому за правилом добутку: $1140 \cdot 105 \cdot 10 = 1197000$ варіантів.

Відповідь: 1197000 варіантів.

Тест 1.2.1

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	Д	В	В	1-Б, 2-Д, 3-Г

6. Розв'язання. $AB = CD = 100$ см (за властивістю паралельних площин).

$$\text{З теореми Піфагора: } DH^2 = CD^2 - CH^2$$

$$DH = \sqrt{10000 - 3600} = 80 \text{ (см)}$$

Відповідь: 80 см.

7. Розв'язання.

$$\alpha \parallel \beta \Rightarrow AB \parallel DC \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD \text{ (за трьома кутами):}$$

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AO}{CO}; \frac{AB}{32} = \frac{5}{4}; AB = \frac{32 \cdot 5}{4} = 40 \text{ (см)}$$

Відповідь: 40 см.

8. Розв'язання. Даний переріз $MNPQ$, де N – середина D_1C_1 , P – середина A_1B_1 , Q – середина B_1B . $(MNPQ) \parallel (A_1BC)$.

1) У прямокутному $\triangle D_1C_1C$ за теоремою Піфагора:

$$D_1C = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \text{ (см).}$$

$$2) MN = \frac{1}{2} D_1C = 5\sqrt{2} - \text{як середня лінія } \triangle D_1C_1C.$$

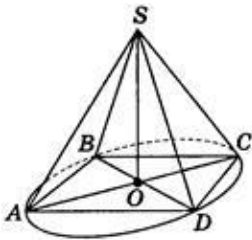
$$3) P_{MNPQ} = 2(MN + NP) = 2(5\sqrt{2} + 10) = (10\sqrt{2} + 20) \text{ см.}$$

Відповідь: $(10\sqrt{2} + 20)$ см.

Тест 1.2.2

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	А	Г	Д	1-В, 2-А, 3-Г

6. Розв'язання. $ABCD$ – квадрат, O – точка перетину діагоналей, $SO \perp (ABC)$.

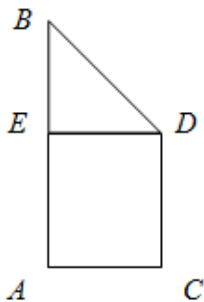


$\Delta SOD = \Delta SOA = \Delta SOB = \Delta SOC$ – за спільним катетом і гіпотенузою. Отже т. O – центр описаного навколо квадрата кола. $OA = OB = OC = OD = 8\sqrt{2} \approx 11,3$

$$SA = \sqrt{SO^2 + AO^2}, \quad SA = \sqrt{15^2 + (8\sqrt{2})^2} = \sqrt{353} \approx 18,8.$$

Відповідь: $\approx 11,3$ см, $\approx 18,8$ см

7. Розв'язання.



За умовою $AB = 5,8$ см $CD = 3,9$ см $AC = 3,4$ см, де AC – відстань між стовпами.

Проведемо $DE \parallel AC$, $DE \perp AB$.

$ACDE$ – прямокутник, $DE = AC$, $CD = AE$,

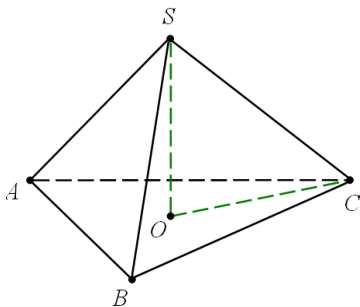
ΔDEB – прямокутний.

За теоремою Піфагора $BD^2 = DE^2 + BE^2 = AC^2 + (AB - AE)^2$.

$$BD^2 = 3,4^2 + (5,8 - 3,9)^2, \quad BD = \sqrt{15,17} \approx 3,9 \text{ (см)}.$$

Відповідь: $\approx 3,9$ см.

8. Розв'язання.



ΔABC – рівносторонній, $AB = BC = AC = 3$ дм,

$SO \perp (ABC)$, $SA = SB = SC = 2$ дм – рівні похилі. Тому рівні і їх проекції $OA = OB = OC$, тобто O – центр описаного навколо трикутника ABC кола.

Звідси $OA = OB = OC = R = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ дм.

ΔSOC – прямокутний, за теоремою Піфагора

$$SO^2 = CS^2 - CO^2, \quad SO = \sqrt{4 - 3} = 1 \text{ дм}$$

Відповідь: 1 дм.

Тест 1.2.3

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	Б	А	В	1-Г, 2-А, 3-Д

6. Розв'язання.

За умовою задачі \vec{a} і \vec{b} – перпендикулярні. Їх скалярний добуток дорівнює 0.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \cdot x + (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 0, \quad -x - 2 + 6 = 0, \quad x = 4$$

Відповідь: 4.

7. Розв'язання.

1) Знайдемо координати точок K і M .

$$B(1; 0; 0); B_1(1; 0; 1)$$

$$x_K = \frac{1+1}{2} = 1, y_K = \frac{0}{2} = 0, z_K = \frac{1}{2}, K(1; 0; 0,5);$$

$$C(1; 1; 0), D(0; 1; 0)$$

$$x_M = \frac{1}{2}, y_M = \frac{1+1}{2} = 1, z_M = 0, M(0,5; 1; 0)$$

2) Знайдемо KM .

$$KM = \sqrt{(0,5 - 1)^2 + (1 - 0)^2 + (0 - 0,5)^2} = \sqrt{1,5}.$$

Відповідь: $\sqrt{1,5}$.

8. Розв'язання.

1) Знайдемо k .

З умови перпендикулярності векторів $\vec{b}(-4; 4; 8)$ і $\vec{c}(6; k; 8)$, маємо:

$$-24 + 4k + 64 = 0, 4k = -40, k = -10,$$

$$\vec{c}(6; -10; 8)$$

2) Знайдемо координати вектора $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$.

$$\vec{a}\left(\frac{1}{2} \cdot (-4) - 6; \frac{1}{2} \cdot 4 + 10; \frac{1}{2} \cdot 8 - 8\right), \vec{a}(-8; 12; -4).$$

3) Знайдемо висоту коробки.

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-8)^2 + 12^2 + (-4)^2} = \sqrt{64 + 144 + 16} = \sqrt{224} = 4\sqrt{14}$$

Відповідь: $4\sqrt{14}$.

Тест 1.2.4

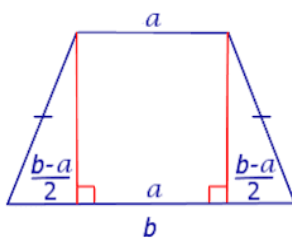
№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	В	Г	А	1-Д; 2-А; 3-В

6. Розв'язання. Визначаємо діагональ основи: $d = \sqrt{900} = 30$ см

Площа одного перерізу $30 \cdot 8 = 240$ см², а двох – відповідно 480 см².

Відповідь: 480 см².

7. Розв'язання.



Діагональний переріз зрізаної піраміди – рівнобічна трапеція.

Визначаємо діагоналі нижньої та верхньої основ:

$$d_1 = b = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2} \text{ см},$$

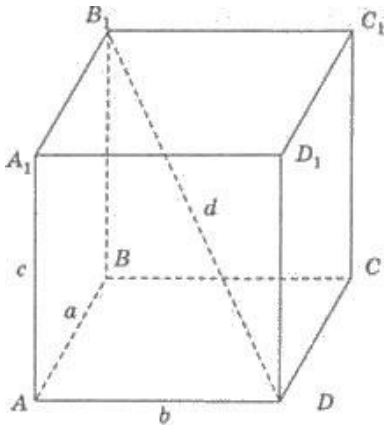
$$d_2 = a = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ см}, \frac{b-a}{2} = 2\sqrt{2} \text{ см}$$

Бічне ребро зрізаної піраміди

$$l = \sqrt{15^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{233} = 15,3 \text{ см}$$

Відповідь: $\approx 15,3$ см.

8. Розв'язання.



За теоремою косинусів з трикутника ABD визначаємо квадрат сторони:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos \alpha =$$

$$= 8 + 25 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 13$$

За теоремою Піфагора з трикутника BDB_1 визначимо висоту паралелепіпеда.

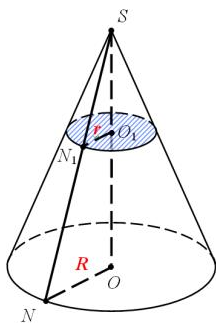
$$BB_1 = \sqrt{DB_1^2 - DB^2} = \sqrt{49 - 13} = 6 \text{ (дм)}.$$

Відповідь: 6 дм.

Тест 1.2.5

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	В	Б	А	1-В; 2-Б; 3-Д

6. Розв'язання.



З подібності трикутників SNO і SN_1O_1 складаємо пропорцію:

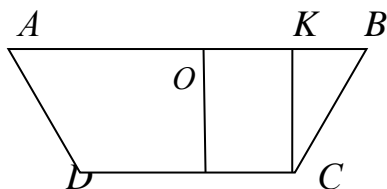
$$\frac{SO_1}{SO} = \frac{O_1N_1}{ON}, \text{ де } SO = 1,2 \text{ м, } SO_1 = 0,4 \text{ м, } ON = R = 0,2 \text{ м.}$$

$$\text{Маємо: } O_1N_1 = \frac{1}{15} \text{ м. } S_{\text{пер}} = \pi \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^2 = \frac{1}{225} \pi \text{ (м}^2\text{)}.$$

$$\text{Відповідь: } \frac{1}{225} \pi \text{ м}^2.$$

7. Розв'язання.

Розглянемо осьовий переріз тістомішалки:



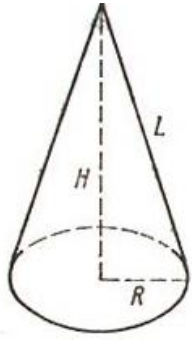
У $\triangle CKB$ ($\angle K = 90^\circ$): $KB = 10 - 4 = 6$ (дм), $BC = 10$ (дм),

$KC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (дм) – висота тістомішалки.

$$S_{ABCD} = \frac{8 + 20}{2} \cdot 8 = 112 \text{ (дм}^2\text{)}$$

Відповідь: 112 дм².

8. Розв'язання.



$$L = \sqrt{H^2 + R^2} = \sqrt{14^2 + 5^2} \approx 15 \text{ (см)}$$

\$L\$ – радіус сектора.

Довжина дуги секторал $l = \frac{2\pi R n^\circ}{360^\circ}$, де $R = L$

Оскільки довжина кола основи: $l = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$,

то маємо:

$$10\pi = \frac{2\pi 15 n^\circ}{360^\circ}, \quad n \approx 120^\circ$$

Відповідь: $\approx 120^\circ$.

Тест 1.2.6

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Д	В	Г	Д	1-Г, 2-В, 3-А

6. Розв'язання.

$$S_n = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}}, \quad S_{\text{б}} = P \cdot h,$$

$$P = 140 \cdot 4 = 560 \text{ (см)}, \quad h = \frac{140}{2} = 70 \text{ (см)}.$$

$$S_{\text{б}} = 560 \cdot 70 = 39200 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{осн}} = a^2 = 140^2 = 19600 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_n = 39200 + 39200 = 78400 \text{ (см}^2\text{)} = 7,84 \text{ (м}^2\text{)}$$

Відповідь: $7,84 \text{ м}^2$.

7. Розв'язання.

$$V_{\text{форми}} = \pi \cdot r^2 \cdot h, \quad V_{\text{форми}} = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 3 = 235,5 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$l \text{ л} = 1000 \text{ см}^3, \quad V_{\text{суміші}} = 0,3 \cdot 1,5 = 0,45 \text{ (л)} = 450 \text{ (см}^3\text{)}, \quad 235,5 < 450,$$

$$V_{\text{форми}} < V_{\text{суміші}}$$

Відповідь: $V_{\text{форми}} < V_{\text{суміші}}$, пудинг буде вилитися з форми.

8. Розв'язання.

Товщина простору між циліндрами: $(1,2 - 1,0) : 2 = 0,1 \text{ (м)}$.

Об'єм пароводяної сорочки котла:

$$\Delta V = V_{\text{зовн.}} - V_{\text{внутр.}}$$

$$V_{\text{зовн.}} = \pi \cdot r_{\text{зовн.}}^2 \cdot h_{\text{зовн.}}; \quad r_{\text{зовн.}} = 0,6 \text{ (м)}, \quad h_{\text{зовн.}} = 1,3 \text{ (м)}$$

$$V_{\text{внутр.}} = \pi \cdot r_{\text{внутр.}}^2 \cdot h_{\text{внутр.}}; \quad r_{\text{внутр.}} = 0,5 \text{ (м)}, \quad h_{\text{внутр.}} = 1,2 \text{ (м)}$$

$$\Delta V = \pi \cdot r_{\text{зовн.}}^2 \cdot h_{\text{зовн.}} - \pi \cdot r_{\text{внутр.}}^2 \cdot h_{\text{внутр.}} = 3,14 \cdot (0,6^2 \cdot 1,3 - 0,5^2 \cdot 1,2) = 0,528 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Відповідь: $0,528 \text{ м}^3$.

РОЗДІЛ 2
ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ УЧНІВ, ЩО
ЗДОБУВАЮТЬ ПРОФЕСІЮ БУДІВЕЛЬНОГО ПРОФІЛЮ У ЗАКЛАДАХ
ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ

2.1. АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

2.1.1. Функції, їхні властивості та графіки

1. Замовник надав столяру розміри дверей 1950×750 мм, які необхідно виготовити. Переведіть дані розміри в метри. Оберіть правильну відповідь.

А	Б	В	Г	Д
195×75	$19,5 \times 7,5$	$1,95 \times 7,5$	$1,95 \times 0,75$	$0,195 \times 0,75$

2. Муляр отримав креслення квартири розміром 60×70 мм. Які справжні розміри квартири, якщо масштаб 1:100?

А	Б	В	Г	Д
60×70 см	6×7 м	60×70 м	600×700 м	600×700 дм

3. Бригаді будівельників для здачі об'єкта необхідно було зробити на замовлення газон прямокутної форми зі сторонами 25×10 м, окантований доріжкою. Знайти площу доріжки, якщо вона становить 30% від площі газона.

А	Б	В	Г	Д
250	50	75	100	80

До завдань 4-5. Бригада мулярів, працюючи в дитячому парку «Казка», отримала замовлення від спонсорів на побудову незвичайної арки на вході до парку. Якщо розмістити її на координатній площині, то вона буде мати вигляд графіка функції $y = f(x)$ (рис. 21).

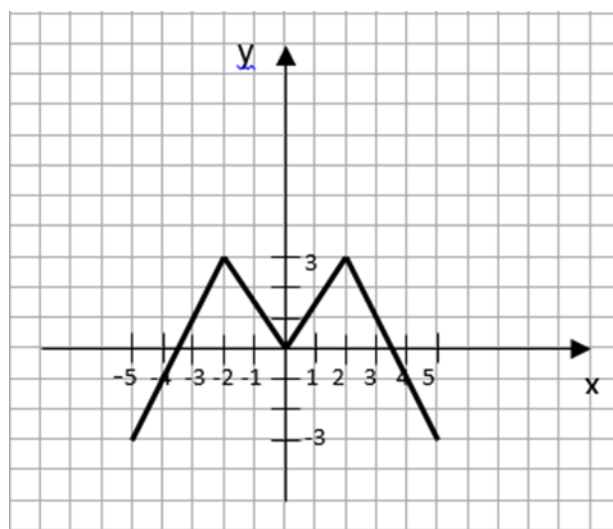


Рис.21

4. Вказати проміжки зростання функції:

А	Б	В	Г	Д
$(-5;-2) \cup (0;2)$	$(\infty;-2) \cup (0;2)$	$[-2;0] \cup [2;5]$	$[-5;3] \cup [0;3]$	$(-2;0) \cup (3;5)$

5. До кожного початку речення (1-3) доберіть його закінчення (А-Д)

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| 1. Область визначення функції | А. $(-5;-2) \cup (0;2)$ |
| 2. Функція спадає на проміжку | Б. $[-3;3]$ |
| 3. Область значень функції | В. $[-5;5]$ |
| | Г. $(-5;3) \cup (0;3)$ |
| | Д. $(-2;0) \cup (2;5)$ |

6. Замовник попросив бригаду будівельників викласти паркан з цегли висотою $\sqrt[4]{6}$ м, потім через декілька годин змінив свою думку й замовив паркан висотою $\sqrt[3]{10}$ м, ще через декілька годин він забажав висоту паркана 2 м. Будівельники наполягали на тому, щоб він остаточно визначив висоту паркана. Замовник відповів, що хоче бачити паркан максимальної висоти. Якою повинна бути висота паркана?

7. Гранично допустиме навантаження ланцюга в підйомних механізмах на будівництві визначають за формулою $P = 4d^2$, де P – навантаження (ц); d – товщина стінки ланки ланцюга (см). Заповнити наступну таблицю та побудувати графік залежності P від d , якщо одиниця масштабу – 0,25 см:

d	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
P											

Знайти величину допустимого граничного навантаження, якщо товщина стінки ланки ланцюга 2,25; 3,2; 4,8.

8. Якщо кожен будівельник викопав під фундамент будинку $2,5\text{ м}^3$ землі за годину, то робота буде закінчена за 8 годин. На роботу вийшло на 10 чоловік більше, ніж передбачалося, й кожний робітник виймав по $3,5\text{ м}^3$ землі за 1 годину. Вся робота була виконана за 5 годин. Скільки будівельників вийшло на роботу?

2.1.2. Тригонометричні функції

1. Прораб має виконати план роботи за чверть доби. На скільки градусів повернеться хвилинна стрілка за цей час?

А	Б	В	Г	Д
180°	1080°	2160°	-1080°	-2160°

2. Будівельнику треба заточити кінець стельового плінтусу на 44° . Перевести цю градусну міру в радіанну.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{44}$	44π	$\frac{11\pi}{45}$	45π

3. Поперечний переріз пластини хвилястого шиферу представлено на рис. 22. Графіку якої функції відповідає рисунок?

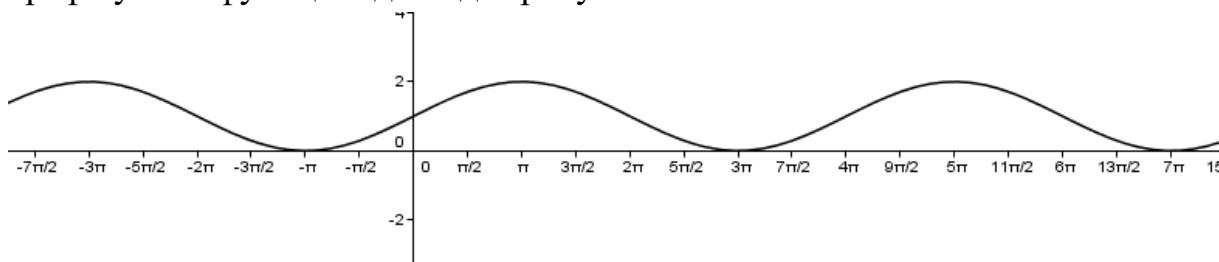


Рис. 22

А	Б	В	Г	Д
$f(x)=\sin x$	$f(x)=\sin 2x$	$f(x)=\sin x+1$	$f(x)=\sin 2x+1$	$f(x)=\sin\left(\frac{1}{2}x\right)+1$

4. Як зміниться косинус кута між баштою і робочою стрілкою будівельного баштанного крану, якщо кут зменшити від 90° до 60° ?

А	Б	В	Г	Д
Зменшиться у 0,5 разів	Збільшиться у 0,5 разів	Зменшиться на 0,5	Збільшиться на 0,5	Не зміниться

5. В магазин будматеріалів завезли бетонну плитку, яка має форму правильного n -кутника. Установити відповідність між кількістю сторін правильного n -кутника (1-3) та значеннями тангенсів внутрішніх кутів (А-Д)

- | | |
|------------|--------------------------|
| 1. $n = 3$ | А. -1 |
| 2. $n = 4$ | Б. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| 3. $n = 6$ | В. $\sqrt{3}$ |
| | Г. $-\sqrt{3}$ |
| | Д. не існує |

6. Кут нахилу сходів до поверхні підлоги α . Чи можуть одночасно виконуватись рівності $\sin \alpha = \frac{1}{4}$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$?

7. Дах має форму трикутника. Знайти радіанну міру його кутів, якщо вони відносяться як 1:4:5.

8. Електрогазоварник вирізає металеву деталь, що має форму трикутника з кутом β . Відомо, що $\sin\beta = \frac{2\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha + 3\cos\alpha}$, де $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Знайти градусну міру кута β трикутника, який треба вирізати.

2.1.3. Похідна та її застосування

1. Відношення вимірів кришки письмового столу (ширини до довжини) є похідною заданої функції $y = \frac{x}{2} + 1$. Знайдіть це відношення.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$x + 1$	2	3

2. Дверний проріз має форму прямокутника з аркою нагорі. Креслення верхньої частини (арки) подано у вигляді графіка функції $y = f(x)$. Користуючись графіком, укажіть проміжок, на якому $f'(x) < 0$ (рис.23).

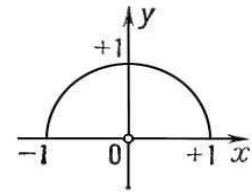


Рис. 23

А	Б	В	Г	Д
$(-1; 0)$	$(-1; 1)$	$(0; 1)$	$(-\infty; 0)$	$(0; -1)$

3. Обсяг продукції Q (ум. од.) цеху протягом робочого дня є функцією $Q(t) = -\frac{t^3}{3} + 5t^2 + t + 1$, де t – час в годинах. Знайти продуктивність праці через 3 години від початку роботи.

А	Б	В	Г	Д
41	38	40	22	30

4. Обертання круга циркулярної пилки навколо осі здійснюється за законом $\varphi(t) = 3t^2 - 4t + 2$. Знайти кутову швидкість точки круга при $t_0 = 4c$ (φ вимірюється в радіанах).

А	Б	В	Г	Д
10	20	34	22	26

5. Столяр при розмічанні на поверхню наніс лінію, яку розмістили на аркуші паперу у вигляді графіка функції $y = f(x)$ на проміжку $[-3; 6]$. Користуючись

графіком функції (рис. 24), установити відповідність між властивостями функції (1-3) та проміжкам (А-Д), на яких вони виконуються.

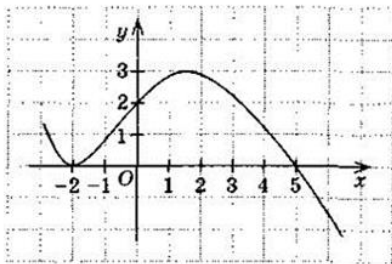


Рис. 24

- | | |
|---|-------------------------|
| 1. Похідна функції від'ємна на проміжку | А. (-2; 1,5) |
| 2. Похідна функції додатна на проміжку | Б. (-2; 1,5) ∪ (1,5; 6) |
| 3. Функція неперервна на проміжку | В. (-3, 6) |
| | Г. [-3; 6] |
| | Д. (-3; -2) ∪ (1,5; 6) |

6. Малюнок структури деревини має вигляд графіка функції $y = f(x)$. Деякі властивості функції $y = f(x)$ описані в таблиці. Побудуйте схематичний графік функції, якщо вона визначена на відрізку $(-5; 4)$. Врахуйте нулі функції $f(-3) = 0$; $f(0) = 3$; $f(1) = 0$; $f(3) = 0$.

x	$(-5; -1)$	-1	$(-1; 2)$	2	$(2; 4)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	-1,5	↗
		max		min	

7. Альтанка у вигляді «парасольки» на кресленні має вигляд синусоїди $y = \sin x$ (рис. 25). Знайдіть кут нахилу крокви до горизонтальної площини у точці з абсцисою $x_0 = 0$.

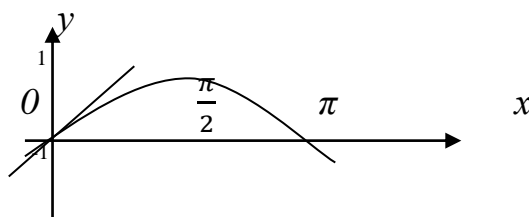


Рис. 25

8. Визначити висоту басейну з квадратним дном, об'єм якого 32м^3 , такого, щоб на облицювання його стін і дна витрати на матеріали були найменшими.

2.1.4. Показникова і логарифмічна функції

1. Необдуманість дій людини часто призводить до трагічних наслідків. Наприклад, вирубка лісу призвела до того, що на острові Пасхи немає жодного дерева; у Закарпатті відбуваються часті повені, яких раніше не було.

Формула $A = a(1 + 0,01p)^t$, де a – початкова кількість будь-чого, p – відсоток приросту, t – кількість років, дає змогу проводити розрахунки росту. Використовуючи цю формулу, складіть вираз для обчислення.

На ділянці лісництва 65000 м^3 лісу. Скільки буде лісу на цій ділянці через 10 років, якщо його щорічний приріст складає в середньому 2%.

А	Б	В	Г	Д
$6500(1+0,01 \cdot 10)^2$	$65000(1+0,01 \cdot 2)^{10}$	$2(1+0,01 \cdot 6500)^{10}$	$10(1+0,01 \cdot 2)^{6500}$	$2(1+0,01 \cdot 10)^{65000}$

2. Дерево росте так, що кількість деревини збільшується з часом за законом:

$y = y_0 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$, де y_0 – початкова кількість деревини. Через скільки років t обсяг деревини становитиме 8 м^3 , якщо початкова кількість її дорівнює 2 м^3 ?

А	Б	В	Г	Д
2	4	6	8	16

3. Працівник при розмічанні на поверхню наніс лінію, яку розмістили на аркушу паперу у вигляді графіка функції (рис. 26)

Графіком якої функції є це зображення:

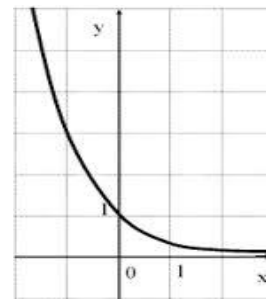


Рис. 26

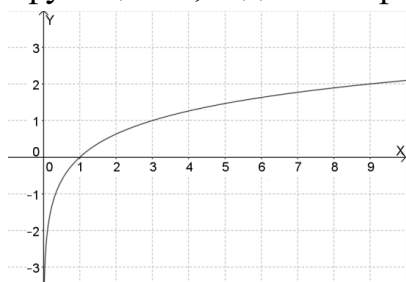
А	Б	В	Г	Д
Логарифмічної	Лінійної	Квадратичної	Тригонометричної	Показникової

4. Внаслідок тертя троса, намотаного на барабан, створюються умови того, що менша сила P_0 зрівноважила більшу силу P . Залежність між цими силами виражається формулою $P = P_0 \cdot 4^n$, де n – число витків троса на барабані. Який вантаж можна втримати силою $P_0 = 10 \text{ Н}$, якщо трос намотаний 1,5 раза?

А	Б	В	Г	Д
40Н	80Н	20Н	60Н	10Н

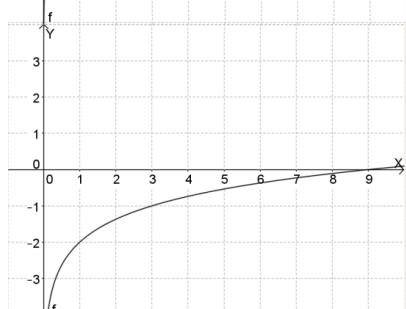
5. Для виготовлення арки з гіпсокартону працівник використав лекало, що має форму графіка логарифмічної функції. Установіть відповідність між графіками (1-3) та функціями, заданими формулами (А-Д).

1.



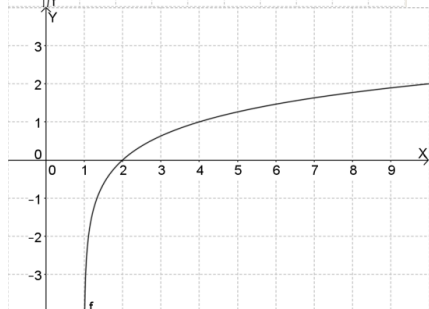
А. $y = \log_3 x - 2$

2.



Б. $y = \log_3 x + 2$

3.



В. $y = \log_3 x$

Г. $y = \log_3(x + 2)$

Д. $y = \log_3(x - 1)$

6. Коefіцієнт звукоізоляції стін обчислюється за формулою $D = A \cdot \lg \frac{P_0}{P}$, де P_0 – тиск звуку до поглинання, P – тиск звуку, який пройшов через стіну, A – деяка константа, природний звуковий фон в 20-30 дБ (дзюрчання струмка, шелест дерев у лісі). Визначити, у скільки разів стіна знижує тиск звуку, якщо коefіцієнт звукоізоляції дорівнює 30 дБ. Значення A візьміть рівною 20 дБ.

7. Проектуючи водопостачання села, необхідно розрахувати приблизну витрату води. Нехай добова витрата води на одного жителя становить a літрів, N – кількість жителів села, а річний приріст населення становить $p\%$. Скільки води потрібно буде селу через k років?

8. Для будівництва фонтана потрібно дві труби, з яких під тиском витікає вода. Треба, щоб з першої труби струмінь води піднімався, описуючи криву

$y = 2 \cdot 3^{x+1}$, а з другої – криву $y = 4 \cdot 3^{x-2}$, і щоб вони збігалися у точці, де різниця висот між струменями першої і другої труби становить 150 см. При якому значенні x ця умова виконуватиметься?

2.1.5. Інтеграл та його застосування

1. Для того, щоб знайти площу гіпсокартонної обшивки (рис. 27), необхідно застосувати формулу:

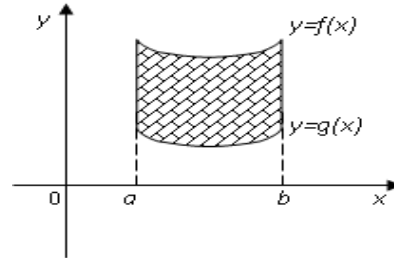


Рис.27

А	Б	В	Г	Д
Ньютона-Лейбніца	Герона	Ньютона	Бернуллі	Дискримінанта

2. Знайдіть загальний вигляд функції, що описує форму бетонного блоку, похідна якої має вигляд $f'(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$.

А	Б	В	Г	Д
$e^x + \text{ctg } x + c$	$e^x - \text{ctg } x + c$	$e^x + \text{tg } x + c$	$e^x - \text{tg } x + c$	$e^x + \text{tg } x$

3. Укажіть формулу, за якою можна знайти площу декоративної ніші, обмеженої лінією $y = -x^2 + 4$ та віссю Ox .

А	Б	В	Г	Д
$\int_0^4 (-x^2 + 4) dx$	$\int_{-4}^4 (-x^2 + 4) dx$	$\int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx$	$\int_4^0 (-x^2 + 4) dx$	$\int_0^2 (-x^2 + 4) dx$

4. Маляри повинні пофарбувати фронтон, що обмежений синусоїдою $y = \sin x$ і відрізком $[0; \pi]$ по осі Ox . Знайдіть площу фронтона.

А	Б	В	Г	Д
16 кв.од	8,5 кв.од.	85 кв.од.	$\sqrt{3}$ кв.од.	2 кв.од

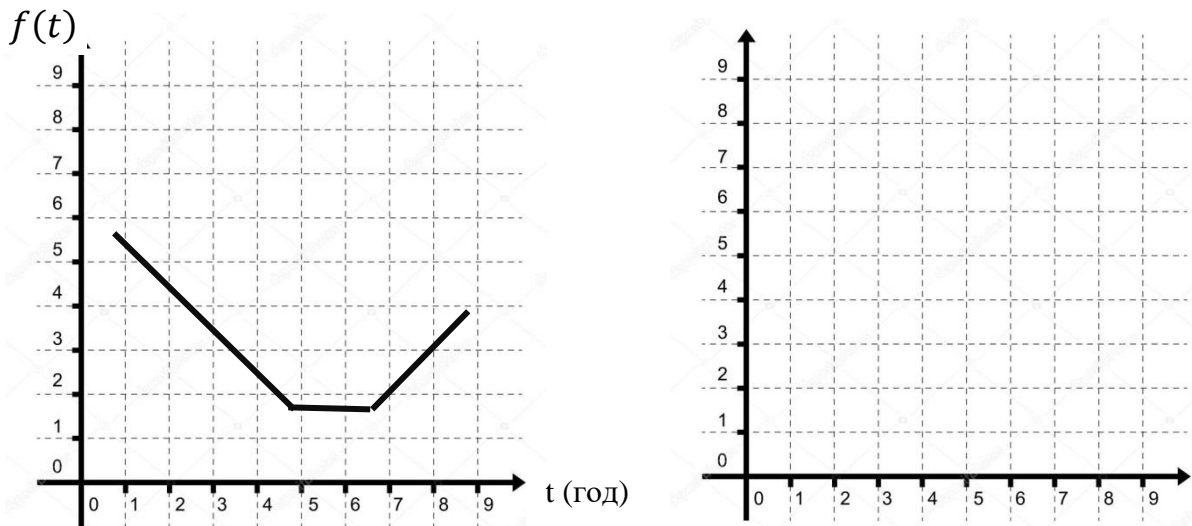


Рис. 28

5. Прпр одуктивність аці електромонтажника протягом робочого дня описується функцією (рис. 28):

$$f(t) = \begin{cases} 5 - t; & 0 \leq t \leq 4 \\ 1; & 4 < t \leq 6 \\ t - 5; & 6 < t \leq 8 \end{cases}$$

Установити відповідність між часом роботи (1-3) та обсягом виконаної роботи (А-Д) (м освітлювальної провідки).

- | | |
|-----------------|----------|
| 1. З 1 до 2 год | А. 1 м |
| 2. З 5 до 6 год | Б. 2,5 м |
| 3. З 6 до 7 год | В. 3,5 м |
| | Г. 0,5 м |
| | Д. 1,5 м |

6. Під час конструкції підвісної стелі в театрі прямолінійно підіймали абажур зі швидкістю $v(t)$ (м/хв). Знайти відстань між підлогою та стелею, якщо час, затрачений на підняття абажуру, дорівнює 3 хв, а швидкість $v(t) = (3t^2 - 4t + 1)$ м/хв.

7. Згідно з домовленістю, робітник за 1 м^2 виконаних штукатурних робіт, повинен отримати 80 грн. Стіна, яку штукатурив працівник, мала форму фігури, як на рис. 29. Скільки грошей заробив робітник?

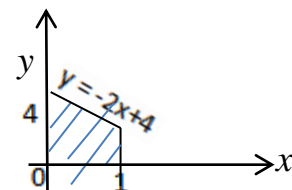


Рис. 29

8. Працівник повинен обчислити кількість фарби, яка потрібна для фарбування фігури на стіні (рис. 30). Витрати фарби 150 г/м^2 .

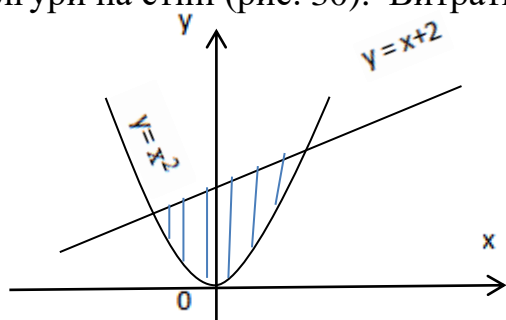


Рис. 30

2.1.6. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики

1. В ящику лежать інструменти штукатура: 3 макловиці, 5 ковшиків і 2 соколи. Яка ймовірність того, що навмання взятий інструмент виявиться ковшиком?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$

2. Скількома способами можна скласти список необхідних матеріалів для облицювання кухні плиткою, якщо він містить такі елементи: плитка, плитковий клей, рівень, шпатель?

А	Б	В	Г	Д
24	4	16	10	20

3. Пофарбування фасаду здійснюють фарбами 2-х кольорів. Робітнику видали 6 банок фарб різного кольору. Скільки існує можливих варіантів пофарбування фасаду?

А	Б	В	Г	Д
8	14	15	10	20

4. Бригада мулярів складається із 10 робітників. Скількома способами можна обрати з них бригадира, майстра та заступника майстра?

А	Б	В	Г	Д
240	140	160	100	720

5. Штукатур для виконання штукатурних робіт підготував інструменти: рівень, висок, кутник, ківш, сокіл, напівтерок, терку, гладилку. Установіть відповідність між способами розміщення цих інструментів (1-3) та кількістю таких способів (А-Д).

- | | | |
|--|----|------|
| 1. Скількома способами можна розмістити ці інструменти в один ряд, якщо першим буде рівень, а останнім – гладилка? | А. | 336 |
| 2. Скількома способами 5 майстрів можуть вибрати з цих інструментів по одному? | Б. | 28 |
| 3. Скількома способами майстер може вибрати два із цих інструментів? | В. | 720 |
| | Г. | 56 |
| | Д. | 6720 |

6. Провели опитування бригади малярів з 30 осіб щодо продуктивності праці під час фарбування стін та отримали такі результати: 12 м²/год. – 13 осіб, 10 м²/год. – 7 осіб, 11 м²/год. – 5 осіб, 13 м²/год. – 3 особи, 14 м²/год. – 2 особи. Скласти частотну таблицю та визначити:

- 1) відносну частоту продуктивності праці, що складає 12 м²/год.;
- 2) середнє значення вибірки.

7. В пачці із 50 плиток 8 бракованих. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрані 3 плитки будуть бракованими.

8. На будівельний майданчик завезли 10 мішків цементу, 7 із них марки М500, а решта – М400. Знайдіть ймовірність того, що серед п'яти навмання вибраних мішків 3 виявляться марки М500.

2.2. ГЕОМЕТРІЯ

2.2.1. Паралельність прямих і площин у просторі

1. Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Бригаді будівельників залишилося закріпити плінтус по лініям AB і CD (рис. 31).

Як розміщені ці прямі?

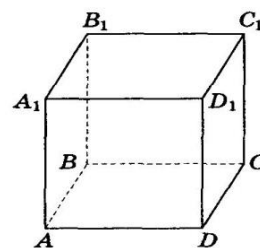


Рис. 31

А	Б	В	Г	Д
перетинаються	мимобіжні	паралельні	збігаються	перетинаються або паралельні

До завдань 2-3. В шафі-купе столяр прикріпив стрічку зі світлодіодним освітленням по відрізку $A_1 B$ (рис. 31)

2. У якій площині знаходиться ця стрічка?

А	Б	В	Г	Д
AA_1D	$A_1D_1B_1$	DC_1D_1	CA_1A	A_1BB_1

3. Якій площині ця стрічка паралельна?

А	Б	В	Г	Д
ACD	CDD_1	ABB_1	BBC_1	$A_1B_1D_1$

4. Телефонний дріт завдовжки 15 м протягнуто від телефонного стовпа, де він прикріплений на висоті 8 м від поверхні землі, до будинку, де його прикріпили на висоті 20 м. Визначте відстань між будинком і стовпом, припускаючи, що дріт не провисає.

А	Б	В	Г	Д
12 м	24 м	5 м	9 м	23 м

5. Муляр зробив кладку стін в кімнаті будинку у формі прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 31). Указати відрізки, по яких перетинаються стіни в кімнаті, та встановити відповідність між площинами стін (1-3) і одержаними лініями перетину (А-Д).

- | | |
|--|----------------------|
| 1. Стіна (AD_1D) і підлога (ABC) | А. відрізок C_1D_1 |
| 2. Стіна (AB_1B) і підлога (ABC) | Б. відрізок AD |
| 3. Стіна (CD_1D) і стеля $(A_1B_1C_1)$ | В. відрізок A_1D_1 |
| | Г. відрізок AB |
| | Д. відрізок B_1C_1 |

6. Брусок має форму прямокутного паралелепіпеда (рис. 32). Столяру необхідно розпиляти брусок таким чином, щоб він проходив через точки X, Y, Z. Яка фігура буде отримана в перерізі? Побудуйте цей переріз.

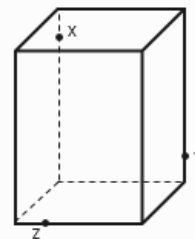


Рис. 32

7. Дах має форму чотирикутної піраміди $SABCD$, в основі якої лежить прямокутник з розмірами 6 м та 8 м (рис. 33). Для того, щоб дах був міцніший, необхідно було прикріпити лист ДСП на середині балок SA, SB, SC, SD . Знайти розміри листа ДСП, його периметр та площу.

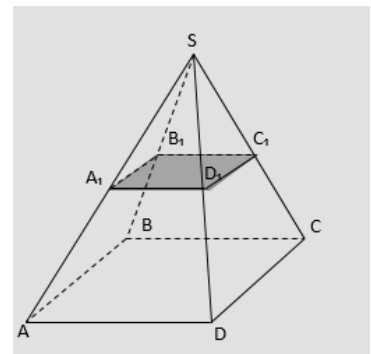


Рис. 33

8. Агрофірмі в зерносховищі, яке має форму многогранника $ABCDEF$ (рис. 34), необхідно зробити внутрішню добудову, а саме кладку стіни. З цією метою представники фірми звернулися до фахівців – будівельників. Яку площу має добудована стіна, якщо висота зерносховища складає 12,5 м, ширина дорівнює 10 м, а відстань між стінами ділиться у співвідношенні 3:2 ($AN: ND= 3:2$)? Скільки маляру-штукатуру необхідно закупити фарби для покриття цієї стіни з обох боків, якщо витрати фарби на 1 м^2 складають 0,2 кг ?

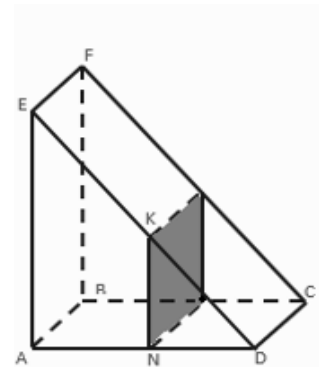


Рис. 34

2.2.2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі

1. Як відомо, після виконання розмітки фундаменту будинку прямокутної форми необхідно провести контрольні заміри діагоналей. Якою повинна бути довжина діагоналей, якщо будинок має розміри $6 \times 8 \text{ м}$?

А	Б	В	Г	Д
14 м	12 м	7 м	10 м	9 м

2. Які складові частини двосхилого даху встановлюються перпендикулярно до несучих бічних стін будинку?

А	Б	В	Г	Д
Мауерлат	Стійки	Крокви	Ребра	Підкоси

3. Назвіть теорему з курсу геометрії, на основі якої будівельники користуються інструментом «висок»:

А	Б	В	Г	Д
Ознака перпендикулярності прямої та площини	Ознака паралельності прямої та площини	Ознака перпендикулярності площин	Ознака паралельності площин	Ознака паралельності прямих

4. У будівництві для переміщення в траншеї, котловані використовуються приставні драбини. Оберіть довжину драбини, щоб опуститися на дно котловану глибиною 2,5 м, якщо за встановленими нормами кут між жердинами драбини і вертикальною площиною котловану повинен бути 30° ?

А	Б	В	Г	Д
$\approx 3,5$ м	≈ 4 м	$\approx 2,5$ м	$\approx 4,5$ м	≈ 3 м

5. Згідно з нормами, спортивні зали для навчальних закладів будують за розмірами не менше $9 \times 18 \times 6$ м. Установіть відповідність між завданнями (1-3) та результатами обчислень (А-Д).

- | | |
|---|------------------|
| 1. Відстань від стелі до підлоги | А. 21 м |
| 2. Найбільша відстань у спортивній залі | Б. $9\sqrt{5}$ м |
| 3. Довжина плінтуса у спортивній залі | В. 54 м |
| | Г. 24 м |
| | Д. 6 м |

6. При будівництві льоху, що має підлогу квадратної форми площею 16 м^2 , вентиляційний отвір розмістили у стелі на відстані 3,3 м від кутів підлоги. Яка висота льоху?

7. У підручнику Остапченко Т.Є. «Технологія опоряджувальних робіт» сказано, що наносити штукатурні розчини на стіни і стелі можна соколом. При цьому його приставляють під кутом до поверхні так, щоб верхній бік був на відстані 5...10 см від поверхні. Знайдіть, якою може бути величина кута між площинами стіни і сокола, якщо розміри сокола 40×50 см?

8. Чотирихилий дах будинку довжиною 17 м і шириною 10 м має схил 45° . Скільки листів ондуліну розміром 2000×950 мм треба на покриття даху, якщо додаткові витрати матеріалу на нахлести становлять 12%?

2.2.3. Координати і вектори

1. Ніжки розкладного стільчика розміщені як вектори \vec{a} і \vec{b} . Знайдіть координати вектора, який дорівнює сумі векторів $\vec{a}(1; 0; 2)$ і $\vec{b}(0; 1; -2)$.

А	Б	В	Г	Д
$\vec{c}(1; 0; 1)$	$\vec{c}(1; 1; 2)$	$\vec{c}(1; 1; 0)$	$\vec{c}(0; 1; 0)$	$\vec{c}(1; 1; 1)$

2. Довжина шнура електродрилі дорівнює абсолютній величині вектора $\vec{m}(2; -2; 1)$. Знайдіть довжину шнура.

А	Б	В	Г	Д
1	5	4	2	3

3. При розмічанні креслення рами вікна столяр знайшов середину відрізка AB – точку O , де $A(2; 7; -4)$ і $B(-2; 3; 10)$ – координати кінців рами. Які координати має точка O ?

А	Б	В	Г	Д
$(0; 10; 6)$	$(0; 5; 3)$	$(4; 4; -14)$	$(2; 2; 7)$	$(2; 14; -8)$

4. Столяр виготовив шафу з полицями. Полички розміщені паралельно вздовж векторів \vec{a} і \vec{b} . Вкажіть координати вектора \vec{b} , якщо він колінеарний вектору $\vec{a}(1; 0; -2)$.

А	Б	В	Г	Д
$\vec{b}(2; 2; -4)$	$\vec{b}(-1; -1; 2)$	$\vec{b}(0; 1; 0)$	$\vec{b}(3; 0; -6)$	$\vec{b}(1; 0; 2)$

5. Столяр розклав гвіздки та гвинтики по різних шухлядах (позначені буквами) в шафі, що має форму прямокутного паралелепіпеда $ABCD_1B_1C_1D_1$, де $AB = 1$ од., $BC = AA_1 = 2$ од. (рис. 35). Установіть відповідність між шухлядами, що позначені буквами (1-3) і їх координатами (А-Д).

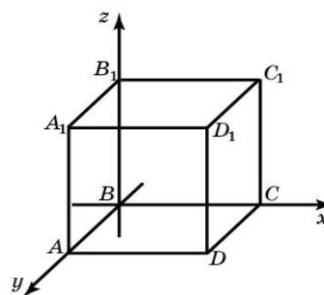


Рис. 35

- | | |
|----------|----------------|
| 1. A_1 | А. $(0; 1; 2)$ |
| 2. A | Б. $(1; 2; 2)$ |
| 3. D | В. $(2; 1; 0)$ |
| | Г. $(2; 1; 2)$ |
| | Д. $(0; 1; 0)$ |

6. При торцевому різанні деревини різець рухається у напрямі, перпендикулярному до волокон деревини. Волокна деревини та різець позначені векторами \vec{m} і \vec{n} . При яких значеннях z вектори \vec{m} і \vec{n} перпендикулярні, якщо $\vec{m}(2; -3; 8)$ і $\vec{n}(-7; -2; z)$?

7. Знайдіть градусну міру кута між кроквяними ногами двосхилого даху під черепицю – кут B трикутника ABC , якщо його вершини – кінці крокв – мають такі координати: $A(2; 2; -4)$, $B(2; -1; -1)$, $C(3; -1; -2)$.

8. Кришка стола має форму чотирикутника, вершини якого мають координати $A(1; 0; 0)$; $B(0; 0; 1)$; $C(0; 1; 1)$; $D(1; 1; 0)$. Знайдіть площу стільниці – площу чотирикутника $ABCD$.

2.2.4. Многогранники

1. Цеглина має форму:

А	Б	В	Г	Д
Правильної чотирикутної призми	Куба	Прямокутного паралелепіпеда	Паралелепіпеда	Чотирикутної призми

2. Знайдіть площу поверхні для обштукатурення верхнього закінчення стовпа у вигляді фаски, що має форму правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої 30 см, а апофема 17 см.

А	Б	В	Г	Д
2940 см ²	1860 см ²	960 см ²	1020 см ²	2040 см ²

3. Знайдіть площу поверхні (у м²) для обштукатурення стовпа висотою 3 м, в основі якого лежить квадрат зі стороною 51 см

А	Б	В	Г	Д
6,12	61,2	0,612	612	6120

4. Скільки матеріалу (у м²) необхідно, щоб виготовити ящик для розчину суміші, що має розмір 40×60×20 см?

А	Б	В	Г	Д
0,48	0,84	0,24	0,64	0,4

5. Установіть відповідність між будівельним терміном (1-3) та геометричною фігурою (А-Д)

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. Дах кіоска, альтанки, «грибочка» на пляжі | А. Зрізана піраміда |
| 2. Бункер для піску або розчину | Б. Призма |
| 3. Цеглина | В. Прямокутний паралелепіпед |
| | Г. Піраміда |
| | Д. Куб |

6. Потрібно пофарбувати стіни та стелю у кімнаті, що має розміри 8×4×2,5 м. У кімнаті є двоє дверей висотою 2,2 м та шириною 1,1 м. Скільки коштуватиме робота, якщо фарбування 1 м² коштує 4 грн?

7. Визначити необхідну кількість бронзової фарби для фарбування шпиля церкви, що має форму правильної чотирикутної піраміди зі стороною основи 4 м і кутом, утвореним між висотою піраміди і апофемою, який дорівнює 30°, якщо витрати фарби на 1 м² складають 250 грам.

8. Двохсхилий дах має форму трикутної призми. Він розміщений на будинку довжиною 25 м і шириною 8 м. Висота даху 3 м. Через точки М, К, Т проведено переріз так, щоб утворився **напіввальмовий дах** (коли торцеві скати не доходять до карниза). Причому точки М, К – середини ребер АВ, ВС,

$BT = 3$ м. Побудуйте відповідний переріз та обчисліть площу, необхідну для покрівлі даху.

2.2.5. Тіла обертання

1. Внаслідок обертання якої геометричної фігури **НЕ** можна точно зобразити макет даху будівлі, що має форму конуса.

А	Б	В	Г	Д
Рівнобедрений трикутник навколо медіани до основи	Рівносторонній трикутник навколо будь-якої висоти	Прямокутний трикутник навколо більшого з катетів	Прямокутний трикутник навколо гіпотенузи	Прямокутний трикутник навколо меншого з катетів

2. Необхідно реставрувати ззовні башту середньовічного замку, яка має форму циліндра (висота $h = 6$ м, радіус основи $r = 5$ м). Знайти площу реставрації башти:

А	Б	В	Г	Д
6π м ²	15π м ²	30π м ²	60π м ²	120π м ²

3. Архітекторська компанія «Architects» представила один з проектів скляної споруди у вигляді півкулі, яка займає площу 628 м². Знайти висоту даної споруди ($\pi \approx 3,14$).

А	Б	В	Г	Д
$10\sqrt{2}$ м	6,28 м	$20\sqrt{2}$ м	100 м	200 м

4. Було замовлено комплект фрез для виготовлення будівельних конструкцій. Одна з них має форму зрізаного конуса, у якого радіуси основ 20 і 10 мм, а твірна $10\sqrt{10}$ мм. Знайти висоту.

А	Б	В	Г	Д
10 мм	$25\sqrt{39}$ мм	30 мм	20 мм	$25\sqrt{10}$ мм

5. На дитячому майданчику побудували навіс над пісочницею – дерев'яний дах, що має форму конуса (рис. 36). Установити відповідність між відношенням довжин – висоти CO та радіусом основи OA (1-4) і градусною мірою кута ACB при вершині осьового перерізу конуса (А-Д).

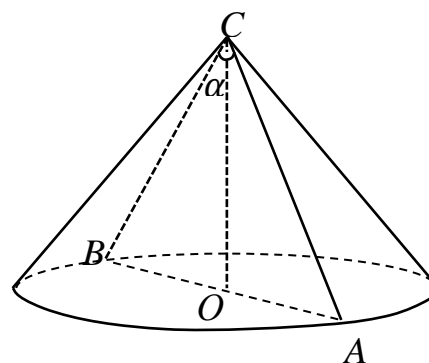


Рис. 36

5. На квадратній ділянці зі стороною 4 м побудували зерносховище, в якому потрібно виконати штукатурні роботи. Встановити відповідність між формою зерносховища (1-3) та площею повної поверхні для облицювання(А-Д).

- | | | | |
|----|--|----|---------------------|
| 1. | Зерносховище має форму куба | А. | 64 м^2 |
| 2. | Зерносховище має форму півкулі | Б. | $23\pi \text{ м}^2$ |
| 3. | Зерносховище має форму циліндра з висотою 5м | В. | 96 м^2 |
| | | Г. | $28\pi \text{ м}^2$ |
| | | Д. | $12\pi \text{ м}^2$ |

6. Скільки потрібно взяти оліфи, щоб прогрунтувати шар діаметром 120 см, якщо на 1 м^2 витрачається 150 г оліфи?

7. Потрібно поштукатурити дві колони однакової висоти, але з різним поперечним перерізом: круглим і квадратним. Зовнішній діаметр круглого перерізу і сторона зовнішнього квадрату дорівнюють 40 см. На яку колону витратиться менше штукатурки і у скільки разів?

8. До витяжної труби овочесховища треба виготовити ковпак у формі зрізаного конуса, висота якого 30 см, а діаметри основ 100 і 20 см. 1) Скільки квадратних метрів листового заліза потрібно для виготовлення ковпака, якщо на шви треба додати 2% матеріалу? 2) Чи можна виготовити розгортку такого конуса з листового заліза розміром 0,7м x1,4 м?

Відповіді та розв'язки

Тест 2.1.1

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	Б	В	А	1-В, 2-Д, 3-Б

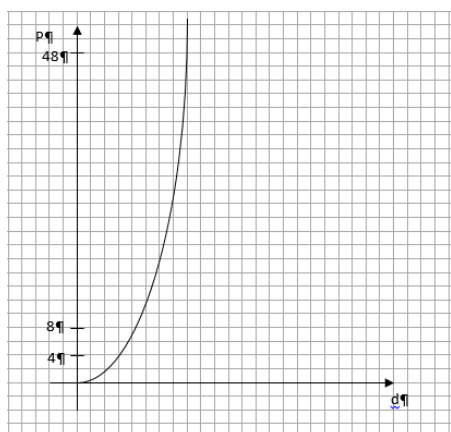
6. Розв'язання. Необхідно привести всі числа до кореня 12 –го степеня,

використовуючи властивості кореня $\sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$; $\sqrt[6]{10} = \sqrt[12]{10^2} = \sqrt[12]{100}$;

$2 = \sqrt[12]{2^{12}} = \sqrt[12]{4096}$, найбільше $\sqrt[12]{4096}$.

Відповідь: 2 м.

7. Розв'язання:



У таблиці $P = 0; 1; 4; 9; 16; 25; 49; 64; 81; 100$

$P = 4 \cdot 2,25^2 = 20,25$; $P = 4 \cdot 3,2^2 = 40,96$; $P = 4 \cdot 4,8^2 = 92,16$

Відповідь: 20,25 ц; 40,96 ц; 92,16 ц.

8. Розв'язання. Нехай повинно вийти на роботу x будівельників, за 1 годину вони викопають $2,5x$ м³ землі, а за 8 годин - $20x$ м³. Оскільки на роботу вийшло $(x+10)$ будівельників, то за 1 годину вони викопають $3,5(x+10)$ м, а за 5 годин $17,5(x+10)$ м.

Складаємо рівняння: $17,5(x+10)=20x$; $17,5x-20x=-175$; $2,5x=175$; $x=70$.

Відповідь: 80 будівельників.

Тест 2.1.2

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Д	Г	Д	Г	1-В, 2-Д, 3-Г

6. Розв'язання. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{13}}{4}\right)^2 = 1$; $\frac{1}{16} + \frac{13}{16} = 1$; $\frac{14}{16} \neq 1$

Відповідь: ні, не можуть.

7. Розв'язання. $x + 4x + 5x = 180$; $10x = 180$; $x = 18^\circ = \frac{18 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{10}$;

$4x = 72^\circ = \frac{72 \cdot \pi}{180} = \frac{2\pi}{5}$; $5x = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$.

Відповідь: $\frac{\pi}{2}$; $\frac{2\pi}{5}$; $\frac{\pi}{10}$.

8. Розв'язання. $\sin\beta = \frac{2\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha + 3\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha \left(2\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + 1\right)}{\cos\alpha \left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + 3\right)} = \frac{2\operatorname{tg}\alpha + 1}{\operatorname{tg}\alpha + 3} = \frac{4+1}{2+3} = 1$, $\beta = 90^\circ$

Відповідь: 90°

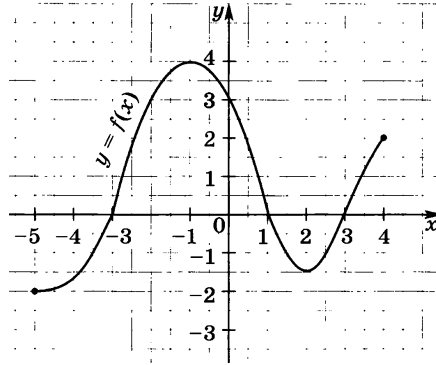
Тест 2.1.3

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	А	В	Г	Б	1-Д, 2-А, 3-Г

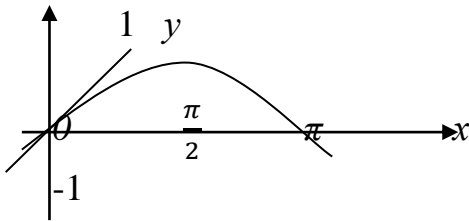
6. Розв'язання.

Нулі функції: $f(-3) = 0$; $f(0) = 3$; $f(1) = 0$; $f(3) = 0$.

x	$(-5; -1)$	-1	$(-1; 2)$	2	$(2; 4)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	\rightarrow	4	\rightarrow	-1,5	\rightarrow
		max		min	



7. Розв'язання.



Альтанка у вигляді «парасольки» на креслені має вигляд синусоїди $y = \sin x$. Знайдіть кут нахилу крокви до горизонтальної площини у точці з абсцисою $x_0 = 0$.

Маємо $\operatorname{tg} \alpha = y' = (\sin x)' = \cos x$; $y'(0) = \cos 0 = 1$; $\operatorname{tg} \alpha = 1$; $\alpha = 45^\circ$
Відповідь: $\alpha = 45^\circ$

8. Розв'язання. Нехай довжина та ширина басейну – x м, тоді висота – $\frac{32}{x^2}$ м.

Складемо функцію, за якою можна обчислити площу стін і дна

$S(x) = x^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$. Дослідимо її на екстремум: $S'(x) = 2x - \frac{128}{x^2}$.

$S'(x) = 0$, тоді $\frac{2x^3 - 128}{x} = 0$ і $x = 4$, а висота – $\frac{32}{4^2} = 2$ м.

Відповідь: 2 м.

Тест 2.1.4

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	В	Д	Б	1-В, 2-А, 3-Д

6. Розв'язання. формулою $D = A \cdot \lg \frac{P_0}{P}$, $30 = 20 \cdot \lg \frac{P_0}{P}$, $\lg \frac{P_0}{P} = 1,5$,

$$\frac{P_0}{P} = 10^{1,5} = 10\sqrt{10}$$

Стіна знижує тиск у $10\sqrt{10}$ разів

Відповідь: у $10\sqrt{10}$ разів.

7. Розв'язання. Через рік витрати води становитимуть

$$aN + \frac{p}{100} \cdot aN = aN \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Через k років селу потрібно буде $aN \left(1 + \frac{p}{100}\right)^k$ (л) води.

Відповідь: $aN \left(1 + \frac{p}{100}\right)^k$ л води.

8. Розв'язання.

За умовою задачі

$$2 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 150; \quad 2 \cdot 3^x \cdot 3 - 4 \cdot 3^x \cdot 3^{-2} = 150;$$

$$6 \cdot 3^x - \frac{4}{9} \cdot 3^x = 150; \quad 3^x = 27; \quad x = 3.$$

Відповідь: $x = 3$.

Тест 2.1.5.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	А	Б	В	Д	1-В, 2-А, 3-Д

6. Розв'язання.

$$S(t) = \int_0^3 (3t^2 - 4t + 1) dt = \left(\frac{3t^3}{3} - \frac{4t^2}{2} + t \right) \Big|_0^3 = 12 \text{ м}$$

Відповідь: 12 м

7. Розв'язання

$$S = \int_0^1 (-2x + 4) dx = \left(-\frac{2x^2}{2} + 4x \right) \Big|_0^1 = 3(\text{м}^2), \quad 3 \cdot 80 = 240 \text{ грн.}$$

Відповідь: 240 грн.

8. Розв'язання. Знайдемо точки перетину ліній, які обмежують фігуру

Розв'яжемо систему:
$$\begin{cases} y = x^2, & \text{Одержимо дві точки } (-1; 1) \\ y = x + 2 & \text{та } (2; 4). \end{cases}$$

$$\text{Тоді шукана площа } S = \int_{-1}^2 ((x+2) - x^2) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = 4,5 \text{ м}^2,$$

витрати фарби $4,5 \cdot 150 = 675$ г.

Відповідь: 675 г

Тест 2.1.6.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	А	В	Д	1-В, 2-Д, 3-Б

6. Розв'язання.

Продуктивність праці	10 м ² /год	11 м ² /год	12 м ² /год	13 м ² /год	14 м ² /год
Кількість осіб	7	5	13	3	2

1) Відносна частота продуктивності праці, що складає 12 м²/год. дорівнює:

$$12:30=0,43=43\%$$

2) Середнє значення вибірки

$$\frac{7 \cdot 10 + 5 \cdot 11 + 13 \cdot 12 + 3 \cdot 13 + 2 \cdot 14}{30} = 11,6$$

Відповідь: 43%; 11,6.

7. Розв'язання. $n = C_{50}^3 = \frac{50!}{3! \cdot 47!} = \frac{47! \cdot 48 \cdot 49 \cdot 50}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 47!} = 8 \cdot 49 \cdot 50$; $m = C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5!} = 7 \cdot 8$; $P = \frac{m}{n}$; $P = \frac{7 \cdot 8}{8 \cdot 49 \cdot 50} = \frac{1}{350}$.

Відповідь: $P = \frac{1}{350}$.

8. Розв'язання. $n = C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5!} = 4 \cdot 7 \cdot 9$; $m = m_1 \cdot m_2$;

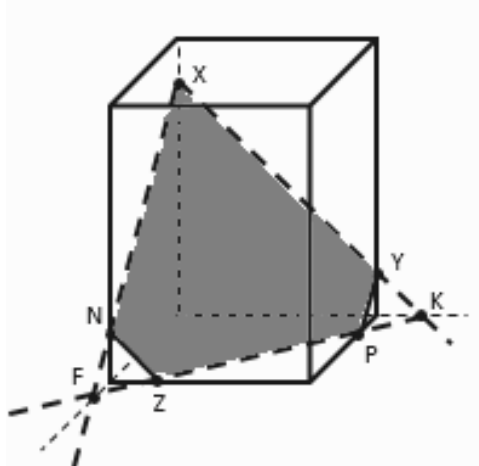
$m_1 = C_7^3 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4!} = 5 \cdot 7$; $m_2 = C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$; $m = 5 \cdot 7 \cdot 3$; $P = \frac{m}{n}$; $P = \frac{5 \cdot 7 \cdot 3}{4 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{5}{12}$.

Відповідь: $P = \frac{5}{12}$.

Тест 2.2.1

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	Д	Б	Г	1-Б, 2-Г, 3-А

6. Розв'язання.



Відповідь: п`ятикутник

7. Розв'язання. A_1B_1 - середня лінія $\triangle SAB$, тому $A_1B_1 = 0,5 \cdot AB = 3$ (м); аналогічно $B_1C_1 = 4$ м.

$P = 2 \cdot (A_1B_1 + B_1C_1) = 14$ (м); $S = A_1B_1 \cdot B_1C_1 = 12$ (м²).

Відповідь: 3×4 м; 14 м; 12 м².

8. Розв'язання. Трикутники AED та KND подібні, тому $AE : NK = AD : ND$.

Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює x , тоді $ND = 2x$, $AN = 3x$, $AD = 5x$, $2:5 = NK : 12,5$; $NK = 5$ м.

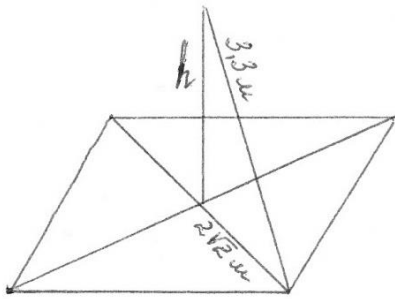
Стіна є прямокутником, тому $S = 5 \cdot 10 = 50$ м², зафарбувати треба 100 м², а фарби потрібно $100:5 = 20$ кг

Відповідь: 50 м², 20 кг фарби.

Тест 2.2.2

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	В	А	Д	1-Д, 2-А, 3-В

6. Розв'язання. Висота льоху h – це відстань від точки розміщення вентиляційного отвору до площини підлоги.

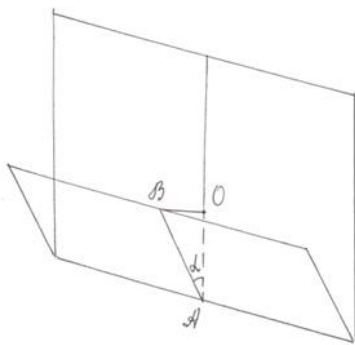


Підлога льоху має квадратну форму площею 16 м^2 , то сторона цього квадрата дорівнює 4 м , діагональ – $4\sqrt{2} \text{ м}$, а половина діагоналі – $2\sqrt{2} \text{ м}$.
За наслідком з теореми Піфагора

$$\text{маємо: } h = \sqrt{3,3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 1,7 \text{ м}$$

Відповідь: $1,7 \text{ м}$

7. Розв'язання.



ΔABO – прямокутний
(за побудовою)

$$\sin \alpha = \frac{OB}{AB} = \frac{5}{40} = 0,125$$

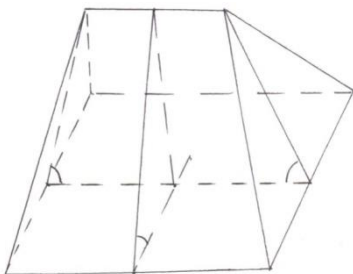
$$\alpha \approx 7^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{OB}{AB} = \frac{10}{40} = 0,25$$

$$\alpha \approx 14^\circ$$

Відповідь: від 7° до 14° .

8. Розв'язання.



Площа даху $S = \frac{S_{np}}{\cos \alpha}$, де S_{np} – площа ортогональної проекції даху, α – кут схилу даху. Ортогональною проекцією даху на горизонтальне покриття є прямокутник площею 170 м^2 , $S = \frac{170}{\cos 45^\circ} = 170\sqrt{2} \approx 238 \text{ м}^2$.

Площа одного листа ондуліну $S_2 = 2 \cdot 0,95 = 1,9 \text{ м}^2$,

Потрібно листів $N = \frac{S_1}{S_2} = \frac{238}{1,9} = 125,265$ шт.

Враховуючи витрати на наплести – 12% , маємо:

$125,265 \cdot 1,12 = 140,296 \approx 141$ лист

Відповідь: 141 лист

Тест 2.2.3

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	Д	Б	Г	1-А, 2-Д, 3-В

6. Розв'язання. Якщо $\vec{m} \perp \vec{n}$, тоді $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$;

отже $\vec{m} \cdot \vec{n} = 2 \cdot (-7) - 3 \cdot (-2) + 8z = 0$; $-14 + 6 + 8z = 0$; $8z = 8$; $z = 1$.

Відповідь: $z = 1$.

7. Розв'язання. Кут В – кут між векторами \overrightarrow{BA} і \overrightarrow{BC} трикутника ABC,

$$\text{тоді } \cos B = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|}.$$

$$\text{Оскільки } \overrightarrow{BA} = (0; 3; -3); \overrightarrow{BC} = (1; 0; -1), \text{ тоді } \cos B = \frac{0 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + (-3) \cdot (-1)}{\sqrt{0+9+9} \cdot \sqrt{1+0+1}} = \frac{1}{2}.$$

Якщо $\cos B = \frac{1}{2}$, тоді $\angle B = 60^\circ$.

Відповідь: $\angle B = 60^\circ$.

8. Розв'язання.

Визначимо вид чотирикутника ABCD. Середина діагоналі AC – т. O $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$,

середина діагоналі BD – т. P $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

Оскільки координати середин діагоналей чотирикутника ABCD співпадають, то

ABCD – паралелограм. Знайдемо діагоналі AC і BD: $|AC| = \sqrt{3}$; $|BD| = \sqrt{3}$;

AC = BD, тому ABCD – прямокутник. Знайдемо сторони AB і BC: $|AB| =$

$\sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$; $|BC| = \sqrt{0+1+0} = 1$. Отримаємо $S_{ABCD} = AB \cdot DC = \sqrt{2}$.

Відповідь: $\sqrt{2}$.

Тест 2.2.4

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	Г	А	Г	1-Г, 2-А, 3-В

6. Розв'язання. Площа, яку необхідно пофарбувати:

$$S = S_{\text{стелі}} + S_{\text{стін}} - S_{\text{дверей}}.$$

$$S_{\text{стелі}} = 8 \cdot 4 = 32 \text{ (м}^2\text{)},$$

$$S_{\text{стін}} = (16+8) \cdot 2,5 = 60 \text{ (м}^2\text{)},$$

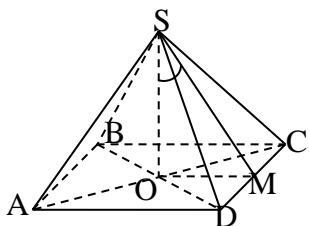
$$S_{\text{дверей}} = 2,2 \cdot 1,1 \cdot 2 = 4,84 \text{ (м}^2\text{)}.$$

$$S = 32 + 60 - 4,84 = 87,16 \text{ (м}^2\text{)}$$

Вартість роботи $P = 87,16 \cdot 4 = 348,64$ грн.

Відповідь: 348,64 грн.

7. Розв'язання.

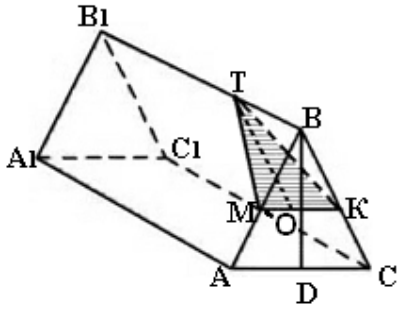


$m = nS_6$, де n – норма витрати фарби на 1 м^2 .

Шпиль має форму правильної чотирикутної піраміди, тому $S_6 = \frac{pl}{2}$. З ΔSOM знаходимо $SM = \frac{OM}{\sin 30^\circ} = 4 \text{ (м)}$, $P = 4AB = 16 \text{ (м)}$, $m = 0,25 \cdot \frac{16 \cdot 4}{2} = 8 \text{ (кг)}$

Відповідь: 8 кг.

8. Розв'язання.



$S = 2S_1 - 2S_2 + S_3$, де S_1 - площа прямокутника AA_1B_1B , S_2 - площа $\triangle TBM$, S_3 - площа $\triangle TKM$.
 З $\triangle BDC$ за т. Піфагора: $BC^2 = BD^2 + DC^2$, $BC = 5$ м,
 тому $S_1 = 25 \cdot 5 = 125$ (м²).
 MK - середня лінія $\triangle ABC$, тому $BK = 2,5$ (м),
 $S_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2,5 = 3,75$ (м²).

З $\triangle KBT$ за т. Піфагора $KT^2 = BT^2 + BK^2$, $KT^2 = (2,5)^2 + 3^2 = 15,25$.

З $\triangle OKT$ за т. Піфагора $TO^2 = KT^2 - KO^2$, $TO^2 = 15,25 - 4 = 11,25$; $TO \approx 3,4$ м,

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,4 = 6,8 \text{ (м}^2\text{)}$$

Отже площа, яку необхідно покрити $S = 2 \cdot 125 - 2 \cdot 3,75 + 6,8 = 249,3$ м²

Відповідь: 249,3 м²

Тест 2.2.5.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	Г	А	В	1-Г, 2-Д, 3-Б

6. Розв'язання. Площа основи циліндра $0,36\pi$ м², радіус основи $0,6$ м. Оскільки площа осьового перерізу циліндра вежі водонапірної башти $5,4$ м², тоді висота вежі дорівнює: $\frac{5,4}{1,2} = 4,5$ (м). Висота водонапірної башти: $4,5 + 8 = 12,5$ (м).

Відповідь: 12,5 м

7. Розв'язання. Нехай висота малого циліндра x , тоді великого $2x$. Маємо: $x + 2x = 7,5$; $x = 2,5$. Висота великого циліндра – 5 м.

Площа осьового перерізу великого циліндра: $26 \cdot 5 = 130$ (м²).

Відповідь: 130 м².

8. Розв'язання. Довжина газопроводу 1450 км = 1450000 м.

Довжина труби 20 м. Тоді всього зварили $1450000 : 20 = 72500$ (труб), стиків – 72499 .

Діаметр труби $d = 1420$ мм = $1,42$ м, довжина перерізу труби

$$C = \pi d = 3,14 \cdot 1,42 = 4,4588 \text{ м.}$$

Всього довелося зварити стикових швів: $4,4588 \cdot 72499 \approx 323259$ м.

Відповідь: 323259 м.

Тест 2.2.6.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	А	Б	Г	Д	1 – В, 2 – Д, 3 – Г

6. Розв'язання.

$$S_{шару} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot (0,6)^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,36 = 4,5216 \text{ (м}^2\text{)}.$$

$$m = 4,5216 \cdot 150 = 678,24 \approx 680 \text{ (г)}.$$

Відповідь: 680 г.

7. Розв'язання. Знайдемо площі бічних поверхонь циліндра з радіусом 20 см і правильної 4-кутної призми зі стороною основи 40 см.

$$S_{б.п.ц.} = 2\pi RH; S_{б.п.ц.} = 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot H = 125,6H \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$S_{б.п.п.} = P_{осн.} \cdot H; S_{б.п.п.} = 40 \cdot 4 \cdot H = 160H \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$160H / 125,6H = 1,27$$

Відповідь: на колону з круглим поперечним перерізом витратиться менше штукатурки у 1,27 рази.

8. Розв'язання.

$$S_{б.п.зр.кон.} = \pi(R_1 + R_2)L, L^2 = 30^2 + 40^2 = 2500, L = 50 \text{ см}.$$

$$S_{б.п.зр.кон.} = 3,14(10+50) \cdot 50 = 9420 \text{ (см}^2\text{)},$$

$$2\% - 2 \cdot 94,2 = 188,4 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$S_{ковпака} = 9420 + 188,4 = 9608,4 \text{ (см}^2\text{)} = 0,96084 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$S_{заліза} = 0,7 \cdot 1,4 = 0,98 \text{ (м}^2\text{)}$$

Відповідь: 0,96984 м²; так.

РОЗДІЛ 3
ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ УЧНІВ, ЩО
ЗДОБУВАЮТЬ ПРОФЕСІЇ МЕТАЛООБРОБНОГО ПРОФІЛЮ У
ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ

3.1. АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

3.1.1. Функції, їхні властивості та графіки

1. Тонколистовим називають листовий метал товщиною до 2 мм. Указати неправильний розмір тонколистового металу.

А	Б	В	Г	Д
0,15см	$\sqrt{2}$ мм	$\sqrt{5}$ мм	0,8 мм	$\sqrt{3}$ мм

2. Для згинання прямокутної скоби з штабової сталі визначте довжину розгортки заготовки, якщо відстань між загинами 17,5 мм, 15 мм, 20 мм, 15 мм, 17,5 мм, а товщина смуги сталі 1 мм.

А	Б	В	Г	Д
89 мм	80 мм	90 мм	85 мм	79 мм

3. Зі смугової сталі на круглих оправках потрібно зігнути циліндричну втулку. Визначити довжину заготовки за формулою $L = \pi D$, якщо зовнішній діаметр втулки дорівнює 20 мм, а внутрішній – 16 мм, (D – середній діаметр кола кільця).

А	Б	В	Г	Д
62,82 мм	56,52 мм	50,28 мм	60,42 мм	58,64 мм

До завдань 4-5. Слюсарю необхідно вигнути пруток за ескізом, який має вигляд графіка функції $y=f(x)$ (рис. 37).

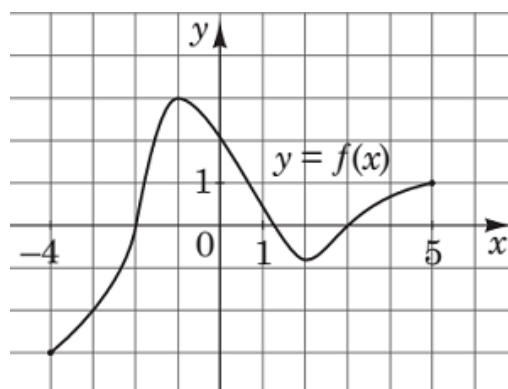


Рис. 37

4. Знайдіть область визначення цієї функції

А	Б	В	Г	Д
$(-3; 3)$	$[-3; 3]$	$(-4; -1]$	$[-4; 5]$	$[2; 5)$

5. Установіть відповідність між властивостями функції $y=f(x)$ (1-3) і проміжками (А-Д), на яких вони справджуються.

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| 1. Функція зростає на проміжку | А. $[-4; -1] \cup [2; 5]$ |
| 2. Функція спадає на проміжку | Б. $[-1; 2]$ |

3. Функція набуває недодатних значень на В. (-1; 2) проміжку

Г. (-4; -2) ∪ (1,2; 3)

Д. (-4; -1) ∪ (2; 5)

6. Робітник протягом зміни виготовив 48 деталей. На скільки відсотків він перевиконав план, якщо за планом він повинен був виконати 42 деталі?

7. Із металевого листа прямокутної форми виготовили відкриту коробку. Для цього у кутах листа вирізали квадрати зі стороною 4 см. Знайдіть довжину і ширину листа, якщо його периметр дорівнює 60 см, а об'єм коробки – 800 см³.

8. Під час виробничої практики учні виготовили 480 молотків, виготовляючи кожен день однакову кількість. Якщо б у них були певні навички, то обсяг роботи збільшився на 16 молотків в день й учні виготовили б 480 молотків на 5 днів раніше. Скільки часу тривала виробнича практика?

3.1.2. Тригонометричні функції

1. Укажіть градусну міру дуги направляючого колеса трактора ЮМЗ-6ЛС, якщо $\alpha = \frac{3\pi}{10}$.

А	Б	В	Г	Д
36°	54°	25°	135°	125°

2. Величина дуги колеса трактора МТЗ-80 рівна $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, де $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Спростіть цей вираз.

А	Б	В	Г	Д
$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos 2\alpha$

3. Слюсар спроектував на площину гвинтову лінію свердла (рис. 38).



Рис. 38

Укажіть, графіком якої функції є проекція, зображена на рис. 39.

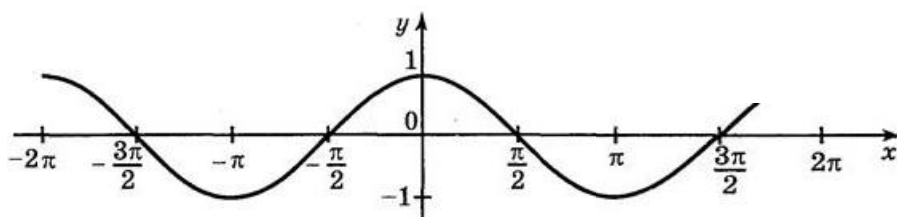


Рис. 39

А	Б	В	Г	Д
$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \cos x + 2$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$

4. Переміщення поршня двигуна трактора ДТ-75 задається рівнянням $\sin 2x = 1$. Укажіть загальний вигляд розв'язків рівняння.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

5. Чотири точки А, В, С, D ділять коло колеса трактора Т-150 у відношенні 3:4:5:6 (починаючи від точки А). Установіть відповідність між величиною відповідної дуги (1-3) і її радіанною мірою (А-Д).

1. АВ

А. $\frac{2\pi}{3}$

2. ВС

Б. $\frac{4\pi}{9}$

3. BD

В. $\frac{\pi}{9}$

Г. π

Д. $\frac{\pi}{3}$

6. Для налаштування фрезерувального станка на фрезерування муфти робітникам рекомендують користуватися виразом:

$$(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha) - \cos^2 \alpha. \quad \text{Спростіть цей вираз.}$$

7. Для розмітки майбутньої деталі слюсарю на поверхню заготовки потрібно нанести лінію, яка задана графіком функції $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{2}) + 1$. Побудуйте графік цієї функції.

8. Знайдіть величину $\alpha + \beta$ граничного кута нахилу дороги, на якій може стояти трактор не перекидаючись, коли гранична величина бічного нахилу визначається умовою:

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}, \sin \beta = \frac{\sqrt{21}}{14} \quad \text{і} \quad 0^\circ < \alpha < 90^\circ, 0^\circ < \beta < 90^\circ.$$

3.1.3. Похідна та її застосування

1. При гальмуванні маховик за t секунд повертається на кут $\varphi = 5 + 6t - t^2$ (φ – кут у радіанах). Знайти кутову швидкість обертання маховика в момент $t = 2$ с.

А	Б	В	Г	Д
-2 рад/с	10 рад/с	8 рад/с	2 рад/с	4 рад/с

2. Маховик, затримуваний гальмом, обертається за законом: $\varphi(t) = 3t - 0,3t^2$.

У який момент часу він зупиниться?

А	Б	В	Г	Д
2,5с	6с	10 с	12с	5 с

3. Функція, що задає закон, за яким під час нагрівання двигуна змінюється з часом його температура, визначена на проміжку $(-4; 4)$. На рис. 40 зображено графік цієї функції $y = f(x)$. Указати, при яких x функція y має екстремуми.

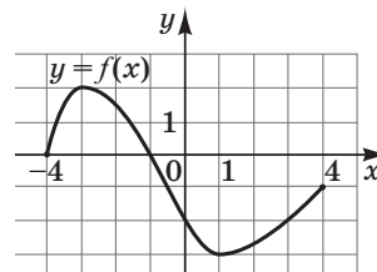


Рис.40

А	Б	В	Г	Д
0; 2,5	-4; 3	-3; 1	1	-2,7; 3,7

4. Диск шестерні масляного насоса обертається за законом $\varphi(t) = 3\cos 2\pi t$, де φ – кут повороту диска (рад), t – час (с). В який в момент часу t швидкість обертання диска $\omega(t) = 6\pi$ рад/с.

А	Б	В	Г	Д
$\pi + n$	$\frac{n + 1}{4}$	$\frac{n}{2}$	$\frac{1}{4} + n$	$-\frac{1}{4} + n$

5. Функція, що задає рух колінчастого валу, визначена на проміжку $(-2,5; 1)$. На рис. 41 зображено графік її похідної – функції $y = f'(x)$. За графіком похідної функції $y = f'(x)$ установіть відповідність між властивостями функції (1-3) та проміжками, на яких вони виконуються (А-Д).

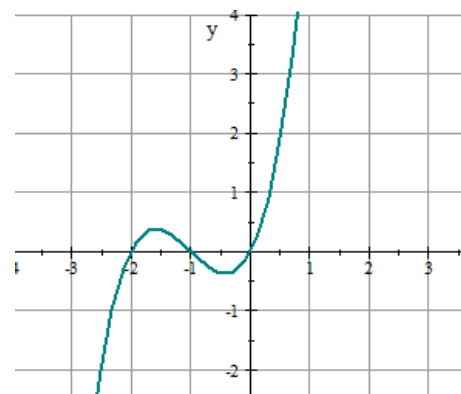


Рис. 41

1. Функція $y = f(x)$ зростає на проміжку
2. Функція $y = f(x)$ спадає на проміжку
3. Функція $y = f(x)$ має найбільше значення в точці

- А. $(-2,5; -1,5) \cup (-0,5; 1)$
- Б. $(-2; -1) \cup (0; 1)$
- В. $x = -1,5$
- Г. $x = -1$
- Д. $(-2,5; -2) \cup (-1; 0)$

6. Автомобіль наближається до мосту зі швидкістю 72 км/год. Біля мосту висить дорожній знак «40 км/год». Водій почав гальмувати за 5 секунд до в'їзду на міст. Чи з дозволеною швидкістю в'їхав автомобіль на міст, якщо гальмівний шлях визначається за формулою $s = 20t - t^2$?

7. Витрата пального (в літрах) легкового автомобіля в залежності від швидкості x км/год при русі на четвертій передачі приблизно описується функцією $f(x) = 0,0017x^2 - 0,187x + 10,2$; $x > 30$. При якій швидкості витрати пального будуть найменшими?

8. По прямій рухаються два трактори. Закон руху трактора ХТЗ-7022 задається функцією $y = f(x)$, а закон руху трактора ХТЗ-150К-03 – функцією $y = g(x)$. Визначити, в які моменти часу трактори мають однакове прискорення, якщо:

$$f(t) = \cos 2t, \quad g(t) = 2t^2 + 3t + 1$$

3.1.4. Показникова і логарифмічна функції

1. Продуктивність праці робітників, які обробляють метали (кількість продукції $f(t)$, що обробляється за одиницю часу t), визначається функцією $f(t) = 58^t$.

Як називається графік даної функції?

А	Б	В	Г	Д
тангенсоїда	пряма	парабола	експонента	гіпербола

2. На рис. 42 показано залежність температури T ($^{\circ}\text{C}$) від часу t (c) в доменній печі. Вказати, в який проміжок часу температура збільшиться рівно на 4°C .

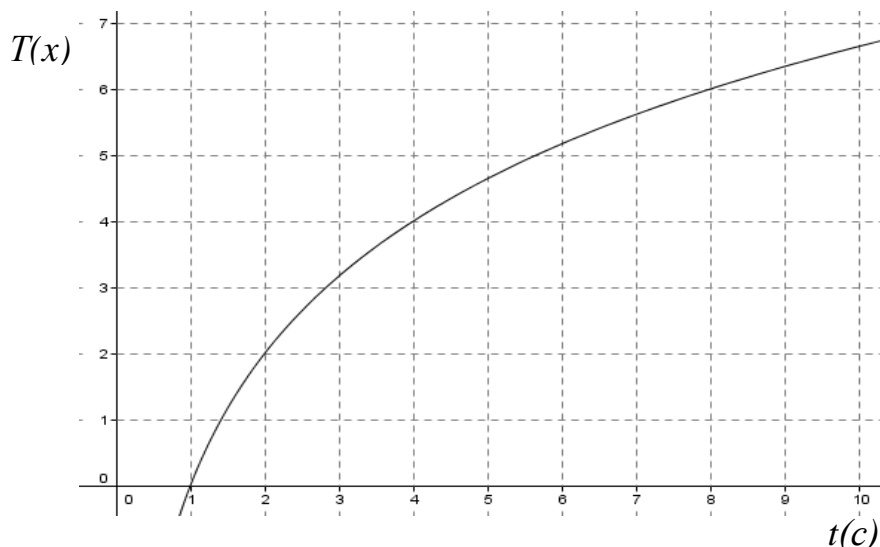


Рис. 42

А	Б	В	Г	Д
з 1 с до 3 с	з 2 с до 5 с	з 2 с до 8 с	з 3 с до 8 с	з 4 с до 8 с

3. Залежність температури нагрівання двигуна T ($^{\circ}\text{C}$) від часу його роботи t (хв) описується функцією $T(t) = \log_2 t^{45}$. Чому дорівнює температура T , якщо $t = 4$ хв.

А	Б	В	Г	Д
4 $^{\circ}\text{C}$	8 $^{\circ}\text{C}$	45 $^{\circ}\text{C}$	80 $^{\circ}\text{C}$	90 $^{\circ}\text{C}$

4. Використовуючи формулу складних відсотків, вказати формулу для обчислення вартості монтажного обладнання в гривнях через n років, якщо його початкова вартість B_0 грн, а щорічний відсоток амортизації $p\%$.

А	Б	В	Г	Д
$B_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$	$B_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$	$B_0 \left(1 + \frac{n}{100}\right)^p$	$B_0 \left(1 - \frac{n}{100}\right)^p$	$B_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{np}$

5. Коли шуруповерт вимикають, то в першу хвилину після вимкнення сила струму в ньому зменшується за формулою $I(t) = 24 \cdot (0,25)^t$ (А), де I – сила струму в амперах, t – час в секундах. Установити відповідність між часом (1-3) і силою струму (А-Д).

- | | |
|--------------------------------|------------|
| 1. $I(t), t = \frac{1}{20}$ хв | А. 6 А |
| 2. $I(t), t = \frac{1}{30}$ хв | Б. 24 А |
| 3. $I(t), t = \frac{1}{60}$ хв | В. 0 А |
| | Г. 0,375 А |
| | Д. 1,5 А |

6. Скільки разів треба намотати трос на барабан, щоб силою 5 Н утримувати вантаж в 45 Н ? Дайте відповідь на питання, використовуючи формулу залежності між більшою силою F і меншою силою F_0 при рівновазі: $F = F_0 \cdot 3^n$, де n – число витків на барабані.

7. Чи зможе автомобіль, що має довжину $\left(\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 8\right)$ м поміститися в гараж довжиною $(5,5 - 2(\lg 2 + \lg 5))$ м.

8. Щорічний приріст продукції пластикових труб становить 10% . Через скільки років випуск пластикових труб збільшиться у 2 рази?

3.1.5. Інтеграл та його застосування

1. Слюсар при розмічанні заготовки наніс на неї рисунок у вигляді графіка. Знайдіть межі інтегрування для обчислення площі заштрихованої фігури (рис. 43).

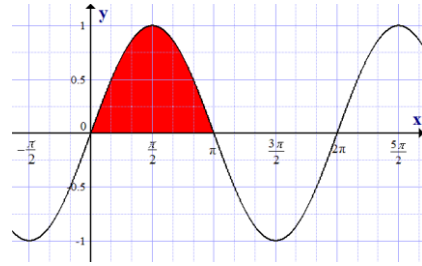


Рис.43

А	Б	В	Г	Д
$0; \frac{\pi}{2}$	$0; \pi$	$\pi; 0$	$\frac{\pi}{2}; 0$	$\frac{\pi}{2}; \pi$

2. Автомобіль почав рухатися прямолінійно з місця із швидкістю $v(t) = 4t - 1$. Який шлях проїхав автомобіль за 3 секунди?

А	Б	В	Г	Д
12 м	11 м	4 м	13 м	15 м

3. Обчислити, яку роботу потрібно виконати, щоб розтягнути пружину на 4 см, якщо сила F , що розтягує пружину, визначається за формулою $F = 500x$ Н.

А	Б	В	Г	Д
2 Дж	20 Дж	0,4 Дж	0,2 Дж	4 Дж

4. Колесо обертається з кутовою швидкістю, що змінюється за законом $\omega = 2t + 1$, де ω – кутова швидкість (рад/с), t - час (с). На який кут повернеться колесо за 3 секунди руху?

А	Б	В	Г	Д
7 рад	5 рад	9 рад	19 рад	12 рад

5. Розмічувальні плити обмежені функціями (1-3). Встановіть, за допомогою яких інтегралів (А-Д) можна визначити площі цих плит.

1 $y = x^2, y=0, x = 2, x = 3$

А $\int_3^2 x^2 dx$

2 $y = 4x-1, x = 0, y = 0$

Б $\int_2^3 x^2 dx$

3 $y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{3}$

В $\int_0^{0,25} (1 - 4x) dx$

Г $\int_0^{0,25} (4x - 1) dx$

Д $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$

6. Слюсарю потрібно прошарбувати (операція зняття з поверхонь деталей дуже тонких частинок металу спеціальним різальним інструментом – шабером) криволінійну поверхню. Знайдіть площу поверхні, яку треба прошарбувати (рис. 44).

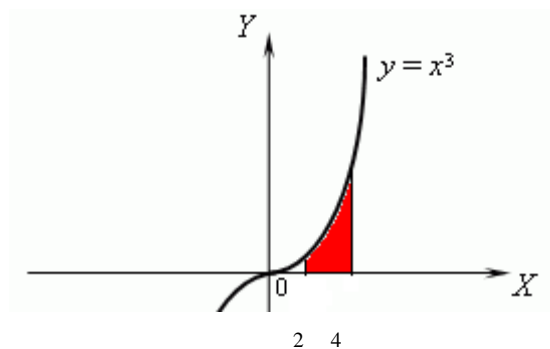


Рис. 44

7. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y=x^2+4$ і $y=4-x^2$, $x=2$, яку потрібно припасувати до плоскої пластини (рис. 45).

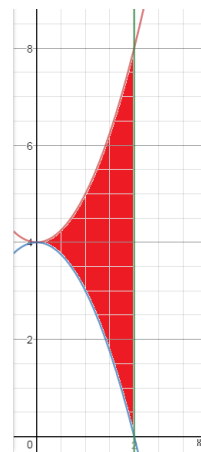


Рис. 45

8. Для рихтування кулеподібних деталей потрібна куля діаметром 10 см. Який її об'єм?

3.1.6. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики

1. В ящику 10 ламп, дві з них неробочі. З ящику вибирають одну. Яка ймовірність того, що вибрана лампа робоча?

А	Б	В	Г	Д
0,2	0,8	0,5	0,25	0,3

2. Скількома способами можна встановити 5 лампочок на машину?

А	Б	В	Г	Д
10	240	120	24	12

3. З 6 слюсарів необхідно сформувати бригаду для технічного огляду машини на гонках. В бригаді один – міняє резину, другий – заливає паливо, третій – міняє гальма, а четвертий – міняє охолоджуючу рідину. Скількома способами це можна зробити?

А	Б	В	Г	Д
720	360	15	420	24

4. Слюсар виготовив 4 однакові деталі, допустивши такі похибки (у мм): 0,2; -0,2; -0,5; 0,4. Знайдіть середнє квадратичне допущених ним похибок.

А	Б	В	Г	Д
0,35	0,7	0,175	0,57	0,76

5. Бригада слюсарів ремонтує 14 машин: 8 білих і 6 чорних. Установіть відповідність між вибором п'яти машин для ремонту в залежності від їх кольору (1-3) і кількістю таких варіантів вибору (А-Д), якщо

- | | |
|---|---------|
| 1. Вони можуть бути довільного кольору | А. 62 |
| 2. Три з них повинні бути білими, а дві чорними | Б. 336 |
| 3. Всі вони повинні бути одного кольору | В. 840 |
| | Г. 71 |
| | Д. 2002 |

6. В бригаді 7 робітників щомісячно одержують по 8300 грн., 8 – по 8450 грн., 5 – по 8500 грн. Визначте середньомісячну зарплату робітника цієї бригади.

7. На заводі є чотири станки. Для кожної машини ймовірність того, що вона працює в даний момент, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що в даний момент працює хоча б одна машина.

8. Є 8 токарів. Скількома способами можна поручити трьом із них виготовлення трьох різних деталей по одному виду на кожного?

3.2. ГЕОМЕТРІЯ

3.2.1. Паралельність прямих і площин у просторі

До завдань 1-2. Кузов причепа трактора зображено на рисунку 46 у вигляді прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

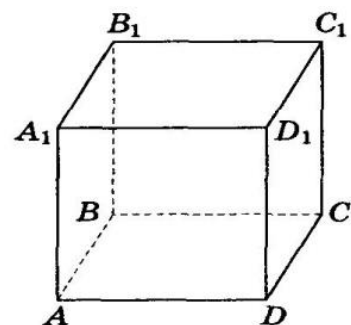


Рис. 46

1. Установити відповідність між елементами причепа (1-3) та площинами причепа трактора, яким вони належать (А-Д).

Елементи причепа

1. Відрізок BC і точка A
2. Відрізок DC і точка C_1
3. Відрізок AA_1 і точка D

Площини

- А. борт BB_1C_1C
- Б. платформа $ABCD$
- В. борт CC_1D_1D
- Г. борт AA_1B_1B
- Д. борт AA_1D_1D

2. Як розміщені борти AA_1B_1B і BB_1C_1C причепа?

А	Б	В	Г	Д
паралельні	мимобіжні	співпадають	перетинаються	інша відповідь

3. У якому положенні перебувають дросельна і повітряна заслінки одна відносно одної під час роботи двигуна з навантаженням?

А	Б	В	Г	Д
мимобіжні	паралельні	інша відповідь	перетинаються	накладаються

4. Зерновою сівалкою СЗ-3,6 засіяли 24 паралельні рядки пшениці, відстань між якими 15 см, поле довжиною 500 м. Визначити площу (в m^2), яку засіває сівалка за один прохід.

А	Б	В	Г	Д
172500	7500	1800	1725	180000

5. Поле має форму прямокутного трикутника ABC з катетами $AB = a$ і $BC = b$. На якій відстані від вершини A повинна проходити паралельна катету BC межа, яка розділяє ділянку на дві рівновеликі частини?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a}{2}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{a-b}{2}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$

6. Стоянка тракторів знаходиться на відстані 7,5 км від поля і 4,5 км від шосейної дороги, яка розміщена паралельно до поля. Від стоянки до поля пролягає ґрунтова дорога, довжина якої до шосейної дороги 6,3 км. Знайти відстань по ґрунтовій дорозі від поля до стоянки.

7. На рисунку 47 зображено бункер податника концентрованих кормів ПК- 6. Стінки бункера ADC_1D_1 і BCC_1D_1 є паралелограми, що лежать у різних площинах. Доведіть, що верх бункера $ABCD$ також паралелограм.

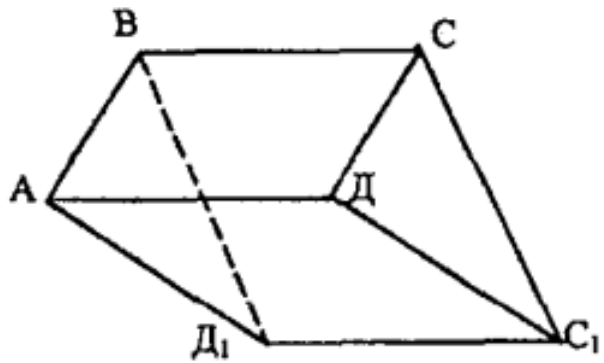


Рис. 47

8. У транспортері вивантаження гички ВМ -6 верхня і нижня стінки являють собою паралельні площини, які утримуються важелями (рис. 48). Ці важелі є прямими, які виходять з однієї точки A і умовно перетинають дві площини відповідно в точках A_1 і B_1 ; A_2 і B_2 . Визначити довжину ребра жорсткості A_2B_2 нижньої стінки транспортера, якщо довжина ребра жорсткості A_1B_1 верхньої стінки дорівнює 1,1 м, а $A_1A = 0,8$ м і $A_1A_2 = 0,4$ м.

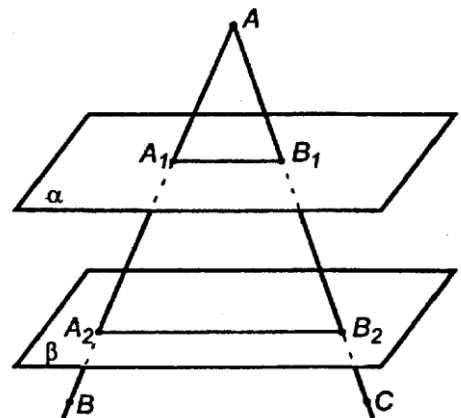


Рис. 48

3.2.2. Перпендикулярність прямих і площин у просторі

До завдань 1-4. Кузов причепа трактора зображено на рисунку 49 у вигляді прямокутного паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

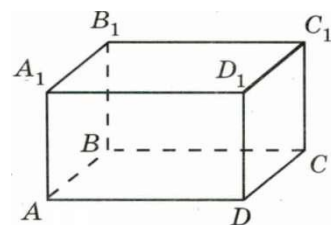


Рис. 49

1. До кожного початку речення (1-3) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

- | | |
|-------------------|--|
| 1. Пряма AD_1 | А перпендикулярна до площини $ABCD$ |
| 2. Пряма A_1C_1 | Б утворює з площиною $ABCD$ кут 45° |
| 3. Пряма BB_1 | В належить площині $A_1B_1C_1D_1$ |
| | Г перпендикулярна до площини CDD_1C_1 |
| | Д має з площиною BCC_1B_1 лише дві спільні точки |

2. Які борти причепа розміщені НЕ перпендикулярно?

А	Б	В	Г	Д
AA_1B_1B і BB_1C_1C	AA_1B_1B і $ABCD$	BB_1C_1C і CC_1D_1D	AA_1B_1B і CC_1D_1D	BB_1C_1C і $ABCD$

3. Бічне ребро кузова трактора проходить через точку A_1 . Укажіть, скільки можна провести через дану точку прямих, перпендикулярних до основи кузова:

А	Б	В	Г	Д
Одну	Жодної	Безліч	Дві	Три

4. Укажіть, яке ребро кузова є спільним перпендикуляром до прямих AD і BB_1 .

А	Б	В	Г	Д
BC	CD	AB	AD	AC

5. Корпус підшипника комбайна має форму квадрата із стороною $2\sqrt{6}$ см. Із центра підшипника виходить вал шнека домолочуючого пристрою, перпендикулярно до його площини, довжиною $\sqrt{3}$ см. Знайдіть відстань від кінця валу, що не належить підшипнику, до сторін підшипника.

А	Б	В	Г	Д
1 см	$\sqrt{2}$ см	$\sqrt{3}$ см	2 см	3 см

6. Боковина копнувача комбайна являє собою площину, до якої прикріплено перпендикулярну планку. Із верхньої точки планки відходить похилий кронштейн довжиною 20 см. Знайдіть кут між кронштейном і площиною боковини копнувача, якщо проекція кронштейна на площину боковини копнувача має довжину 10 см.

7. В комбайні плита регулювання пальцевого механізму шнека жатки є квадратом із стороною 12 см. Із центра квадрата проходить вал. Відстані від кінця валу до вершин квадрата дорівнюють 10 см. Знайдіть відстань від кінця валу до площини плити регулювання пальцевого механізму.

8. Масляний бачок коробки передач трактора має форму прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точки M , N і K – середини ребер AB , $B_1 C_1$ і BC відповідно. Побудуйте переріз бачка площиною, яка проходить через точки M , N і K та визначіть, яка фігура утворилася у перерізі.

3.2.3. Координати і вектори у просторі

1. Які напрями мають вектори сил двох автомобілів при їх зіткненні?

А	Б	В	Г	Д
Перпендикулярні	Протилежно напрямлені	Під кутом 45°	Однаково напрямлені	Паралельні

2. Автомобіль ГАЗ прямував з пункту $A(3; -1; -3)$ в пункт $B(1; -3; 1)$, але на середині шляху пробив колесо. Знайдіть координати вимушеної зупинки автомобіля.

А	Б	В	Г	Д
(2; 2; 1)	(2; -4; 2)	(2; -2; 2)	(2; -2; -1)	(2; -2; 1)

3. Вздовж якої осі рухається поршень компресора гальм автомобіля КАМАЗ?

А	Б	В	Г	Д
Вісь абсцис	Вісь ординат	Вісь аплікат	Ox	Oy

4. Знайдіть відстань між нижньою мертвою точкою $M_n(5; -2; 1)$ і верхньою мертвою точкою $M_v(3; -1; 3)$ двигуна автомобіля.

А	Б	В	Г	Д
1	9	5	8	3

5. Бачок для масла екскаватора зображено на рис. 50 у формі прямокутного паралелепіпеда $ABCD_1B_1C_1D_1$. Установіть відповідність між вершинами паралелепіпеда (1-3) та їх координатами (А-Д).

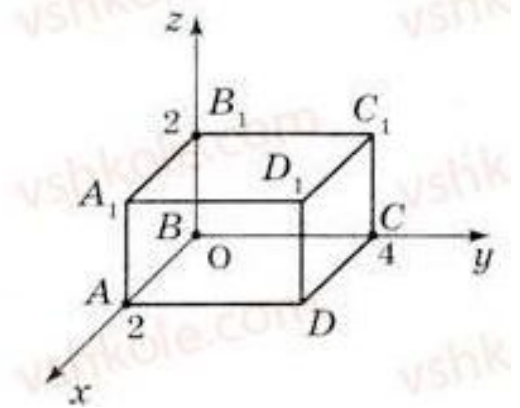


Рис. 50

- | | |
|----------|--------------|
| 1. А | А. (2; 0; 4) |
| 2. C_1 | Б. (0; 4; 2) |
| 3. D_1 | В. (0; 0; 4) |
| | Г. (2; 4; 2) |
| | Д. (2; 0; 0) |

6. Автомобіль, рухаючись прямолінійно, пригальмував. Знайдіть кут між лінійною швидкістю $\vec{v}(-2; 0; 2)$ камінця, що вилетів з-під колеса, та силою тертя колеса $\vec{F}_{тер}(-2; 2; 1)$.

7. У майстерні слюсар працював ручним інструментом, виконуючи операцію різання по металу. Він виготовив чотирикутну заготовку $ABCD$. Доведіть, що ця заготовка має форму паралелограма, якщо $A(2; 4; -4)$, $B(1; 1; -3)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-1; 3; 4)$.

8. Дано три сили $\vec{F}_1(3; -4; 1)$, $\vec{F}_2(2; 3; -2)$, $\vec{F}_3(-3; -2; 4)$, прикладені до автомобіля ВАЗ. Обчисліть роботу, яку виконує рівнодійна цих сил, якщо автомобіль, рухаючись прямолінійно, переміщується з пункту $A(5; 3; -4)$ в пункт $B(4; -1; -1)$.

3.2.4. Многогранники

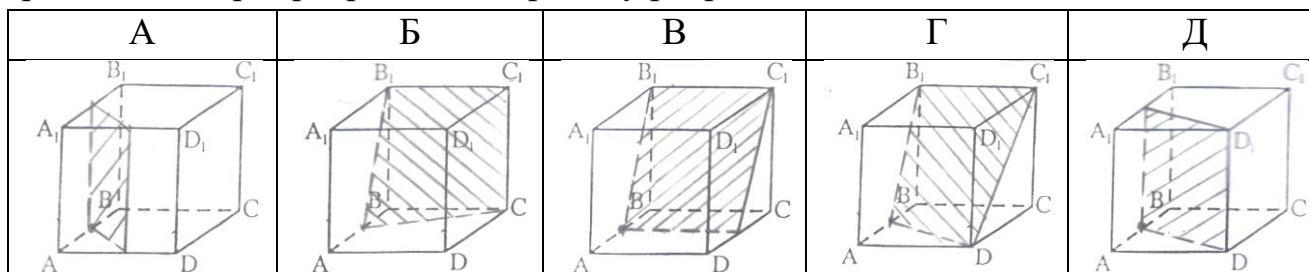
1. Деталь має форму трикутної призми. При її розпилюванні ножівкою перерізом НЕ може бути:

А	Б	В	Г	Д
Рівнобедрений трикутник	Квадрат	Шестикутник	Прямокутник	Трапеція

2. Слюсар обпилює деталь, що має форму октаедра. Площа поверхні деталі дорівнює $8\sqrt{3}\text{см}^2$. Знайдіть довжину ребра.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{3}\text{см}$	4см	1см	2см	$\sqrt{2}\text{см}$

3. Яку поверхню треба обробити слюсарю, якщо металевий куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ розпиляли через ребро $B_1 C_1$ і середину ребра AB ?



4. Надсічена частина тригранного рашпілю шириною 22 мм нанесена по довжині 250 мм. Поверхня надсіченої частини має площу:

А	Б	В	Г	Д
$82,5\text{ см}^2$	165 см^2	1650 мм^2	825 мм^2	55 см^2

5. Масляний бачок проріджувача цукрових буряків має форму прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 120 см (довжина дна бачка), 25 см (ширина дна), 30 см (висота). Установіть відповідність між гранями бачка (1-3) та їх площами (А-Д).

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| 1. Дно бачка | А. 117 дм^2 |
| 2. Бічна поверхня бачка | Б. 87 дм^2 |
| 3. Повна поверхня бачка | В. 75 дм^2 |
| | Г. 30 дм^2 |
| | Д. 36 дм^2 |

6. Підшипник соломонабивача зернозбирального комбайна є прямокутним паралелепіпедом, в основі якого лежить квадрат, а площа поверхні дорівнює 378 см^2 . Знайдіть сторону основи підшипника, якщо його висота дорівнює 6 см.

7. Розширювальний бачок для зберігання води у локомотиві має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами: $75 \times 50 \times 45$ см. Скільки квадратних метрів бляхи пішло на виготовлення бачка, якщо на шви необхідно 10% матеріалу.

8. Силосна яма має форму правильної чотирикутної зрізаної піраміди із стороною квадратної основи на поверхні землі 14 м, а на дні ями – 8 м. Знайдіть площу матеріалу, який використали для покриття дна і бічної поверхні ями, якщо її глибина 4 м.

3.2.5. Тіла обертання

1. Під час обертання прямокутника навколо прямої, що містить одну з його сторін, утворився

А	Б	В	Г	Д
Циліндр	Конус	Куля	Зрізаний конус	Кульовий сегмент

2. Циліндричний паровий котел з кришкою має радіус основи 3 м і довжину 8 м. Обчислити площу повної поверхні котла.

А	Б	В	Г	Д
$51,81 \text{ м}^2$	$103,62 \text{ м}^2$	$150,72 \text{ м}^2$	$357,96 \text{ м}^2$	$207,24 \text{ м}^2$

3. Верхня частина сінажної башти має форму півсфери висотою 2 м. Яка площа основи башти?

А	Б	В	Г	Д
4 м^2	$4 \pi \text{ м}^2$	8 м^2	$4 \pi \text{ м}$	$8 \pi \text{ м}^2$

4. Потрібно розпилити циліндричну трубу через її вісь. Яка площа отриманого перерізу, якщо радіус основи труби 3 дм, а висота – 15 дм?

А	Б	В	Г	Д
45 дм^2	$45 \pi \text{ дм}^2$	540 дм^2	90 дм^2	$90 \pi \text{ дм}^2$

5. Металеву трубу довжиною 12 дм та діаметром 4 дм за допомогою труборіза розрізали на три частини у відношенні 1:2:3. Установіть відповідність між частинами труби (1-3) та їх об'ємом (А-Д).

- | | |
|----------------|-------------------------|
| 1. I частина | А $16 \pi \text{ дм}^2$ |
| 2. II частина | Б $32 \pi \text{ дм}^2$ |
| 3. III частина | В $8 \pi \text{ дм}^2$ |
| | Г $12 \pi \text{ дм}^2$ |
| | Д $24 \pi \text{ дм}^2$ |



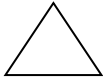
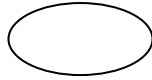

6. Купа зерна має форму конуса з ободом по основі 25,12 м і висотою 3 м. Знайдіть площу поверхні купи зерна.

7. Через кінець радіуса кулі під кутом 60° до нього проведено площину. Переріз якої площі потрібно відшліфувати слюсарю, якщо радіус кулі R ?

8. Скільки жести витрачено на виготовлення 5 відер, висота кожного з яких дорівнює 42 см, а діаметри основ 28 і 34 см. На шви і відходи йде 10% матеріалу.

3.2.6. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл

1. Розрізали циліндричну заготовку. Укажіть геометричну фігуру, яка НЕ може бути перерізом.

А	Б	В	Г	Д
				

2. Розміри каністри $20 \times 30 \times 70$ см. Скільки дизельного палива в ній знаходиться, якщо вона заповнена на 50%?

А	Б	В	Г	Д
33600 см^3	21000 см^3	52500 см^3	21000 см^2	16800 см^2

3. З циліндричної заготовки виточили конус. Який об'єм має конус, якщо об'єм циліндра 30 см^3 (радіус основи конуса та висота залишилися як і в циліндра).

А	Б	В	Г	Д
60 см^3	90 см^3	20 см^3	10 см^3	15 см^3

4. Кулька підшипника двигуна має діаметр 4 мм. Знайти об'єм матеріалу, з якого виготовлена кулька.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{32}{3} \pi \text{ мм}^3$	$\frac{256}{3} \pi \text{ мм}^3$	$64\pi \text{ мм}^3$	$128\pi \text{ мм}^3$	$\frac{64}{3} \pi \text{ мм}^3$

5. Слюсар із заготовок, що мають форму прямокутного паралелепіпеда з розмірами $4 \times 4 \times 6$ см виточив 3 деталі. Установіть відповідність між формою деталі (1-3) та її об'ємом (А-Д).

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1. Конус ($h=6$ см) | А. $8 \pi \text{ см}^3$ |
| 2. Циліндр ($h=6$ см) | Б. 96 см^3 |
| 3. Правильна трикутна призма ($h=6$ см) | В. $24 \pi \text{ см}^3$ |
| | Г. $18 \sqrt{3} \text{ см}^3$ |
| | Д. 24 см^3 |

6. Борта кузова автомобіля ГАЗ-53А виготовлені з деревини, їх необхідно пофарбувати з обох сторін. Скільки необхідно взяти фарби, якщо ширина кузова 238 см, довжина 400 см, висота 70 см? Витрати фарби 180 гр/м^2 , відповідь округлити до сотих.

7. Визначити об'єм камери згорання двигуна автомобіля ГАЗ-53А, якщо діаметр циліндра 92 мм, хід поршня 80 мм, число циліндрів – 8. Відповідь записати в куб.дм та округлити до десятих.

8. Стальний вал довжиною 97 см і діаметром 8,4 см обточують так, що його діаметр зменшується на 0,2 см. На скільки зменшиться маса валу в результаті обточки? Густина сталі $7,4 \text{ г/см}^3$, відповідь записати в кг та округлити до десятих.

Відповіді до тестів

Тест 3.1.1.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	А	Б	Г	1-Д, 2-В, 3-Г

6. Розв'язання. Робітник перевиконав план на $48-42=6$ деталей. Відсоток перевищення плану $p = \frac{6 \cdot 100}{42} \approx 14,3 \%$.

Відповідь: \approx на 14,3 %.

7. Розв'язання. За умовою об'єм коробки 800 см^3 . Висота, згідно з вирізаним квадратом, 4см. Тому площа днища коробки $800:4=200 \text{ см}^2$.

Нехай x см – ширина коробки, y см – її довжина. Периметр коробки $2(x+y)=60$, а площа $xy=200$.

Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} xy=200; \\ 2(x+y)=60; \end{cases} \begin{cases} xy=200; \\ x+y=30; \end{cases} \begin{cases} (30-y)y=200; \\ x=30-y; \end{cases} \begin{cases} 30y-y^2-200=0; \\ x=30-y; \end{cases} \begin{cases} y^2-30y+200=0; \\ x=30-y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1=20; y_2=10; \\ x_1=10; x_2=20. \end{cases}$$

Отже, довжина листа 20 см, а ширина – 10 см.

Відповідь: 20см, 10см.

8. Розв'язання. Нехай учні виготовляли в день x молотків.

Тоді вони виготовили їх за $\frac{480}{x}$ днів.

Якщо б вони виготовляли $(x + 16)$ молотків в день, то на роботу витратили б $\frac{480}{x+16}$ днів, що на 5 днів менше.

Складемо рівняння: $\frac{480}{x} = \frac{480}{x+16} + 5$.

Розв'язавши його, знаходимо, що учні в день виготовляли $x = 32$ (молотки).

Тоді працювали учні $\frac{480}{32} = 15$ днів.

Відповідь: тривалість виробничої практики 15 днів.

Тест 3.1.2

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	Г	Б	А	1-Д, 2-Б, 3-Г

6. Розв'язання.

$$(1 + \sin\alpha)(1 - \sin\alpha) - \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = \cos^2\alpha - \cos^2\alpha = 0$$

Відповідь: 0.

7. Розв'язання.

Щоб побудувати графік функції

$y = 2\cos(x + \frac{\pi}{2}) + 1$, потрібно:

1) графік функції $y = \cos x$





перенести по осі ox на $\frac{\pi}{2}$ вліво;

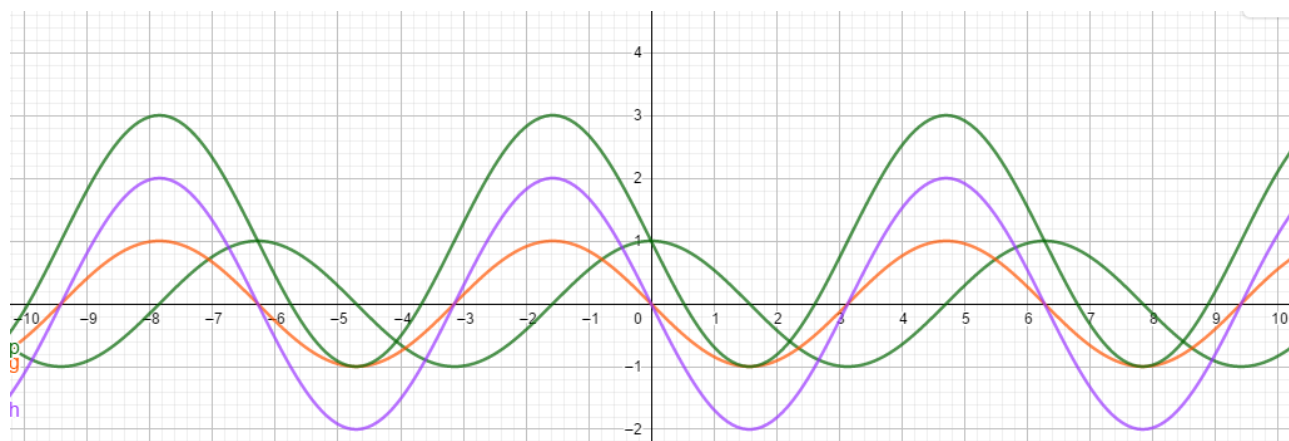
2) графік функції $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$

розтягнути по осі oy в 2 рази;

3) графік функції $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{2})$

перенести на 1 одиницю вгору по осі oy .

	$f(x) = \cos(x)$
	$g(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2})$
	$h(x) = 2\cos(x + \frac{\pi}{2})$
	$p(x) = 2\cos(x + \frac{\pi}{2}) + 1$



8. Розв'язання.

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \\ &= \sqrt{1 - \sin^2\alpha} \cdot \sqrt{1 - \sin^2\beta} - \sin\alpha\sin\beta = \\ &= \sqrt{1 - \frac{21}{49}} \cdot \sqrt{1 - \frac{21}{196}} - \frac{\sqrt{21}}{7} \cdot \frac{\sqrt{21}}{14} = \sqrt{\frac{28}{49}} \cdot \sqrt{\frac{175}{196}} - \frac{21}{7 \cdot 14} = \\ &= \frac{2\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{7}}{7 \cdot 14} - \frac{21}{7 \cdot 14} = \frac{10 \cdot 7}{7 \cdot 14} - \frac{21}{7 \cdot 14} = \frac{10}{14} - \frac{3}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Отже, $\alpha + \beta = 60^\circ$.

Відповідь: 60° .

Тест 3.1.3.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	Д	В	Д	1-Б, 2-Д, 3-Г

6. Розв'язання.

$$v(t) = s'(t) = 20 - 2t, \quad v(5) = 20 - 2 \cdot 5 = 10(\text{м/с}),$$

$$10 \text{ м/с} = 36 \text{ км/год}, \quad 36 < 40.$$

Відповідь: 3 дозволеною швидкістю.

7. Розв'язання.

Досліджуємо витрати пального за допомогою похідної:

$f'(x) = 0,0034x - 0,187$. Тоді $f'(x) = 0$ при $x = 55$. Визначимо знак другої похідної в критичній точці: $f''(x) = 0,0034 > 0$, отже, витрати пального при швидкості 55 км/год будуть найменшими.

Відповідь: 55 км/год.

8. Розв'язання.

$$f'(t) = -2\sin 2t$$

$$f''(t) = -4\cos 2t$$

$$-4\cos 2t = 4; \quad \cos 2t = -1; \quad 2t = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$g'(t) = 4t + 3$$

$$g''(t) = 4$$

Відповідь: $t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Тест 3.1.4.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Г	В	Д	Б	1-Г, 2-Д, 3-А

6. Розв'язання.

Дана ситуація описується математично за допомогою рівняння

$$45 = 5 \cdot 3^n, \quad \text{якому рівносильне рівняння } 3^n = 3^2, \quad \text{звідки } n = 2.$$

Відповідь. 2 рази.

7. Розв'язання.

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 8 = 3 \text{ м.}$$

$$5,5 - 2(\lg 2 + \lg 5) = 5,5 - 2 \lg 10 = 3,5$$

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 8 < (5,5 - 2(\lg 2 + \lg 5))$$

Відповідь: так, зможе

8. Розв'язання.

$$a_n = a_1(1+0,01p)^n, \quad p = 10\%$$

$$2a_1 = a_1(1+0,01p)^n, \quad 2 = (1+0,01p)^n, \quad 2 = (1,1)^n, \quad \lg 2 = n \lg 1,1$$

$$n = 7,3$$

Відповідь: 7,3 роки.

Тест 3.1.5.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	Д	В	Д	1-Б, 2-В, 3-Д

6. Розв'язання. $S = \int_2^4 x^3 dx = \left(\frac{x^4}{4}\right)\Big|_2^4 = 60$ кв. од.

Відповідь: 60 кв. од.

7. Розв'язання. $S = \int_0^2 (x^2 + 4 + x^2 - 4) dx = \left(\frac{2x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = 5\frac{1}{3}$ кв. од.

Відповідь: $5\frac{1}{3}$ кв. од.

8. Розв'язання.

$$V = \int_{-R}^R S(x) dx = \frac{4}{3} \pi R^3; \quad V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 5^3 = 523,33 \text{ (см}^3\text{)}$$

Відповідь: 523,33 см³

Тест 3.1.6.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	В	Б	А	1-Д, 2-В, 3-А

6. Розв'язання. Всього робітників $7+8+5=20$. Тому шукана зарплата:

$$\frac{1}{20} \cdot (8300 \cdot 7 + 8450 \cdot 8 + 8500 \cdot 5) = 8410 \text{ грн.} \quad \text{Відповідь: 8410 грн.}$$

7. Розв'язання.

$$P(A) = 1 - (1-p)^n = 1 - (1-0,9)^4 = 0,9999$$

Відповідь: 0,9999.

8. Розв'язання.

Йдеться про вибір трійки токарів з восьми з подальшим розміщенням їх біля трьох верстатів, що виготовляють різні деталі. Тому $n = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

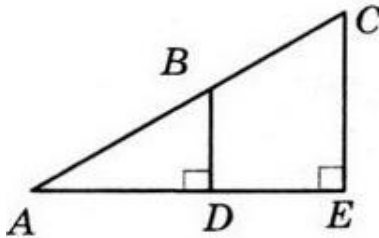
Відповідь: $n = 336$.

Тест 3.2.1

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	1-Б, 2-В, 3-Д	Г	Б	Г	Д

6. Розв'язання.

Виконаємо рисунок до задачі.. Точка A – стоянка тракторів, DB – проходить шосейна дорога, EC – лінія поля. За умовою $DB \parallel EC$.



З подібності трикутників ABD і ACE складаємо пропорцію:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}, \text{ де } AB = 6,3 \text{ км, } AD = 4,5 \text{ км, } AE = 7,5 \text{ км.}$$

$$\text{Маємо: } AC = 10,5 \text{ км}$$

Відповідь: відстань по ґрунтовій дорозі від поля до стоянки 10,5 км.

7. Розв'язання. За умовою ADC_1D_1 – паралелограм, тому $AD \parallel C_1D_1$ і $AD = C_1D_1$. Аналогічно BCC_1D_1 – паралелограм, тому $BC \parallel C_1D_1$ і $BC = C_1D_1$.

Маємо: $AD \parallel BC$, $AD = BC$, тому $ABCD$ – паралелограм.

8. Розв'язання. Так як трикутники A_2AB_2 і A_1AB_1 – подібні, то складаємо пропорцію: $A_2B_2 : A_1B_1 = AA_2 : AA_1$, де $A_1B_1 = 1,1$ м, $AA_2 = 1,2$ м, $AA_1 = 0,8$ м. Розв'язавши пропорцію, одержимо $A_2B_2 = 1,65$ м.

Відповідь: довжина ребра жорсткості нижньої стінки транспортера 1,65 м.

Тест 3.2.2.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	1-Б, 2-В, 3-А	Г	А	В	Д

6. Розв'язання. Виконаємо рисунок до задачі..

$\triangle ABC$ – прямокутний, $CB = 10$ см, $AB = 20$ см.

$$\cos \angle ABC = \frac{CB}{AB} = \frac{1}{2} \rightarrow \angle ABC = 60^\circ.$$

Відповідь: 60°

7. Розв'язання. Виконаємо рисунок до задачі.

$$AS = BS = CS = DS = 10 \text{ см, } AB = 12 \text{ см.}$$

За теоремою Піфагора з $\triangle ACD$:

$$AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = 12\sqrt{2} \text{ (см),}$$

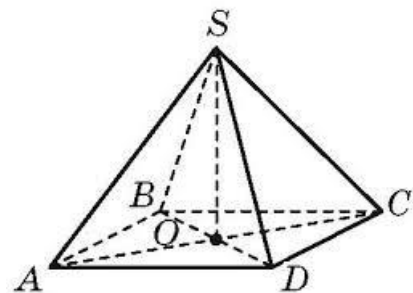
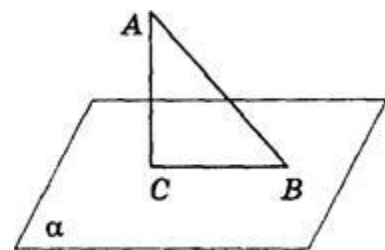
O – точка перетину діагоналей,

$$\text{тому } OC = 6\sqrt{2} \text{ (см).}$$

$SO \perp (ABC)$, за теоремою Піфагора з $\triangle SOC$:

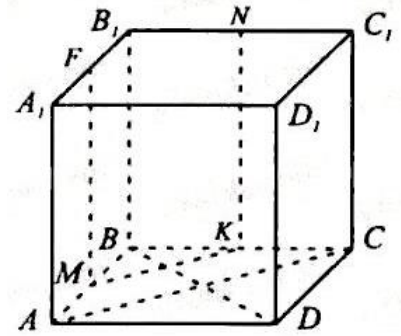
$$SO = \sqrt{SC^2 - CO^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ (см).}$$

Відповідь: $2\sqrt{7}$ см.



8. Розв'язання

Нехай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямокутний паралелепіпед,
 $M \in AB, K \in BC, N \in B_1 C_1$,
 $AM = BM, BK = KC, B_1 N = NC_1$.



Побудуємо переріз MKN . Проведемо $MF \parallel NK$.
 Одержимо $FN \parallel MK$ (т.як площини ABC і $A_1 B_1 C_1$
 паралельні). Тому чотирикутник $FMKN$ –
 паралелограм.

Оскільки точки N і K – середини прямокутника $BCC_1 B_1$, то $NK \perp BC$, тому
 $FMKN$ – прямокутник.

Тест 3.2.3.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	Б	Г	В	Д	1-Д, 2-Б, 3-Г

6. Розв'язання.

$$\cos(\widehat{\vec{\vartheta}; \vec{F}_{\text{тер}}}) = \frac{-2 \cdot (-2) + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2}} =$$

$$= \frac{6}{2\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(\widehat{\vec{\vartheta}; \vec{F}_{\text{тер}}}) = 45^\circ$$

Відповідь: кут між векторами 45°

7. Розв'язання. Знайдемо координати середини діагоналі AC :

$$x = \frac{2-2}{2} = 0; \quad y = \frac{4+0}{2} = 2; \quad z = \frac{-4+5}{2} = \frac{1}{2}. \quad \text{Отже це точка } O(0; 2; \frac{1}{2})$$

Знайдемо координати середини діагоналі BD :

$$x = \frac{1-1}{2} = 0; \quad y = \frac{1+3}{2} = 2; \quad z = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}. \quad \text{Отже це точка } O_1(0; 2; \frac{1}{2})$$

Оскільки діагоналі чотирикутника $ABCD$ перетинаються і точкою перетину діляться навпіл, то $ABCD$ є паралелограмом.

8. Розв'язання.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (2; -3; 3)$$

$$\vec{AB}(-1; -4; 3)$$

$$A = \vec{F} \cdot \vec{AB} = -2 + 12 + 9 = 19 \text{ (од. роботи)}$$

Відповідь: робота 19 од. роботи

Тест 3.2.4.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	Г	В	Б	1-Г, 2-Б, 3-А

6. Розв'язання.

$$S_{n.p.} = 2S_{осн} + S_{бічн}, \quad S_{осн} = a^2, \quad S_{бічн} = P_{осн} \cdot h = 4ah.$$

Враховуючи умову задачі, маємо:

$$2a^2 + 4a \cdot 6 = 378. \text{ Розв'язки рівняння: } a_1 = 9; a_2 = -21. \text{ Підходить: } a_1 = 9.$$

Відповідь: 9 см.

7. Розв'язання.

$$S_{n.p.} = 2S_{осн} + S_{бічн}$$

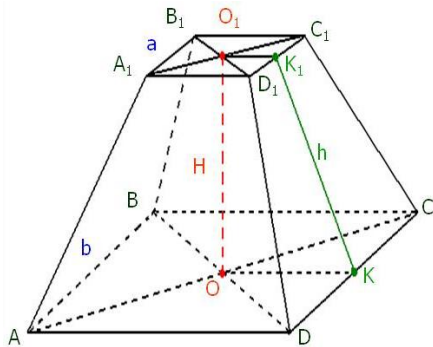
$$S_{n.p.} = 2 \cdot 75 \cdot 50 + 2 \cdot (75+50) \cdot 45 = 11250 + 7500 = 18750 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\text{На шви необхідно 10\% від 18750: } 18750 \cdot 0,1 = 1875 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\text{На виготовлення бачка пішло } 18750 + 1875 = 20625 \text{ (см}^2\text{)} = 2,0625 \text{ (м}^2\text{)} \text{ бляхи.}$$

Відповідь: 2,0625 м²

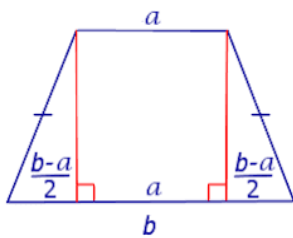
8. Розв'язання. Зобразимо силосну яму у вигляді правильної чотирикутної зрізаної піраміди.



$$S_{n.p.} = S_{осн} + 4S_{бічн\ гр};$$

$$S_{осн} = a^2 = 8^2 = 64 \text{ (м}^2\text{)}.$$

$$S_{бічн} = \frac{(CD + C_1D_1)KK_1}{2}.$$



Знайдемо KK_1 за теоремою Піфагора, використавши додатковий рисунок. Апофема KK_1 - це бічна сторона прямокутної трапеції KK_1O_1O . Враховуючи значення піврізниці сторін (додатковий рисунок), маємо:

$$h = KK_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (м)}.$$

$$S_{бічн} = \frac{(8+14)5}{2} = 55 \text{ (м}^2\text{)}.$$

$$S_{n.p.} = S_{осн} + 4S_{бічн} = 64 + 4 \cdot 55 = 284 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Відповідь: 284 м².

Тест 3.2.5.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	А	Д	Б	Г	1-В, 2-А, 3-Д

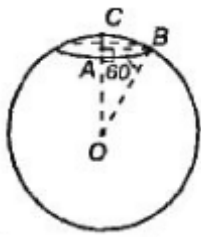
6. Розв'язання. $S_{бічн} = 2\pi RL$, $R = \frac{c}{2\pi} = 25,12 : 6,28 = 4 \text{ (м)}$.

За теоремою Піфагора: $L = \sqrt{H^2 + R^2} = 5 \text{ (м)}$.

$$S_{бічн} = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 5 = 125,6 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Відповідь: 125,6 м².

7. Розв'язання.

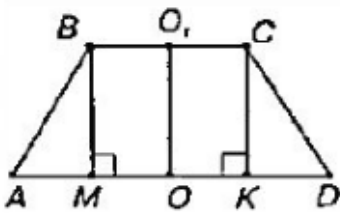


З прямокутного $\triangle AOB$: $AB = OB \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}R$,

$$S = \pi \cdot AB^2 = \pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}.$$

Відповідь: $\frac{\pi R^2}{4}$.

8. Розв'язання.



Розглянемо осьовий переріз відра як трапецію, у якій переріз днища – верхня основа.

Маємо: $ABCD$ – рівнобічна трапеція з основами $BC = 2R = 28$ см і $AD = 2R_1 = 34$ см.

Проведемо $BM \perp AD$ і $CK \perp AD$.

$BCKM$ – прямокутник і $BC = MK$

Трикутники ABM і DCK рівні. Знайдемо $AM = (AD - BC):2 = 3$ см.

З прямокутного $\triangle ABM$:

$$L = AB = \sqrt{MB^2 + AM^2} = \sqrt{42^2 + 3^2} = 42,1 \text{ (см)}.$$

$$S_{п.п.} = S_{осн з к} + S_{біч з к}$$

$$S_{осн з к} = \pi R^2 = 615,44 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$S_{біч з к} = \pi(R + R_1)L = 4098 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$S_{п.п.} = 4713,45 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Так як на шви і відходи йде 10% матеріалу,

то на одне відро піде $S_1 = 4713,45 \cdot 1,1 = 5184,8 \text{ (см}^2\text{)}$ жести,

а на 5 відер - $5 \cdot 5184,8 = 25924 \text{ (см}^2\text{)} \approx 259 \text{ (дм}^2\text{)}$ жести.

Відповідь: 259 дм² жести.

Тест 3.2.6.

№ завдання	1	2	3	4	5
Відповідь	В	Б	Г	А	1-А, 2-В, 3-Г

6. Розв'язання.

$$S_{біч п} = P_{осн} \cdot H.$$

$S_{біч п} = 2 \cdot (400 + 238) \cdot 70 = 89320 \text{ (см}^2\text{)}$, так як необхідно пофарбувати з обох сторін, то $S = 89320 \cdot 2 = 178640 \text{ (см}^2\text{)} = 7,864 \text{ (м}^2\text{)}$.

$$m = 17,864 \cdot 0,18 = 3,2155 \text{ (г)} \approx 3,22 \text{ (кг)}.$$

Відповідь: 3,22 кг

7. Розв'язання. $V_{\text{цил}} = \pi r^2 h$, за умовою 8 циліндрів, то $V = \pi r^2 h n$.

$$V = 3,14 \cdot 46^2 \cdot 80 \cdot 8 = 4252313,6 \text{ (мм}^3\text{)} = 4,3 \text{ (дм}^3\text{)}.$$

Відповідь: 4,3 дм³

8. Розв'язання. За формулою $V_{\text{цил}} = \pi r^2 h$ знайдемо, який об'єм мав вал до обточки V_1 і після V_2 .

$$V_1 = 3,14 \cdot 4,2^2 \cdot 97 = 5372,79 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$V_2 = 3,14 \cdot 4,1^2 \cdot 97 = 5119,99 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$V_1 - V_2 = 5372,792 - 5119,99 = 252,8 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$m = 252,8 \cdot 7,4 = 1870,72 \text{ (г)} \approx 1,9 \text{ (кг)}.$$

Відповідь: на 1,9 кг.

ВИСНОВКИ

Проблема професійного спрямування викладання математики в умовах реформування професійної (професійно-технічної) освіти в Україні набуває особливого значення. Проведення уроків з професійним спрямуванням в учнів розширюється кругозір, розвивається логічне мислення, активізується увага, зростає зацікавленість до предметів, що вивчаються. Професійне спрямування вивчення предметів загальноосвітньої підготовки, у тому числі математики, забезпечує якісне засвоєння теоретичного матеріалу і формування в учнів узагальнених наукових понять, допомагає їм застосовувати здобуті знання на практиці, сприяє виробленню вміння знаходити загальні закономірності і відмінності при розгляді різноманітних процесів. Підвищується якість професійних знань, навичок та умінь, пізнавальна і практична активність учнів. Зменшується ймовірність механічного заучування матеріалу, спрощується шлях до засвоєння нового матеріалу. Все це підвищує ефективність навчального процесу.

У ПІДГОТОВЦІ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ БРАЛИ УЧАСТЬ

Алексенко О.А., ДНЗ «Сумське вище професійне училище будівництва та автотранспорту»

Берченко Ю.В., ДПТНЗ «Недригайлівське вище професійне училище»

Білявська М.В., ДПТНЗ «Шосткинське вище професійне училище»

Горбач С.М., ДПТНЗ «Краснопільське професійно-технічне училище»

Дзябенко Н.О., ДНЗ «Сумський центр професійно-технічної освіти харчових технологій, торгівлі та ресторанного сервісу»

Карпенко В.А., ДПТНЗ «Роменське вище професійне училище»

Кулик І.О., ДПТНЗ «Хотінський професійний аграрний ліцей»

Овсієнко В.А., ДПТНЗ «Сумське вище професійне училище будівництва і дизайну»

Пануєва Ю.О., ДПТНЗ «Путивльський професійний ліцей»

Решетняк Г.М., ДПТНЗ «Конотопський професійний аграрний ліцей»

Паншина Н.М., Сердечна Т.П., ДПТНЗ «Конотопське вище професійне училище»

Соболева І.Ф., ДНЗ «Охтирський центр професійно-технічної освіти»

Тахтай І.Є., ДНЗ «Сумське міжрегіональне вище професійне училище»

Щербаченко А.Г., ДНЗ «Білопільське вище професійне училище»

Яковенко Г.В., ДПТНЗ «Синівський професійний аграрний ліцей»

Навчальне видання

ЧАШЕЧНИКОВА Ольга Серафимівна,
ЛАБУДЬКО Валентина Семенівна,
БОНДАРЕНКО Анна Юріївна

**ПРОФЕСІЙНЕ СПРЯМУВАННЯ
ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ
В ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ
(ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ.
ДИДАКТИЧНІ МАТЕРІАЛИ**

Навчальний посібник

Комп'ютерна верстка С.П. Цьома

Підп. до друку 11.01.2021.
Формат 60x84/16. Гарнітура Times New Roman.
Папір офсетний. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 5,13.
Ум. фарб.-відб. 5,13. Обл.-вид. арк. 3,67.
Тираж 100 пр.

Видавець і виготовлювач:
ФОП Цьома С.П. 40002, м. Суми, вул. Роменська, 100.
Тел.: 066-293-34-29.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
серія ДК, № 5050 від 23.02.2016.