

The arithmetical function  $r(n)$  gives the number of representations of an integer  $n \geq 1$  as a sum of two integral squares; in other words, the number of solutions of the equation are counted as distinct. Thus  $r(1) = 4$ , since  $1 = (\mp 1)^2 + 0^2 = 0^2 + (\mp 1)^2$ .

It follows that  $r(n)$  is not multiplicative.

**Theorem 1:** *If  $p$  is an odd prime, there exist integers  $x$  and  $y$  such that  $1 + x^2 + y^2 = mp$ , where  $0 < m < p$ .*

**Theorem 2:** *positive integer  $n$  is a sum of two squares if and only if all its prime factors of the form  $4k + 1$  have even exponents in the standard form of  $n$ .*

For the proof of Theorem 2 we need two lemmas. We call a representation  $n = x^2 + y^2$  primitive if  $(x, y) = 1$ , and imprimitive otherwise.

**Lemma 1.** *If  $n$  is divisible by a prime  $p$ , where  $p \equiv 3 \pmod{4}$ , then  $n$  has no primitive representations.*

**Proof.** If  $n$  has a primitive representation, say then  $p \mid (x^2 + y^2)$ , but  $p \nmid x$ , And since  $(p, x) = 1$ , the equation  $mx - ty = c$  is soluble in integers  $m$  and  $t$ , for all integral  $c$  and in particular for  $c = y$ . Hence there exists an integer  $m$  such that  $mx \equiv y \pmod{p}$ , which implies that

Therefore  $p \mid x^2 (m^2 + 1)$ , and since  $p \nmid x$ , it follows that  $p \mid (m^2 + 1)$ . That is  $m^2 \equiv -1 \pmod{p}$ . In other words,  $-1$  is a quadratic residue modulo a prime  $p$  of the form  $4k + 3$ , which is impossible, Thus the lemma is proved.

**Lemma 2.** *If  $p$  is a prime,  $p \equiv 3 \pmod{4}$ , and  $c$  is an odd integer, such that  $p^c \mid n$  but  $p^{c+1} \nmid n$ , then  $n$  can not be represented as a sum of two squares*

**Proof.** Suppose, if possible, that  $x^2 + y^2 = n$  where  $(x, y) = d$  Then we have  $x = dX, y = dY$ ; with  $(X, Y) = 1$ , and  $n = d^2 (x^2 + y^2) = d^2 N$ , say Let  $p^r$  be the highest power of  $p$  which divides  $d$

Then  $p^{c-2r}$  is the highest power of  $p$  which divides  $N$

And  $c - 2r > 0$ , since  $c$  is odd. Thus we have an integer  $N$ , such that  $x^2 + y^2 = n$ ,  $(x, y) = 1$  and  $p \mid N$ , where  $p \equiv 3 \pmod{4}$ . This contradicts Lemma 1, hence Lemma 2 is proved.

$N(\varepsilon)$ . Therefore there are only finitely many integers whose standard form contains only factors of the form  $p^a$  with  $p^a \leq N(\varepsilon)$ . Let  $P(s)$  be the upper bound of all such integers.

If we now choose  $n > P(\varepsilon)$ , then the standard form of  $n$  must contain at least one factor  $p^a > N(\varepsilon)$ , and we can therefore apply (iii), namely  $|f(p^a)| < \varepsilon$

Hence, if  $n > p(\varepsilon)$ , then we have  $|f(n)| < A^c \cdot \varepsilon$ , so that  $f(n) \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$ .

## References

[1] Andrews, G.E. Number Theory, W.B. Saunders Co., Philadelphia, 1971.

**Summary. Sattar abd karabt. Some properties of arithmetical functions  $r(n)$  and  $d(n)$ .** *The purpose of this paper is to present some properties of the arithmetic functions  $d(n)$ . Except studying  $d(n)$  arithmetic function, we describe function  $r(n)$ .*

**Key words:** function  $d(n)$ , lattice point.

**Анотація. Саттар абд Карабт. Деякі властивості арифметичних функцій  $r(n)$  та  $d(n)$ .** *Метою даного дослідження є проаналізувати деякі властивості арифметичної функції  $d(n)$ . Крім вивчення арифметичної функції  $d(n)$ , ми досліджуємо властивості  $r(n)$ .*

**Ключові слова:** функція  $d(n)$ , вузол решітки.

**Аннотация. Саттар Абд Карабт. Некоторые свойства арифметических функций  $r(n)$  и  $d(n)$ .** *Целью данного исследования является анализ некоторых свойств арифметической функции  $d(n)$ . Кроме изучения арифметической функции  $d(n)$ , мы исследуем свойства  $r(n)$ .*

**Ключевые слова:** функция  $d(n)$ , узел решетки.

**А. А. Сбрусва**

*доктор педагогічних наук, професор*

*Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, м. Суми*

*sbruieva@gmail.com*

## РОЗВИТОК ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ УМІНЬ І ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ СТУДЕНТІВ ЯК МІСІЯ СУЧАСНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Проблемі визначення місії сучасного університету присвячено широке коло наукових розвідок, що утворили протягом тривалого історичного часу цілісний міждисциплінарний дискурс. Предметом даного дискурсу, який об'єднує фахівців у галузі філософії, культурології, історії, соціології, педагогіки, теорії організацій, економіки тощо, є ідея університету, історичні та сучасні моделі його функціонування, інституційні цінності й принципи розвитку, функції в суспільстві та їх трансформації. Однак, при всьому різноманітті підходів до визначення місії, домінуючим є сформульований у гумбольдтівській моделі університету, згідно з яким пріоритетами його діяльності є *освіта та наука на служінні блага суспільства*.

У формулюваннях місії сучасних університетів крім стратегічних цілей та цінностей визначено змістові, організаційні та процесуальні пріоритети діяльності, що дозволяє здійснити їх педагогічний та порівняльно-педагогічний аналіз.

Метою дослідження є характеристика розвивальної спрямованості місії сучасного Університету на прикладі кращих вишів світу. Об'єктом вивчення стали формулювання місії університетів, що входять у першу десятку (Топ-10) вишів за рейтингами газети «Таймс» (*The Times Higher Education World University Ranking*) та Шанхайського університету Цзяо Тун (*The Academic Ranking of World Universities*) протягом останніх п'яти років. Для реалізації поставленої мети було використано методи порівняльного аналізу формулювань місії, цінностей та стратегій розвитку Топ-10 університетів світу; узагальнення наукових досліджень особливостей реалізації місії Університету фахівцями у галузі теорії вищої освіти.

Вивчення документальних джерел показує, що до цільових пріоритетів Топ-10 вишів світу належать такі: надання освіти талановитим особистостям, спрямованим на розвиток своїх ціннісних орієнтирів та пізнавальних інтересів (Гарвард); формування видатних особистостей та творчих членів суспільства (КалТех); формування особистостей, що мають здібності та бажання працювати розумно, творчо та ефективно на покращення життя людства (МІТ); навчання різноманітних за соціальним походженням студентів, розвиток їх талантів (Стенфорд, Кембридж); навчання індивідів, які мають видатні академічні здібності та сильні особистісні якості, відрізняються великою різноманітністю за соціальним походженням, спрямуванням талантів та інтересів (Принстон); надання освіти виключно перспективним особистостям, що походять з усіх верств суспільства, з усіх куточків країни та світу (Сль); досягнення найвищої досконалості у дослідженнях та освітній діяльності на благо суспільства (ІК-Лондон); формування перспективних лідерів суспільства, що мають розвинене почуття соціальної відповідальності (університет Токіо). Порівняльний аналіз наведених вище формулювань цілей діяльності Топ-10 університетів світу дозволяє констатувати, що їх освітня діяльність має студенто-орієнтований розвивальний характер. Університети націлені на глобальний пошук здібностей і талантів та їх всебічний розвиток, на врахування потреб і можливостей кожного студента. Підкреслимо також спрямування вишів на формування не тільки когнітивних, але й громадянських якостей, на служіння спільноті: місцевій, національній, глобальній.

Актуальним для світової теорії вищої освіти є питання щодо шляхів реалізації сформульованих у місії університету цілей. У контексті аналізу даної проблеми доречною вважаємо характеристику тенденцій побудови нової, дослідно-орієнтованої парадигми навчального процесу. Аналіз наукових розвідок західних науковців (G. Baldwin, A. Brew, E. de Weert, R. Griffiths, A. Jenkins, M. Healey, J. Robertson, P. Trowler, T. Wareham, D. Woodhouse) дозволив дійти висновку щодо таких характеристик цієї парадигми:

- включення завдань дослідного характеру до програм навчальних дисциплін починаючи з першого року здобуття вищої освіти. Озброєння студентів технологією колективного дослідження, що відповідає сучасним тенденціями організації наукових проектів: цей процес здійснюється, як правило, колективами дослідників, а не окремими науковцями;
- включення результатів найновіших досліджень у відповідній галузі знань до навчальних програм. Побудова навчального процесу на основі актуальних наукових досягнень є абсолютною вимогою для вищої школи. Викладання застарілого навчального матеріалу є, на думку світового академічного товариства, тяжким академічним гріхом;
- використання викладачами дослідних матеріалів та результатів власної наукової роботи у процесі розробки змісту навчальних курсів. Процес дослідження постає перед студентами як реальний життєвий досвід, у якому демонстрація викладачем-дослідником наукової порядності, ентузіазму та відданості науковій роботі відіграє важливу роль;
- навчання методам дослідження, формування навичок дослідницької роботи у рамках вивчення навчальних предметів, розробка «дорожньої карти» формування у студентів дослідницької компетентності, що передбачає оволодіння майбутніми фахівцями системою дослідницьких підходів та навичками їх практичного застосування;
- залучення студентів до виконання колективних дослідних проектів структурних підрозділів університету;
- формування у студентів дослідницької культури та відчуття належності до дослідницької громади університету. Найбільш ефективним шляхом формування дослідницької культури є спільна наукова діяльність викладачів і студентів, навчання через дослідження;
- формування у студентів системи цінностей, характерних для дослідницької культури. Цей аспект розвитку дослідно-орієнтованого навчання є чи не найбільш важливим та складним. В основу побудови розглядуваної системи цінностей покладено розуміння того, що навчання завжди є дослідженням нового, а дослідження передбачає навчання;
- засвоєння викладачами вищої школи найновіших досягнень теорії і методики вищої освіти, що базується на актуальних здобутках когнітивної та соціальної психології, нейрології, загальної теорії освіти, філософії освіти, економіки освіти, соціології освіти, інформаційних технологіях тощо.

Реалізація завдань розвитку інтелектуальних умінь і творчих здібностей студентів передбачає застосування інноваційних підходів до побудови навчальних програм. Зокрема йдеться про реалізацію принципів фундаменталізації, випереджувального характеру знань, інтердисциплінарності, науковості, гуманітаризації, спеціалізації, практичної спрямованості, модуляризації, індивідуалізації. Існує, безумовно, певна специфіка у побудові навчальних програм у різних національних традиціях університетської освіти, однак в сучасних умовах вона стає все більш умовною, поступаючись міжнародно визнаному та багато в чому стандартизованому (стандартом є світовий рівень, унікальність досягнень в усіх сферах діяльності) міжнародному бренду дослідницького університету.

Ще одним аспектом розгляду в контексті теми дослідження стали підходи до організації навчального процесу, що слугують реалізації місії сучасного Університету. Порівняльний аналіз документальних та аналітичних джерел свідчить, що найбільш успішними інноваціями у вищій освіті, що увійшли до глобального лексикону теоретиків і практиків вищої школи, стали такі: масові відкриті он-лайн курси (МООС), оцінка досягнень попередніх (неформальних) етапів навчання (prior learning assessment), альтернативна атестація (alternative credentialing), перевернуте навчання (flipped classroom), змішане навчання (blended learning), знаки (сертифікати) визнання альтернативного навчання (badges), 3D технології модулювання навчального середовища (3D simulation learning system), продукти та послуги хмарних технологій (cloud products and services) тощо. Всі названі нами інноваційні навчальні технології слугують створенню розвивального навчального середовища як нової моделі навчальної екосистеми, що охоплюють курикулярну та екстракурикулярну діяльність студента, спрямовані на ефективну підготовку фахівця та формування відповідального громадянина.

**Анотація. Сбруєва А.А. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей студентів як місія сучасного університету.** У статті схарактеризовано розвивальний потенціал місії сучасного університету. Визначено особливості дослідно-орієнтованої парадигми навчального процесу у вишій, з'ясовано актуальні принципи побудови навчальних програм, окреслено інноваційні технології, що слугують створенню розвивального навчального середовища.

**Ключові слова:** університет, місія, інтелектуальні вміння, творчі здібності, розвиток.

**Аннотация. Сбруева А.А. Развитие интеллектуальных умений и творческих способностей студентов как миссия современного университета.** В статье охарактеризован развивающий потенциал миссии современного университета. Определены особенности исследовательско-ориентированной парадигмы учебного процесса в вузе, выяснены актуальные принципы построения учебных программ, названы инновационные технологии, служащие созданию развивающей учебной среды и формированию целостной учебной экосистемы.

**Ключевые слова:** университет, миссия, интеллектуальные умения, творческие способности, развитие.

**Summary. Sbruieva A. Development of intellectual skills and creative abilities of students as a mission of a modern university.** The developing potential of modern University's mission is characterized in the article. The peculiarities of research-oriented paradigm of educational process in a higher educational establishment are defined; currently important principles of forming curricula are systematized; innovative technologies focused on creating developing educational environment and forming the holistic educational ecosystem are identified.

**Key words:** university, mission, intellectual skills, creative abilities, development.

**І. А. Сверчевська**

кандидат педагогічних наук, доцент

Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир

iryna\_sver@ukr.net

## АЛГЕБРАЇЧНІ РІВНЯННЯ В ІСТОРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

Уміння розв'язувати математичні задачі є дієвим засобом свідомого засвоєння математичних теорій, оволодіння методами доведень, формування творчої особистості. Задачі з алгебри частіше всього зводяться до розв'язування рівнянь, які є важливими математичними моделями.

Ми розглядаємо деякі методи розв'язування алгебраїчних рівнянь, запропонованих видатними математиками XII – XVII ст.: перетворення рівнянь, які дають можливість здійснити розклад на множники, підстановки, що понижують степінь рівняння, геометричне розв'язання. До кожної задачі ми пропонуємо історичну довідку про автора та посилання на літературу, яке можна використати для самостійної роботи студентів.

Метою дослідження є розгляд методів розв'язування визначних історичних рівнянь як засобу розвитку інтелектуальних умінь студентів.