

ЗАСТОСУВАННЯ ЦИФРОВИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ВИРОБНИЧИХ ЗАДАЧ

Оксана ВИТВИЦЬКА ✉

Івано-Франківський національний технічний університет
нафти і газу, Україна
okvitvitska@ukr.net

<https://orcid.org/0000-0002-8722-5450>

Іван ТИМКІВ

Івано-Франківський національний технічний університет
нафти і газу, Україна
tymkiv_if@ukr.net

<https://orcid.org/0009-0007-4138-6180>

APPLICATION OF DIGITAL LEARNING TOOLS FOR SOLVING PRODUCTION TASKS

Oksana VYTVYTSKA ✉

Ivano-Frankivsk National Technical University
of Oil and Gas, Ukraine
okvitvitska@ukr.net

<https://orcid.org/0000-0002-8722-5450>

Ivan TYMKIV

Ivano-Frankivsk National Technical University
of Oil and Gas, Ukraine
tymkiv_if@ukr.net

<https://orcid.org/0009-0007-4138-6180>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. У сучасних умовах цифрової трансформації освіти та виробництва особливого значення набуває формування у здобувачів освіти вміння самостійно ставити та розв'язувати задачі оптимізації, що передбачає як оперування класичними математичними методами, так і володіння сучасними цифровими інструментами. Незважаючи на наявність широкого арсеналу готових математичних методів, актуальною залишається проблема розвитку здатності здобувачів освіти самостійно формулювати задачу оптимізації: визначити цільову функцію, систему обмежень, а також інтерпретувати отримані результати у контексті реальної ситуації. Ця здатність є складовою аналітичного та критичного мислення, важливої компоненти компетентнісного підходу в освіті. Водночас, ефективне розв'язання задач оптимізації в сучасному освітньому та професійному середовищі неможливе без застосування цифрових засобів, що наближує освітній процес до реалії професійної діяльності.

Матеріали і методи. У дослідженні використано: методи теоретичного аналізу, системного підходу, математичного і комп'ютерного моделювання, цифрові методи дослідження та метод аналізу отриманих результатів.

Результати. На основі аналізу виробничої ситуації сформульовано математичні моделі, які її характеризують, отримано розв'язки поставлених задач оптимізації з використанням цифрових засобів навчання.

Висновки. Запропонований у статті підхід до розв'язання виробничої задачі з використанням цифрових освітніх інструментів дозволяє не лише продемонструвати ефективність сучасних технологій у моделюванні реальних виробничих процесів, але й сприяє формуванню ключових професійних умінь у здобувачів освіти. Застосування таких інструментів активізує аналітичне мислення, формує навички постановки та формалізації задач, розвиває цифрову грамотність і забезпечує практичну підготовку майбутніх фахівців до діяльності в умовах цифрової економіки.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: задачі оптимізації; виробничі ситуація; математичне моделювання; цифрові технології дослідження; логістичні мережі.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Витвицька О., Тимків І. Застосування цифрових засобів навчання для розв'язання виробничих задач. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 4. С. 23-29. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i4-04>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. In the context of digital transformation in education and production, the ability of students to independently formulate and solve optimization problems is gaining particular importance. This requires both the application of classical mathematical methods and the use of modern digital tools. Optimization problems arise in various areas of human activity — from economics and logistics to managerial processes — making their systematic study an integral part of training professionals in different fields. Despite the availability of a wide range of established mathematical methods, the development of students' ability to formulate an optimization problem — define the objective function, set constraints, and interpret the results in a real-world context — remains a relevant educational challenge. This ability is part of analytical and critical thinking and is a key component of the competence-based approach in education. At the same time, the effective solution of optimization problems in modern educational and professional settings is impossible without the use of digital tools such as spreadsheet processors, mathematical packages, programming environments, and web applications. These tools not only enhance motivation for learning but also significantly expand opportunities for modeling complex production or logistical processes, bringing the educational process closer to real professional activities.

Materials and methods. The research uses methods of theoretical analysis, systems approach, mathematical and computer modeling, digital research tools, and result analysis.

Results. Based on the analysis of a production situation, mathematical models were formulated to describe it, and solutions to the formulated optimization problems were obtained using digital educational tools.

Conclusion. The approach proposed in the article to solving a production task using digital educational tools not only demonstrates the effectiveness of modern technologies in modelling real production processes but also contributes to the development of key professional competencies in learners. The use of such tools stimulates analytical thinking, fosters the ability to formulate and formalize problems, enhances digital literacy, and ensures the practical preparation of future specialists for work in a digital economy environment.

KEYWORDS: optimization problems; production situation; mathematical modeling; digital research technologies; logistics networks.

FOR CITATION: Vytvytska, O., & Tymkiv, I. (2025). Application of digital learning tools for solving production tasks. *Physical and Mathematical Education*, 40(4), 23-29. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i4-04>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Одним із важливих етапів підготовки спеціалістів високої кваліфікації з відповідними компетентностями є вивчення методів оптимізації при розв'язуванні задач у різних галузях людської діяльності, адже задачі оптимізації виникають щоразу, коли необхідно знайти найкращий варіант серед багатьох можливих за певними критеріями — мінімізація витрат, максимізація прибутку, раціональне використання ресурсів тощо. Дослідження операцій, математичне програмування, теорія ймовірності — це далеко не повний перелік дисциплін, які вивчають і науково обґрунтовують методи підвищення ефективності керування організаційними системами різного призначення та різних рівнів: це можуть бути окремі виробництва, галузі господарства, структури управління, господарські комплекси тощо. Проте недостатньо лише володіти готовими методами — критично важливим є вміння самостійно поставити задачу оптимізації, тобто: ідентифікувати проблему, сформулювати цільову функцію та обмеження, а також інтерпретувати отримані результати. Це вміння є основою для розвитку аналітичного мислення, що особливо актуально в умовах нової української школи та компетентнісного підходу. Крім того, ефективне розв'язання таких задач потребує використання цифрових інструментів — табличних процесорів (наприклад, Excel), середовищ моделювання, прикладних математичних програм (GeoGebra, Wolfram Alpha, Python тощо), web-застосунків. Саме тому формування цифрових навичок при розв'язуванні оптимізаційних задач набуває особливої ваги: воно сприяє підвищенню мотивації, дозволяє проводити складні обчислення, будувати графіки та моделювати реальні ситуації.

Відповідно — дослідження, спрямоване на формування в учнів і студентів вміння ставити і розв'язувати задачі оптимізації з використанням цифрових технологій, є вкрай актуальним і відповідає вимогам сучасної освіти, спрямованої на підготовку компетентних, креативних і технологічно підготовлених фахівців.

Аналіз актуальних досліджень. У 2021 році Міністерство цифрової трансформації України, спираючись на концептуальну еталонну модель DigComp 2.1, розроблену Європейською Комісією, запропонувало Рамку цифрових компетентностей для громадян України. Базовою сферою у Рамці цифрових компетентностей для громадян України є основи комп'ютерної грамотності, що передбачає розвиток наступних цифрових компетентностей: використання мобільних та комп'ютерних пристроїв, базового програмного забезпечення, застосунків та прикладного програмного забезпечення, Інтернету та онлайн-застосунків, а також управління цифровою ідентичністю. Тому актуальними є дослідження закордонних і вітчизняних науковців, які стосуються розвитку інформаційної грамотності та формування навичок моделювання і розв'язання задач оптимізації у здобувачів освіти. У працях (Fitria, 2023; Bond, 2022) розглядається використання освітніх технологій для розвитку навичок розв'язання проблем у студентів вищих навчальних закладів. van Laar et al. (2020) досліджували фактори, що впливають на розвиток цифрових навичок, зокрема, Taranto et al., (2022) наголошують на використанні методів операційних досліджень для розвитку навичок моделювання та розв'язування задач серед студентів. Моделювання процесів, оптимізацію та контроль якості із застосуванням штучного інтелекту у виробництві висвітлено у (Fekete et al., 2024). Sue Chen (2025) висвітлює ефективність цифрових платформ управління освітніми ресурсами та стратегії їх оптимізації для підвищення якості навчання. Вітчизняні автори (Саєнко та ін., 2022), вивчаючи проблеми впровадження цифрових технологій у навчальний процес, також досліджують вплив цифрових інструментів на формування навичок розв'язування складних задач, включаючи задачі оптимізації. У праці (Копняк & Покин'єрєда, 2021) розглядається питання розвитку цифрових навичок, необхідних для аналізу та розв'язування задач оптимізації в державному управлінні. Практичну реалізацію отриманих навичок описують (Бех та ін., 2007).

Метою статті є формування вміння використовувати цифрові освітні засоби у процесі математичного моделювання і розв'язання виробничих задач на прикладі дослідження виробничої ситуації, пов'язаної з визначенням оптимальних схем постачання сировини для забезпечення виробництва продукції.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У роботі використовувалися методи теоретичного аналізу, системного підходу, математичного моделювання і формалізації задач оптимізації, моделювання з використанням цифрових технологій та аналізу отриманих результатів.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення поставленої мети розглянемо задачу про виробництво продукції з використанням певних видів ресурсів і організацію забезпечення цього виробництва сировиною. Розв'язування цієї задачі передбачає загальну постановку виробничої ситуації, складання математичної моделі, отримання розв'язків сформульованих задач та їх аналіз.

Загальна постановка виробничої ситуації: для безперервного виробництва n кінцевих продуктів треба мати відповідні склади для зберігання вихідної сировини. Сировина надходить від k постачальників із використанням існуючої транспортної мережі, для якої відомі відстані між точками окремих ділянок шляхів можливого постачання, а також питомі транспортні витрати — витрати на перевезення одиниці продукції на 1 км. Необхідно розрахувати ємності складів сировини згідно з її потребами для виконання плану випуску продукції з мінімальною собівартістю при обмеженнях на витрати електроенергії і водопостачання та заданих питомих нормах витрат сировини, електроенергії, води і значеннях собівартості виробництва одиниці продукції кожного виду та вибрати схему постачання сировини для забезпечення планового виробництва n кінцевих продуктів.

Для побудови математичної моделі введемо позначення: x_j — кількість кінцевої продукції ($j = 1, \dots, n$); b_i — кількість вихідної сировини ($i = 1, \dots, m$); A — задані обсяги електроенергії (кВт/рік); V — задані обсяги водопостачання (м^3); Q — план виробництва вихідної продукції (т); x_j — питомі норми витрат електроенергії; v_j — питомі норми витрат води; q_{ij} — питомі норми витрат сировини; c_j — собівартість продукції; c_{ij} — питомі транспортні витрати на 1 км; x_{ij} — обсяги перевезень від k -го постачальника до i -го складу; S_{ij} — відстань між i -ою та j -ою точками (ij)-го зв'язку.

Проаналізувавши дані з описаної виробничої ситуації можна виділити комплекс задач оптимізації та їх математичні моделі (табл.1):

Таблиця 1. Математичні моделі задач виробничої ситуації

Ресурсно-виробнича задача: $f, Q, A, V, b_i, x_j,$	Транспортна задача: $a_k, b_i, c_{ij}, x_{ij}.$	Задача про пошук найкоротшого шляху: $S_{ij}.$
$f = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min,$ $\sum_{j=1}^n x_j = Q,$ $\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq A, \sum_{j=1}^n v_j x_j \leq V,$ $\sum_{j=1}^n q_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m.$	$f_{\text{Тр}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$ $\sum_{i=1}^k x_{ij} = a_i, \quad j = 1, \dots, m,$ $\sum_{i=1}^k x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, m.$	$\sum_i \sum_j s_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$ $\sum_{(1n)} x_{1n} = 1,$ $\sum_{(ij)} x_{ij} = 1,$ $\sum_{(ik)} x_{ik} = \sum_{(kj)} x_{kj},$ $x_{ij} \in \{0; 1\}.$

Джерело: складено авторами на основі (Бех та ін., 2007).

Окремо кожна з наведених задач є класичною задачею оптимізації, і для кожної розроблені методи розв’язування. Для реальної виробничої ситуації, яка охоплює різні типи задач оптимізації, характерною є невизначеність певних параметрів і навіть можливі випадки некоректності заданих початкових умов. Зокрема, у описаній виробничій ситуації не задано кількість сировини, необхідної для виробництва продукції. Ці дані використовуються при складанні моделей ресурсно - виробничої задачі і транспортної задачі. Тому в ході розв’язання виробничої ситуації треба вміти скоригувати вхідні дані і знайти варіант розв’язку.

Реалізацію цього процесу розглянемо на прикладі.

Нехай задано: план виробництва продукції – $Q = 6000$ т, обсяги електроенергії – $A = 2000$ кВт/рік, обсяги водопостачання – $V = 25000$ м³, питомі норми витрат на 1 т продукції наведені в таблиці 2.

Таблиця 2. Питомі норми витрат на 1 т продукції

Ресурси	Види продукції		
	A	B	C
Електроенергія (кВт)	0,4	0,3	0,3
Вода (м ³)	3,5	5,0	2,0
Сировина I (т)	0,2	0,5	0,3
Сировина II (т)	0,5	0,3	0,5
Сировина III (т)	0,2	0,4	0,3
Собівартість (у.о./т)	22	25,4	23,5

Джерело: складено авторами на основі (Бех та ін., 2007)

Вартість перевезень однієї т сировини на 1 км від двох постачальників до трьох складських приміщень задано матрицею: $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$

Мережа автомобільних шляхів постачання сировини наведена на рис.1.

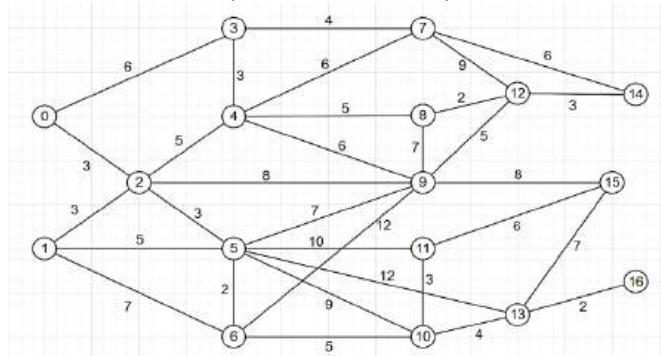


Рис. 1. Граф логістичної мережі постачання сировини

Джерело: складено авторами на основі (Бех та ін., 2007).

Запишемо математичну модель ресурсно - виробничої задачі: нехай x_j – обсяги кінцевої продукції, ($j = 1,2,3$). Тоді система обмежень матиме вигляд:

$$\begin{cases} 0,4x_1 + 0,3x_2 + 0,3x_3 \leq 2000, \\ 3,5x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 25000, \\ 0,2x_1 + 0,5x_2 + 0,3x_3 \leq b_1, \\ 0,5x_1 + 0,3x_2 + 0,5x_3 \leq b_2, \\ 0,4x_1 + 0,4x_2 + 0,3x_3 \leq b_3 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1,2,3, \end{cases}$$

b_i – обсяги сировини i -го виду, ($i = 1,2,3$).

Цільова функція визначає собівартість виготовленої продукції: $f = 22x_1 + 25,4x_2 + 23,5x_3 \rightarrow \min$.

Серед початкових даних нема запасів сировини для виготовлення продукції. Тому пропонується розв'язати задачу лінійного програмування без обмежень на сировину, а тільки з урахуванням запасів електроенергії, води та обсягів виробництва. Сформульовану вище задачу лінійного програмування можна розв'язати за допомогою симплексного методу. Ми пропонуємо реалізувати симплекс-метод у доступному для користувача середовищі *Excel* із застосуванням надбудови *Розв'язувач* (Витвицька & ін., 2024). Розв'язок наведено на рисунку 2.

	A	B	C	D	E	F
1		Питомі норми витрат на 1 т виду продукції				
2	Ресурси	A	B	C		
3	електроенергія (кВт)	0,4	0,3	0,3	2000	2000
4	Вода (м3)	3,5	5	2	15000	25000
5	Сировина I (т)	0,2	0,5	0,3	1600	
6	Сировина II (т)	0,5	0,3	0,5	3000	
7	Сировина III (т)	0,2	0,4	0,3	1600	
8	Собівартість (у.о./т)	22	25,4	23,5	138000	
9					6200	
10						
11		x1	x2	x3		
12		2000	0	4000	6000	6000

Рис. 2. Результати розв'язування ресурсно-виробничої задачі за допомогою надбудови *Розв'язувач*

Джерело: розраховано авторами.

Таким чином, продукції *A* треба виробити в обсязі 2000 т, *B* – 0 т, *C* – 4000 т. При цьому собівартість продукції f становитиме 138000 у.о. В процесі розв'язування отримано кількість сировини, необхідної для вироблення продукції – ці значення знаходяться на перетині відповідних рядків і стовпця *E*. Саме ці значення використаємо для побудови моделі і розв'язування транспортної задачі: $b_1 = 1600$ т, $b_2 = 3000$ т, $b_3 = 1600$ т.

Запаси сировини також невизначені, тому встановимо їх кількість для кожного постачальника як максимальне значення потреб у сировині, а саме – як суму $b_1 + b_2 + b_3 = 6200$ т.

Нехай x_{ij} – обсяги перевезень від i -го постачальника до j -го споживача.

Система обмежень транспортної задачі матиме вигляд:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 6200, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 6200, \\ x_{11} + x_{21} = 1600, \\ x_{12} + x_{22} = 3000, \\ x_{13} + x_{23} = 1600, \\ x_{ki} \geq 0, \quad k = 1,2, i = 1,2,3. \end{cases}$$

Цільова функція транспортної задачі:

$$f_{\text{Тр}} = 5x_{11} + 4x_{12} + x_{13} + 3x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} \rightarrow \min$$

За таких умов є необхідність ввести фіктивного споживача з потребами 6200 т і нульовими вартостями перевезень.

Розв'язок цієї задачі теж знайдено в середовищі *Excel* (рис.3).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Вхідні дані					
2		Споживачі					
3	Постачальники сиров.	B1	B2	B3	B4		
4	A1	5	4	1	0		
5	A2	3	2	4	0		
6							
7		Результати					
8		B1	B2	B3	B4		Запаси
9	A1	0	0	1600	4600	6200	6200
10	A2	1600	3000	0	1600	6200	6200
11		1600	3000	1600	6200		
12	Потреби	1600	3000	1600	6200		
13							
14				Вартість перевезень		12400	

Рис. 3. Результати розв'язування транспортної задачі за допомогою надбудови *Розв'язувач*

Джерело: розраховано авторами.

Отже, від першого постачальника до 3 складу треба перевезти 1600 т, від другого постачальника до 1 складу треба перевезти 1600 т, від другого постачальника до 2 складу треба перевезти 3000 т.

ОБГОВОРЕННЯ

Задача пошуку найкоротшого шляху полягає у мінімізації суми ваг ребер, що складають маршрут між двома заданими вершинами на зваженому орієнтованому графі. Для її розв'язання застосовують підходи на основі алгоритму Дейкстри (Dijkstra, 1959) та різні його модифікації (Слюсар & Громяк, 2023). Однак алгоритм Дейкстри непридатний для графів, що містять ребра з від'ємною вагою. Для пошуку найкоротшого шляху в таких графах зазвичай використовують алгоритм Беллмана - Форда (Bellman, 1958; Ford, 1962). Алгоритм Флойда-Уоршелла знаходить найкоротші шляхи між усіма парами вершин (Floyd, 1962).

Ефективне розв'язання поставленої задачі вимагає не лише знань теоретичних основ, а й володіння сучасними цифровими інструментами, які дозволяють автоматизувати обчислення, візуалізувати процес і адаптувати рішення до конкретних умов. Розглянемо деякі з них:

1. Microsoft Excel (надбудова *Розв'язувач*) – дозволяє моделювати граф через матрицю суміжності та реалізувати пошук найкоротшого шляху як задачу лінійного програмування.
2. Веб-ресурс [Visualgo.net](https://visualgo.net) – пропонує інтерактивну візуалізацію алгоритмів, зокрема Дейкстри, Bellman-Ford та інших. Користувач має змогу створити власний граф, задати ваги, спостерігати покрокову роботу алгоритму.
3. Python (бібліотека NetworkX) – надає функціонал для створення графів, призначення ваг, а також реалізації пошукових алгоритмів.
4. GeoGebra – дозволяє моделювати графові структури і демонструвати базові ідеї пошуку шляху на площині.
5. Онлайн-сервіс Wolfram Alpha підтримує аналітичне розв'язання задач оптимізації, зокрема і пошук найкоротших шляхів.

Для вирішення поставленої задачі ми скористалися Web-ресурсом visualgo.net, оскільки даний ресурс демонструє покрокове виконання алгоритмів, що дає змогу в реальному часі бачити, як обираються вершини, обчислюються відстані та формуються оптимальні шляхи; кожен крок анімується та супроводжується коментарями, що полегшує розуміння логіки роботи алгоритмів; наявна можливість самостійного створення графа: додавання вершин, ребер, задавання ваг, що дозволяє моделювати реальні задачі; сервіс вільно доступний для користувачів.

Результати розв'язання задачі про пошук найкоротшого маршруту представлено на рисунках 4-6.

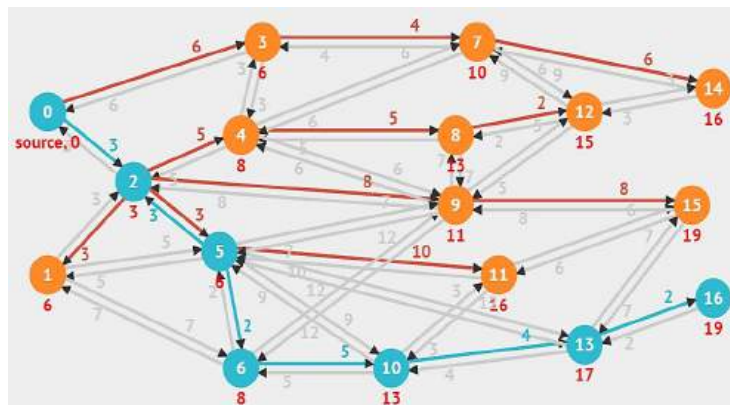


Рис. 4. Результати пошуку найкоротшого шляху від першого постачальника до третього складу

Джерело: отримано авторами.

Отже, мінімальна відстань від першого кар'єру до третього складу становить 19 км. Транспортні витрати на перевезення 1 т сировини від першого кар'єру до третього складу становлять: $1 \times 19 = 19$ у. о.

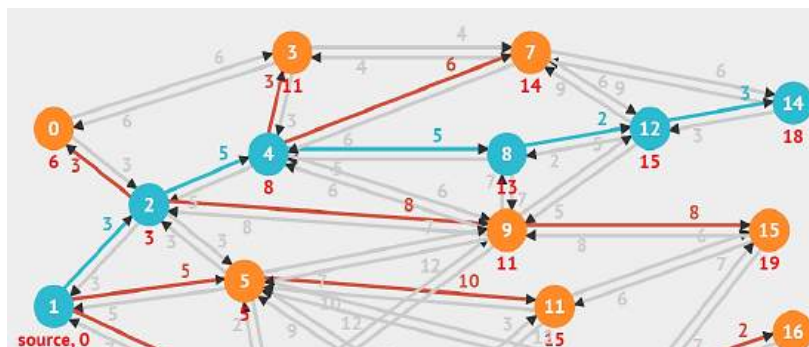


Рис. 5. Результати пошуку найкоротшого шляху від другого постачальника до першого складу

Джерело: отримано авторами.

Мінімальна відстань від другого постачальника до першого складу становить 18 км, транспортні витрати на перевезення 1 т сировини – $3 \times 18 = 54$ у. о.

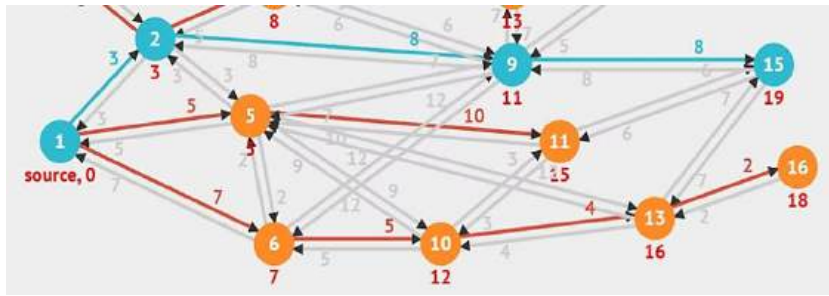


Рис. 6. Результати пошуку найкоротшого шляху від другого постачальника до другого складу

Джерело: отримано авторами.

Мінімальна відстань від другого постачальника до другого складу становить 19 км, транспортні витрати на перевезення 1 т сировини – $2 \times 19 = 38$ у. о.

Загальні транспортні витрати на перевезення знайденої кількості сировини становлять: $f_{\text{Тр}} = 19 \times 1600 + 54 \times 1600 + 38 \times 3000 = 230800$ у.о.

Загальні витрати, пов'язані з виробництвом продукції та постачанням сировини для виробничого процесу становлять: $f_3 = f + f_{\text{Тр}} = 138000 + 230800 = 368800$.

Отже, склади повинні забезпечувати можливість зберігання не менше 1600 т сировини першого виду, не менше 3000 т сировини другого виду, не менше 1600 т сировини третього виду. Для виконання плану виробництва з мінімальною собівартістю треба випустити перший вид продукції в обсязі 2000 т і третій вид продукції в обсязі 4000 т, другий вид продукції за даних умов виробляти недоцільно. У процесі виробництва обсяги електроенергії витрачаються повністю, а водопостачання має достатній запас. Аналіз найкоротших маршрутів вказує на завантаженість вузла 2.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

В контексті формування у здобувачів освіти навичок застосування цифрових освітніх засобів при розв'язанні виробничих задач проаналізовано конкретну виробничу ситуацію, виокремлено комплекс взаємопов'язаних оптимізаційних задач, які її описують, і сформульовано математичні моделі цих задач. Для отримання розв'язку ресурсно-виробничої і транспортної задач використовувалося доступне для користувача середовище – надбудова *Розв'язувач* табличного процесора *Excel*; для дослідження алгоритмів оптимізації на графах – візуальний web-застосунок *Visualgo*.

Запропонований у дослідженні підхід до розв'язання виробничих задач із залученням цифрових освітніх засобів підтверджує практичну цінність сучасних технологій для моделювання реальних виробничих ситуацій. Такий підхід не лише підвищує ефективність навчального процесу, але й сприяє розвитку професійно значущих компетентностей у здобувачів освіти. Використання цифрових інструментів стимулює аналітичне мислення, сприяє формуванню навичок постановки і математичної формалізації задач, розвиває цифрову компетентність та забезпечує якісну професійну підготовку майбутніх фахівців до роботи в умовах цифрової трансформації економіки. Таким чином, поєднання математичного моделювання з цифровими освітніми технологіями створює основу для формування компетентного, технологічно підготовленого спеціаліста, здатного до ефективного прийняття рішень у складних виробничих ситуаціях.

Запропоновані підходи можна застосувати до розв'язання інших типів оптимізаційних задач, що є перспективою подальших досліджень.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори підтверджують відсутність фінансових, особистих чи інших інтересів, що можуть розглядатися як потенційний конфлікт інтересів щодо публікації цієї статті.

ФІНАНСУВАННЯ

Робота виконана за відсутності фінансової підтримки з боку будь-яких організацій.

ДОСТУПНІСТЬ ДАНИХ

Це теоретичне дослідження не передбачає використання додаткових наборів даних.

ВИКОРИСТАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Інструменти штучного інтелекту не використовувались при написанні цієї роботи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Bellman, R. (1958). On a routing problem. *Quarterly of Applied Mathematics*, 16(1), 87-90.
2. Bond, M. (2022). Understanding the role of digital technologies in education: A review. *Education and Information Technologies*, 27, 123–145. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100013>

3. Dijkstra, E.W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1, 269–271.
4. Fekete, D., Makkai, J., Várkonyi-Kóczy, A. R., & Rudas, I. (2024). Artificial intelligence in manufacturing: State of the art, perspectives, and applications. *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*. <https://doi.org/10.3311/PPee.22087>
5. Fitria, Y. (2023). The application of educational technology to develop problem-solving skills in higher education students. *Social and Humanities Education Journal*, 3 (4), 199–209. <https://doi.org/10.17977/um026v3i42023p199>
6. Floyd, R. W. (1962). Algorithm 97: Shortest Path. *Communications of the ACM*, 5(6), 345. <https://doi.org/10.1145/367766.368168>
7. Ford, L. R., Jr., & Fulkerson, D. R. (1962). *Flows in networks*. Princeton University Press.
8. Sue Chen, A. (2025). Research on the efficiency and optimization strategy of teachers' digital management platform in education resource management. *SHS Web of Conferences*, 213, 01003. <https://doi.org/10.1051/shsconf/2025213010038>.
9. Taranto, E., Colajanni, G., Gobbi, A., Picchi, M., & Raffaele, A. (2022). Fostering students' modelling and problem-solving skills through operations research, digital technologies and collaborative learning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55 (8), 1957–1998. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2115421>
10. van Laar, E., van Deursen, A. J. A. M., van Dijk, J. A. G. M., & de Haan, J. (2020). Determinants of 21st-century skills and 21st-century digital skills for workers: A systematic literature review. *SAGE Open*, 10 (1). <https://doi.org/10.1177/2158244019900176>
11. Бех, О. В., Городня, Т. А., & Щербак, А. Ф. (2007). *Збірник задач з математичного програмування: Навчальний посібник*. Львів: Магнолія 2006.
12. Витвицька, О. М., Тирлич, В. В., & Тимків, І. Р. (2024). *Лабораторний практикум з дослідження операцій. Лінійне програмування*. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ.
13. Копняк, К. В., & Покинчереда, В. В. (2021). Формування цифрової компетентності державних службовців у процесі фахової підготовки. *Державне управління: удосконалення та розвиток*, 10. <https://doi.org/10.32702/2307-2156-2021.10.31>
14. Міністерство цифрової трансформації України. (2021). Опис Рамки цифрових компетентностей для громадян України. URL: <https://bit.ly/3a7lXu9>
15. Саєнко, Н. С., Голуб, Т. П., Лавриш, Ю. Е., Лук'яненко, В. В., & Литовченко, І. М. (2022). Інтеграція цифрових технологій в освітній процес: виклики та перспективи: монографія. Київ: Центр учбової літератури. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/54226>
16. Слюсар, В. І., & Громлюк, К. А. (2023). Удосконалений метод Дейкстри для визначення найкоротших маршрутів між вузлами зв'язку у системі військового зв'язку. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*, 1(46), 5–12. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2023-46-1-5-12>

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Bellman, R. (1958). On a routing problem. *Quarterly of Applied Mathematics*, 16(1), 87–90.
2. Bond, M. (2022). Understanding the role of digital technologies in education: A review. *Education and Information Technologies*, 27, 123–145. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100013>
3. Dijkstra, E.W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1, 269–271.
4. Fekete, D., Makkai, J., Várkonyi-Kóczy, A. R., & Rudas, I. (2024). Artificial intelligence in manufacturing: State of the art, perspectives, and applications. *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*. <https://doi.org/10.3311/PPee.22087>
5. Fitria, Y. (2023). The application of educational technology to develop problem-solving skills in higher education students. *Social and Humanities Education Journal*, 3 (4), 199–209. <https://doi.org/10.17977/um026v3i42023p199>
6. Floyd, R. W. (1962). Algorithm 97: Shortest Path. *Communications of the ACM*, 5(6), 345. <https://doi.org/10.1145/367766.368168>
7. Ford, L. R., Jr., & Fulkerson, D. R. (1962). *Flows in networks*. Princeton University Press.
8. Sue Chen, A. (2025). Research on the efficiency and optimization strategy of teachers' digital management platform in education resource management. *SHS Web of Conferences*, 213, 01003. <https://doi.org/10.1051/shsconf/2025213010038>.
9. Taranto, E., Colajanni, G., Gobbi, A., Picchi, M., & Raffaele, A. (2022). Fostering students' modelling and problem-solving skills through operations research, digital technologies and collaborative learning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55 (8), 1957–1998. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2115421>
10. van Laar, E., van Deursen, A. J. A. M., van Dijk, J. A. G. M., & de Haan, J. (2020). Determinants of 21st-century skills and 21st-century digital skills for workers: A systematic literature review. *SAGE Open*, 10 (1). <https://doi.org/10.1177/2158244019900176>
11. Bekh, O. V., Horodnia, T. A., & Shcherbak, A. F. (2007). *Zbirnyk zadach z matematychnoho prohramuvannia [Collection of mathematical programming problems]*. Lviv: Mahnoliia 2006 (in Ukrainian).
12. Vytvytska, O. M., Tyrlych, V. V., & Tymkiv, I. R. (2024). *Laboratornyi praktykum z doslidzhennia operatsii. Liniine prohramuvannia [Operations Research Laboratory Workshop: Linear Programming]*. Ivano-Frankivsk: IFNTUNG. (in Ukrainian).
13. Kopniak, K., & Pokynchereda, V. (2021). Formation of digital competence of civil servants in the process of professional training [Formuvannia tsyfrovoy kompetentnosti derzhavnykh sluzhbovtziv u protsesi fakhovoi pidhotovky]. *Derzhavne upravlinnya: udoskonalennya ta rozvytok – Public administration: improvement and development*, 10. <https://doi.org/10.32702/2307-2156-2021.10.31>
14. Ministerstvo tsyfrovoy transformatsii Ukrainy. (2021). Opys Ramky tsyfrovyykh kompetentnostei dlia hromadian Ukrainy Міністерство цифрової трансформації України [Ministry of Digital Transformation of Ukraine]. (2021). *Opys Ramky tsyfrovyykh kompetentnostei dlia hromadian Ukrainy – Description of the Digital Competence Framework for Citizens of Ukraine*. URL: <https://bit.ly/3a7lXu9>
15. Saenko, N. S., Holub, T. P., Lavrysh, Yu. E., Lukianenko, V. V., & Lytovchenko, I. M. (2022). *Intehratsiia tsyfrovyykh tekhnolohii v osvitnii protses: vyklyky ta perspektivy [Integration of digital technologies into the educational process: challenges and prospects]*. Kyiv: Tsentri uchbovoy literatury. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/54226>
16. Sliusar, V. I., & Hromliuk, K. A. (2023). Udoskonalenyi metod Deikstry dlia vyznachennia naikorotshykh marshrutiv mizh vuzlami zviazku u systemi viiskovoho zviazku [Improved Dijkstra method for determining the shortest routes between communication nodes in a military communication system]. *Suchasni informatsiini tekhnolohii u sferi bezpeky ta obrony – Modern information technologies in the field of security and defense*, 1(46), 5–12. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2023-46-1-5-12> (in Ukrainian).

| Матеріал надійшов до редакції: 18.03.2025 р. | Прийнято до друку: 19.05.2025 р. | Опубліковано: 29.09.2025 р. |



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.