



” Хоминська О., Друшляк М., Удовиченко О. Підтримка вивчення стохастичної лінії в школі засобами динамічної математики. *Освіта. Інноватика. Практика*, 2022. Том 10, № 3. С. 59-68. DOI: 10.31110/2616-650X-vol10i3-007

Khomynska O., Drushlyak M., Udovychenko O. Pidtrymka vuvchennia stokhastychnoi linii v shkoli zasobamy dynamichnoi matematyky [Support for the study of the stochastic line at school using the means of dynamic mathematics]. *Osvita. Innovatyka. Praktyka – Education. Innovation. Practice*, 2022. Vol. 10, № 3. S. 59-68. DOI: 10.31110/2616-650X-vol10i3-007

УДК 378.14:371.214.46

DOI: 10.31110/2616-650X-vol10i3-007

Олександра ХОМИНСЬКА¹, Марина ДРУШЛЯК², Ольга УДОВИЧЕНКО³
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна

²<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>

marydru@fizmatsspu.sumy.ua

³<https://orcid.org/0000-0002-3401-3251>

udovich_olga@fizmatsspu.sumy.ua

ПІДТРИМКА ВИВЧЕННЯ СТОХАСТИЧНОЇ ЛІНІЇ В ШКОЛІ ЗАСОБАМИ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ

Анотація. Стаття присвячена проблемі використання спеціалізованих комп'ютерних засобів для підтримки навчання елементів стохастичності в шкільному курсі математики. Схарактеризовано програми динамічної математики Gran1, GeoGebra, Математичний конструктор загалом та окремі комп'ютерні інструменти в них. Зокрема, інструменти щодо супроводу, спрощення розрахунків чи візуалізації випадкових величин. Наведено розв'язання окремих типових задач курсу стохастичності в цих середовищах. Закцентовано увагу на програмі динамічної математики Математичний конструктор при вивченні теорії ймовірностей і математичної статистики в основній і старшій школі. Надано розв'язання окремих задач для класів з поглибленим вивченням математики, матеріали яких також можна використовувати для факультативних занять. Продемонстровано різні підходи до одержання чисельного розв'язку задачі і його «однаковість» при використанні різних способів. Показано шляхи посилення прикладної спрямованості математики і важливість формування асоціативних зв'язків між формальною математикою і життєвими задачами (проблемами) через візуалізацію експерименту з випадковими величинами та їх появою. Обґрунтовано, що програми динамічної математики та використання їх інструментарію надають вчителю можливість зробити своє спілкування з учнями більш інтенсивним, більше уваги приділити логічному аналізу умов задач, перекласти на комп'ютер рутинні технічні обчислення, візуалізувати складні для сприймання поняття стохастичної змістової лінії шкільного курсу математики.

Ключові слова: стохастика; стохастична лінія; шкільний курс математики; програми динамічної математики; Математичний конструктор; програми динамічної математики.

Oleksandra KHOMYNSKA¹, Maryna DRUSHLYAK², Olga UDOVYCHENKO³

Makarenko Sumy State Pedagogical University, Ukraine

²<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>

marydru@fizmatsspu.sumy.ua

³<https://orcid.org/0000-0002-3401-3251>

udovich_olga@fizmatsspu.sumy.ua

SUPPORT FOR THE STUDY OF THE STOCHASTIC LINE AT SCHOOL USING THE MEANS OF DYNAMIC MATHEMATICS

Abstract. The article is devoted to the problem of using specialized computer tools to support the learning of elements of stochastics in a school mathematics course. The programs of dynamic mathematics Gran1, GeoGebra, Mathematical constructor in general, and individual computer tools in them are characterized. In particular, tools for support, simplification of calculations, or visualization of random variables. Solutions to some typical problems of the stochastics course in these environments are provided. Emphasis is placed on the dynamic mathematics program Mathematical Constructor when studying the theory of probabilities and mathematical statistics in elementary and secondary school. Solutions to individual problems for classes with advanced mathematics are provided, the materials of which can also be used for optional classes. Different approaches to obtaining the numerical solution of the problem and its "sameness" when using different methods are demonstrated. Ways to strengthen the applied orientation of mathematics and the importance of forming associative links between formal mathematics and life tasks (problems) through the visualization of an experiment with random variables and their appearance are shown. It is substantiated that dynamic mathematics programs and the use of their tools provide the teacher with the opportunity to make his communication with students more intensive, to pay more attention to the logical analysis of the conditions of the problems, to transfer routine technical calculations to the computer, to visualize the difficult-to-perceive concept of the stochastic content line of the school mathematics course.

Keywords: stochastics; stochastic line; school mathematics course; dynamic mathematics programs; Mathematical constructor; dynamic mathematics programs.

Постановка проблеми. Стохастична змістова лінія насамперед покликана розвинути один із спеціальних типів мислення – ймовірно-статистичний, який необхідний сучасній людині як у загальнокультурному плані, так і для професійного становлення. Розвинуте суспільство ставить до своїх членів досить високі вимоги, які відносяться до вміння аналізувати випадкові факти, оцінювати

шанси, висувати гіпотези, прогнозувати розвиток ситуації і, нарешті, приймати рішення в ситуаціях, які мають імовірнісний характер, у ситуаціях невизначеності. Тому головна мета вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірності й статистики полягає у формуванні розуміння детермінованості та випадковості, допомогти в усвідомленні того, що багато законів природи і суспільства мають ймовірнісний характер, що багато реальних явищ і процесів описуються ймовірнісними моделями.

Оскільки ця тема складна з позиції візуалізації, то вчителі усіляко намагаються залучити до її вивчення різні комп'ютерні засоби, в тому числі програми динамічної математики. Але, на жаль, на сьогодні існує досить обмежена кількість методичних матеріалів щодо використання комп'ютерних засобів при вивченні стохастичної змістової лінії, які б учителів могли використовувати у своїй професійній діяльності.

Аналіз актуальних досліджень. Наразі розроблено вже значну кількість програмних засобів, використання яких дозволяє розв'язувати досить широке коло математичних задач різних рівнів складності за допомогою комп'ютера.

На думку науковців [2-5; 7-14], найбільш придатними для підтримки вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики в навчальних закладах видаються *Gran1*, *GeoGebra*, *Математичний конструктор*. Названі програмні засоби прості у використанні, оснащені досить зручним інтерфейсом. Від користувача не вимагається значний обсяг спеціальних знань з інформатики, основ обчислювальної техніки, програмування тощо, за винятком найпростіших понять, цілком доступних для учнів.

GRAN1 (GRaphic ANalysis). Комп'ютерний інструментарій даної програми динамічної математики якнайкраще реалізується при розв'язуванні задач математичної статистики. Перед початком введення набору спостережених значень слід встановити у вікні *Список об'єктів* тип задання залежності *Статистична вибірка* і звернутися до кнопки *Об'єкт/Створити*. З'являється допоміжне вікно *Дані статистичної вибірки* (рис. 1), вигляд якого може змінюватись в залежності від типу розподілу (дискретний чи неперервний) і способу задання даних (частоти, відносні частоти, варіанти).

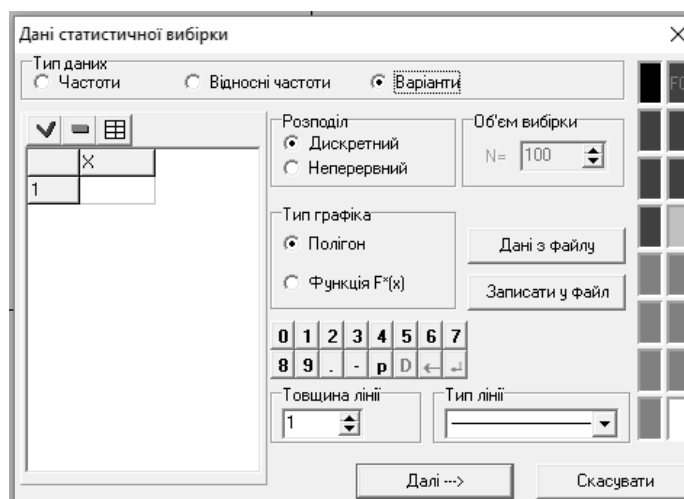


Рис. 1. Допоміжне вікно *Дані статистичної вибірки* програми *GRAN1*

Тип даних необхідно вказати перед початком введення самих даних, оскільки при зміні типу даних таблиця, що їх містить, очищується. Наприклад, у випадку дискретного розподілу і типу даних «Частоти» необхідно вказувати окремі можливі значення досліджуваної величини і частоти появи цих значень. При цьому неможливо буде побудувати гістограму і неперервну функцію розподілу частот. При виборі неперервного розподілу неможливо буде побудувати полігон частот і ступінчасту кусково-сталу функцію розподілу, а при введенні даних необхідно вказувати рівновіддалені середини інтервалів однакової довжини і частоти попадання у ці інтервали. Набір спостережених значень у обох випадках вводиться однаково.

GeoGebra. Для роботи з випадковими величинами у програмі *GeoGebra* передбачено вікно зі спеціальним набором інструментів, який зосереджено у вкладці *Таблиця і графіки* бічної панелі *Перспективи*. Також це вікно доступне через меню інтерфейсу за шляхом *Вид/Таблиця*. Таблиця подібна до електронних таблиць *Excel*. Імена комірок можна використовувати у виразах та командах. У комірки можна вводити не лише числа, але й інші типи математичних об'єктів, які підтримує *GeoGebra* (наприклад, координати точок, функції, команди). Якщо це можливо, *GeoGebra* виводить на екран графічне представлення об'єкта. Більш детально про інструменти програми можна дізнатись із меню допомоги.

Задача. Завод відправив на базу 500 виробів. Ймовірність зіпсувати виріб дорогою дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що при транспортуванні буде зіпсовано більше трьох [6]

Розв'язання (GeoGebra 5.0). Обираємо пункт меню *Вид/Калькулятор вероятностей*. Виберемо тип розподілу – *Пуассона* і введемо його дані – $\mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,002 = 1$. Відразу у вікні калькулятора справа з'явиться закон розподілу. Ймовірність зіпсувати по дорозі більше 3 приладів дорівнює $P(4 \leq X) = 0,9197$ (рис. 2).

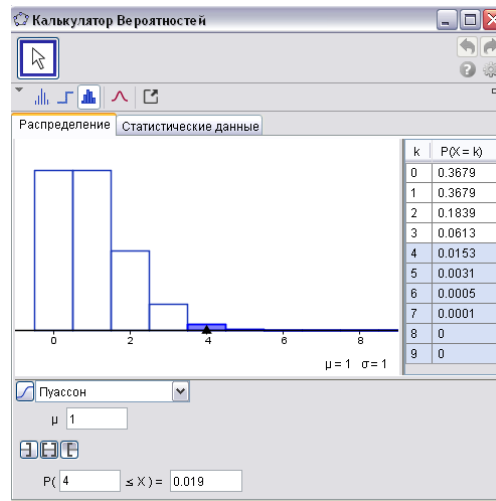


Рис. 2. Калькулятор ймовірностей

Порівнюючи можливості програм *Gran1* та *GeoGebra 5.0*, зазначимо, що на відміну від *GeoGebra5.0*, де дані потрібно увести у таблицю і використати інструменти аналізу, у середовищі *Gran1* пропонується обрати тип розподілу (дискретний чи неперервний) і тип даних (частоти, відносні частоти, варіанти). Також варто пам'ятати, що у *Gran1* для неперервного розподілу потрібно власноруч вводити рівновіддалені середини інтервалів і частоти попадання у ці інтервали. У *GeoGebra 5.0* можна вводити частоти, а потім в автоматизованому режимі задати ширину карманів і значення варіант.

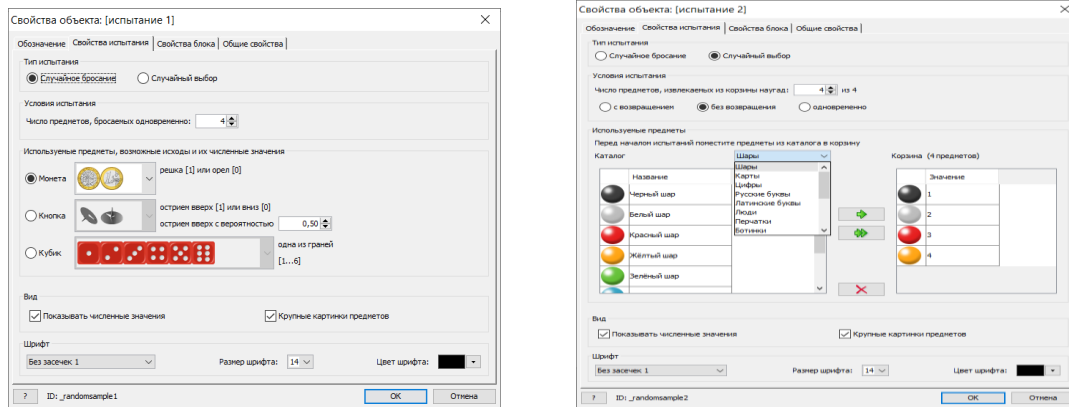
В обох програмах передбачено можливість побудови полігону частот, але графік функції розподілу розраховується в автоматичному режимі лише у *Gran1*. В обох програмах обчислюється математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення. У *Gran1* для дискретного розподілу автоматично визначиться мода, для неперервного – медіана. При використанні *GeoGebra 5.0* моду можна визначити додатково через командний рядок, а медіану програма обчислить автоматично.

Математический конструктор. Розглянемо комп'ютерний інструментарій програми динамічної математики *Математический конструктор*.

Розробники пропонують наступні комп'ютерні інструменти у розділі Статистика: *Случайное испытание, Плеер случайных испытаний, Вычисление статистик, Временной ряд (таблица), Временной ряд (график), Полигон частот, Гистограмма частот*.

Розглянемо детальніше інструмент *Случайное испытание*. При виборі даного інструменту можна задати тип випробування: випадкове кидання чи випадковий вибір. Якщо обрати у якості випробування *Случайное бросание*, то потрібно обрати число предметів, які кидаються одночасно; предмети, що використовуються (монета, кнопка, гральний кубик), при цьому вказуються чисельні значення результатів випробування. Оскільки кнопка не є симетричним предметом і результати її кидання не є рівноможливими подіями, то потрібно додатково вказати ймовірність, з якою кнопка впаде вістрям догори (рис. 3).

Якщо ж у якості випробування обрати *Случайный выбор*, то потрібно додатково вказати число предметів, які дістаються з корзини одночасно; яким чином ці предмети дістаються з корзини – з поверненням, без повернення чи одночасно; предмети, що використовуються (кулі, гральні карти, цифри, російські літери, англійські літери, люди, рукавички, черевики, руки, різні предмети, грані грального кубика, різні боки монети євро, російського рубля, кнопки, шарпетки, випробування Бернуллі (успіх чи невдача), причому перед початком випробування потрібно помістити предмети з каталогу у корзину.

Рис.3. Вибір предметів, що задіяні у випробуванні *Случайное бросание*

Інструмент *Вычисление статистик* дозволяє обчислити кількість повторів значень, суму значень у випробуванні, мінімальне та максимальне значення у випробуванні, значення елемента з номером (рис. 4).

Інструмент *Временной ряд (или ряд динамики)* дозволяє заносити значення випадкової величини, зібрані в послідовні дискретні моменти часу, до таблиці, а *Временной ряд (график)* буде графік залежності однієї із функцій, значених у статистиках, від номера випробування.

Інструмент *Полигон частот* побудує полігон частот за даними одного із стовпців таблиці, а інструмент *Гистограмма частот* – відповідно гістограму частот (рис. 5).

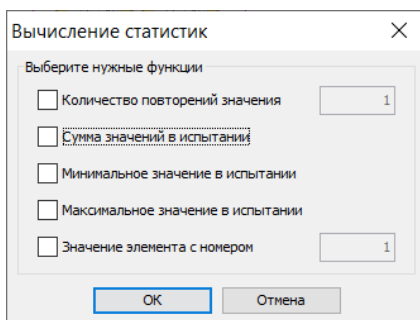


Рис.4.

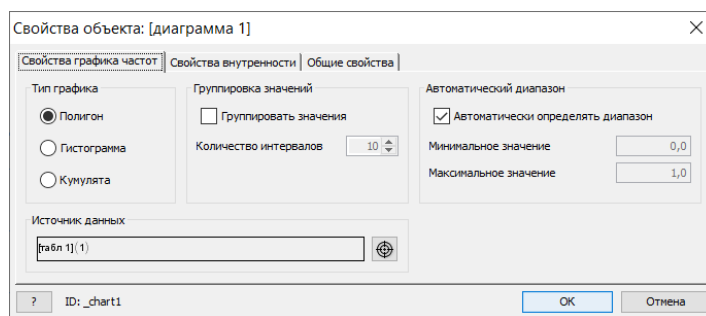


Рис.5.

Плеер случайных испытаний – це інструмент, який проводить одне випадкове випробування або автоматично запускає цілу серію таких випробувань. На плеєрі є три кнопки: *Пуск* – запускає серію випробувань; *Шаг* – виконує одне (або декілька) випробувань за один крок; *Сброс* – скидає всю серію на початок. *Статистика* – це не тільки назва галузі знань, що займається збором і обробкою даних. Друге, більш вузьке, значення цього слова – функція від результатів випадкового випробування, випадкова величина. Наприклад, кількість "гербів", що випали при підкиданні трьох монет [1].

Мета дослідження: розробка методичних рекомендацій щодо комп'ютерної підтримки вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики засобами динамічної математики.

Методи дослідження:

- теоретичні: аналіз літератури з теми дослідження;
- емпіричні: самостійна робота з розв'язування завдань.

Виклад основного матеріалу. Основи теорії ймовірностей потрібно знати кожній людині для формування правильного світогляду. Людині слід усвідомити те, що ми живемо в світі, де відбуваються випадкові події, і те, що закономірності пробиваються через масу випадковостей [6]. Через це теорію ймовірностей не можна не використовувати в повсякденному житті, до того ж вона має різні області застосування. Люди застосовують її як свідомо, так і несвідомо, що проявляється в звичайних повсякденних фразах і діях. Розумна людина повинна прагнути мислити, виходячи із законів ймовірностей.

Стохастика виявляється однією з найскладніших змістових ліній шкільного курсу математики. Полегшити її сприймання, на нашу думку, допоможе візуалізація результатів випадкових випробувань, що можна реалізувати із використання спеціалізованого програмного забезпечення. Подібне програмне забезпечення представлено досить широко, але проведений аналіз наявних комп'ютерних інструментів та можливостей з точки зору застосування в освітньому процесі дозволяє вивести на перше місце програму динамічної математики *Математический конструктор*.

Наведемо приклади експериментів, результати яких можна візуалізувати у програмі *Математический конструктор* [1].

Експеримент 1. У кошику 2 червоні та 2 зелені кулі. З нього виймають 2 кулі. Яка ймовірність того, що вони будуть однакового кольору (рис.6)?

Задамо тип випробування – *Випадковий вибір*, а саме з чотирьох куль витягуємо дві. Занесемо результати випробування у таблицю. Для визначення ймовірності випадання куль однакового кольору скористаємося даними таблиці. Визначивши частоту випадання куль різного кольору, ми підраховали, що ймовірність випадання куль однакового кольору складає приблизно 0,333, що не суперечить результатам аналітичного розв'язання. Додатково існує можливість візуалізувати за допомогою графіку, коли зелена лінія – це ймовірність випадання куль різних кольорів, а синя – однакових.

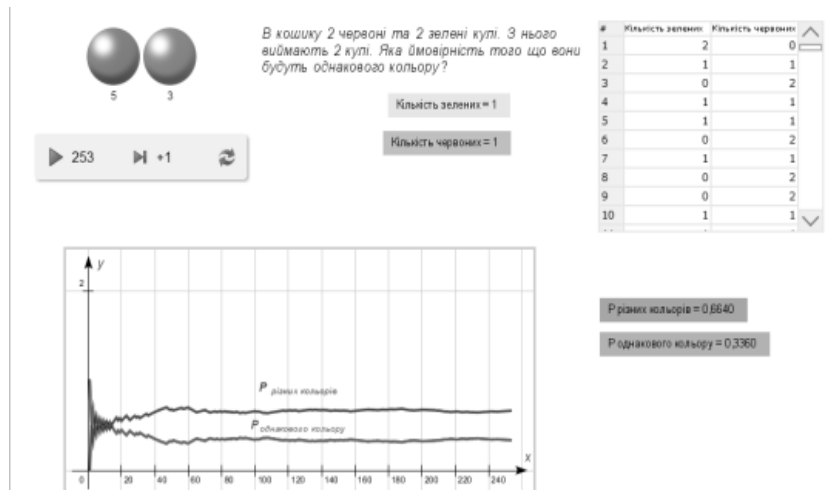


Рис. 6. Виймання куль із кошика

Розв'язуючи дану задачу аналітично, отримаємо аналогічний результат. Пронумеруємо всі кулі і витягуватимемо по дві кулі. Якщо пронумерувати всі кулі, і витягувати їх один за іншим, то досвід, як видно з таблиці, буде мати $(16-4)=12$ рівно можливих випадків (виключаються 4 пари з однаковими числами). Будемо вважати, що кулі 1 і 2 – зеленого кольору, а 3 і 4 – червоного. Тоді неважко виділити все сприятливі для нашого події результати і переконатися, що їх 8. Отже, ймовірність, що кулі будуть різного кольору дорівнює $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, а ймовірність того що кулі будуть однакового кольору дорівнює $\frac{1}{3}$.

Експеримент 2. Підкидання монети. Обчислити кількість, частоту, ймовірність випадання гербів та чисел. Обчислити відхилення частоти від ймовірності (рис. 7).

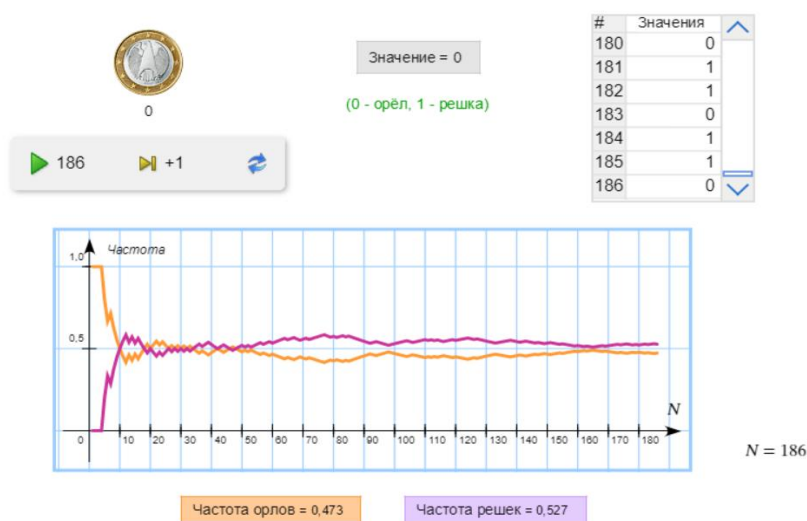


Рис. 7. Підкидання монети

Експеримент 3. Підкидання двох монет (монети не нумеруємо). Обчислити частоту випадіння двох орлів, орла і решки, двох решок. Обчислити ймовірність того, що дві монети випадуть однаковими сторонами, різними сторонами (рис. 8).

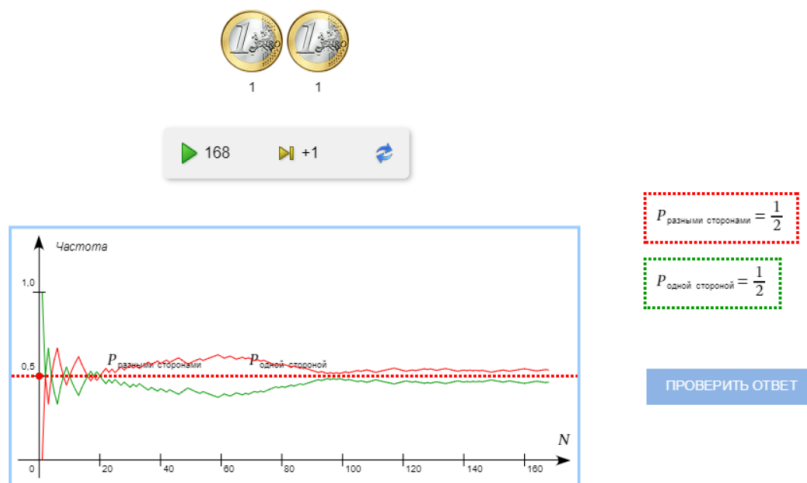


Рис. 8. Підкидання двох монет

Експеримент 4. Підкидання грального кубика. Обчислити частоту випадання кожної грані кубика. Обчислити ймовірність того, що випаде парна кількість очок. Обчислити відхилення частоти від ймовірності випадіння певної грані (рис. 9).



Рис.9. Підкидання грального кубика

Експеримент 5. В корзині лежать два яблука і одна груша, з корзини навмання виймають два фрукти (без повернення). Обчислити ймовірність того, що два фрукти будуть однакові, різні (рис. 10).

Аналітичне розв'язання. Два фрукти з трьох можна витягнути $C_3^2 = \frac{3!}{2!} = 3$. Неважко виділити всі сприятливі для нашої події результати і переконатися, що їх 1. Отже, ймовірність, що фрукти будуть однакові дорівнює $\frac{1}{3}$, а ймовірність того що фрукти будуть різні дорівнює $\frac{2}{3}$.

В корзині лежать два яблука і одна груша, з корзини навмання виймають два фрукти (без повернення). Обчислити ймовірність того, що два фрукти будуть однакові, різні.



Кількість яблук= 1

Кількість груш= 1

#	Кількість яблук	Кількість груш
1	1	1
2	1	1
3	1	1
4	1	1
5	1	1
6	1	1
7	1	1
8	1	1
9	1	1

▶ 278 ▶ +1 ↻

Р однакові фрукти= 0.324

Р різні фрукти= 0.676

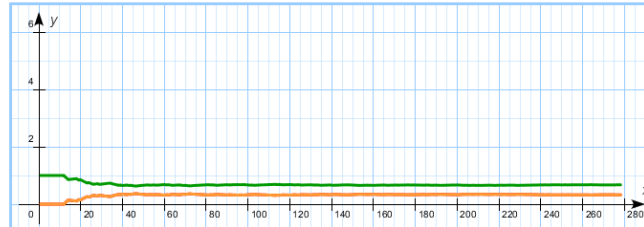


Рис. 10. Виймання фруктів із корзини

Експеримент 6. У шафі стоять п'ять пар черевиків (розміри від 41-го до 45-го), з шафи навмання виймають 4 черевики. Обчислити ймовірність того, що серед обраних черевиків відсутні парні (рис. 11).

Аналітичне розв'язання. Загальна кількість способів обрати черевики $C_{10}^4 = \frac{10!}{6!4!} = 210$ способів. Щоб обрати непарні потрібно обчислити $2^4 \cdot C_5^4 = 16 \cdot 5 = 80$ способів.

Отже, ймовірність витягнути непарні черевики становить $P(A) = \frac{2^4 \cdot C_5^4}{C_{10}^4} = \frac{80}{210} \approx 0,381$.

$P_{\text{нет парных}} = \frac{8 \cdot 6 \cdot 4}{9 \cdot 8 \cdot 7} = 0,381$

$P_{\text{есть парные}} = 1 - \frac{8 \cdot 6 \cdot 4}{9 \cdot 8 \cdot 7} = 0,619$

ПРОВЕРИТЬ ОТВЕТ

Рис.11. Вибір черевиків

Експеримент 7. У маленької Варі дві однакові пари рукавичок. Збираючись на прогулянку, вона навмання бере дві рукавички. Обчислити ймовірність того, що Варя обрала пару (рис. 12).

#	1-я	2-я	На одну	На разные
219	1	2	0	1
220	2	4	1	0
221	4	1	0	1
222	4	2	1	0
223	3	1	1	0
224	2	1	0	1
225	4	3	0	1

$P_{\text{на одну руку}} = \frac{1}{3}$

$P_{\text{на разные руки}} = \frac{2}{3}$

ПРОВЕРИТЬ ОТВЕТ

Рис. 12. Вибір рукавичок

Аналітичне розв'язання. Існує $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$. Обрати пару Варя може 2 способами. Отже, ймовірність того, що Варя обере пару $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Експеримент 8. Провести експерименти з підкиданням канцелярської кнопки (два результати: кнопка може впасти на підлогу вістрям вгору, або вістрям вниз) (рис. 13). Порівняти із результатами експерименту з підкидання монети (два результати: випаде «герб» або «число»).

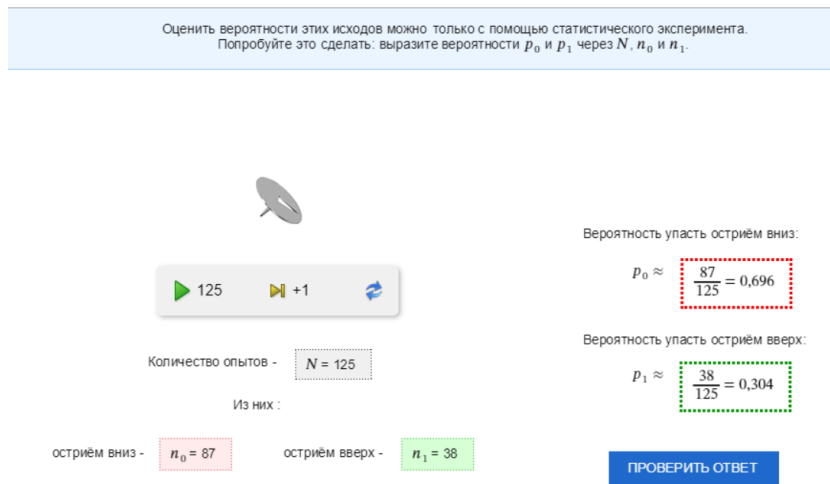


Рис. 13 (а). Підкидання канцелярської кнопки

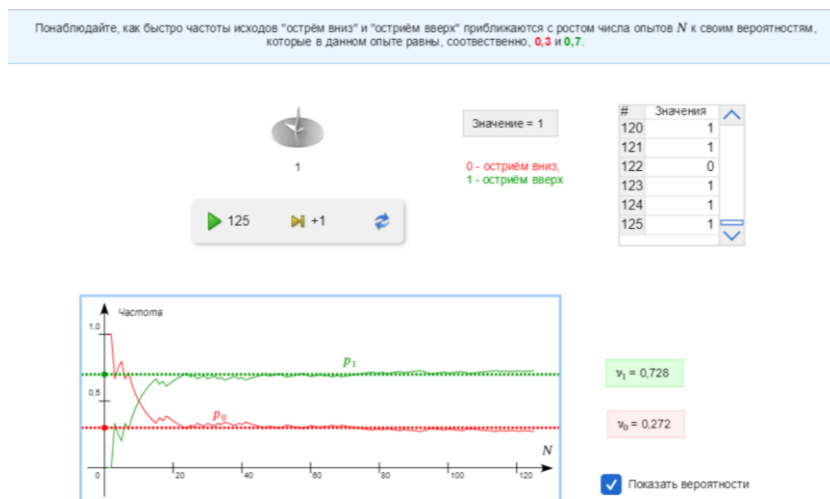


Рис. 13 (б). Підкидання канцелярської кнопки

Під час обговорення даної моделі можна зробити наступні важливі зауваження.

1. Ймовірність закладена «в природі речей»: якщо дослід з тією ж кнопкою повторити через тиждень, частота буде прямувати до того ж числа (для кнопки, зробленої за іншою технологією, це число може бути вже іншим).

2. Значні відхилення частоти від ймовірності можливі навіть за великої кількості дослідів, але чим більше дослідів, тим менш ймовірні такі відхилення (питання про їх кількісну оцінку виходить за рамки шкільного курсу).

3. У деяких випадках можна «передбачити» ймовірність (тобто майбутню частоту) без проведення експерименту.

4. У прикладі з монетою ми мали справу з симетричним предметом, тому всі результати дослідів були рівно можливими. При підкиданні монети було два рівноможливі результати – «герб» і «число». В силу симетрії не було ніяких підстав вважати один з таких випадків більш ймовірним. Тому у цьому випадку можна сформулювати наступне означення (воно називається класичним визначенням ймовірності).

Означення. Нехай випадковий експеримент може завершитися одним з n рівноможливих результатів; і нехай рівно m з цих випадків цьому сприяють, тобто призводять до настання випадкової події A . Тоді ймовірність цієї події може бути обчислена за формулою $P(A) = m/n$.

5. Але у досліді з кнопкою цим означенням користуватися не можна, оскільки предмет не симетричний, і результати випробування не є рівноможливими.

Висновки. Стохастична грамотність є необхідною складовою загальнокультурної, загальноосвітньої підготовки сучасної людини. Стохастика має пронизувати шкільний курс математики з початкової школи до випускних класів. Адже йдеться не про вивчення кількох понять і фактів, а про формування окремого типу мислення. У дослідженнях психологів показано, що людина за природою погано пристосована до ймовірнісної оцінки, до усвідомлення і правильної інтерпретації ймовірнісно-статистичної інформації. Для цього потрібна систематична і цілеспрямована робота. Якість знань учнів перш за все залежить від рівня математичної та методичної підготовки вчителя, особливо у умовах складності візуалізації стохастичної змістової лінії.

Сьогодні вчителі математики у своєму арсеналі мають достатню кількість потужних комп'ютерних засобів. Програми динамічної математики та використання їх інструментарію надають вчителю можливість зробити своє спілкування з учнями більш інтенсивним, більше уваги приділити логічному аналізу умов задач, перекласти на комп'ютер рутинні технічні обчислення, візуалізувати складні для сприймання поняття стохастичної змістової лінії шкільного курсу математики.

Візуалізація випадкових подій у середовищах динамічної математики дозволяє вирішити одночасно кілька навчальних завдань.

1. Продемонструвати шляхи використання інформаційних технологій та спеціалізованого програмного забезпечення для розв'язування ймовірнісних задач.

2. Забезпечити емпіричне підґрунтя навчального процесу, яке дозволить говорити про усвідомлення суб'єктом навчання проблеми, яка сформульована умовою задачі, та адекватність моделювання цієї умови і пошуку її розв'язків.

3. Продемонструвати різні підходи до одержання чисельного розв'язку задачі і його «однаковість» при використанні цих способів.

4. Сформулювати додаткові задачі, серед яких – обґрунтування «обов'язкового» наближення одержаних результатів до точного розв'язку зі збільшенням кількості випадкових подій, яке неможливе без розуміння суті ймовірнісних подій, що ототожнюються з дискретними чи неперервними законами розподілів.

5. Посилити прикладну спрямованість математики і сформувати асоціативні зв'язки між формальною математикою і життєвими задачами (проблемами) через візуалізацію експерименту з випадковими величинами та їх появою. Іншими словами, можна продемонструвати використання математичних методів і доцільність побудов математичних моделей різних ситуацій у реальному житті. Зауважимо, що традиційними методами або через власну уяву моделювання цієї задачі (на основі випадкових подій) важко уявити і відтворити.

6. Використання програм динамічної математики формує підґрунтя для спрощення побудови математичної моделі задачі, організації достатньої кількості випадкових випробувань, візуалізації цих випадкових подій і дозволяє надати навчальному процесу дослідницького характеру.

7. Разом з цим вважаємо потрібним зазначити, що динамічна візуалізація не завжди має дидактичні переваги перед статичним поданням навчального матеріалу. Питання про доцільність динамічної візуалізації тої чи іншої статичної моделі є контекстно залежним, і у разі використання ідеї унаочнення експерименту з випадковими величинами на вибір форм та засобів динамізації, характер та ступінь інтерактивності обов'язково вплине досвід вчителя, рівень його володіння комп'ютерними засобами математичного спрямування, відчуття навчальної аудиторії тощо.

8. Програми динамічної математики та використання їх інструментарію надають вчителю можливість зробити своє спілкування з учнями ще більш інтенсивним, більше уваги приділити логічному аналізу умов задач, перекласти на комп'ютер рутинні технічні обчислення, візуалізувати складні для сприймання поняття стохастичної змістової лінії шкільного курсу математики.

Список використаних джерел

1. *1C:Математический конструктор – программная среда для создания интерактивных математических моделей*. URL: <http://obr.1c.ru/mathkit>.
2. Drushlyak M. G., Shishenko I. V., Borozenets N. S., Nekyslykh K. M., Semenikhina O. V. Computer Probabilistic Models Construction and Analysis of Professional Activity of their Use by Ukrainian Mathematics Teachers. *Proceedings of 44 International conventions on information and communication technology, electronics and microelectronics "MIPRO 2021"*, Opatija (Croatia), 28 September – 1 October 2021. P. 712-717. DOI: 10.23919/MIPRO52101.2021.9596868.
3. Drushlyak M., Semenikhina O., Proshkin V., Sapozhnykov S. Training pre-service mathematics teacher to use mnemonic techniques. *Journal of Physics: Conference Series*. 1840 (2021), 012006. C.1-12 DOI: 10.1088/1742-6596/1840/1/012006
4. Semenikhina E., Drushlyak M., Bondarenko Yu., Kondratiuk S., Dehtiarova N. Cloud-based service GeoGebra and its use in the educational process: the BYOD-approach. *TEM JOURNAL – Technology, Education, Management, Informatics*, 2019. Vol.8, No.1. P. 65-72.

5. Semenikhina O., Drushlyak M., Zigunova I., Budyanskiy D. Geogebra as means of improving the quality of education. *14th International Conference on ICT in Education, Research, and Industrial Applications: Integration, Harmonization, and Knowledge Transfer* (ICTERI 2018). May 14-17, 2018. Kyiv. 2018. P. 331-345.
6. Жалдак М. І., Білій І. М. Стохастика. Посібник для вчителів. К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2013. 304 с.
7. Прошкін В., Хоружа Л., Семеніхіна О. *Теорія і практика професійної підготовки майбутніх учителів математики та інформатики засобами цифрових технологій*. Теоретичні та практичні аспекти використання математичних методів та інформаційних технологій в освіті й науці: моногр. К.: Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2021. 332 с. С.48-74.
8. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Розв'язування задач шкільного курсу статистики у середовищах GRAN1 і GeoGebra: порівняльний аналіз. *Фізико-математична освіта*, 2015. № 1 (4). С. 21-30
9. Семеніхіна О., Білошарпа Н. Про використання вчителями математики засобів комп'ютерної візуалізації. *Гуманізація навчально-виховного процесу. Збірник наукових праць*. № 1 (87), 2018. С.289-302
10. Семеніхіна О., Прошкін В. Застосування комп'ютерних математичних інструментів у процесі професійної підготовки майбутніх учителів математики. *Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету*. № 4 (2018). С.52-60.
11. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Обґрунтування доцільності використання програм динамічної математики як засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань. *Фізико-математична освіта*, 2015. Випуск 3 (6). С. 67-75.
12. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Побудова геометричних місць точок з використанням програм динамічної математики. *Фізико-математична освіта*, 2016. Вип. 1(7). С. 127-133.
13. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ. *Фізико-математична освіта*, 2015. Вип. 2 (5). С. 62-72
14. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г., Хворостіна Ю. В. Використання хмарного сервісу GeoGebra у навчанні майбутніх вчителів природничо-математичних дисциплін. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 2019. Т.73. № 5. С. 48-66

References

1. *1C:Matematycheskyi konstruktor – prohramnaia sreda dlia sozdanyia ynteraktyvnykh matematycheskykh modelei*. URL: <http://obr.1c.ru/mathkit>.
2. Drushlyak M. G., Shishenko I. V., Borozenets N. S., Nekyslykh K. M., Semenikhina O. V. Computer Probabilistic Models Construction and Analysis of Professional Activity of their Use by Ukrainian Mathematics Teachers. *Proceedings of 44 International conventions on information and communication technology, electronics and microelectronics "MIPRO 2021"*, Opatija (Croatia), 28 September – 1 October 2021. R. 712-717. DOI: 10.23919/MIPRO52101.2021.9596868.
3. Drushlyak M., Semenikhina O., Proshkin V., Sapozhnykov S. Training pre-service mathematics teacher to use mnemonic techniques. *Journal of Physics: Conference Series*. 1840 (2021), 012006. S.1-12 DOI: 10.1088/1742-6596/1840/1/012006
4. Semenikhina E., Drushlyak M., Bondarenko Yu., Kondratiuk S., Dehtiarova N. Cloud-based service GeoGebra and its use in the educational process: the BYOD-approach. *TEM JOURNAL – Technology, Education, Management, Informatics*, 2019. Vol.8, No.1. R. 65-72.
5. Semenikhina O., Drushlyak M., Zigunova I., Budyanskiy D. Geogebra as means of improving the quality of education. *14th International Conference on ICT in Education, Research, and Industrial Applications: Integration, Harmonization, and Knowledge Transfer* (ICTERI 2018). May 14-17, 2018. Kyiv. 2018. P. 331-345.
6. Zhaldak M. I., Biliy I. M. *Stokhastyka. Posibnyk dlia vchyteliv*. К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2013. 304 с.
7. Proshkin V., Khoruzha L., Semenikhina O. Teoriia i praktyka profesiinoididhotovky maibutnykh uchyteliv matematyky ta informatyky zasobamy tsyfrovoykh tekhnolohii. *Teoretychni ta praktychni aspekty vykorystannia matematychnykh metodiv ta informatsiinykh tekhnolohii v osviti y nauksi: monohr*. К.: Kyiv. un-t im. B. Hrinchenka, 2021. 332 s. S.48-74.
8. Semenikhina O. V., Drushliak M. H. Rozviazuvannia zadach shkilnoho kursu statystyky u seredovyshchakh GRAN1 i GeoGebra: porivnialnyi analiz. *Fizyko-matematychna osvita*, 2015. № 1 (4). S. 21-30
9. Semenikhina O., Biloshapka N. Pro vykorystannia vchyteliamy matematyky zasobiv kompiuternoi vizualizatsii. *Humanizatsiia navchalno-vykhovnoho protsesu. Zbirnyk naukovykh prats*. № 1 (87), 2018. S.289-302
10. Semenikhina O., Proshkin V. Zastosuvannia kompiuternykh matematychnykh instrumentiv u protsesi profesiinoididhotovky maibutnykh uchyteliv matematyky. *Vidkryte osvittne e-seredovyshe suchasnoho universytetu*. № 4 (2018). S.52-60.
11. Semenikhina O.V., Drushliak M.H. Obruntuvannia dotsilnosti vykorystannia prohram dynamichnoi matematyky yak zasobiv kompiuternoi vizualizatsii matematychnykh znan. *Fizyko-matematychna osvita*, 2015. Vypusk 3 (6). S. 67-75.
12. Semenikhina O.V., Drushliak M.H. Pobudova heometrychnykh mistst tochok z vykorystanniam prohram dynamichnoi matematyky. *Fizyko-matematychna osvita*, 2016. Vyp. 1(7). S. 127-133.
13. Semenikhina O.V., Drushliak M.H. Praktyka vykorystannia parametrychnoho koloru v prohramakh dynamichnoi matematyky pry rozviazuvanni zadach na HMT. *Fizyko-matematychna osvita*, 2015. Vyp. 2 (5). S. 62-72
14. Semenikhina O.V., Drushliak M.H., Khvorostina Yu. V. Vykorystannia khmarneho servisu GeoGebra u navchanni maibutnykh vchyteliv pryrodnycho-matematychnykh dystsyplin. *Informatsiini tekhnolohii i zasoby navchannia*, 2019. Т.73. № 5. С. 48-66