

contemporary challenges of Ukrainian education, including wartime conditions, emotional instability of learners, and the transition to profile secondary education.

The study emphasizes the importance of culturally responsive teaching and modern neuropsychological research, which show that incorporating cultural contexts into mathematics learning enhances cognitive flexibility, creativity, emotional resilience and reduces mathematical anxiety. The integration of mathematics and English is presented as an effective way to develop analytical thinking, communication skills and students' motivation.

The article proposes practical cases for integrated lessons in Grade 11 during preparation for the National Multi-Subject Test (NMT). Suggested activities include discussions of films about famous mathematicians, analysis of mathematical references in English-language media and integrated lessons devoted to Lewis Carroll as a mathematician, logician and writer. Particular attention is given to Carroll's word game "Doublets" and logical paradoxes from Alice's Adventures in Wonderland as tools for developing critical thinking, logical reasoning and language competence.

The research witnesses that culturally oriented integrated lessons based on CLIL and neuropsychological approaches can improve learning outcomes and support the development of mathematical and communicative competences in secondary school students.

Keywords: mathematics teaching methodology, Content and Language Integrated Learning (CLIL), culturally responsive teaching, integrated mathematics and English lessons, upper secondary school, neuropsychological approach, preparation for the National Multi-Subject Test (NMT).

Подано до друку 01.04.2026

Прийнято до друку 19.04.2026

УДК 372.851.2 +37.01+37.02+37.04

DOI 10.24139/2519-2361/2026.01/129-135

О. С. Чашечникова

ORCID ID 0000-0003-1101-5534

Інститут педагогіки НАПН України, м. Київ

РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ СУЧАСНИХ УЧНІВ

Анотація. У статті розглянуто проблеми розвитку просторової уяви сучасних учнів як складової просторового мислення. Спостереження свідчать, що цифровізація процесу навчання, з одного боку, покращила можливість сприймання просторових об'єктів тими учнями, у яких на початку навчання рівень розвитку просторового мислення нижче середнього, але гальмує розвиток в учнів з високим рівнем. Необхідно дозовано підходити до надання допомоги у процесі навчання через цифрові технології. Визначено, що просторове мислення формується не лише у процесі вивчення стереометрії, але й планіметрії, а також у процесі вивчення геометричного матеріалу у 5-6 класах. Розвиток просторового мислення відбувається й в ході ознайомлення школярів з поняттями координатного променя, координатної прямої, прямокутної системи координат (математика, 5-6 класи), у процесі побудови графіків функцій, зокрема методом геометричних перетворень (алгебра, 7-9 класи).

У статті представлено скориговані критерії рівня сформованості просторового мислення учнів. Запропоновані авторські завдання, виконання яких сприяє розвитку просторової уяви учнів / студентів та представлено методичні аспекти роботи з ними.

Експеримент на кожному з етапів продемонстрував, що використання такого типу завдань сприяє розвитку просторової уяви учнів, що, у свою чергу, сприяє формуванню та розвитку просторового мислення, та, як наслідок, покращує сприймання учнями відповідних завдань з математики.

Описані завдання надають можливість зробити процес розвитку просторової уяви учнів більш ефективним. Передбачається здійснити порівняльний аналіз отриманих результатів експериментального дослідження у різні періоди проведення експеримента.

Ключові слова: навчання математики, просторове мислення, критерії сформованості просторового мислення, просторова уява.

Постановка проблеми. Сучасні дослідження свідчать, що розвинене просторове мислення має значний вплив на реалізацію особи у професійній діяльності (не лише інженерії (Jason Richard Power, Sheryl A. Sorby (2020) [6]; Hsi, S., Linn, M. C. & Bell, J. E. (1997)) [10], але й, зокрема, анатомії (Mustafa Aydın, Mehmet Tuğrul Yılmaz, Muzaffer Şeker (2020) [7])). Просторове мислення передбачає здатність до візуалізації в уяві – здатність уявляти просторові фігури, їх взаємне розміщення, їх складові елементи та інше. Спостереження свідчать, що цифровізація процесу навчання з одного боку покращила можливість сприймання просторових об'єктів тими учнями, у яких на початку навчання рівень розвитку просторового мислення нижче середнього, але гальмує розвиток просторового мислення учнів із вже наявним високим рівнем. Необхідно дозволити підходити до надання допомоги у процесі навчання через цифрові технології. Для цього необхідно відслідковувати динаміку розвитку просторового мислення учнів. Просторова уява – один із важливих компонентів просторового мислення. Тому необхідною умовою розвитку просторового мислення є створення завдань, які б сприяли розвитку просторового уяви учнів.

Тому **мета статті** – запропонувати підхід до створення та використання завдань на розвиток просторової уяви учнів.

Аналіз актуальних досліджень. Незважаючи на те, що на сучасному етапі створено різноманітні цифрові засоби для візуалізації завдань щодо просторових фігур та їх взаємного розміщення, зацікавленість дослідників проблемою розвитку просторового мислення зростає [5; 9]. Детальний аналіз актуальних досліджень нами представлено у [3]. Зокрема, Jason Richard Power, Sheryl A. Sorby (2020) [6] досліджували гендерні відмінності у розвитку просторового мислення. У дослідженні Rita Nagy-Kondor, Saeed Esmailnia (2022) [8]; було розроблено додаткові завдання на просторові здібності (SAET) для оцінки складних просторових здібностей студентів-інженерів. SAET вимірює складові просторових здібностей: «уявне різання» та «уявне обертання», а також креативність. Але, на наш погляд, ці завдання не враховують всіх аспектів просторового мислення. Тому нами пропонуються завдання, які можуть бути використані й для діагностики рівня розвитку просторової уяви, й для її розвитку.

Виклад основного матеріалу. У нашому довготривалому та динамічному дослідженні (зміни у розвитку просторового мислення вивчалось в динаміці протягом декількох років) можна виділити ключові етапи:

1989/1990 – 1995/1996 н. р. — в межах вивчення особливостей розвитку математичних здібностей (більш детально у [1; 2]);

1996/1997 – 2002/2003 н. р. — в межах дослідження закономірностей формування та розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання математики (більш детально у [4]);

2021/2022 – 2023/2024 н. р. — аналіз впливу дистанційного навчання математики на розвиток інтелектуальних вмінь та творчого мислення школярів і студентів;

2024/2025 – 2025/2026 н. р. — в межах дослідження шляхів подолання освітніх втрат школярів / студентів з математики (більш детально у [3]).

Деякі з питань нами доповідались на конференціях (з останніх - VII Міжнародна наукова конференція «Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики», присвячена 100-річчю з дня народження Григорія Петровича Бевза, 26.02.2026 року (<https://www.youtube.com/watch?v=McvV-un3Fhs>) та на засіданні ГО «Дидактика математики», 26.03.2026 (<https://www.youtube.com/watch?v=O0DxUrStf3o>)).

Нами було визначено, що просторове мислення формується не лише у процесі вивчення стереометрії, але й планіметрії, а також у процесі вивчення геометричного матеріалу у 5-6 класах. Розвиток просторового мислення відбувається й в ході ознайомлення школярів з поняттями координатного променя, координатної прямої, прямокутної системи координат (математика, 5-6 класи), у процесі побудови графіків функцій, зокрема методом геометричних перетворень (алгебра, 7-9 класи).

Нами узагальнено та скориговано рівні сформованості просторового мислення [3]. У результаті дослідження також скориговані критерії рівня сформованості просторового мислення учнів (табл. 1).

Таблиця 1

Критерії рівня сформованості просторового мислення учнів

№	Критерії	Показники:
Кр 1	Перцептивно-образний Характеризує здатність до сприймання та уявлення об'єктів у просторі / на площині.	розпізнавання форми, розмірів, пропорцій елементів об'єктів; здатність переходити від плоского зображення (розгортка фігури) до зображення многогранника / тіла обертання; перехід від реальної моделі до зображення на площині та навпаки; уявне відтворення просторових образів; точність просторових уявлень.
Кр 2	Операційно-перетворювальний Відображає вміння виконувати розумові операції з просторовими образами.	встановлення взаємного розміщення у просторі (ліворуч / праворуч, вище / нижче, ближче / далі); уявне обертання, симетричне відображення об'єктів; трансформація об'єктів; комбінування та декомпозиція геометричних фігур (процес розбиття однієї фігури на кілька базових елементів, площу чи об'єм яких легко обчислити); прогнозування результатів виконання перетворень у просторі.
Кр 3	Логіко-аналітичний Характеризує усвідомленість просторових уявлень на основі логічних міркувань.	аналіз і синтез просторових структур; встановлення закономірностей у просторових конфігураціях; чітка аргументація міркувань; застосування моделей просторових фігур (реальних / уявних) для розв'язування відповідних завдань.
Кр 4	Вербально-репрезентативний Відображає здатність до словесного опису просторових образів та операцій над ними.	здатність перекодувати образ у вербальну форму і навпаки; грамотне використання термінології та символіки; точність, логічність, аргументованість опису просторових відношень.
Кр 5	Регулятивно-рефлексивний Характеризує усвідомленість і контроль власних операцій у просторі.	планування власних дій із просторовими фігурами (у просторі); самоконтроль і усунення власних недоліків / помилок; здатність до вдосконалення та поповнення власної системи знань та умінь; застосування надбаних умінь у змінених та нових умовах.

Для проведення експерименту було розроблено завдання двох блоків: блок 1 – завдання, виконання яких не залежить від рівня знань учнів / студентів з математичних дисциплін; блок 2 – виконання передбачає наявність знань та умінь, що відповідають конкретним темам програмного матеріалу.

Наприклад, учням пропонують рисунок (рис. 1). Необхідно, лише розглядаючи рисунок, визначити, чи перетинаються: 1) відрізки AC та DB; 2) прямі AC та DB; 3) промені AC та DB; 4) промені CA та BD; 5) промінь AC та пряма DB; 6) промінь CA та пряма DB. Потім відповіді можна перевірити самостійно (наприклад, рис. 2).

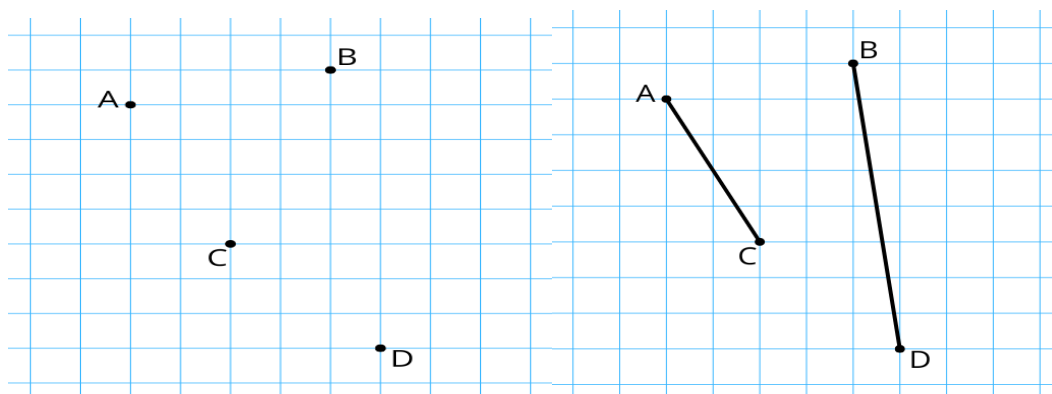


Рисунок для діагностичного завдання

Рис. 1

Рис. 2

Більш детально описано нами у [3].

Зупинимося на завданнях, виконання яких сприяє розвитку просторової уяви учнів / студентів.

Пропонуємо виконання таких усних завдань.

Завдання 1 (усне). c – пряма перетину площин α та β , пряма a належить площині α . Точка C належить прямій c , точка A належить площині α , але не належить площині β . Точка B належить площині β , але не належить площині α . Чи перетне AB пряму c (рис. 3а)? Чи перетне CB пряму c ?

Якщо учень має ускладнення із виконанням, то йому надається «підказка» - рисунок 3 б.

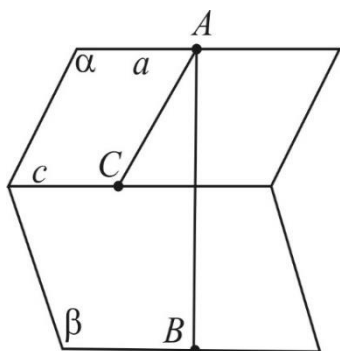


Рис.3 а. Рисунок до завдання 1

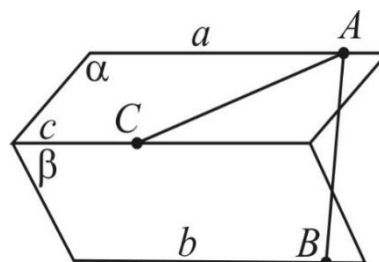


Рис.3 б. Рисунок до завдання 1

Лише якщо і на цьому етапі сприймання ускладнене, то пропонується виконати модель, використовуючи підручні засоби (папір, нитки), а також пропонується візуалізація за допомогою одного із зручних для вчителя математики у конкретних умовах програмних засобів. Використання *ШІ* у даному випадку не є доцільним.

Завдання 2 (усне). Демонструється рисунок 4 а. Учні пропонується, розглядаючи рисунок, уявити, що точка M : а) належить площині YOZ ; б) лежить на вісі OX .

Якщо учень має ускладнення на перших етапах, то доцільно запропонувати рисунки, які допомагають створити в уяві відповідне зображення. Демонструвати один з них 5-6 секунд (відлік усно вголос в оберненому напрямку 6-5-4-3-2-1), а потім виконується перехід до рисунка 4 а, причому ще раз вголос проговорюється завдання «Точка M належить площині YOZ ». Учень відмічає, чи «бачить» він відповідне розміщення точки M . При необхідності – повторюємо. Важливо, щоб спочатку відбувалось виконання одного завдання (2 а або 2 б). На наступному уроці (залежно від результатів) можна чергувати завдання.

Завдання 3 (усне). Демонструється рисунок 4 а. Учні повідомляється, що відомі координати точки $M(x; y; z)$. Пропонується уявити, розглядаючи рисунок, що:

- а) $x > 0; y > 0; z > 0$;
- б) $x < 0; y > 0; z > 0$.

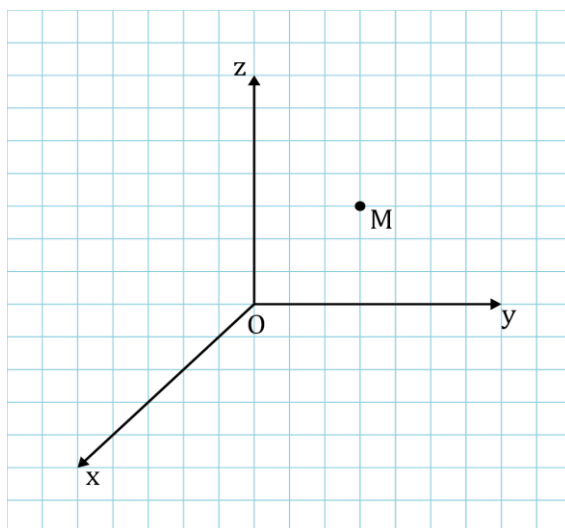


Рис. 4 а

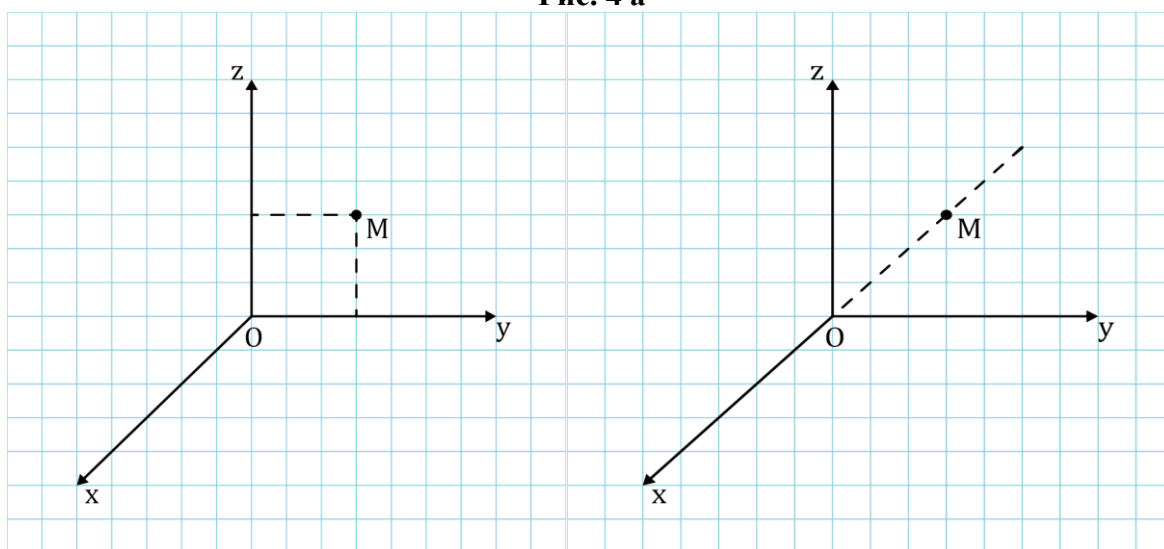


Рис. 4 б

Рис. 4 в

Рисунок до усного завдання на розвиток просторової уяви

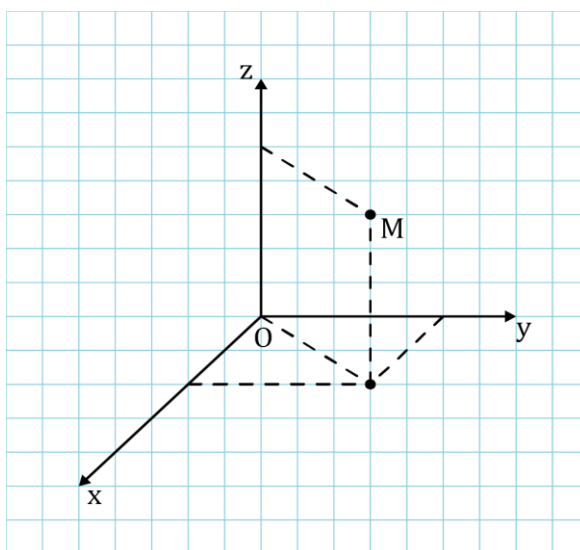


Рис. 5

Це завдання є більш складним. Якщо в учнів є ускладнення – надаємо підказку (рис. 5). Для другої частини завдання пропонуємо виконати «рисунок»-підказку самостійно. При необхідності демонструється готова модель або виконується модель з підручних засобів; пропонується візуалізація за допомогою цифрових засобів.

Експеримент на кожному з етапів продемонстрував, що використання такого типу завдань сприяє розвитку просторової уяви учнів, що, у свою чергу, сприяє формуванню та розвитку просторового мислення, та, як наслідок, сприяє кращому сприйманню учнями відповідних завдань з математики.

Звичайно, на уроці виділити достатньо часу на виконання таких завдань вчителю важко. Це може бути 1-2 завдання на початку уроку геометрії для «входження у діяльність» та наприкінці уроку. Такі завдання доцільно пропонувати учням виконувати вдома. Експеримент продемонстрував, що поступово достатньо велика частина учнів стають більш мотивованими і самостійно тренують власну просторову уяву через виконання таких завдань. Розвиток просторової уяви, а отже просторового мислення учнів, відбувається органічно у реальному навчальному процесі.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Описані завдання надають можливість зробити процес розвитку просторової уяви учнів більш ефективним. Нами передбачається здійснити порівняльний аналіз отриманих результатів експериментального дослідження у різні періоди.

Chashechnikova O. Development of spatial imagination of modern students.

The article examines the problems of spatial imagination development of modern students as a component of spatial thinking. Observations show that the digitalization of the learning process, on the one hand, has improved the ability to perceive spatial objects by those students whose level of spatial thinking development at the beginning of their studies is below average, but it inhibits the development of spatial thinking of those students who have the makings of a high level of spatial thinking development. It is necessary to take a dosed approach to providing assistance in the learning process through digital technologies. It has been determined that spatial thinking is formed not only in the process of studying stereometry, but also planimetry, as well as in the process of studying geometric material in grades 5-6. The development of spatial thinking also occurs during the familiarization of schoolchildren with the concepts of a coordinate ray, a coordinate line, a rectangular coordinate system (mathematics, grades 5-6), in the process of constructing graphs of functions, in particular by the method of geometric transformations (algebra, grades 7-9).

The article presents adjusted criteria for the level of formation of spatial thinking of students. Author's tasks are proposed, the implementation of which contributes to the development of spatial imagination of pupils / students and methodological aspects of working with them are presented.

The experiment at each stage demonstrated that the use of this type of tasks contributes to the development of spatial imagination of pupils, which, in turn, contributes to the formation and development of spatial thinking, and, as a result, contributes to a better perception of the relevant tasks in mathematics by pupils.

The described tasks provide an opportunity to make the process of developing spatial imagination of pupils more effective. It is planned to carry out a comparative analysis of the obtained results of the experimental study in different periods.

Keywords: *mathematics learning, spatial thinking, criteria for the formation of spatial thinking, spatial imagination.*

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Чашечникова О. С. Развитие математических способностей учеников основной школы / Дис... к. пед. наук: 13.00.02 / ИП АПН Украины. – К., 1997. – 208 с. (Chashechnikova O. S. Development of mathematical abilities of primary school students / (DSc thesis abstract) Pedagogical Sciences: 13.00.02 / IP APN of Ukraine. – K., 1997. – 208 p.)
2. Чашечникова О.С. (1996) Формування просторової уяви учнів старшої школи Педагогіка та психологія. 1996. №3. – С. 83-85. (Chashechnikova O.S. (1996) Formation of spatial imagination of high school students Pedagogy and psychology. 1996. No. 3. – P. 83-85).
3. Чашечникова О.С., Ібрагімова С. Е. (2025) Проблема розвитку просторового мислення учнів у сучасних умовах. Актуальні питання природничо-математичної освіти. 2(26). С.175-181. (Chashechnikova O., Ibrahimova S. (2025) The problem of developing students'

- spatial thinking in modern conditions. Topical issues of natural science and mathematics education. 2(26). P.175-181).
4. Чашечникова О. С. Теоретико-методичні основи формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики / Дис. д. п. н. за спец. 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика). – Сум ДПУ ім. А. С. Макаренка. – Суми, 2011. – 558 с. (Chashechnikova, O. S. (2011). Theoretical and methodological foundations of the formation and development of students' creative thinking in the conditions of differentiated teaching of mathematics (DSc thesis). Sumy)
 5. Anderson, John R. (2005) Cognitive Psychology and Its Implications. Worth Publishers, 2005 – 519.
 6. Jason Richard Power, Sheryl A. Sorby (2020) Spatial development program for middle school: teacher perceptions of effectiveness International Journal of Technology and Design Education Vol.:(0123456789) <https://doi.org/10.1007/s10798-020-09587-w1> 3
 7. Mustafa Aydın, Mehmet Tuğrul Yılmaz, Muzaffer Şeker Evaluation of the relationship between spatial abilities and anatomy learning // Anatomy (International Journal of Experimental and Clinical Anatomy) 2020.Vol 14 (2). Pp. 139-144
 8. Rita Nagy-Kondor, Saeed Esmailnia Development of spatial ability extra tasks (SAET): problem solving with spatial intelligence Quality & Quantity 2022
 9. Mix, K. S., Levine, S. C., Cheng, Y.-L., Young, C., Hambrick, D. Z., Ping, R., & Konstantopoulos, S. (2016). Separate but correlated: The latent structure of space and mathematics across development. *Journal of Experimental Psychology: General*, 145(9), 1206–1227. <https://doi.org/10.1037/xge0000182>
 10. Hsi, S., Linn, M. C. & Bell, J. E. (1997) The role of spatial reasoning in engineering and the design of spatial instruction Journal of Engineering Education, Vol. 86, No. 2, pp. 151-158.
 11. <https://www.youtube.com/watch?v=O0DxUrSTf3o>
 12. <https://www.youtube.com/watch?v=McvV-un3Fhs>

Подано до друку 26.03.2026
Прийнято до друку 14.04.2026