conformity assessment procedures» the Law of Ukraine «On state market supervision and control of non-food products», the Law of Ukraine «On general safety of non-food products».

The main components of toothpastes are: abrasives, water, humectants, thickeners, flavorings, sweeteners, preservatives, dyes, whiteners, anti-tartar agents, desensitizing agents, antimicrobial / anti-plaque agents. The contents of these components are of key importance for the type of toothpaste.

In our opinion, dental products should be harmless, neutral, have the ability to neutralize acids, which are formed in the oral cavity and destroy tooth enamel, as well as they must be mechanically clean and polish teeth.

For the experiment, 3 samples of toothpastes of the following brands were chosen: «Colgate», «Blend-a-med» and «Sanino».

In the course of the work, the organoleptic properties of toothpastes, their ability to foam, were determined, pH indicators were defined, and the contents of calcium carbonate in toothpaste samples were established.

Key words: *toothpastes, cosmetics, abrasive substances, surfactants, foaming, hydrogen index, calcium carbonate contents.*

УДК 378.016:517
DOI 10.5281/zenodo.7426955

В. В. Корольський
А. І. Римар
ORCID ID 0000-0001-9077-236X
Криворізький державний педагогічний університет

ГЕОМЕТРИЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ЧИСЛОВИХ РЯДІВ, ПОВ’ЯЗАНИХ З ДЕРЖАВНОЮ СИМВОЛІКОЮ

Метою дослідження є процес генерації числових рядів на основі геометричної інтерпретації елементів державної символіки України. Об’єктом дослідження є числові ряди. Предмет дослідження – одержання загальних членів рядів за допомогою їх геометричної інтерпретації; з’ясування збіжності утворених рядів і обчислення їх суми.

Результати дослідження: розв’язана низка задач по створенню числових рядів з візуалізацією їх членів шляхом використання геометричних інтерпретацій; виконано дослідження одержаних рядів на збіжність; розглянуто можливість реалізації міжпредметних зв’язків при генерації числових рядів на основі різноманітних геометричних інтерпретацій; з’ясовано, що використані алгоритми одержання рядів можна застосувати на інтегрованих уроках алгебри, геометрії та інших дисциплін в 10-11 класах, в програмах факультативів, математичних гуртків, на курсах підвищення кваліфікації, тижнях математики та подібних заходах; продемонстровані основи реалізації дидактичного принципу наочності при вивченні розділу «Ряди» студентами математичних спеціальностей. Проведене дослідження показало, що геометричні інтерпретації створюють сприятливі умови для сприйняття навчального матеріалу, поглиблення знань, реалізації нестандартного, компетентнісного, різнорівневого підходів, міжпредметних зв'язків, зв'язків з життям, родом зайнятості та іншими темами курсу математики при вивченні числових рядів.

Ключові слова: *числовий ряд, геометрична інтерпретація, державна символіка, теорія рядів, математичний аналіз, задача, математика, майбутні вчителі математики.*

Постановка проблеми. Важливою складовою вивчення геометричних об’єктів та їх властивостей, доведення формул обчислення параметрів цих об’єктів є геометрична інтерпретація. При вивченні курсу математичного аналізу геометричні інтерпретації набули широкого застосування. Проте в одному з основних розділів математичного аналізу «Ряди» геометричні образи членів ряду майже не використовуються.

Підручники, посібники, практикуми з математичного аналізу пропонують учням теоретичний матеріал, приклади розв’язування звичайних і нестандартних завдань, методи розв’язування із методичними вказівками, пропонують системи задач для самостійної роботи. Проте роботи не передбачають розробки задач з використанням геометричних інтерпретацій, рекомендованих при вивченні числових рядів, члени яких пов’язані з параметрами певних геометричних об'єктів. Немає також розробок задач, спрямованих на патріотичне виховання. На нашу думку, взагалі в математичному аналізі немає задач, які можна вважати спрямованими на патріотичне виховання. Також задач, які були б корисними для розвитку громадянської та соціальної компетентності. Таким чином, за нашою думкою, можливо, як показали наші дослідження, інтегрувати створення числових рядів за допомогою геометричних інтерпретацій з використанням державної символіки та символів ідентичності України. Саме це стало мотивом для генерації числових рядів, пов'язаних з державними символами України.

Аналіз актуальних досліджень. Розвитком теорії рядів займалися такі відомі науковці, як Л. Ейлер, Ж. Л. Даламбер, О. Л. Коші, Е. Е. Кумер, Г. Раабе, П. Менгорі, Я. Бернулі та інші.

За останні роки проблемі необхідності використання геометричної інтерпретації при вивченні числових рядів присвячений ряд публікацій Корольського В. В. [3; 4; 5; 6], Габ С. С., Комарової А. А., Няньчука В. В. та Примакової О. Ю., Христюк А. М. [9; 10].

Мета статті – представити розв’язання задач по створенню числових рядів за допомогою геометричних інтерпретацій, пов’язаних з державною символікою.

Виклад основного матеріалу. На нашу думку, вивчення числових рядів варто починати на рівні геометричних образів членів ряду. Розглянемо українську символіку та побудуємо різні числові ряди із застосуванням геометричної інтерпретації. Також дослідимо їх на збіжність.

Задача 1. Скласти числовий ряд площ криволінійних трапецій, що мають форму Прапора України, вписаних у квадрат зі стороною $a_n = \frac{d_n}{4}$, де d_n – довжина діагоналі n-го квадрата. Дослідити цей ряд на збіжність.

Використовуємо зображення Прапора України, вписаного у квадрат зі стороною 20 одиниць довжини. На рис. 1 розглядаємо геометричні інтерпретації ряда із застосуванням аналітичних задань одержаних нами функцій, представлених в таблиці 1.

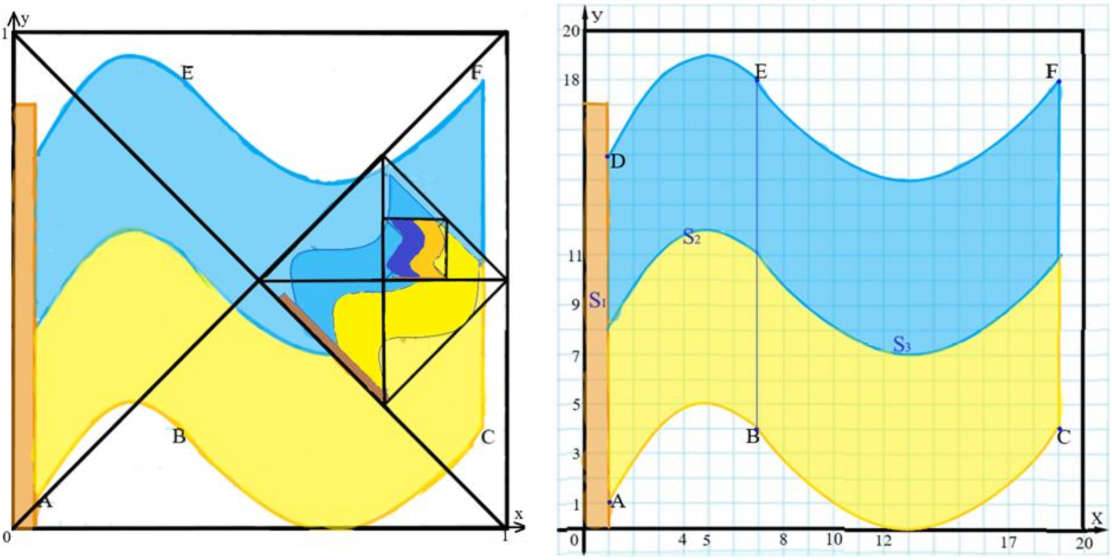

Рис. 1. Геометрична інтерпретація ряда «прапорів» з розбиттям криволінійної трапеції на фрагменти

Таблиця 1

Вихідні дані

№	Функція	Проміжок
1	AB: $y = -0{,}25x^2 + 2{,}5x - 1{,}25$	$x \in (1; 7)$
2	DE: $y = -0{,}25x^2 + 2{,}5x + 12{,}75$	$x \in (1; 7)$
3	BC: $y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{26}{9}x + \frac{169}{9}$	$x \in (7; 19)$
4	EF: $y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{26}{9}x + \frac{295}{9}$	$x \in (7; 19)$

Щоб полегшити обчислення, розглянемо квадрат зі стороною 20 та відповідну криволінійну трапецію вписану в нього, які отримали гомотетією $(O\ (0; 0), 20)$. Знайдемо площу «Прапора України». Вона обмежена кількома графіками функцій. Тож умовно розіб'ємо її прямими x = 0, x = 1, x = 7 та x = 19 на три менші площі. Обчислимо їх та знайдемо суму. Вона і буде площею шуканої криволінійної трапеції.

Площа S_1 обмежена графіками функцій: y = 0 та y = 17, x = 0, x = 1

$$S_1 = \int_0^1 (17 - 0)\, dx = 17x\ _0|^1 = 17$$

Площа S_2 обмежена графіками функцій: $y = -0{,}25x^2 + 2{,}5x - 1{,}25$, x = 1, x = 7 та $y = -0{,}25x^2 + 2{,}5x + 12{,}75$.

$$S_2 = \int_1^7 \left(-0{,}25x^2 + 2{,}5x + 12{,}75 - (-0{,}25x^2 + 2{,}5x - 1{,}25)\right)dx =$$

$$= \int_1^7 (19 - 5)\, dx = 14x\ _1|^7 = 98 - 14 = 84$$

Площа S_3 обмежена графіками функцій: $y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{26}{9}x + \frac{295}{9}$ та $y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{26}{9}x + \frac{169}{9}$, x = 7, x = 19

$$S_3 = \int_7^{19} \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{26}{9}x + \frac{295}{9} - \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{26}{9}x + \frac{169}{9}\right)\right)dx = 14x\ _7|^{19} = 168$$

$$S_{\text{прапора}} = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S_{\text{прапора}} = 17 + 84 + 168 = 269$$

Відношення площ гомотетичних фігур рівне коефіцієнту гомотетії, піднесеному до квадрата, тобто: $\frac{S_{\text{квадрата 20x20}}}{S_{\text{квадрата 1x1}}} = \frac{S_{\text{прапора 20x20}}}{S_{\text{прапора 1x1}}} = 20^2 = 400$. Тож, $\frac{269}{S_{\text{прапора 1x1}}} = 400$. Таким чином, площа криволінійної трапеції, що має форму «прапора», становить $\frac{269}{400}$ площі квадрата зі стороною 1 одиниця довжини.

Розглянемо геометричну інтерпретацію ряда «Прапорів України». Площа кожної криволінійної трапеції становить $\frac{269}{400}$ площі відповідного квадрата. Послідовність площ квадратів нам відома із базової задачі: $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{2^3}$, $S_3 = \frac{1}{2^6}$, …, $S_n = \frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Запишемо послідовність площ «Прапорів України», вписаних у квадрат зі стороною $a_n = \frac{d_n}{4}$, де d_n – довжина діагоналі n-го квадрата:

$$S_{1\ \text{прапора}} = \frac{269}{400} \cdot S_{1\ \text{квадрата}} = \frac{269}{400}$$

$$S_{2\ \text{прапора}} = \frac{269}{400} \cdot S_{2\ \text{квадрата}} = \frac{269}{400} \cdot \frac{1}{2^3}$$

$$S_{3\ \text{прапора}} = \frac{269}{400} \cdot S_{3\ \text{квадрата}} = \frac{269}{400} \cdot \frac{1}{2^6}$$

……………

$$S_{n\ \text{прапора}} = \frac{269}{400} \cdot S_{n\ \text{квадрата}} = \frac{269}{400} \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}}$$

Маємо ряд виду: $\sum_{n=1}^{\infty} S_{n\ \text{прапора}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{269}{400} \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Дослідимо одержаний ряд на збіжність.

Спочатку перевіримо виконання необхідної умови:

$\lim_{n\to\infty} S_{n\ \text{прапора}} = \lim_{n\to\infty} \frac{269}{400} \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}} = 0$ – необхідна умова виконується, а тому ряд площ криволінійних трапецій може бути збіжним.

Дослідимо ряд на збіжність за ознакою Д'Аламбера. Для цього запишемо: $S_{n+1} = \frac{269}{400 \cdot 2^{3n}}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{S_{n+1}}{S_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^{3n-3}}{2^{3n}} = \frac{1}{2^3} < 1$ – ряд площ прапорів збіжний.

Отриманий ряд – ряд геометричної прогресії, $S_{1\ \text{прапора}} = \frac{269}{400}$, $q = \frac{1}{2^3}$. Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{S_{1\ \text{прапора}}}{1-q} = \frac{269}{400} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{8}} = \frac{269}{\cancel{400}_{50}} \cdot \frac{\cancel{8}}{7} = \frac{269}{350}$.

Задача 2. Скласти числовий ряд площ криволінійних трапецій, що мають форму «Серця України», вписаних у квадрат зі стороною $\mathrm{a_n} = \frac{\mathrm{d_n}}{4}$, де $\mathrm{d_n}$ – довжина діагоналі n-го квадрата. Дослідити цей ряд на збіжність.

Використовуємо зображення «серця», вписаного у квадрат зі стороною 20 одиниць довжини та симетричного відносно прямої x = 10. На рис. 2 розглядаємо геометричні інтерпретації ряда із застосуванням аналітичних задань одержаних нами функцій, представлених в таблиці 2.

Таблиця 2

Вихідні дані

№	Функція	Проміжок
1	BC: $y = -4\sqrt{x-1} + 12$	x є (1; 10)
2	BD: $y = \frac{5}{2}\sqrt{x-1} + 12$	x є (1; 2)
3	DA: $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{2}x + 12$	x є (2; 10)

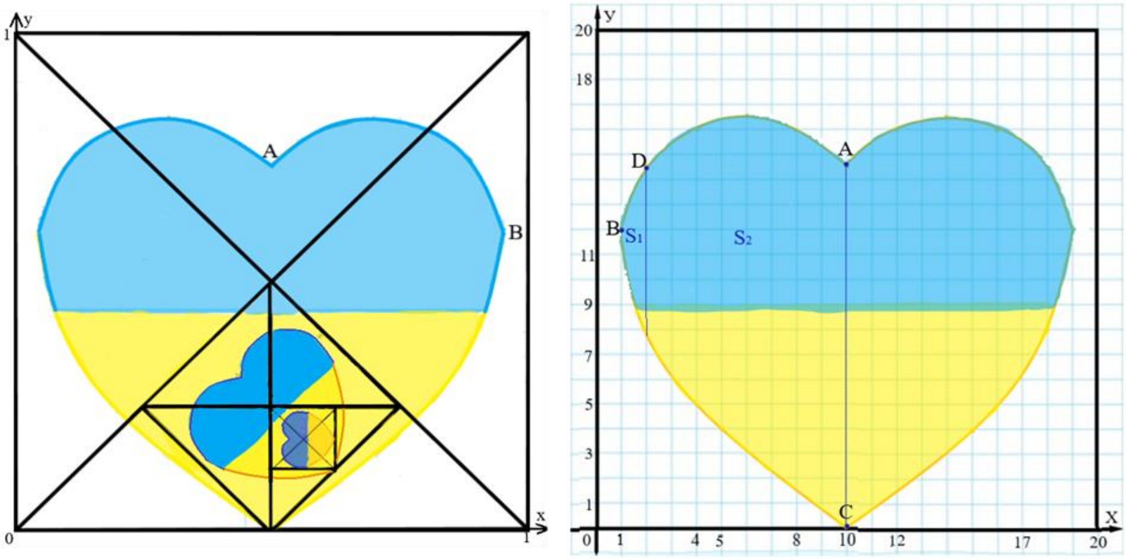

Рис. 2. Геометрична інтерпретація ряда «сердець» з розбиттям криволінійної трапеції на фрагменти

Щоб полегшити обчислення, розглянемо квадрат зі стороною 20 та відповідну криволінійну трапецію вписану в нього, який отримали гомотетією $(O\,(0;0), 20)$. Знайдемо площу «Серця України». Вона обмежена кількома графіками функцій. Умовно розіб'ємо прямими x = 2 та x = 10 площу половини серця на дві менші площі. Площа S_1 обмежена графіками функцій: $y = \frac{5}{2}\sqrt{x-1} + 12$ та $y = -4\sqrt{x-1} + 12$, x = 2, x = 1

$$S_1=\int_1^2\left(\frac{5}{2}\sqrt{x-1}+12-\left(-4\sqrt{x-1}+12\right)\right)dx=\int_1^2\left(\frac{13}{2}\sqrt{x-1}\right)dx=$$

$$=\frac{13}{2}\int_1^2(x-1)^{\frac{1}{2}}\,dx=\frac{13}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot(x-1)^{\frac{3}{2}}{}_1|^2=\frac{13}{3}\cdot\left((2-1)^{\frac{3}{2}}-(1-1)^{\frac{3}{2}}\right)=\frac{13}{3}$$

Площа S_2 обмежена графіками функцій: $y=-4\sqrt{x-1}+12$, $y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{2}x+12$, $x=2$, $x=10$.

$$S_2=\int_2^{10}\left(-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{2}x+12-\left(-4\sqrt{x-1}+12\right)\right)dx=100$$

Фігури, симетричні щодо прямої, рівні. А рівні фігури – «половинки серця» – мають однакові площі: $S_{\text{серця}}=2\cdot(S_1+S_2)$

$$S_{\text{серця}}=2\cdot\left(\frac{13}{3}+100\right)=\frac{626}{3}$$

Відношення площ гомотетичних фігур рівне коефіцієнту гомотетії, піднесеному до квадрата, тобто: $\frac{S_{\text{квадрата 20x20}}}{S_{\text{квадрата 1x1}}}=\frac{S_{\text{серця 20x20}}}{S_{\text{серця 1x1}}}=20^2=400$. Тож, $\frac{626}{3S_{\text{серця 1x1}}}=400$. Таким чином, площа криволінійної трапеції, що має форму «серця» становить $\frac{313}{600}$ площі квадрата зі стороною 1 одиниця довжини.

Розглянемо геометричну інтерпретацію ряда «Сердець України». Площа кожної криволінійної трапеції становить $\frac{313}{600}$ площі відповідного квадрата. Послідовність площ квадратів нам відома із базової задачі: $S_1=1$, $S_2=\frac{1}{2^3}$, $S_3=\frac{1}{2^6}$, …, $S_n=\frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Запишемо послідовність площ «Сердець України», вписаних у квадрат зі стороною $a_n=\frac{d_n}{4}$, де d_n – довжина діагоналі n-го квадрата:

$$S_{1\text{ серця}}=\frac{313}{600}\cdot S_{1\text{ квадрата}}=\frac{313}{600}$$

$$S_{2\text{ серця}}=\frac{313}{600}\cdot S_{2\text{ квадрата}}=\frac{313}{600}\cdot\frac{1}{2^3}$$

$$S_{3\text{ серця}}=\frac{313}{600}\cdot S_{3\text{ квадрата}}=\frac{313}{600}\cdot\frac{1}{2^6}$$

……………

$$S_{n\text{ серця}}=\frac{313}{600}\cdot S_{n\text{ квадрата}}=\frac{313}{600}\cdot\frac{1}{2^{3(n-1)}}$$

Маємо ряд виду: $\sum_{n=1}^{\infty}S_{n\text{ серця}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{313}{600}\cdot\frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Дослідимо одержаний ряд на збіжність.

Спочатку перевіримо виконання необхідної умови:

$\lim_{n\to\infty}S_{n\text{ серця}}=\lim_{n\to\infty}\frac{313}{600}\cdot\frac{1}{2^{3(n-1)}}=0$ – необхідна умова виконується, а тому ряд площ криволінійних трапецій може бути збіжним.

Дослідимо ряд на збіжність за ознакою Д'Аламбера. Для цього запишемо: $S_{n+1}=\frac{313}{600\cdot2^{3n}}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{S_{n+1}}{S_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{3n-3}}{2^{3n}}=\frac{1}{2^3}<1$ – ряд площ «сердець» збіжний.

Отриманий ряд – ряд геометричної прогресії, $S_{1\text{ серця}}=\frac{313}{600}$, $q=\frac{1}{2^3}$. Обчислимо суму членів ряду: $S=\frac{S_{1\text{ серця}}}{1-q}=\frac{313}{600}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{8}}=\frac{313}{\cancel{600}_{75}}\cdot\frac{\cancel{8}}{7}=\frac{313}{525}$.

Задача 3. Скласти числовий ряд площ криволінійних трапецій, що мають форму карти України, вписаних у квадрат зі стороною $a_n=\frac{d_n}{4}$, де d_n – довжина діагоналі n-го квадрата. Дослідити цей ряд на збіжність.

Використовуємо зображення карти України, вписаного у квадрат зі стороною 20 одиниць довжини. На рис. 3 розглядаємо геометричні інтерпретації ряда із застосуванням аналітичних задань одержаних нами функцій, представлених в таблиці 3.

Таблиця 3

Вихідні дані

№	Функція	Проміжок
1	AZ: $y = -x^2 + 4x + 7$	$x \in (0; 2)$
2	ZW: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$	$x \in (2; 4)$
3	AB: $y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 7$	$x \in (0; 6)$
4	WV: $y = -\frac{1}{5}x + \frac{69}{5}$	$x \in (4; 9)$
5	BC: $y = -x^2 + 12x - 29$	$x \in (6; 8)$
6	EF: $y = \frac{1}{2}x^2 - 7x + \frac{51}{2}$	$x \in (7; 9)$
7	FG: $y = -x^2 + 20x - 96$	$x \in (9; 11)$
8	IM: $y = \sqrt{\frac{1}{2}x - 6} + 2$	$x \in (12; 14)$
9	IJ: $y = -\sqrt[3]{x - 13} + 1$	$x \in (12; 14)$
10	KL: $y = \sqrt[3]{x - 15} + 1$	$x \in (14; 16)$
11	ML: $y = -\sqrt{\frac{1}{2}x - 7} + 3$	$x \in (14; 16)$
12	SR: $y = \sqrt{-\frac{1}{2}x + 8} + 12$	$x \in (14; 16)$
13	MN: $y = \sqrt{x - 14} + 3$	$x \in (14; 18)$
14	NP: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 20x - 193$	$x \in (18; 20)$
15	VU: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 11x - \frac{93}{2}$	$x \in (9; 11)$
16	UT: $y = -x^2 + 24x - 129$	$x \in (11; 12)$
17	TS: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 57$	$x \in (12; 14)$
18	RQ: $y = \sqrt{-x + 20} + 10$	$x \in (16; 20)$

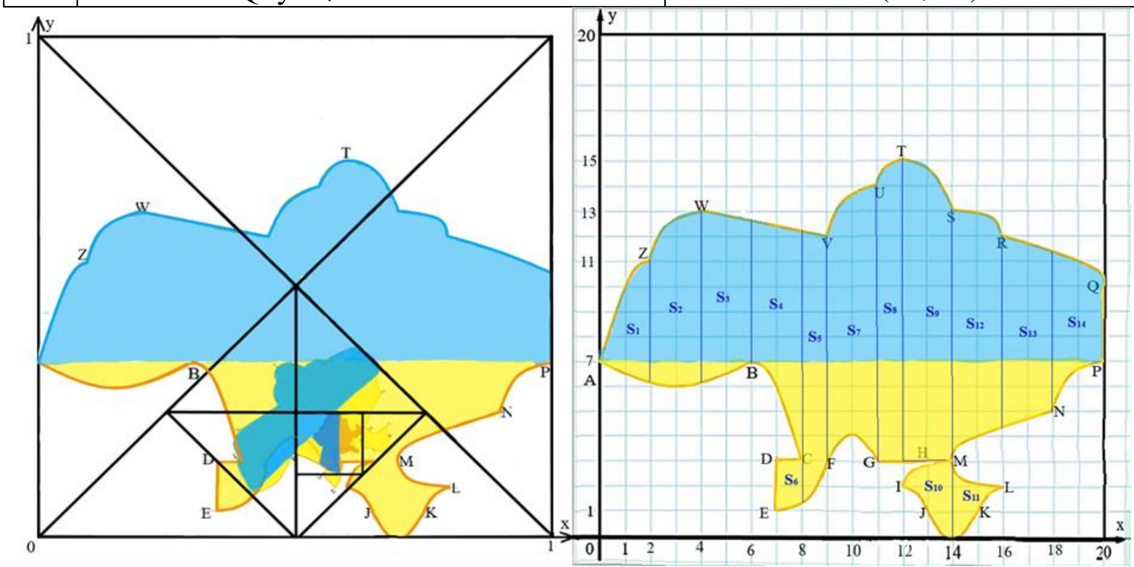

Рис. 3. Геометрична інтерпретація ряда «карт» з розбиттям криволінійної трапеції на фрагменти

Додаткові творчі завдання до задач про українську символіку. Учні отримують аркуші із зображеною там картою України. Кожен має спланувати і накреслити свою бажану майбутню подорож. Або можна запропонувати учням створити кардмейкінг – листівку для підтримки наших захисників.

Щоб полегшити обчислення, розглянемо квадрат зі стороною 20 та відповідну криволінійну трапецію вписану в нього, який отримали гомотетією $(O\ (0;0), 20)$. Знайдемо площу «карти України». Вона обмежена багатьма графіками функцій. Умовно розіб'ємо прямими x = 0, x = 2, x = 4, x = 8, x = 10, x = 11, x = 12, x = 14, x = 16, x = 18, x = 20 площу карти на 14 менших площ.

Площа S_1 обмежена графіками функцій: y $=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+7$, x = 2, x = 0 та y $=-x^2+4x+7$.

$$S_1=\int_0^2\left(-x^2+4x+7-\left(\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+7\right)\right)dx=\frac{172}{27}$$

Площа S_2 обмежена графіками функцій: y $=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+7$, x = 4, x = 2, y $=-\frac{1}{2}x^2+4x+5$.

$$S_2=\int_2^4\left(-\frac{1}{2}x^2+4x+5-\left(\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+7\right)\right)dx=\frac{340}{27}$$

Аналогічно за допомогою аналітичного задання функцій отримаємо наступні частинні суми ряда: $S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}$.

Площа S_3 обмежена графіками функцій: y $=-\frac{1}{5}x+\frac{69}{5}$, x = 4, x = 6, y $=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+7$, має значення $S_3 =\frac{1706}{135}$.

Площа S_4 обмежена графіками функцій: y $=-\frac{1}{5}x+\frac{69}{5}$, x = 6, x = 8, y $=-x^2+12x-29$, має значення $S_4=\frac{202}{15}$.

Площа S_5, яка обмежена графіками функцій: y $=-\frac{1}{5}x+\frac{69}{5}$, x = 8, x = 9, y $=\frac{1}{2}x^2-7x+\frac{51}{2}$, має значення $S_5=\frac{149}{15}$.

Площа S_6, яка обмежена графіками функцій: y = 3, y $=\frac{1}{2}x^2-7x+\frac{51}{2}$, x = 7, x = 8, має значення $S_6=\frac{11}{6}$.

Площа S_7, яка обмежена графіками функцій: y $=-x^2+20x-96$, x = 9, x = 11, y $=-\frac{1}{2}x^2+11x-\frac{93}{2}$, має значення $S_7=\frac{58}{3}$.

Площа S_8, яка обмежена графіками функцій: y = 3, $-x^2+24x-129$, x = 11, x = 12, має значення $S_8=\frac{35}{3}$.

Площа S_9, яка обмежена графіками функцій: y $=-\frac{1}{2}x^2+12x-57$, x = 12, x = 14, y = 3, має значення: $S_9=\frac{68}{3}$.

Площа S_{10}, яка обмежена графіками функцій: x = 12, x = 14, y $=\sqrt{\frac{1}{2}x-6}+2$, y $=-\sqrt[3]{x-13}+1$, має значення $S_{10}=\frac{29}{6}$.

Площа S_{11}, яка обмежена графіками функцій: x = 16, $y=\sqrt[3]{x-15}+1$, y $=-\sqrt{\frac{1}{2}x-7}+3$, x = 14, має значення $S_{11}=\frac{8}{3}$.

Площа S_{12}, яка обмежена графіками функцій: y $=\sqrt{x-14}+3$, x = 14, y $=\sqrt{-\frac{1}{2}x+8}+12$, x = 16, має значення $S_{12}=\frac{58-4\sqrt{2}}{3}$.

Площа S_{13}, яка обмежена графіками функцій: y $=\sqrt{x-14}+3$, x = 16, x = 18, y $=\sqrt{-x+20}+10$, має значення $S_{13}=14$.

Площа S_{14} обмежена графіками функцій: y $=-\frac{1}{2}x^2+20x-193$, y $=\sqrt{-x+20}+10$, x = 18, x = 20, має значення $S_{14}=\frac{22+4\sqrt{2}}{3}$.

$$S_{\text{карти}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8 + S_9 + S_{10} + S_{11} + S_{12} + $$
$$+ S_{13} + S_{14}$$

$$S_{\text{карти}} = \frac{172}{27} + \frac{340}{27} + \frac{1706}{135} + \frac{202}{15} + \frac{149}{15} + \frac{11}{6} + \frac{58}{3} + \frac{35}{3} + \frac{68}{3} + \frac{29}{6} + \frac{8}{3} +$$
$$+ \frac{58 - 4\sqrt{2}}{3} + 14 + \frac{22 + 4\sqrt{2}}{3} = \frac{512^{\backslash 5}}{27} + \frac{1706}{135} + \frac{117^{\backslash 27}}{5} + \frac{269^{\backslash 45}}{3} +$$
$$+ 14^{\backslash 135} = \frac{21420}{135} = 158\frac{2}{3}$$

Відношення площ гомотетичних фігур рівне коефіцієнту гомотетії, піднесеному до квадрата, тобто: $\frac{S_{\text{квадрата 20х20}}}{S_{\text{квадрата 1х1}}} = \frac{S_{\text{карти 20х20}}}{S_{\text{карти 1х1}}} = 20^2 = 400$. Тож, $\frac{476}{3S_{\text{карти 1х1}}} = 400$. Таким чином, площа криволінійної трапеції, що має форму «карти» становить $\frac{119}{300}$ площі квадрата зі стороною 1 одиниця довжини.

Розглянемо геометричну інтерпретацію ряда «карт України». Площа кожної криволінійної трапеції становить $\frac{119}{300}$ площі відповідного квадрата. Послідовність площ квадратів нам відома із базової задачі: $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{2^3}$, $S_3 = \frac{1}{2^6}$, …, $S_n = \frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Запишемо послідовність площ «карт України», вписаних в квадрат зі стороною $a_n = \frac{d_n}{4}$, де $\mathrm{d_n}$ – довжина діагоналі n-го квадрата:

$$S_{1\ \text{карти}} = \frac{119}{300} \cdot S_{1\ \text{квадрата}} = \frac{119}{300}$$
$$S_{2\ \text{карти}} = \frac{119}{300} \cdot S_{2\ \text{квадрата}} = \frac{119}{300} \cdot \frac{1}{2^3}$$
$$S_{3\ \text{карти}} = \frac{119}{300} \cdot S_{3\ \text{квадрата}} = \frac{119}{300} \cdot \frac{1}{2^6}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$S_{n\ \text{карти}} = \frac{119}{300} \cdot S_{n\ \text{квадрата}} = \frac{119}{300} \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}}$$

Маємо ряд виду: $\sum_{n=1}^{\infty} S_{n\ \text{карти}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{119}{300} \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Дослідимо одержаний ряд на збіжність.

Спочатку перевіримо виконання необхідної умови: $\lim_{n\to\infty} S_{n\ \text{кр}} = \lim_{n\to\infty} \frac{119}{300} \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}} = 0$ – необхідна умова виконується, а тому ряд площ криволінійних трапецій може бути збіжним.

Дослідимо ряд на збіжність за ознакою Д'Аламбера. Для цього запишемо: $S_{n+1} = \frac{119}{300 \cdot 2^{3n}}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{S_{n+1}}{S_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{3n-3}}{2^{3n}} = \frac{1}{2^3} < 1$ – ряд площ «карт» збіжний.

Ряд, отриманий нами – ряд геометричної прогресії, $S_{1\ \text{карти}} = \frac{119}{300}$, $q = \frac{1}{2^3}$. Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{S_{1\ \text{карти}}}{1 - q} = \frac{119}{300} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{34}{75}$.

За аналогічним алгоритмом можна отримати ряд «Гербів України» та «гетьманських булав», що буде продовженням нашої роботи.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Проведене дослідження показало, що геометричні інтерпретації створюють сприятливі умови для сприйняття навчального матеріалу, поглиблення знань, реалізації нестандартного, компетентнісного, різнорівневого підходів, міжпредметних зв'язків, зв'язків з життям, родом зайнятості та іншими темами курсу математики при вивченні числових рядів.

Запропоновано задачі на побудову та дослідження на збіжність числових рядів, пов'язаних з державною символікою. Обґрунтовано використання запропонованого підходу в процесі навчання математичного аналізу майбутніх вчителів математики. Частково задачі можна використати на уроках математики в 10-11 класах, факультативах, математичних гуртках, курсах підвищення кваліфікації, інтегрованих уроках, тижнях математики та подібних заходах, заняттях з математичних дисциплін у закладах вищої освіти.

Нами досліджується генерація числових рядів з використанням об'єктів побуту та довкілля. Зокрема будуть розв'язані задачі про числові ряди, пов'язані з рослинами-символами України, рідкісними представниками фавни.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Бобирь, В. Д., Корольський, В. В. (2019). Застосування ІКТ при вивченні числових та степеневих рядів. Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання: Матеріали тез Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів і молодих учених (27 листопада 2019 р., Чернігів). (Bobyr, V. D., Korolskiy, V. V. (2019). The use of ICT in the study of numerical and power series. A step into science: research in the field of natural and mathematical disciplines and their teaching methods: Materials theses All-Ukrainian scientific and practical conference of students, graduate students and young scientists (Nov. 27, 2019, Chernihiv).
2. Бобирь, В. Д., Христюк, А. М., Корольський, В. В. (2019). Реалізація дидактичного принципу наочності при вивченні числових рядів. Молоді вчені 2019 – від теорії до практики: Матеріали тез X Міжнародна конференція молодих вчених (7 березня 2019 р., Дніпро) (сс. 249-252). (Bobyr, V. D., Hrystiuk, A. M., Korolskiy V. V. (2019). Implementation of the didactic principle of visuality in the study of number series. Young scientists 2019 – from theory to practice: Materials theses X International conference of young scientists (Mar. 7, 2019, Dnipro,) (pp. 249-252)).
3. Корольський, В. В. (2017). Геометрична інтерпретація числових рядів. Новітні комп’ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XV. Кривий Ріг (сс. 57-63). (Korolskiy, V. V. (2017). Geometric interpretation of numerical series. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XV. Kryvyi Rih (pp. 57-63)).
4. Корольський, В. В. (2018). Геометрична інтерпретація числового ряду арифметичної прогресії. Новітні комп’ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XVI. Кривий Ріг (сс. 59-66). (Korolskiy, V. V. (2018). Geometric interpretation of a numerical series of arithmetic progression. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XVI. Kryvyi Rih (pp. 59-66)).
5. Корольський, В. В., Габ, С. С. (2018). Лінійна, квадратурна та куботурна геометрична інтерпретація числових рядів засобами моделювання. Новітні комп’ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XVI. Кривий Ріг (сс. 67-73). (Korolskiy, V. V., Gab, S. S. (2018). Linear, quadrature and cuboidal geometric interpretation of numerical series by means of modeling. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XVI. Kryvyi Rih (pp. 67-73)).
6. Корольський, В. В. Габ, С. С. (2018). Числові ряди, які пов’язані з параметрами додекаедра. Вісник міжнародного дослідницького центру «Людина: мова, культура, пізнання»: науковий журнал, В. В. Корольський (ред.). Том 42. Кривий Ріг (сс. 39-45). (Korolskiy, V. V., Gab, S. S. (2018). Numerical series related to the parameters of the dodecahedron. Bulletin of the International Research Center "Man: Language, Culture, Cognition": scientific journal, V. V. Korolskiy (Ed.). Volume 42. Kryvyi Rih (pp. 39-45)).
7. Крюков, М. М., Клецька, Т. С. (2013). До історії розвитку і становлення теорії нескінченних числових рядів. Математичне моделювання, 6, 117-120. (Kryukov, M. M., Kletska, T. S. (2013). To the history of development and formation of the theory of infinite numerical series. Mathematical modeling, 6, 117-120).
8. Сачанюк-Кавецька, Н. В., Педорченко, Л. І., Ковальчук, М. Б. (2008). Теорія рядів. Навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ. (Sachanyuk-Kavetska, N. V., Pedorchenko, L. I., Kovalchuk, M. B. (2008). Theory of series. Tutorial. Vinnytsia: VNTU).
9. Бобирь, В. Д., Христюк, А. М. (2019). Зв'язок рядів арифметичної прогресії та гармонічних рядів. Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2019 р.) (11-12 квітня 2019 р., Черкаси). Черкаси: Вид. ФОП Гордієнко Є. І. (Bobyr, V. D., Hrystiuk, A. M. (2019). The relationship between the

series of arithmetic progression and harmonic series. Materials of the International Scientific and Methodical Conference "Problems of Mathematical Education" (PMO – 2019) (Apr. 11-12, 2019, Cherkasy). Cherkasy: Ed. FOP Gordienko E. I.).

10. Бобирь, В. Д., Христюк, А. М. (2019). Реалізація дидактичного принципу наочності при вивченні числових рядів. Х Міжнародна конференція молодих вчених «Молоді вчені 2019 – від теорії до практики» (7 березня 2019 р., Дніпро). (Bobyr, V. D., Hrystiuk, A. M. (2019). Implementation of the didactic principle of visuality in the study of number series. 10th International Conference of Young Scientists "Young Scientists 2019 – from Theory to Practice" (Mar. 7, 2019, Dnipro). Dnipro.
11. Шкіль, М. І. (1981). Математичний аналіз, ч ІІ: Посібник для педагогічних інститутів. Київ: Вища школа. Головне видавництво. (Schkil, M. I. (1981). Mathematical analysis, part II: Manual for pedagogues. institutes. Kyiv: Vyshcha shkola. Main publishing house).

Korolskiy V. V., Rymar A. I. Geometric interpretation of numerical series associated with state symbols.

Summary. *The purpose of the research is the process of generating numerical series based on the geometric interpretation of the elements of the state symbols of Ukraine. The object of research is numerical series. The subject of the research is to obtain the common terms of the series by means of their geometric interpretation; to find out the convergence of the generated series and calculate their sum.*

Results of the research: a number of problems on the creation of numerical series with visualization of their members by using geometric interpretations has been solved; the study of the obtained series for convergence has been performed; the possibility of implementing interdisciplinary connections in the generation of numerical series based on various geometric interpretations has been considered; it is found that the used algorithms for obtaining series can be used in integrated lessons of algebra, geometry and other disciplines in 10-11 classes, in elective programs, mathematical circles, in-service training courses, mathematics weeks and similar events; the basics of the didactic principle of visibility in the study of the section "Series" by students of mathematical specialties are demonstrated. The conducted research showed that geometric interpretations create favorable conditions for the perception of educational material, deepening of knowledge, implementation of non-standard, competence-based, multi-level approaches, interdisciplinary connections, connections with life, type of employment and other topics of the mathematics course when studying number series

Key words*: numerical row, geometric interpretation, state symbols, theory of series, mathematical analysis, problem, mathematics, future teachers of mathematics.*