



- Шаран О., Шаран В. Забезпечення наступності у вивченні дробів: математичний та методичний аспекти. *Освіта. Інноватика. Практика*, 2025. Том 13, № 8. С. 162-170. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol13i8-021>.
- Sharan O., Sharan V. Zabezpechennia nastupnosti u vyvchenni drobitv: matematychnyi ta metodychnyi aspekty [Ensuring continuity in the study of fractions: mathematical and methodological aspects]. *Osvita. Innovatyka. Praktyka – Education. Innovation. Practice*, 2025. Vol. 13, No 8. S. 162-170. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol13i8-021>.

УДК 373.016:511.13

DOI: 10.31110/2616-650X-vol13i8-021

**Олександра ШАРАН**Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна  
<https://orcid.org/0000-0003-3198-8026>

sharan\_oleks@ukr.net

**Володимир ШАРАН**Національний університет «Львівська політехніка», Україна  
<https://orcid.org/0000-0002-2542-952X>

volsharan@ukr.net

### ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАСТУПНОСТІ У ВИВЧЕННІ ДРОБІВ: МАТЕМАТИЧНИЙ ТА МЕТОДИЧНИЙ АСПЕКТИ

**Анотація.** Статтю присвячено проблемі наступності в навчанні математики, зокрема такої теми, як «Дробів». У дослідженні описано важливість забезпечення наступності між основними етапами навчання, розглянуто означення цього різнопланового педагогічного явища та можливості забезпечення наступності на різних рівнях: загальнодидактичному, предметному, методичному та особистісному. У статті описано важливість розширення множини цілих невід'ємних чисел дробовими числами, їх застосовність у різних науках, що підкреслює їхню фундаментальну природу. Окрім ґрунтовних математичних застосувань, описано значення дробів для кожної людини у повсякденному житті. Зроблено висновок, що вони впливають на розвиток критичного мислення та слугують важливим інструментом для прийняття обґрунтованих рішень. Описано проблему адаптаційного періоду навчання, яка існує у процесі вивчення дробів учнями на межі початкової та базової середньої школи, основні складнощі у її подоланні. У дослідженні розглянуто можливості пропедевтичного ознайомлення з частинами цілого в умовах закладу дошкільної освіти, описано, які властивості й закономірності будуть доступними для розуміння дітьми дошкільного віку. Проаналізовано основні питання, що розглядаються чинними програмами початкової та базової середньої школи стосовно вивчення дробів, описано типові труднощі та причини помилок учнів. Основну увагу приділено методиці подолання цих труднощів та можливості корекції набутих знань та вмінь учнів. При цьому виділено основні етапи вивчення теми та відповідні математичні матеріали, моделі дробів, використання яких буде доцільним на кожному з них. Описано основні відмінності між цілими та дробовими числами, з якими варто ознайомити учнів з метою узагальнення чи здійснення корекції їх знань та вмінь. Наведено ефективні форми опрацювання навчального матеріалу, пов'язаного з дробами, навчальну стратегію скафолдинг, якої варто дотримуватися вчителю для результативного навчання. Наголошено на важливості поєднання традиційних методів навчання математики та сучасних технологій, таких як: ігрові, цифрові технології, доповнена та віртуальна реальність, гейміфікація, в освітньому процесі початкової та базової середньої школи.

**Ключові слова:** Нова українська школа; методика навчання математики; учні початкових класів; учні 5-6 класів; наступність; вивчення частин цілого та дробів.

**Oleksandra SHARAN**Ivan Franko National University of Lviv, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0003-3198-8026>

sharan\_oleks@ukr.net

**Volodymyr SHARAN**Lviv Polytechnic National University, Ukraine  
<https://orcid.org/0000-0002-2542-952X>

volsharan@ukr.net

### ENSURING CONTINUITY IN THE STUDY OF FRACTIONS: MATHEMATICAL AND METHODOLOGICAL ASPECTS

**Abstract.** The article is devoted to the problem of continuity in teaching mathematics, in particular, the topic of "Fractions". The study highlights the importance of ensuring continuity between the main stages of learning, examines the definition of this diverse pedagogical phenomenon, and explores the possibilities of maintaining continuity at various levels: general didactic, subject-specific, methodological, and personal. The article describes the importance of expanding the set of nonnegative integers to include fractions, highlighting their applicability in various sciences and emphasizing their fundamental nature. In addition to the thorough mathematical applications, the importance of fractions in everyday life is also described. It is concluded that they influence the development of critical thinking and serve as an important tool for making informed decisions. The problem of the adaptation period in learning fractions, which occurs during the transition from primary to basic secondary school, is described, along with the main difficulties in overcoming it. The study explores the potential of introducing propaedeutic familiarization with parts of the whole in preschool education, and describes the properties and patterns that preschool children can understand. The main issues addressed by the current primary and basic secondary school curricula in relation to the study of fractions are analyzed, and typical difficulties and causes of students' mistakes are described. The main focus is on methods for overcoming these

*difficulties and the possibility of correcting the acquired knowledge and skills of students. The main stages of studying the topic and the relevant mathematical materials, including fraction models, are highlighted, along with the models that will be appropriate for each stage. The main differences between integers and fractions are described, which students should be familiar with in order to generalize or correct their knowledge and skills. Effective forms of processing educational material related to fractions, the educational strategy of scaffolding, which should be followed by the teacher for effective learning, are presented. The importance of combining traditional methods of teaching mathematics and modern technologies, such as gaming, digital technologies, augmented and virtual reality, and gamification, in the educational process of primary and basic secondary schools is emphasized.*

**Keywords:** *New Ukrainian School; methodology of teaching mathematics; primary school students; students of grades 5-6; continuity; studying parts of a whole and fractions.*

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі реформування системи освіти в Україні, зокрема впровадження Концепції Нової української школи (НУШ) у сферу загальної середньої освіти на період до 2029 року, нагальною є реалізація компетентнісного підходу у процесі навчання, що передбачає формування ключових компетентностей школярів [16]. До важливих компетентностей, необхідних для успішної самореалізації особистості, належить математична грамотність, що включає здатність учня використовувати математичні знання, навички та розуміння для вирішення реальних життєвих проблем та задач [2, с. 6].

Вивчення дробів є одним із фундаментальних етапів шкільного курсу математики та, як показує практика, одним із найбільш складних для учнів водночас. Оскільки основи цієї теми закладаються ще в початковій школі та мають продовження в курсі математики 5 – 6 класів, постає питання забезпечення наступності у вивченні цієї теми. Наступність має забезпечувати логічне й послідовне ускладнення математичних понять, введення термінології, способів виконання дій. Порушення наступності у формуванні уявлень про дробі в початковій і базовій середній школі може призвести до формального засвоєння знань, труднощів у подальшому вивченні математики та суміжних наук. При цьому важливим є дотримання узгодженості між математичним змістом матеріалу та відповідним методичним забезпеченням вивчення теми на різних її етапах.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблему забезпечення наступності, зокрема, у вивченні учнями математики, досліджували сучасні українські вчені: І. Бондаренко, Т. Зорочкіна, Є. Лодатко, С. Лук'янова, О. Онопрієнко, С. Скворцова, Н. Тарасенкова, О. Чашечникова та ін. Проблема формування математичної компетентності учнів також не нова, зокрема, у початковій школі питання вивчення частин та дробів розглядали укладачі усіх чинних підручників з математики для 3, 4, 5, 6 класів та автори окремих науково-методичних публікацій: Т. Бріцкан, Н. Кіщук, О. Кучерява, Н. Ляшова, О. Синякова, С. Скворцова, В. Чайченко та ін. Зокрема, Н. Кіщук [11] описує дробі як функціональні відношення та з допомогою цього підходу демонструє методику вивчення поняття дробу та операцій з ними на образно-графічному рівні учнями початкових і середніх класів. У навчально-методичному посібнику Н. Ляшової та В. Чайченка [14] подано методику формування поняття дробу на основі моделювання та наочно-індивідуальної роботи з учнями початкової школи. О. Кучерява [13] розглядає дробі, що дорівнюють одиниці, а також пов'язані з цим поняттям задачі на рух. О. Синякова [19] ознайомлює учнів з дробами, використовуючи прийоми ейдетики. С. Скворцова та Т. Бріцкан [20] розглядають методику вивчення звичайних дробів в курсі математики 4-го класу з використанням віртуальних симуляцій. Історичний аспект проблеми описували вчені: В. Бевз [5], О. Бородін, М. Ігнатенко, Д. Стройк та ін. Авторами розглянуто історичні аспекти розширення поняття числа, причини, історію виникнення та вивчення дробів.

Компетентнісне засвоєння учнями теми «Дробі» є предметом дослідження й сучасних закордонних авторів: Syed Ismail S. A., Maat Siti M., Khalid F., Ketterlin-Geller L. R., McClure A., Hatfield C., Tadeu P. та ін. Так, у своєму дослідженні P. Tadeu [4] розглядає методику навчання школярів дробових чисел на основі використання візуальних посібників й ілюстрацій з реального світу та низку методів оцінювання знань про дробі, зокрема, формувальне оцінювання та оцінювання з використанням цифрових технологій. Учителі математики S. Ismail, S. Maat, F. Khalid у своїй статті [3] описують труднощі, що виникають у викладанні дробів, педагогічні стратегії, що використовуються для подолання цих проблем, та вплив цих стратегій на розуміння учнів. Робота L. R. Ketterlin-Geller, A. McClure, C. Hatfield [1] спрямована на допомогу вчителям у навчанні основних понять та навичок роботи з дробами, містить опис послідовних практик та відповідних рекомендацій.

Незважаючи на велику кількість публікацій, проблема забезпечення наступності у вивченні дробових чисел залишається недостатньо розкритою та актуальною.

**Метою дослідження** є аналіз математичних основ поняття дробу та виявлення ефективних методичних прийомів, що забезпечують наступність у його вивченні.

**Методи дослідження.** Реалізація поставленої мети здійснена шляхом використання теоретичних і емпіричних методів наукового дослідження. Зокрема, за допомогою аналізу та синтезу опрацьовано нормативно-правову базу (Державні стандарти початкової та базової середньої освіти, типові освітні програми, методичні рекомендації МОН), а також математичну, психолого-педагогічну й методичну літературу щодо формування поняття дробу. Метою було виявити провідні тенденції та

вимоги до забезпечення наступності у вивченні дробових чисел. Метод синтезу застосовано для узагальнення вимог до тлумачення поняття дробу в 3–6 класах і для адаптації відповідних способів дій з урахуванням вікових особливостей учнів. Порівняльний аналіз дозволив зіставити програмні вимоги й змістові лінії початкової та базової школи, оцінити сильні сторони й розриви (термінологічні, змістові, формат завдань) та окреслити способи забезпечення наступності між ланками освіти. Узагальнення результатів дало змогу виокремити ключові принципи забезпечення наступності: різні види наочності та репрезентації дробових чисел, поступовий перехід від предметної наочності через моделі до абстрактних чисел, поетапне ускладнення та єдиність мовно-символічного оформлення.

Емпіричний блок реалізовано через цілеспрямоване педагогічне спостереження за уроками математики в 3–6 класах (фіксувалися способи репрезентації дробів, типові помилки, запитання вчителя, перехід від конкретних дій до схем і символів), проведення контрольних зрізів (вхідного й підсумкового) з завданнями на концептуальне розуміння та обчислювальні вміння, а також порівняння отриманих результатів у двох напрямках: «до і після» всередині кожного класу і між експериментальними й контрольними класами. Узагальнення кількісних і якісних даних дозволило оцінити ефективність запропонованої методики та визначити умови її результативного впровадження.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Проблема наступності є однією з актуальних проблем у педагогічній теорії та практиці неперервної освіти. Про це свідчить велика кількість публікацій та глибоких наукових досліджень вітчизняних та зарубіжних вчених у різні роки. На це націлюють сучасні нормативні документи освіти. Так, у законі України «Про освіту» зазначається, що цілісність і наступність системи освіти є одними з основних засад державної політики у сфері освіти та принципів освітньої діяльності [10]. Чинні модельні навчальні програми з математики для 5 – 6 класів закладів загальної середньої освіти побудовані на важливих дидактичних принципах, одним із яких є принцип наступності, зокрема, в навчанні математики в початковій школі та в першому циклі базової школи [15].

Важливість дотримання наступності важко переоцінити, адже завдяки їй відбувається логічний зв'язок між етапами навчання та рівнями освіти, забезпечується поступальний характер і розвиток. «Забезпечення наступності змісту освіти на суміжних ступенях навчання, узгодженості змісту всієї системи освітніх закладів – від дитячого садка до післявишівської освіти та самоосвіти – є однією з умов успішного розв'язання завдань неперервної освіти й підготовки освічених, моральних, мобільних, конструктивних і практичних людей, здатних до самоосвіти і самореалізації протягом життя». – зазначає О. Вашуленко [6, с. 50]

Поняття наступності у педагогічній теорії є складним та багатоаспектним, тому єдиного визначення цього поняття не існує. Зокрема, аналіз психолого-педагогічної літератури свідчить про різні підходи до його означення.

Наступність розглядають як:

- послідовність і системність у розміщенні навчального матеріалу, зв'язок і узгодженість ступенів і етапів навчально-виховного процесу (С. Гончаренко [7, с. 227]);
- опора на пройдене, використання й подальший розвиток учнівських знань, умінь і навичок; розширення й поглиблення цих знань, усвідомлення вже відомого, але на новому, вищому етапі (К. Щербакова [24, с. 86]);
- принцип освіти, який передбачає зв'язок та узгодженість мети, змісту, організаційно-методичного забезпечення етапів освіти, які межують один з одним (О. Савченко [18, с. 85]);
- універсальна педагогічна категорія, яка забезпечує взаємоузгодженість і взаємозв'язок суміжних ступенів, етапів педагогічної діяльності, що й забезпечує неперервність системи освіти (О. Вашуленко [6, с. 54]) тощо.

Оскільки наступність є різноплановим педагогічним явищем, тому вона повинна забезпечуватися на різних рівнях:

- на загальнодидактичному, допредметному рівні, що відображається в концептуальних положеннях нормативних освітніх документів;
- на предметному рівні – через узгодження навчальних планів, програм, підручників, посібників тощо;
- на рівні навчального матеріалу (методичному), що забезпечується учителем на уроках логікою змістової та процесуальної сторін освітнього процесу;
- на рівні присвоєння, індивідуальної адаптації дитини до нових умов, врахування психологічних та навчальних особливостей кожного учня та учениці [17].

Розглянемо питання забезпечення наступності між початковою та базовою середньою школою під час вивчення математики, зокрема, дробових чисел.

На допредметному рівні: в законі України «Про освіту» [10], Концепції Нової української школи [12], Державному стандарті базової середньої освіти [8], Державному стандарті початкової освіти [9]

велика увага приділяється неперервності освіти, збереження наступності між її етапами, компетентнісного набуття учнями знань, зокрема, математичних, які є основою для їх подальшого навчання на наступних рівнях освіти.

На предметному рівні: навчальні програми для 3 – 4 [22] й 5 – 6 класів [15] та відповідне навчально-методичне забезпечення розроблені з врахуванням принципу наступності і перспективності навчання.

Опишемо особливості збереження наступності на методичному рівні, які здатний забезпечити учитель на уроках математики.

Кожна наука оперує своїми поняттями. Одним з основних, фундаментальних понять математики є поняття числа. Рівень математичної компетентності учня визначається насамперед тим, наскільки глибоко він розуміє природу чисел, їх сутність, властивості, взаємозв'язки. Поняття дробу поглиблює та значно розширює знання основ теорії чисел.

Розуміння та вміння оперувати дробами є важливою частиною математичної освіти, оскільки використовується у співвідношеннях, пропорціях, алгебраїчних перетвореннях тощо.

Дробові числа розширюють множину цілих чисел, заповнюють прогалини між цілими числами на числовій прямій та забезпечують певну неперервність, необхідну для математичної узгодженості та розвитку математичних теорій та застосувань. Це розширення виявляється незамінним в сучасних обчисленнях та розв'язанні задач, де математична точність та здатність керувати складними операціями з числами є важливими. Також дроби використовуються різними науками, такими як: математичний аналіз (наприклад, похідна як відношення приросту функції до приросту аргументу тощо), статистика та теорія ймовірностей (ймовірність події як відношення кількості сприятливих елементарних подій до загальної кількості елементарних подій тощо), фізиці (швидкість як відношення пройденого шляху до часу, прискорення, густина речовини тощо), хімії (молярна концентрація як відношення кількості речовини до об'єму розчину тощо) та ін. Ці застосування дробів у різних дисциплінах підкреслюють їхню фундаментальну природу. Вони забезпечують глибше розуміння різних інших понять і дозволяють нам точніше моделювати та інтерпретувати світ [4].

Окрім ґрунтовних математичних застосувань, дроби мають важливе значення для кожної людини, оскільки є основою численних повсякденних розрахунків у нашому житті. Зокрема, під час вимірювання розмірів предметів, кількості будівельних матеріалів під час ремонту житла, у приготуванні їжі та випічці, тривалість нот у музиці, пропорції у дизайні та мистецтві, дозування препаратів у медицині, рішення щодо покупки з відсотковим зниженням ціни, отримання заощаджень від банківських вкладів тощо – всюди задіяні знання та вміння оперувати дробами. Таким чином дроби сприяють розвитку критичного мислення, надаючи людям інструменти, необхідні для прийняття виважених рішень. Цей вплив виходить за межі математичних обчислень, проникає в повсякденне життя та дозволяє швидко приймати рішення у різних ситуаціях.

Дробові числа вивчаються учнями у різних класах, на різних етапах шкільного навчання. У навчальний матеріал входять різні види дробів: розпочинається вивчення з частин цілого, множини – дробових чисел з чисельником 1, формується поняття звичайного дробу (правильних і неправильних дробів), десяткових дробів (скінченних та нескінченних), вводиться поняття відсотка, узагальнюється матеріал формуванням поняття раціонального числа. У розрізі нашого дослідження важливим є питання компетентнісного вивчення матеріалу про дроби на кожному з етапів шкільного навчання і разом з тим збереження цілісності уявлень про поняття дробового числа.

Особливо важливим це питання постає при переході учня з початкової до базової школи, коли змінюється для нього «все навколо»: соціальний статус (уже не молодший школяр), умови навчання (учитель вже не один, їх багато), методи й форми навчання (вони різні у різних учителів) тощо. Тому важливо зберегти ту «ниточку», основу, той фундамент, закладений у початковій школі, та помало й обережно його нарощувати. Мова йде про загальні психолого-педагогічні умови навчання у п'ятому класі, виокремлення та особливе зосередження зусиль учителів під час адаптаційного періоду навчання п'ятикласників. Постає важливе питання про підготовленість педагогів до роботи з учнями в адаптаційному періоді, їх обізнаність з методами та формами роботи, а також особливості оцінювання на попередньому етапі освіти, узгодження методик навчання математики в початковій та базовій школах, їх адаптацію до можливостей здобувачів освіти тощо. Як зазначає О. Вашуленко, «сутність наступності не тільки у наявності наступних зв'язків. Вона передбачає врахування динаміки, руху, розвитку педагогічного процесу» [6, с. 6].

У процесі шкільного навчання учні поступово навчаються оперувати різними числовими множинами. Математичне мислення учнів зазнає суттєвих змін та трансформацій при кожному розширенні поняття числа. Учителю важливо продумати стратегію навчання учнів, щоб полегшити їм сприйняття, розбити матеріал на окремі частини – доступні ідеї, що легко засвоюються учнями на ранніх етапах навчання.

З метою пропедевтики вивчення частин числа варто провести ознайомлення дітей з частинами цілого ще в дошкільному віці [24]. З поділом цілого (множини) на частини (окремі елементи або їх групи) та оберненою дією – утворення цілого з окремих частин – діти ознайомлюються ще на третьому-четвертому році життя, хоча й не усвідомлюють ще цієї дії. У старшому дошкільному віці варто цілеспрямовано приділяти увагу усвідомленому поділу множини на рівні частини способом групування елементів множини, поділ одного предмета на рівні частини способом складання, вимірювання та розрізування, утворення цілого з частин, відношення частин до цілого. За допомогою системи вправ та відповідних дидактичних ігор діти навчаються ділити ціле на рівні частини, розуміти поняття: порівну, половина, одна з двох частин цілого, четверта частина (чверть), дві четвертих, три четвертих цілого тощо. Досліджуючи, діти роблять висновки, що ціле завжди більше, ніж його частина, а частина менша від цілого тощо. Наступність вивчення цього матеріалу зберігається під час навчання орієнтування у часі дітей старшого дошкільного віку, коли засвоюються поняття: година, півгодини, чверть години, без чверті година. Таким чином проведена вихователем робота сприятиме пропедевтичному ознайомленню дітей з частинами цілого (числа), під час якого вони ще додатково відкривають певні закономірності та розвивають своє логічне мислення.

У початковій школі, зокрема, у третьому класі, учнів ознайомлюють з частинами, їх назвами (половина, третина, чверть, п'ята частина, ...) та записом (чисельником та знаменником), навчають порівнювати частини за допомогою наочності, розв'язувати задачі на знаходження частини від числа і числа за його частиною. Застосовуючи дослідження, учні засвоюють твердження: якщо ціле розділити на більшу кількість однакових частин, то отримаємо менші за величиною частини; щоб знайти частину від цілого (числа), треба це число (величину цілого) поділити на кількість рівних у ньому частин; щоб знайти ціле за значенням його частини, треба це значення помножити на кількість частин у цілому.

У четвертому класі учні засвоюють поняття дробу як однієї або кількох рівних частин цілого. Молодших школярів ознайомлюють із дробами, які дорівнюють 1, які менші від 1, та дробами, які більші за 1, що є пропедевтикою вивчення правильних і неправильних дробів; навчають порівняння дробів з рівними знаменниками або рівними чисельниками; знаходити дріб від числа та число за величиною його дробу, а також яку частину одне число становить від іншого [22].

Важливою частиною методики навчання дробів є візуалізація навчального матеріалу. Як зазначає Н. Тарасенкова, оперування візуальними образами пов'язується з функціонуванням так званого візуального мислення людини, яке може виступити тим містком, який забезпечить ґрунтовне навчання школяра на основі залучення коркових формацій обох півкуль головного мозку [21, с. 120].

За допомогою наочності – математичних матеріалів, такої як смужки паперу, геометричні фігури (круги, прямокутники, рівносторонні трикутники тощо), яблуко, піца, торт та ін., та діяльнісного методу навчання (перегинання, вимірювання, розрізання, різних маніпуляцій з частинами) учні можуть візуально та тактильно ознайомитися з дробами.

З метою пропедевтики варто ще в початковій школі дати учням й інше означення дробу. Адже дріб можна розглядати не лише як певну кількість однакових частин, а й як частку двох чисел. Наприклад, за допомогою задачі: 2 кг малини зібрали 3 хлопчики. По скільки кілограмів зібрав кожен з них? Схематичне зображення допомагає у засвоєнні цього означення: ділимо кожен кілограм (у вигляді прямокутника чи круга, наприклад) на 3 рівні частини і показуємо, що кожен з хлопчиків отримує по дві таких частини (по дві третіх). Завдяки цьому означенню учні починають сприймати ризик дробу у записі як зображення ділення, що є важливим для подальшого навчання.

Як показує практика, у п'ятому та шостому класах учні часто стикаються з певними проблемами у вивченні дробів. Типовими труднощами та причинами помилок учнів є: мислення цілими числами; нерозуміння ролей чисельника і знаменника дробу, властивостей дробів; формальне засвоєння алгоритмів без змістового підґрунтя тощо.

Таким чином, на етапі переходу від початкової до базової середньої школи варто виявити труднощі учнів з дробовими числами та здійснювати корекцію наявних знань та вмінь. При цьому варто звернути увагу, на якому з етапів навчання відбувся певний збій, нерозуміння учнем матеріалу:

- формування поняття частини цілого / дробу;
- засвоєння властивостей частин / дробів;
- знаходження частини від цілого / дробу від числа;
- знаходження числа за величиною його частини / дробу.

Відповідно до етапів варто вибирати певні математичні матеріали: предметну, схематичну, графічну наочність; вимірювання тощо.

З огляду на важливість моделі вимірювання довжин для глибокого розуміння учнями дробів, числова пряма є важливим навчальним інструментом. З її допомогою вчителі можуть спиратися на знання учнів про цілі числа, щоб ввести та закріпити основні поняття дробів. Окрім того, як показують дослідження [1], методика використання числової прямої значно покращує результати у вивченні цієї теми учнів початкової та 5-6 класів середньої школи, які мали труднощі з математики.

Поєднання моделей «частина-ціле» та вимірювання, кожна з яких робить ґрунтовний внесок у розуміння учнями дробових чисел, закладають основу для виконання арифметичних операцій над дробами. Окрім того, викладання дробів, що спирається на знання учнів про цілі невід'ємні числа, чітко пов'язуючи спільні риси та виділяючи відмінності, допомагає учням встановлювати зв'язки між попередніми знаннями та новими поняттями.

Однак, розуміння учнями цілих чисел іноді може й заважати вивченню понять, що стосуються дробів. Учні часто помилково сприймають чисельник і знаменник як окремі цілі числа, що призводить до застосування правил для цілих чисел під час обчислення величини дробу. Це можна виявити, коли учні порівнюють дробі. Наприклад, вони можуть неправильно припустити, що дріб з більшим чисельником більший, не враховуючи знаменники. Учні, які мають труднощі з математикою, потрібно навчити використовувати числову пряму для зображення дробів, цілих чисел і таким чином відчувати їх відмінності та навчитися порівнювати відповідні величини.

Як зазначається у [1], варто показати учням суттєві відмінності між цілими та дробовими числами, можливо, на етапі узагальнення знань чи здійснення корекції знань та вмінь учнів. Зокрема:

1) Цілі числа мають єдине попереднє та єдине наступне число. Дробі (звичайні та десяткові) не мають таких властивостей, оскільки між будь-якими двома точками на числовій прямій можна помістити нескінченну кількість дробових чисел. Також учителю початкових класів слід уникати категоричних тверджень, які є істинними лише для цілих чисел, таких як: «існує єдине число, яке стоїть перед і після *довільного* числа».

2) Цілі числа мають єдине представлення (запис) цифрами, тоді як дробі можуть бути записані різними способами, враховуючи основну властивість дробу. Вчителі можуть показати цю властивість, використовуючи однакові смужки із зображенням дробів.

3) Операції з цілими числами володіють певними закономірностями (наприклад, в результаті додавання та множення цілих чисел завжди отримують не менше значення, ніж задані числа, а при відніманні та діленні – не більше значення, ніж задані цілі числа), які при множенні і діленні не справджуються для дробів. Тому вчителям слід уникати таких формулювань, як: «множення *завжди* дає більше число» або «при діленні *завжди* отримуємо менше число», оскільки вони не справедливі для множини раціональних чисел. Наприклад, результат множення однієї другої на одну п'яту буде числом одна десята, що є меншим і від однієї другої, і від однієї п'ятої.

Отже, надмірно спрощені правила можуть призвести до плутанини, коли учні стикаються з розширенням числових множин.

Варто зазначити, що важливими є форми опрацювання навчального матеріалу, пов'язаного з дробами. Методи кооперативного навчання, що включають спільну роботу в парах, групах, підвищують залученість та розуміння учнів. Також було виявлено, що пояснення концепцій одноліткам може значно покращити навчання, роблячи співпрацю ефективним методом у вивченні дробів [3].

Ще однією ефективною навчальною стратегією, яка допомагає учням виконувати поступово складніші завдання, є педагогічний супровід вчителя із поступовим зменшенням допомоги, відомий під назвою скафолдинг (scaffolding), щоб сприяти розвитку навичок та впевненості у завданнях з дробами. Цей підхід є особливо корисним на початку вивчення, поступово зменшуючи індивідуальну допомогу в міру зростання рівня знань учнів.

Крім того, досягнення в освітніх технологіях та цифрових ресурсах розширили горизонти захопливого та інтерактивного вивчення дробів. Віртуальні маніпулятивні матеріали, наприклад, дозволяють динамічно досліджувати дробі, забезпечуючи миттєвий зворотний зв'язок та можливості для експериментів у спосіб, недосяжний традиційними методами. Такі технології довели свою ефективність у підвищенні залученості та розуміння, пропонуючи різноманітний та інтерактивний навчальний досвід [3].

Зокрема, для додаткового пояснення та опрацювання матеріалу можна використати: відео з YouTube ([ВШО. Національна українська платформа для організації дистанційного та змішаного навчання](#)), інтерактивні завдання, створені на платформах LearningApps, Kahoot тощо, 3D-сцену «Поділ цілого на частини» від Mozaik Education (<https://ua.mozaweb.com>), віртуальну і доповнену реальність від Phet (<https://phet.colorado.edu/>) та багато інших інтерактивних цифрових ресурсів.

Як зазначає О. Ризванюк, «наступність потребує раціоналізації, удосконалення, модернізації й навіть реформування всіх освітніх процесів, оптимізує їх; а також уведення інновацій» [17, с. 291]. Як показує досвід, сучасні ігрові комп'ютерні технології, гейміфікація навчання дають позитивний ефект у процесі вивчення дробових чисел. Завдяки ігровій діяльності, притаманній молодшим школярам, засвоєння знань відбувається у ненав'язливій формі, краще розвиваються індивідуальні здібності учнів. Окрім того, гнучкість цифрових технологій дає можливість використовувати універсальний підхід для залучення всіх учнів в освітній процес, а також надати їм додаткову підтримку за потреби [23, с. 154]. Проте для компетентнісного навчання та всебічного розвитку учнів використання

комп'ютерних ресурсів важливо поєднувати з традиційними методами, застосовуючи різні види наочності та діяльнісний підхід.

Представлена методика забезпечення наступності у вивченні дробових чисел була апробована у Рихтицькому ліцеї Дрогобицької міської ради Львівської області. Результати проведеного дослідження у вигляді контрольного зрізу показали покращення результатів учнів за більшістю показників опанування дробовими числами в порівнянні як з власними стартовими результатами, так і з результатами контрольних класів. Насамперед покращилося концептуальне розуміння дроби. Відсоток правильних відповідей зріс у завданнях, де потрібне було розуміння різних моделей дроби («ціле-частина», числова пряма, відношення цілих чисел), що вказує на позитивний ефект від цілеспрямованого використання різних репрезентацій. Зменшилася частка «механічних» помилок в обчисленнях, спричинених перенесенням правил з цілими числами на дроби. Позитивна динаміка простежується і в завданнях на порівняння і впорядкування дробів. Після контролю знань, проведеного через кілька тижнів, можна відмітити краще збереження досягнень в експериментальних класах, ніж у контрольних. Дані спостереження учителів показали зростання навчальної впевненості та інтересу до теми дробів серед учнів експериментальних класів. Узагальнюючи дані апробації, можна стверджувати, що запропонована методика з використанням традиційних та інноваційних методів та ресурсів є ефективною та її доцільно застосовувати в процесі навчання математики учнів початкових та 5-6 класів базової школи.

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** Отже, розуміння й опанування дробовими числами є важливими для математичного розвитку, критичного мислення учнів, їх подальшого навчання на різних рівнях освіти, а також для повсякденного життя. За період шкільного навчання учні опановують дробами у різних класах. Вирішення проблеми ефективного навчання дробів передбачає забезпечення наступності між різними етапами освіти. Поняття наступності є різноплановим педагогічним явищем, яке повинно забезпечуватися на різних рівнях: загальнодидактичному, предметному, методичному та особистісному.

На пропедевтичному рівні варто ознайомлювати дітей з частинами цілого ще в дошкільному віці. Для ефективного засвоєння дробових чисел у початковій школі доцільно здійснювати візуалізацію навчального матеріалу, використовуючи діяльнісний підхід та математичні матеріали різних видів: предметну, схематичну, графічну наочність, вимірювання на числовій прямій. Учителям варто показати дітям на етапі узагальнення знань суттєві відмінності між цілими та дробовими числами задля попередження можливих помилок чи здійснення корекції знань та вмінь учнів. Викладання дробів, що спирається на знання учнів про цілі числа, чітко пов'язуючи спільні риси та виділяючи відмінності, допомагає учням встановлювати зв'язки між попередніми знаннями та новими поняттями.

Ефективними формами опрацювання навчального матеріалу, пов'язаного з дробами, виявилися методи кооперативного навчання, що включають спільну роботу в парах, групах, і таким чином підвищують залученість та розуміння учнів. Важливим при цьому є педагогічний супровід учителя, зокрема, скафолдинг, якого варто дотримуватися вчителю для результативного навчання. Включення в освітній процес сучасних технологій, таких як: ігрові, цифрові технології, доповнена та віртуальна реальність, гейміфікація, можуть допомогти учителям створити захопливий та ефективний навчальний досвід, який враховує різні стилі та темп навчання учнів, сприяючи глибшому розумінню математичних понять.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо у професійній підготовці майбутніх фахівців до забезпечення наступності навчання математики на різних рівнях освіти.

**Конфлікт інтересів.** Автори підтверджують відсутність фінансових, особистих чи інших інтересів, що можуть розглядатися як потенційний конфлікт інтересів щодо публікації цієї статті.

**Фінансування.** Робота виконана за відсутності фінансової підтримки з боку будь-яких організацій.

**Доступність даних.** Це теоретичне дослідження не передбачає використання додаткових наборів даних.

**Використання штучного інтелекту.** Інструменти штучного інтелекту не використовувались при написанні цієї роботи.

#### Список використаних джерел

1. Ketterlin-Geller Leanne R., McClure Allison, Hatfield Cassandra. Fractions Minus the Friction. A guide to four teaching practices. The Center for Independent Studies, Analysis Paper 78, 12, 2024. 36 p. URL: [AP78-Fractions-Guide.pdf](https://www.cis.umd.edu/wp-content/uploads/2024/02/AP78-Fractions-Guide.pdf)
2. PISA : математична грамотність / уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. Київ : УЦОЯО, 2018. 60 с. URL: [https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2018/02/Math\\_PISA\\_Framework-1.pdf](https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2018/02/Math_PISA_Framework-1.pdf)

3. Syed Azman Syed Ismail, Maat Siti Mistima, Khalid Fariza. Understanding the Challenges and Strategies in Teaching Fractions: Insights from Experienced Mathematics Teachers. *International journal of academic research in progressive education and development*. Vol. 13, No. 3, 2024. URL: <http://dx.doi.org/10.6007/IJARPEd/v13-i3/22855>
4. Tadeu Pedro José Arrifano. A synopsis of the importance of teaching fractions to children until K-10. *EURASIA. Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. 2024, 20(8), em2485. URL: <https://doi.org/10.29333/ejmste/14878>
5. Бевз В.Г. Практикум з історії математики: навчальний посібник. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. 312 с.
6. Вашуленко О. Питання наступності в педагогічній теорії. *Педагогіка і психологія. Вісник Академії педагогічних наук*. 2005. № 4. С. 49–59. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/717315/1/Питання%20наступності%20в%20педагогічній%20теорії.pdf>
7. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. Київ : Либідь, 1997. 373 с.
8. Державний стандарт базової середньої освіти. URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrainska-shkola-2/derzhavniy-standart-bazovoi-serednoi-osviti>
9. Державний стандарт початкової освіти. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/688-2019-%D0%BF#Text>
10. Закон України «Про освіту». URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text>
11. Кішук Н. Дробі як функціональні відношення та їх вивчення у початковій школі на образно-графічному рівні. *Початкова школа*. 2019. № 12. С. 35–41.
12. Концепція Нової української школи. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>
13. Кучерява О. В. Дробі, що дорівнюють одиниці. Розв'язування задач на рух: урок математики в 4-му класі. *Початкове навчання та виховання*. 2019. № 7–9. С. 65–67.
14. Ляшова Н. М., Чайченко В. Ф. Вивчення дробів у початкових класах : навчально-методичний посібник. Слов'янськ, 2024. 76 с.
15. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Скворцова С.О., Тарасенкова Н.А.). URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2021/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetap.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Skvortsova.Taraskenkova.14.07.pdf>
16. Про схвалення Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти “Нова українська школа” на період до 2029 року. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/988-2016-%D1%80#Text>
17. Ризванюк О. Наступність у навчанні. *Вісник Львівського університету. Серія мистецтво*. 2014. Вип. 14. С. 286–295. URL: <http://publications.lnu.edu.ua/bulletins/index.php/artstudies/article/viewFile/3150/3215>
18. Савченко О. Я. Дидактика початкової школи : підручник для студентів педагогічних факультетів. Київ: Генеза, 2002. 368 с.
19. Сняжкова О. Ейдетика на уроках математики. Ознайомлення з дробами. 4 клас. Початкова освіта. 2008. № 2 (234). С. 29 – 33.
20. Скворцова С., Брицкан Т. Вивчення звичайних дробів в курсі математики 4-го класу з використанням віртуальних симуляцій. Проблеми математичної освіти (ПМО–2023): матеріали міжнародної науково-методичної конференції. Черкаси, 2023. С. 182–183.
21. Тарасенкова Н. А. Психологічні засади забезпечення наступності навчання математики в школі. *Наступність у навчанні математики в умовах реформи загальної середньої освіти: реалії та перспективи*: зб. наук. праць за матеріалами Всеукр. науково-практичної конф. з міжнародною участю (м. Одеса, 20 – 21 вересня 2019 р.). Харків: Ранок, 2019. 204 с. С. 118 – 121. URL: <http://dspace.pdpu.edu.ua/bitstream/123456789/5873/1/Collection%20of%20the%20Department%20of%20Mathematics.pdf>
22. Типова освітня програма, розроблена під керівництвом Савченко О. Я. 3 – 4 клас. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/prohramy-1-4-klas/2022/08/15/Typova.osvitnya.prohrama.1-4/Typova.osvitnya.prohrama.3-4.Savchenko.pdf>
23. Шаран О. В., Шаран В. Л. Гейміфікація в освітньому процесі Нової української школи. *Acta Paedagogica Volyniensis*. 2025. Вип. 1. С. 150–156. URL: <https://doi.org/10.32782/apv/2025.1.21>
24. Щербак К. Й. Методика формування елементарних математичних уявлень у дошкільників: навч. посіб. Київ : Вища школа, 1996. 240 с.

### References

1. Ketterlin-Geller Leanne R., McClure Allison, & Hatfield Cassandra. (2024). Fractions Minus the Friction. A guide to four teaching practices. The center for independent studies, Analysis Paper 78, 12. URL: <AP78-Fractions-Guide.pdf> (in English).
2. PISA : matematychna hramotnist [PISA : mathematical literacy] / uklad. T. S. Vakulenko, V. P. Horokh, S. V. Lomakovych, V. M. Tereshchenko; perekl. K. Ye. Shumova. Kyiv : UTsOIAO, 2018. 60 p. URL: [https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2018/02/Math\\_PISA\\_Framework-1.pdf](https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2018/02/Math_PISA_Framework-1.pdf) (in Ukrainian).
3. Syed Azman Syed Ismail, Maat Siti Mistima & Khalid Fariza.(2024). Understanding the Challenges and Strategies in Teaching Fractions: Insights from Experienced Mathematics Teachers. *International journal of academic research in progressive education and development*. Vol. 13, № 3. URL: <http://dx.doi.org/10.6007/IJARPEd/v13-i3/22855> (in English).
4. Tadeu Pedro José Arrifano. (2024). A synopsis of the importance of teaching fractions to children until K-10. *EURASIA. Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(8), em2485. URL: <https://doi.org/10.29333/ejmste/14878> (in English).
5. Bevz V.H. (2004). Praktykum z istorii matematyky [Workshop on the history of mathematics]. Kyiv: NPU imeni M.P. Drahomanova. 312 p. (in Ukrainian).

6. Vashulenko O. (2005). Pytannia nastupnosti v pedahohichnii teorii [The question of continuity in pedagogical theory]. *Pedahohika i psykholohiia. Visnyk Akademii pedahohichnykh nauk – Pedagogy and psychology. Bulletin of the Academy of Pedagogical Sciences*. № 4. Pp. 49–59. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/717315/1/Питання%20наступності%20в%20педагогічній%20теорії.pdf> (in Ukrainian).
7. Honcharenko S. U. (1997). *Ukrainskyi pedahohichnyi slovnyk [Ukrainian pedagogical dictionary]*. Kyiv : Lybid. 373 p. (in Ukrainian).
8. Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity [State standard of basic secondary education]. URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrainska-shkola-2/derzhavnyi-standart-bazovoi-serednoi-osviti> (in Ukrainian).
9. Derzhavnyi standart pochatkovoї osvity [State standard of primary education]. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/688-2019-%D0%BF#Text> (in Ukrainian).
10. Zakon Ukrainy «Pro osvitu» [Law of Ukraine «On Education»]. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (in Ukrainian).
11. Kishchuk N. (2019). Droby yak funktsionalni vidnoshennia ta yikh vyvchennia u pochatkovii shkoli na obrazno-hrafichnomu rivni [Fractions as functional relations and their study in elementary school at the figurative-graphic level]. *Pochatkova shkola*. № 12. Pp. 35–41. (in Ukrainian).
12. Kontseptsiia Novoi ukrainskoi shkoly [The Concept of the New Ukrainian School]. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf> (in Ukrainian).
13. Kucheriava O. V. (2019). Droby, shcho dorivniuiut odyntsi. Rozviazuvannia zadach na rukh: urok matematyky v 4-mu klasi [Fractions equal to one. Solving problems on the move: a math lesson in grade 4]. *Pochatkove navchannia ta vykhovannia*. № 7–9. Pp. 65–67. (in Ukrainian).
14. Liashova N. M., Chaichenko V. F. (2024). Vyvchennia drobit u pochatkovykh klasakh [Learning fractions in elementary school]. *Sloviansk*. 76 p. (in Ukrainian).
15. Modelna navchalna prohrama «Matematyka. 5-6 klasy» dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity (avtory Skvortsova S. O., Tarasenkova N. A.) [Model curriculum «Mathematics. Grades 5-6» for secondary education institutions (authors Skvortsova S.O., Tarasenkova N.A.)]. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2021/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetap.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Skvortsova.Tarasenkova.14.07.pdf> (in Ukrainian).
16. Pro skhvalennia Kontseptsii realizatsii derzhavnoi polityky u sferi reformuvannia zahalnoi serednoi osvity «Nova ukrainska shkola» na period do 2029 roku [On approval of the Concept of implementation of state policy in the field of reforming general secondary education «New Ukrainian School» for the period until 2029]. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/988-2016-%D1%80#Text> (in Ukrainian).
17. Ryzvaniuk O. (2014). Nastupnist u navchanni [Continuity in learning]. *Visnyk Lvivskoho universytetu. Seriiia mystetstvo - Bulletin of Lviv University. Art Series*. Vyp. 14. Pp. 286–295. URL: <http://publications.lnu.edu.ua/bulletins/index.php/artstudies/article/viewFile/3150/3215> (in Ukrainian).
18. Savchenko O. Ya. (2002). *Dydaktyka pochatkovoї shkoly [Didactics of primary school]*. Kyiv: Heneza. 368 p. (in Ukrainian).
19. Syniakova O. (2008). Eidetyka na urokakh matematyky. Oznaiomlennia z drobyamy. 4 klas [Eidetics in mathematics lessons. Introduction to fractions. Grade 4]. *Pochatkova osvita*. № 2 (234). Pp. 29 – 33. (in Ukrainian).
20. Skvortsova S., Britskan T. (2023). Vyvchennia zvychainykh drobit v kursy matematyky 4-ho klasu z vykorystanniam virtualnykh symuliacii [Studying common fractions in a 4th grade math course using virtual simulations]. *Problemy matematychnoi osvity (PMO–2023): materialy mizhnarodnoi naukovo-metodychnoi konferentsii*. Cherkasy. Pp. 182–183. (in Ukrainian).
21. Tarasenkova N. A. (2019). Psykhofiziologichni zasady zabezpechennia nastupnosti navchannia matematyky v shkoli [Psychophysiological principles for ensuring the continuity of mathematics learning at school]. *Nastupnist u navchanni matematyky v umovakh reformy zahalnoi serednoi osvity: realii ta perspektyvy: zb. nauk. prats za materialamy Vseukr. naukovo-praktychnoi konf. z mizhnarodnoiu uchastiu – Continuity in teaching mathematics in the context of the reform of general secondary education: realities and prospects: collection of scientific works based on the materials of the All-Ukrainian scientific and practical conference with international participation (Odessa, September 20 – 21, 2019)*. Kharkiv : Ranok. 204 p. Pp. 118 – 121. URL: <http://dspace.pdpu.edu.ua/bitstream/123456789/5873/1/Collection%20of%20the%20Department%20of%20Mathematics.pdf> (in Ukrainian).
22. Typova osvitnia prohrama, rozroblena pid kerivnytstvom Savchenko O. Ya. 3 – 4 klas [Typical educational program developed under the leadership of Savchenko O. Ya. 3 – 4 grades]. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/programy-1-4-klas/2022/08/15/Typova.osvitnya.prohrama.1-4/Typova.osvitnya.prohrama.3-4.Savchenko.pdf> (in Ukrainian).
23. Sharan O. V. & Sharan V. L. (2025). Heimifikatsiia v osvitnomu protsesi Novoi ukrainskoi shkoly [Gamification in the educational process of the New Ukrainian School]. *Acta Paedagogica Volynienses*. 2025. Vyp. 1. Pp. 150–156. URL: <https://doi.org/10.32782/apv/2025.1.21> (in Ukrainian).
24. Shcherbakova K. Y. (1996). *Metodyka formuvannia elementarnykh matematychnykh uiaвлен u doshkilnykyv [Methodology for the formation of elementary mathematical concepts in preschoolers]*. Kyiv : Vyshcha shkola. 240 p. (in Ukrainian).

| Матеріал надійшов до редакції: 13.08.2025 р. | Прийнято до друку: 30.09.2025 р. | Опубліковано: 30.10.2025 р. |



This work is licensed under a Creative Commons License Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).