УДК 372.851

В. Б. Мілушев, Н. І. Іванова
Пловдівський університет ім. Паісія Хілендарського,
Болгарія

УДОСКОНАЛЕННЯ ПРОПЕДЕВТИКИ ВИВЧЕННЯ СИСТЕМАТИЧНОГО КУРСУ ПЛАНІМЕТРІЇ ЗАСОБАМИ РЕФЛЕКСИВНОГО ПІДХОДУ

Розроблено модель для застосування рефлексивної технології здійснення пропедевтики формування та удосконалення вмінь учнів застосовувати прийом «додаткова побудова» у ході розв'язування планіметричних задач. Ця пропедевтика враховує можливості розвитку індивідуальних рефлексивних здібностей учнів та їх схильності до творчості. Запропоновано систему відокремлення завдань у ході вивчення теми «Площа фігур» у трьох групах. Розроблено конкретний приклад запитань і завдань, що орієнтують на усвідомлення основ пізнавальної діяльності, що реалізується.

***Ключові слова**: рефлексивний підхід, евристично-орієнтовані завдання, пропедевтика.*

Постановка проблемы. Анализ актуальних исследований. При изучении систематического курса планиметрии, приходится решать геометрические задачи высокой степени проблемности и/или сложности. Достаточно указать класс задач, решение которых требует добавления дополнительной фигуры к данной геометрической конфигурации. «Нащупывание» идеи для решения такой задачи безусловно связано с наличием богатого геометрического воображения – правильного представления о взаимном положении фигур, указанных в условии, а также с наличием умений для их изображения на чертеже (иногда с различных ракурсах). Обычно правильная идея оказывается результатом интуиции, подкрепленной воображением и «доразвитой» на правильном чертеже. Однако трассирование дороги к верному решению без «геометрической фантазии» – это непосильная задача для учащихся, даже при хорошем изображении фигуры. В какой степени воображение и графические умения помогают достижению положительного результата от усилий, вложенных для решения задачи, – трудно доказать, но их отсутствие наверняка порождает особые затруднения. Следовательно, умение решать задачи геометрическими методами, включительно и с применением дополнительных построений, нужно формировать и развивать постепенно и поддерживать на протяжении всего курса школьного обучения.

Современные образовательные теории и соответствующие им технологии пораждают прочную тенденцию к созданию благоприятной образовательной среды для реализации обучения, которое соответствует возможностям и интересам отдельной личности (личностно ориентированное обучение). Основополагающие идеи по отношению будущего развития образовательного процесса, по нашему мнению, прямо связаны с усовершенствованием индивидуальных рефлексивных способностей обучаемых, причем направленных на их проявление в каждом из четырех модусов, указанных болгарским психологом В. Василевым [1]: интеллектуальной, личностной, диалоговой и праксиологической рефлексии. В рассматриеваемом контексте, обучение применению дополнительных построений в качестве приема[1] мыслительной деятельности учеников, имеет существенный, неиспользованный до сих пор ресурс, особенно в сочетании с богатыми возможностями для интенсификации учебного процесса, которые предоставляют непрерывно усовершенствовавшиеся информационные технологии.

Оптимальное использование этого потенциала можно обеспечить разработкой и апробированием конкретной образовательной технологии, принимающей во внимание возможности операционализации действий, связанных с преподаванием и усвоением соответствующего учебного содержания.

Для приспособления к реальному учебному процессу, изучение учебного содержания, связанного с развитием умений делать дополнительные построения, следует технологизировать его в рефлексивном плане с учетом:

– изучаемых тем школьного курсса геометрии, предусмотренных учебной программой;

– возможностей, которые допускает учебный план;

– возрастных особенностей и возможностей учащихся [3], [8];

– государственных стандартов, которые ученики должны выполнять при окончании соответствующего уровня своего обучения.

Отметим, что применение рефлексивного подхода при

[1] Прием мыслительной деятельности – система мысленных и практических действий, которые направлены на постижение поставленной цели [6, с. 61]. Авторы разграничают *общие* (они применимы практически во всех областях знаний) и *специальные* (связаные с изучением конкретных математических фактов) эвристические приемы.

конструировании такой технологии предполагает создание условий для атрактивного, динамичного и интерактивного образовательного процесса. Однако, без осуществления качественной пропедевтики, начинающейся с начальных классов обучения, усвоение каждого из умений (многие из них новы по своему характеру), которые связаны с учебной деятельности при изучении систематического курса планиметрии, было бы в значительной степени неуспешным. Конкретно, как *подготовительный этап* формирования умений для выбора и введения вспомогательной фигуры при решении геометрической задачи, можно очертить этот период наглядного курса геометрии, в котором изучаются целенаправленно свойства основных геометрических фигур на плоскости и основные тела в пространстве, но посредством эмпирическиих методов познания. Согласно актуальным учебным программам по математике в Болгарии, указанное учебное содержание предусмотрено для 4, 5 и 6 классов.

Так как организация и управление деятельностей учеников должна подчиняться характеристикам их возраста, описанными в научной литературе по детской психологии и педагогике, обратим внимание на некоторые особенности, связанные с развитием психики и интеллекта 10–12 летних детей. Как указывает Л. М. Фридман [7], в начальном школьном возрасте постепенно у детей формируются умения ставить цель собственных действий, находить средства для постижения и проявлять определенную настойчивость в этом направлении. «В этом возрасте яркость, наглядность изложения порождают интерес и поддерживают детскую любознательность. Умелое использование элементов занимательности в учебном процессе содействует развитию самостоятельности, любознательности, внимания, активности, умения рассуждать логически. Решение занимательных задач содействует развитию смысловой памяти ребенка, что очень важно для успешного овладения учебном материалом впоследствии» [2, с. 16]. Одновременно наблюдается динамика во формировании важных для последующего развития личности психических процесов, как например рефлексия и умение конструировать внутренний план действия [6, с. 106]. Анализируя исследования, касающие рефлексивных умений учеников этой возрастной группы, В. Василев указывает, что самой вероятной причиной для «более раннего и успешного формирования рефлексии над математическим материалом в сравнении с рефлексией над лингвистическим материалом» является бесспорный факт, что математический материал «легче формализируется и его легче можно символизировать еще в начальном этапе обучения» [1, с. 250]. Этот краткий обзор психологических и методических исследований некоторых аспектов интеллектуального и личностного развития преобладающей части учащихся 4-го класса, а также и наш опыт показывают, что возрастные особенности и их знания дают им возможность осмыслить дополнительную работу над данным чертежем и у них формируются первоначальные умения делать элементарные дополнительные построения, например, достроить фигуру, «смонтировать», «разбивать» или «переконструировать» фигуру в соответствии с указанными условиями и требованиями. При формулировании условия таких задач нужно иметь в виду, что на этом этапе недостаточно развиты графические умения школьников, поэтому их деятельность должна быть связана преимущественно с работой по готовому чертежу или шаблону. Здесь можно использовать и богатые возможности применения дидактического принципа наглядности, а также игровые, занимательные элементы в процессе решения.

По отношению учащихся 5-6 классов рекомендуется использовать проблемные ситуации, требующие анализа и обобщения, с целью постепенного перехода к абстрактному мышлению.

Как основные характеристики памяти одиннадцатилетних учеников (5 класс) авторы указывают «образность, конкретность, недостатачная логичность, ограниченность (по объёму)» [2, с. 16]. Учебная деятельность пятиклассников, в соответствии с учебными программами и ожидаемыми результатами обучения в следующих классах, должна быть ориентирована на преодоление негативов конкретно-наглядного (предмет мышления воспринимается) и конкретно-образного (предмет мышления представляется) мышления. Для этой цели в методической литературе рекомендуется создавать и использовать больше проблемных ситуаций, требующие анализа и обобщения. Организация учебного процесса по математике на следующем образовательном уровне – в 6 классе, должна подкреплять переход от конкретно-наглядного и конкретно-образного мышления к абстрактному (обобщенному мышлению в понятиях). «От конкретных операций, которые дети выполняют на конкретных предметах, постепенно переходят к формальным операциям с утверждениями (с 11–12 до 14–15 лет), связанными с организацией операций в структурном целом и с использованием гипотез в рассуждениях» [там же, с. 17].

Изучение темы «Площадь геометрических фигур» в 5-ом классе создает благоприятную среду для формирования умений использовать указанные общие эвристические приемы (анализ и обобщение) и дополнительные построения в качестве специальной эвристики.

Цель статьи: исследовать возможности конструирования рефлексивной образовательной технологии, включающей элементы эвристично-ориентированой системы задач, связанные с изучением этой темы.

Изложение основного материала. После изучения формул площадей треугольника, параллелограмма и трапеции, нужно комментировать эксплицитно вопросы о равновеликости, равносоставленности и адитивности площади, на основе которого уместно сформулировать и применять в качестве «базовых» задач следующие утверждения:

Т1. Каждая фигура равновелика себе (Две фигуры равновелики, если имеют равные площади.)

Т2. Площадь каждой фигуры равна сумме площади составляющих ее фигур.

Т3. Две фигуры, площадь каждой из которых можно представить как сумму (разность) площадей соответственно равновеликих фигур, имеют равные площади.

Т4. Две фигуры, площади которых являются одной и той же частью площади данной фигуры, имеют равные площади.

Т5. Два треугольника, имеющие общую сторону и равные высоты к ней, имеют равные площади.

Т6. Два треугольника, имеющие общую высоту и равные стороны, к которой построена эта высота, имеют равные площади.

Т7. Каждая медиана треугольника разделяет его на два треугольника, имеющие равные площади.

Задачи для упражнения уместно систематизировать в трех отдельных группах в зависимости от степени, в которой применяются упомянутые эвристики при составлении плана их решения, а значит – от степени трудности.

I группа. Задачи, при решении которых эти утверждения применимы непосредственно к фигурам, определенным в условии задачи, т.е. *нет* *необходимости построения дополнительной фигуры*.

Рассмотрим примеры.

<u>Задача 1</u>. В прямоугольном треугольнике с катетами *a* и *b*, гипотенузой *c* и высотой к гипотенузе *hc* даны три из перечисленных элементов и требуется найти четвертый элемент.

Формулу *ab = chc* можно доказать в явном виде еще в пятом классе. Ее доказательство иллюстрирует конкретное приложение утверждения **T1**.

<u>Задача 2</u>. Площадь одного квадратика в сетке на *рис. 1* есть 1 кв. см. Найти площадь Δ*ABC* (**T2**).

<u>Задача 3</u>. Точка *P* принадлежит медиане *AM* треугольника *ABC*. Доказать, что $S_{PEM} = S_{CPM}$ и $S_{AEM} = S_{APM}$ (**T3** и **T7**).

<u>Задача 4</u>. Точки *M* и *P* – произвольные на сторонах *DC* и *BC* соответственно параллелограмма *ABCD*. Доказать, что $S_{AEM} = S_{ADP} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$ (**T4**).

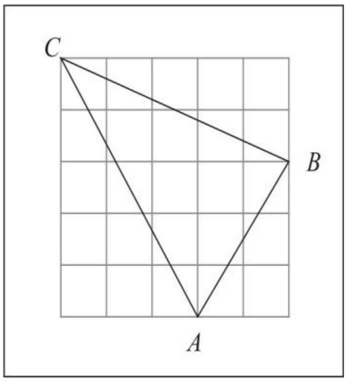

Рис. 1.

<u>Задача 5</u>. Доказать, что площадь четырехугольника, у которого диагонали перпендикулярны, равняется полупроизведению длин его диагоналей (**T2**).

<u>Задача 6</u>. Диагонали трапеции *ABCD* (*AB*∥*CD*) пересекаются в точке *O*. Доказать, что $S_{ABC} = S_{ABD}$, $S_{DCA} = S_{DCB}$ и $S_{AOD} = S_{BOC}$ (**T3** и **T5**).

<u>Задача 7</u>. (Состязание по математике, г. Пазарджик, 1987 г.). Через каждую вершину выпуклого четырехугольника проведена прямая, параллельная диагонали, не проходящей через эту вершину. Доказать, что площадь параллелограмма, определенного этими прямыми, в два раза больше площади данного четырехугольника. (**T2** и *задача 4*).

Отметим тоже, что доказательство утверждения **T7** является примером применения **T6**. Рассмотренные примеры имеют цель только направить учащегося к определенным типам задач. Большинство из них тоже имеют характер базовых задач с широким периметром применения (*задачи 1*, *4*, *5* и *6*).

II группа. Задачи, при решении которых указанные утверждения применимы после *построения дополнительной фигуры, определенной в условии задачи*. Чаще при решении эвристических геометрических задач в 5. классе накладывается требование дополнительно построить отрезок, концы которого указаны в условии задачи.

В обучении для применения метода «площадей» при решении эвристических задач, необходимо сделать акцент именно на задачах этой группы. Для этого уместно организовать деятельность учащихся по отношению формирования умений поиска и открытия фигур (прежде всего отрезки), построение которых дает возможность применить некоторое из рассмотренных выше утверждений.

Рассмотрим примеры.

Задача 8. (Состязание по математике, г. Видин – г. Михайловград – г. Враца, 1988 г.). На сторонах *AC* и *BC* треугольника *ABC* выбраны соответственно такие точки *M* и *N*, что *MN* параллельна *AB*. Доказать, что $S_{ANB}+S_{BMC}=S_{ABC}$.

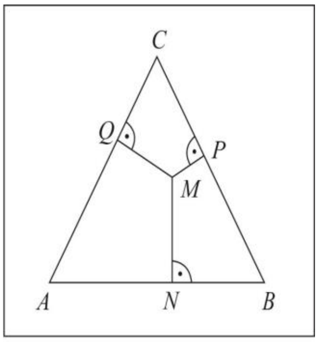

Рис. 2.

Задача 9. (Состязание по математике, г. Пазарджик, 1989 г.). Внутри треугольника *ABC* выбрана произвольная точка *M* и через нее проведены три прямые *p*, *q* и *r* таким образом, что *p* ⊥ *AB*, *q* ⊥ *BC* и *r* ⊥ *CA*. *P* обозначена точка пересечения *p* и *BC*, *Q* – точка пересечения *q* и *CA* и *R* – точка пересечения *r* и *AB*. Доказать, что $S_{ABP+}S_{BCQ}+S_{CAR}=S_{ABC}$.

Задача 10. Точка *M* – внутренняя для равностороннего треугольника *ABC*. Проведены перпендикуляры *MN*, *MP* и *MQ* от точки *M* до сторон треугольника *ABC* (см. рис. 2). Если $AB=a$ см и $MN+MP+MQ=4$ см, выразить через *a* площадь треугольника *ABC*.

Задача 11. (Состязание по математике, Пловдив, 2003 г.). Через вершину *C* квадрата *ABCD* проведена прямая, которая пересекает продолжения сторон *AB* и *AD* соответственно в точках *M* и *N* (см. рис. 3). Если $AB=12$ см и $AB=6$ см, найти длину стороны квадрата.

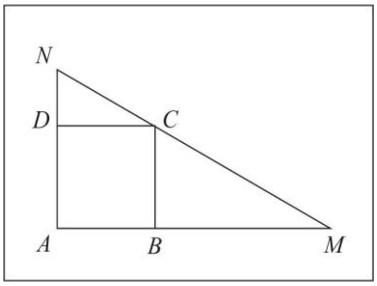

Рис. 3.

Задача 12. Стороны треугольника *ABC* продолжены и на лучах *AB*, *BC* и *AC* взяты соответственно точки *M*, *N* и *P* такие, что *AB* = *BM*, *BC* = *CM* и CA = AP. Если $S_{ABC}=a$ кв. ед., выразить через *a* площадь треугольника *MNP.*

Задача 13. (Состязание по математике, Пазарджик, 1992 г.). Пусть *M* и *N* – середины сторон *BC* и *AD* выпуклого четырехугольника *ABCD*. Найти площадь четырехугольника *AMCN*, если площадь *ABCD* равна 20 кв. см.

Задача 14. (Состязание по математике, Пазарджик, 1990 г.). Отрезок, соединяющий середины противоположных сторон *AB* и *CD* четырехугольника *ABCD,* делится диагональю *AC* на две равные части. Доказать, что $S_{ABC} = S_{ADC}$.

Задача 15. (Состязание по математике, Пазарджик, 1991 г.). Через середину *O* диагонали *AC* выпуклого четырехугольника *ABCD* построена прямая, параллельная *BD*, которая пересекает сторону *AB* в точке *M* и сторону *AD* в точку *N*. Доказать, что $S_{ABCD} = S_{BDCM} + S_{BCDN}$.

Задача 16. Четырехугольники *ABCD* и *MNPD* на рис. 4 параллелограммы. Площадь *ABCD* равна 5 см². Найти площадь параллелограмма *MNPD*.

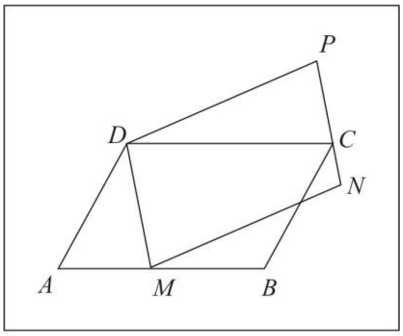

Рис. 4.

III группа. Задачи, при решении которых указанные утверждения применимы после *построения дополнительной фигуры, которая не определена в условии задачи*. Такие задачи предоставляют возможности, которые ориентированы прямо на развитие эвристического мышления, поэтому объязательно необходимо использовать их в процессе обучения.

Рассмотрим примеры.

Задача 17. Параллелограмм *ABCD* разделен на четыре треугольника, как показано на рис. 5.

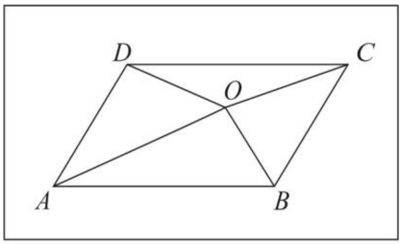

Рис. 5.

Если известно, что $S_{AOD} = 12$ кв. см, $S_{AOD} = 9$ кв. см и $S_{COD} = 4$ кв. см, найти площадь Δ*BOC.*

Указание. Постройте прямую, проходящую через *O*, параллельную *AB* и докажите, что $S_{AOB} + S_{COD} = S_{AOD} + S_{BOC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$ (см. задачу 4).

Задача 18. Дан прямоугольный треугольник *ABC* с гипотенузой *AB*. Доказать, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах данного треугольника (рис. 6).

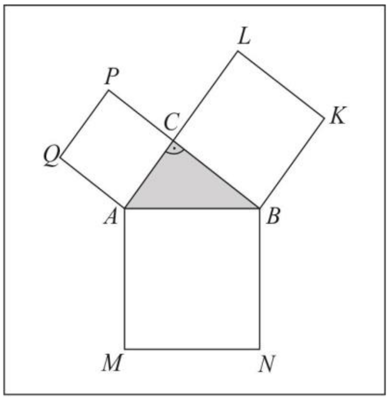

Рис. 6.

Это утверждение является оригинальной формулировкой теоремы Пифагора.

Теоретические познания пятиклассников позволяют (с небольшими компромиссами, связанными с интуитивным представлением о равенстве фигур в этом возрасте), направить их к проведению одного из многих известных доказательств, которое очаровает со своей простотой. Подобные возможности, ориентированные прямо на развитие эвристического мышления, по-нашему мнению, нельзя пропускать в процессе обучения.

Идею доказательства изложим в форме указания.

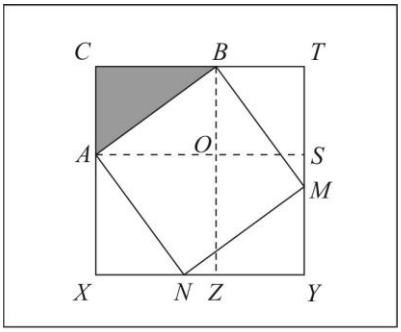

Рис. 7.

Квадрат *XYTC* на рис. 7 составлен квадратом *ABMN* и четырьмя треугольниками, равными данному треугольнику *ABC*. Поэтому:

$$S_{XYTC} = 4S_{ABC} + S_{ABMN} = 4\frac{AC \cdot BC}{2} + AB \cdot AB =$$
$$= 2AC \cdot BC + AB \cdot AB.$$

С другой стороны, если построим отрезки *AS* и *BZ*, параллельные соответственно сторонам квадрата *XYTC*, то получаем два квадрата *XZOA* и *OSTB* и два прямоугольника *ZYSO* и *AOBC*.

Тогда: $S_{XYTC} = S_{XZOA} + S_{ZYSO} + S_{OSTB} + S_{AOBC} = XZ \cdot ZO + ZY \cdot YS + OS \cdot ST + \ BC \cdot AC == BC \cdot BC + AC \cdot BC + AC \cdot AC + BC \cdot AC = BC \cdot BC + 2AC \cdot BC + AC \cdot AC$

Уровень эвристичности задач разработанной нами системы создает исключительно благоприятную среду для развития рефлексивных способностей обучаемых. Рефлексивный подход в обучении ориентирован на активизацию проявления рефлексии четырех типов (личностная, диалоговая, интелектуальная и праксиологическая) в учебной деятельности посредством реализации следующих основных принципиальных положений:

– выявление познавательных возможностей и интересов учеников, их учёт и стремление к их развитию [4];

– диалогический стиль общения «учитель-ученик»;

– стремление к осознанию собственных познавательных действий – оснований и источников мысли, действий и знаний субъекта;

– стремление к осознанию процедуры, примененной для достижения конечного результата, оценивание ее качества (плодотворность, рациональность, личные мотивы ее выбора и другое), а также и возможностей ее применения в следующих сходных ситуациях.

Продуктивность воображения, которую мы планируем достигнуть разработанной нами системой задач, можно эффективно реализовать именно в контексте рефлексивного подхода. В качестве примера синхронизации общих когнитивных схем для организации рефлексивных процедур, которые предложены В. Василевым [1, с. 111-112] (учебное содержание – планиметрия), рассмотрим учебную деятельность, которая осуществляется при решении следующей конкретной задачи. Эта задача, по нашему мнению, подходит для перехода к задачам третьей группы.

Приведём пример.

<u>Задача 19</u>. Площадь одного квадратика на рис. 8 равна 1м^2. Найти площадь четырехугольника *ABCD*.

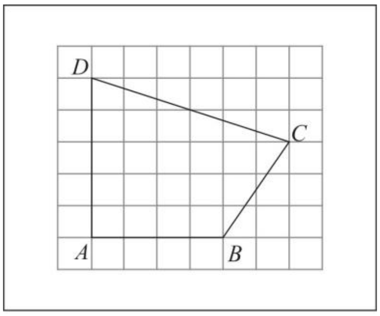

Рис. 8.

Возможно, что в процессе поиска плана решения задачи учащиеся, при эвентуальной помощи с подходящими вопросами в диалоге с учителем, могут достичь до вывода, что эта задача незнакомого типа и стоит ориентироваться к применению общих эвристик – анализа основной информации в задаче, сравнения и аналогии. В результате этого они могут догадаться применить специальную эвристику – построение дополнительной фигуры, которая не определена в условии задачи (*III группа задач*).

Одну из возможностей такого построения (вписать данный четырехугольник в подходящий прямоугольник) мы представили на рис. 9. В этом случае, из **Т2**, следует, что

$$S_{ABCD} = S_{AMND} – (S_{BMC} + S_{CND}) = 30 – (3 + 6) = 21\text{м}^2$$

После осуществления составленного плана следует четвертый этап деятельности решения математической задачи [6, с. 175] – дополнительная работа над задачей и ее решением, где создаются благодатные условия для реализации рефлексивной модели. Подходящие вопросы и задания, направляющие на осознание оснований [1, с. 111-112] проводенной деятельности представляем в таблице 1.

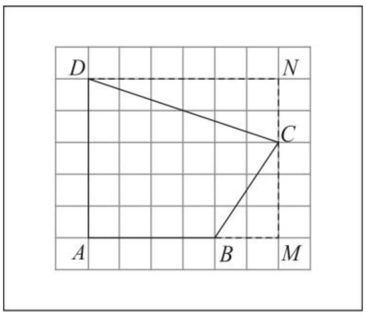

Рис. 9.

Таблица 1

Вопросы и задания, ориентирующие на осознание оснований реализованной познавательной деятельности

Ориентирующие вопросы и задания:	Ожидаемая реакция учащихся:
Какая часть основной информации в задаче подтолкнула нас к не обходимос-ти сделать дополнительное построение? *Какое утверждение мы применили?* *Как достигли вывода, что необходимо применить утверждение **T2**?*	Мы не знаем формулу для нахождения площади данного четырехугольника. Поэтому нужно применить утверждение **Т2**.
Почему построили именно прямоугольник AMND? *Сходство с какой из рассмотренных выше задач направило нас к идее построить прямоугольник?*	Подход известен нам из других задач на нахождение площади треугольника, стороны которого не принадлежат (не параллельны) линиям квадратной сети. Таким образом, данную фигуру дополняем до прямоугольника с помощью прямоугольных треугольников. Нам известны формулы для нахождения площади каждой из дополнительно построенных фигур.
Можем ли решить задачу с помощью другого дополнительного построения?	Эвентуально можно обсудить предложения дополнить фигуру до прямоугольной трапеции, но этот подход аналогичен уже рассмотренному. Интерес представляет построение диагонали *AC* (*рис. 10*) и реализация соответствующего решения.
Какая специфическая информация в задаче подтолкнула нас к построению диагонали AC?	Так как известны длины сторон *AB* и *AD*, а также и длины расстояний от точки *C* до каждой из них, то можно найти площади треугольников *ABC* и *ACD*.
Какое из этих решений более рационально?	Второе решение.
Применим ли этот способ решения при нахождения площади произвольного четырехугольника в квадратной сети?	Эвентуальный положительный ответ предполагает рассмотрение контрапримера.
Какое из решений применимо к более широкому кругу задач (более общее, более надеждное)?	Первое решение.
Можем ли поступить как в первом решении при нахождении площади произвольного выпуклого четырехугольника в квадратной сети?	Да.
А если данная фигура – многоугольник?	Уместно рассмотреть несколько примеров, направляющих на применении аналогичного подхода при нахождении площади многоугольника в квадратной сети.

Постройте (в квадратной сети) четырехугольник, у которого: *а) нет стороны, лежащей на линии (параллельной линиям) квадратной сети;* *б) есть две соседние сторони, лежащие на линиях (параллельные линиям) квадратной сети;* *в) есть две противные стороны, лежащие на линиях (параллельные линиям) квадратной сети.*	Выпылняют задание.
Площадь какого из построенных четырехугольников можно найти ***только*** *посредством их/его вписания в прямоугольнике?*	Подусловие а).
Площадь какого из построенных четырехугольников можно найти и через построение одной из их диагоналей? Почему?	Подусловия б) и в).
В каком случае имеет значение выбор диагонали?	Подусловие б).
Какие выводы можем сделать о необходимости построения дополнительных фигур при нахождении площади фигуры в квадратной сети? *Какие из этих выводов связаны с общей информацией в условии задачи и какие – со специфической?*	Выводы на основании проведенных рассуждений. Учащимся можно предоставить время для самостоятельной работы с целью обобщения информации и систематизации выводов.
Какое из указанных решений задачи 19 Вы предпочитаете? Почему?	Вопрос предполагает индивидуальный ответ и аргументацию со стороны каждого ученика.

Представим коротко некоторые из мотивов включить задачи типа предложенной, с используя которые стремимся развивать рефлексивные умения при обучении по теме «Площади фигур». Что особенного в этой задаче?

Во-первых, по степени проблемности и сложности [6, с. 143], она соотносима с возможностями большинства из обучаемых в 5-ом классе, что придает ей высокий «технологический вес». Включение таких задач при подборе обеспечивает структурную полноту предлагаемой системе и по отношению дидактической целесообразности, связанной с овладением рефлексивным подходом. Задача является типичным представителем вида *«конкретизация базовых задач»* [там же, с. 150]. В конкретном случае конкретизирована базовая задача **Т2**. Причем условие задачи содержит неявную информацию (две соседние стороны четырехугольника лежат на линии квадратной сети), которая предполагает нетривиальный подход (разбить данный четырехугольник на два треугольника, у которых основания и высоты, проведённые к ним, известны – рис. 10).

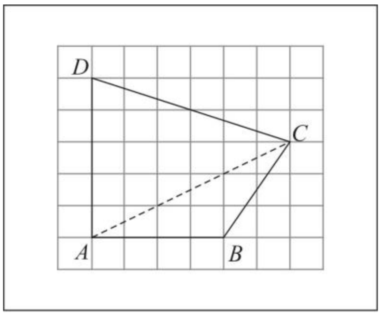

Рис. 10.

Во-вторых, одновременно возникает учебная ситуация, которая благоприятсвует конструированию, в том числе и – учениками, групп задач с практической направленностью, например, задачи на нахождение площади земельных участков. Таким образом, предоставляется возможность для проявления праксиологической рефлексии в нескольких аспектах (по [1, с. 192]):

– поиск и нахождение применения и реализации познавательных способностей и знаний субъекта;

– составление и решение житейских задач, релевантных соответсвующим знаниям, умениям и индивидуальным способностям;

– формирование праксиологического стиля мышления и так далее.

Этим обеспечивается задействование целой гаммы рефлексивных качеств – личностных, интеллектуальных, коммуникативных и праксиологических.

В-третьех, аргументом в пользу выбора задач типа цитированной задачи 19 является и необходимость понижения степени проблемности и сложности подобных задач, учитывая предстоящее изучение темы «Прямоугольная координатная система» в 6-ом классе, где такие задачи являются основным объектом учебно-познавательной деятельности учащихся. Отметим, что переход от эвристичности к алгоритмичности (в частности, – автоматизации) при применении определенных знаний и умений, что есть одной из образовательных целей при решении эвристических задач, постепенно снижает заинтересованность учащихся к решению определенного класса задач. Однако, эти знания, умения и реализованные на практике идеи параллельно приобретают прочность, надежность и, следовательно, с большей вероятностью можно ожидать, что ученики будут применять их в новых проблемных ситуациях.

В-четвертых, в предложенном примере (см. таблицу 1) ярко открывается ретроспективный рефлексивный анализ по отношению к уже осуществленной познавательной деятельности в качестве ведущего технологического приема с рефлексивным характером. Его применение в учебном процессе является одним из средств для преодоления значимых недостатков современного образования. Среди них, к сожалению, отметим, что все больше и больше ширится и распространяется практика, где преподаватели математики сознательно избегают направлять внимание учащихся к решению геометрических задач с эвристическим характером, особенно таких, которые требуют дополнительных построений. Мотивы, с которыми они оправдываются, чаще всего связаны со слабым интересом учеников к предмету, с непосильной для их возраста трудностью задач, с неприменимостью таких умений на практике, с недостатком учебного времени или с овладением на следующих этапах обучения методами, позволяющими аналитическое решение тех же задач алгебраическими средствами.

Каждый, кому удалось понять красоту задачи таким образом, о котором говорил Д. Пойя, принял бы эти доводы со снисходительной улыбкой. Не будем комментировать подробно очевидную несостоятельность таких доводов, а отметим только, что угасающий интерес школьников к урокам математики чаще всего вызван скучным, неинтерактивным преподаванием и ограничением предмета в рамках обязательного учебного содержания. А один из доказанных способов для преодоления таких негативных предпосылок – это именно разнообразие и отправление все новых и новых вызов к обучаемым [4].

Выводы. Искренне надеемся, что кроме конкретных направлений для конструирования образовательной технологии, основаной на принципах рефлексивного подхода в обучении, любознательный читатель увидит в нашей статье желание стимулировать склонность подрастающего поколения к исследовательской и творческой деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Василев В. К. Рефлексията в познанието, самопознанието и практиката / В. К. Василев. – Пловдив: Макрос, 2006. – 292 с.

2. Ганчев И. Методика на обучението по математика. 5-7 клас / Ганчев И., Портев Л., Баев Б., Тодорова П. – Пловдив: Макрос-2000, 1996. – 236 с.

3. Гроздев С. Моделиране и управление на възможностите на изявени ученици за решаване на задачи / Гроздев С. // Педагогика. – 2003. – № 1. – С. 58-74.

4. Гроздев С. Организация и самоорганизация при решаване на задачи / Гроздев С. // Математика и информатика. – 2002. – Кн. 6. – С. 51-58.

5. Милушев В.Б. Триадата дейности решаване, съставяне и преобразуване на математически задачи в контекста на рефлексивно-синергетичния подход / Милушев В.Б. – Дисертация за присъждане на научна степен доктор на педагогическите науки. – Пловдив: ПУ «Паисий Хилендарски», 2008. – 314 с.

6. Скафа Е. Конструиране на учебно-познавателна евристична дейност по решаване на математически задачи / Скафа Е., Милушев В. – Пловдив: УИ «Паисий Хилендарски», 2009. – 332 с.

7. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Фридман Л.М. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

8. Grozdev S. For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice) / Grozdev S. – Sofia, 2007. – 295 p.

РЕЗЮМЕ

Милушев В. Б., Иванова Н. И. Совершенствование пропедевтики изучения систематического курса планиметрии средствамитрефлексивного подхода.

Разработана модель для применения рефлексивной технологии осуществления пропедевтики формирования и усовершенствования умений учеников применять прием «дополнительное построение» при решении планиметрических задач. Эта пропедевтика учитывает возможности развития индивидуальных рефлексивных способностей учащихся и их склонности к творчеству. Предложена система обособления задач при изучении темы «Площадь фигур» в трех группах. Разработан конкретный пример вопросов и заданий, ориентирующих на осознание оснований реализованной познавательной деятельности.

***Ключевые слова**: рефлексивный подход, эвристично-ориентированные задачи, пропедевтика.*

SUMMARY

Milloushev V., Ivanova N. Mastering the propaedeutics in studying systematic course in planimetry by means of reflexive approach.

With the aim of mastering the education in planimetry, the authors have work out a model for the application of reflexive technology. The propaedeutic activity concerning the formation and mastering the skills of students to apply the method of «additional construction», reports the opportunities to develop their individual reflective skills and their penchant for creativity. There is proposed a system for dividing the problems in studying the theme «Faces of figures» in three groups. We have developed a concrete example of relevant questions and assignments that focus on understanding the reasons for the performed cognitive activity.

***Key words**: reflexive approach, heuristic-oriented problems, propaedeutics.*