УДК 373.5

К. Д. Воробйова
Республіканський вищий навчальний заклад
«Кримський гуманітарний університет» (м. Ялта)

ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ІМІТАЦІЙНОГО ТА ЕВРИСТИЧНОГО КОМПОНЕНТІВ МЕТОДИЧНОЇ ГОТОВНОСТІ ВЧИТЕЛЯ ДО НАВЧАННЯ СТОХАСТИКИ УЧНІВ СТАРШИХ КЛАСІВ СОЦІАЛЬНО-ГУМАНІТАРНОГО НАПРЯМУ

У статті представлено рекомендації з метою надання допомоги вчителям в оволодінні методичними прийомами навчання школярів стохастиці, керівництва пізнавальною діяльністю учнів. Ознайомлення з концептуальними основами ймовірносно-статистичної змістовно-методичної лінії озброює вчителя теорією навчання школярів стохастики.

***Ключові слова**: ймовірносні поняття, стохастичні задачі, емпіричні методи, комбінаторні знання та уміння, пізнавальна діяльність учнів, методична готовність вчителя, евристичний компонент, імітаційний компонент.*

Постановка проблеми. Розгляд ймовірносних понять в органічній єдності з їхніми досвідченими прототипами відкриває шлях до пізнання статистичних закономірностей, дає основу для математичного моделювання недетермінованих явищ, забезпечує сполучення теоретичних та емпіричних методів при розв’язанні практичних задач. При розв’язанні ряду стохастичних задач виникають проблемні ситуації, коли учень починає випробувати недолік відомих йому математичних засобів аналізу ситуації, приходить до нових понять, причому сам це поняття будує і визначає. На основі творчих можливостей стохастичних форм математичної діяльності відбувається самостійне відкриття знань заново. Методичний аналіз шкільних стохастичних задач, співвіднесений з компонентами готовності вчителя до навчання школярів стохастики, сприяє оволодінню методичними прийомами керівництва пізнавальною діяльністю учнів.

Аналіз актуальних досліджень. Дослідженню різних сторін питання стосовно тематики проблеми приділяли увагу В. Л. Гончаров, В. І. Земцова, М. Я. Ігнатенко, Н. В. Кузьмина, О. В. Хутірський. У дослідженнях І. Б. Ларіній, Е. А. Мирошніченко, С. О. Самсонової та інших висвітлено питання професійної підготовки майбутніх вчителів математики при навчанні стохастики. Існує низка досліджень, присвячених розв’язанню конкретних науково-методичних проблем навчання школярів елементам теорії ймовірностей і математичної статистики (Л. О. Бичкова, С. І. Воробйова, Д. В. Маневич, В. Г. Потапов, І. О. Соловйова, В. В. Фірсов та ін.).

Мета статті – розглянути шляхи щодо практичної реалізації імітаційного та евристичного компонентів методичної готовності вчителя до навчання стохастики учнів старших класів соціально-гуманітарного напряму.

Виклад основного матеріалу. Імітаційний компонент пов’язаний із проведенням статистичного моделювання. Підготовку до проведення моделювання варто починати досить рано, використовуючи стохастичні ігри.

Приклад 1. При вивченні відсотків бажано провести колективний статистичний експеримент: одні учні (приблизно половина класу) підкидають гральний кубик; інша половина класу, заготовивши шість занумерованих жетонів, витягує їх по одному з коробки на вдачу (з поверненням). Провівши по 25 іспитів кожним, поєднують одержані дані й обчислюють відсотки, що відповідають іcходам. Учні з'ясовують, чи багато відрізняються процентні показники один від одного. Природно, висновок про еквівалентності розглянутих датчиків випадкових іcходів в явному виді формулювати не варто. Але сам собою напрошується висновок про те, що коли немає часу для виготовлення жетонів і відшукання коробки, то можна скористатися кубиком. Замість дослідження одного явища, можна провести дослідження явища-замінника.

Після ознайомлення учнів із круговою діаграмою можливості для проведення моделювання істотно розширюються, тому що на основі таких діаграм можна виготовляти найрізноманітніші вертушки.

Наприклад, побудувавши кругові діаграми для результатів іспитів з кубиком і з жетонами, можна вибрати ту, на основі якої може бути виготовлена вертушка, що заміняє кубик або коробку з жетонами.

Подальшим кроком уперед є моделювання (імітація) викидання кульок барабаном спортлото. Тут ми змушені прибігати до дослідження явища-замінника, тому що на відміну від кубика або коробки з жетонами, не можемо знайти або самі виготовити барабан спортлото.

Наступний крок у проведенні моделювання повинний складатися в розгляді явищ, для якого учні не зможуть підібрати «ідеального» датчика випадкових іcходів, тобто коли теоретичний розподіл ймовірностей не матеріалізується у виді якого-небудь доступного їм фізичного приладу.

Приклад 2. Нехай, наприклад, зробивши стрілянину по мішені, учні одержали таблицю 1.

Таблиця 1

Бали	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число улучень	4	11	23	27	60	75	90	82	67	41	20

У цьому випадку вони не мають у своєму розпорядженні датчик випадкових іcходів, що міг би щонайкраще, генеруючи емпіричний розподіл, представити дану ситуацію. Тому, через нестачу кращого, можна з деякою погрішністю використовувати вертушку, виготовлену на основі кругової діаграми одержаних результатів стрілянини по мішені. Погрішність тут може виявитися великою, але для наших цілей на цьому етапі важливіше не одержати правильні результати, а прилучити школярів до нового виду діяльності.

Відзначимо одну важливу особливість імітації результатів стрілянини по мішені. Якщо раніш учні моделювали ті явища, в яких випадковість яскраво виражена, то потім поступово має бути здійснений перехід до моделювання явищ, в яких випадковість схована, замаскована. Приклад зі стріляниною по мішені ілюструє границю між такими явищами: випадковість не відіграє визначальної ролі, але не занадто схована і проступає досить явно.

Наступний приклад наведемо для ілюстрації моделювання тих явищ, випадкові причини яких важко побачити.

Приклад 3. Одержано дані про заявки на підприємство побутового обслуговування (табл. 2).

Таблиця 2

Дні тижня	**Середа**	**Четвер**	**П'ятниця**	**Субота**	**Неділя**
Число заявок	25	60	60	90	125

За деякими даними стало відомо, що загальне число заявок на наступному тижні збільшиться приблизно вдвічі. Що можна припускати про можливий розподіл заявок на наступному тижні? Учням пропонується розіграти можливу ситуацію за допомогою вертушки, скориставшись порівнянням діаграм. Пропонуємо вчителеві спробувати виконати це самому.

При вивченні емпіричних характеристик можна організувати моделювання, наприклад, поставивши перед учнями задачу обчислення наближених значень середніх. Так, запропонувавши їм готову кругову діаграму числа книг, прочитаних школярами за рік, доручається виготовити на її основі вертушку, провести іспити і для їх ісходів знайти середні характеристики. Їх приймають за наближені значення щирих середніх характеристик. Після цього бажано обчислити точні значення середніх характеристик і порівняти їх з наближеними. Якщо розходження вийшло значне, то моделювання повторюється з великим числом іспитів по обертанню вертушки. При об'єднанні результатів великого числа іспитів, проведених учнями всього класу, одержання дуже близьких значень середніх характеристик для вихідної і модельної ситуацій досить ймовірно.

Згодом варто звертати увагу учнів на те, що для численних розрізнених даних моделювання ускладнено: сутужніше виготовити датчик випадкових ісходів, складніше порівнювати вихідне явище з його замінником. У таких випадках допомагає угруповання даних. Так, наприклад, якщо дані про число прочитаних книг численні, то можна розбити їх, скажемо, на 4 або 5 груп і розглядати кожну групу як єдине ціле.

До деякого моменту, проводячи моделювання, учні використовують щораз новий генератор випадкових ісходів. Для них може виявитися приємним «відкриттям» те, що не обов’язково при кожній новій імітації треба виготовляти свій, особливий датчик випадкових ісходів. Можна користуватися тим самим «приладом», що генерує випадкові ісходи для моделювання всіляких явищ.

Приклад 4. Учням видається завдання, спрямоване на організацію моделювання за допомогою таблиці випадкових чисел: «Два гравці поперемінно кидають монету. Перемагає той, у кого першого випав герб. Змоделюйте цю гру за допомогою таблиці випадкових чисел. Скільки відсотків складають розиграші, у яких переміг перший гравець?».

Учням треба підказати, щоб вони вибрали навмання яку-небудь цифру в таблиці і, якщо вона непарна, то вважали, що «випав герб», а якщо парна, то «випала цифра». Також надходимо з усіма цифрами цієї таблиці, що йдуть далі. Наприклад (табл. 3):

Таблиця 3

221	09	405	5	8609	7
ццг	цг	ццг	г	цццг	г
Виграв 1-й	Виграв 2-й	Виграв 1-й	Виграв 1-й	Виграв 2-й	Виграв 1-й

Після багатьох серій таких перевірок з’ясовується, що в середньому зі ста розиграшів приблизно в 67 (тобто 67%) перемагає гравець, який кидає монету першим.

При моделюванні за допомогою лінії накопичених частот використовуємо таблицю випадкових чисел у такий спосіб. Обираємо, наприклад, на вдачу в таблиці дві випадкових цифри і складаємо з них число. Розділивши його на 100, одержуємо десятковий дріб, наприклад 0,86, що відзначаємо на осі ординат. Після цього знаходимо абсцису крапки лінії накопичених частот, що має дану ординату. На рис. 1 показаний спосіб перебування можливого значення часу, що відповідає випадковому числу 86. Воно приблизно дорівнює 23 хвилинам.

Розігравши таким чином кілька можливих значень, учні швидко зрозуміють переваги використання таблиці випадкових чисел. Після цього варто переходити до моделювання за допомогою гістограми.

Побудувавши гістограму, наприклад часу, витраченого учнями на розв’язання задачі, розглядаємо випадкове число 0,86 як площу фігури, заштрихованої на рис. 2.

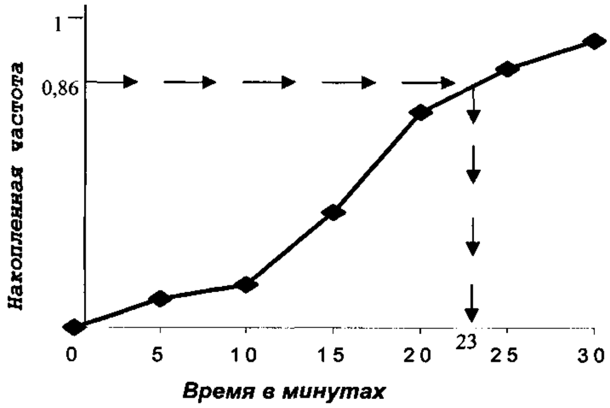

Рис. 1

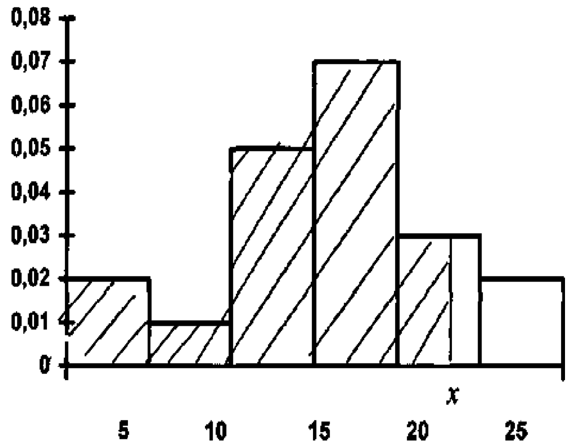

Рис. 2

Площа прямокутника, підставою якого є відрізок від 25 до 30, дорівнює 0,02 • 5 = 0,1. Площа не заштрихованої частини гістограми дорівнює 1 – 0,86 = 0,14. Тому значення *x* знаходиться з рівняння:

$$0{,}02 \cdot 5 + (25 - x) \cdot 0{,}03 = 1 - 0{,}86$$

Одержуємо $x = 23\frac{2}{3}$ (хв.).

Після ознайомлення з графіками функції та щільності розподілу учні одержують можливість розігравати можливі значення ознаку як графічно, так і аналітично.

<u>Евристичний компонент</u> пов'язаний з «відкриттями» як нових стохастичних понять, так і нових методів дослідження навколишніх явищ.

Приклад 5. Поняття медіани школярі можуть «відкрити» при розгляді наступної ситуації. Власник одного приватного підприємства оголосив про високий середньомісячний заробіток на його підприємстві (табл. 4): він складає 41800 гривень. Чи це не так?

Таблиця 4

Займана посада	**Заробіток у грн.**
Власник підприємства	400000
Керуючий	40000
Інженер	5000
Робітник	3200
Робітник	2600
Робітник	2000
Робітник	1800
Робітник	1600
Робітник	1400
Робітник	1200
Прибиральниця	1000

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

Обчислення підтверджують, що середнє арифметичне дійсно дорівнює 41800 гривень.

Але чи можна дійсно вважати, що на кожного працюючого приходиться такий заробіток? Адже велику частину складають, як видно з таблиці, робітники, заробіток яких значно менше середнього арифметичного. Проте дуже великий прибуток у власника підприємства. У цьому випадку середнє арифметичне не є типовим представником даних.

Як же оцінити типовий заробіток характерний для осіб зайнятих на цьому підприємстві?

Розташовуючи дані в порядку зростання, учні виділяють число 2000 (гривень). Від вчителя вони довідаються, що знайдене таким способом значення називають медіаною.

У даній ситуації саме медіана призводить до більш об'єктивного висновку.

Приклад 6. Направити діяльність учнів до «відкриття» понять ймовірності і математичного очікування можна, організувавши такий статистичний експеримент у формі гри. Учні класу розподіляються по парах і кожна пара проводить іспити з підкиданням металевої канцелярської кнопки. Якщо кнопка упаде вістрям нагору, то один із гравців записує собі 2 очка, а другий 1 очко. Якщо ж кнопка упаде вістрям униз, то, навпаки, перший записує собі 1 очко, а другий 2 очка. Порівнюючи суми балів, вони визначають переможця. Усе це поки проводиться в межах позакласної діяльності.

На уроках математики варто розглянути таблиці частот, складені кожною парою гравців. Учням варто запропонувати уявити собі, що число іспитів при проведенні цього експерименту дуже велико, наприклад 100000. Такий експеримент проводити досить складно однак ми можемо припустити, які значення частот при цьому найбільше можна очікувати. Цьому допомагає і перегляд таблиці об'єднаних даних усіх учнів класу.

Є підстави вважати, що при дуже великому числі іспитів частота випадання кнопки вістрям униз буде близька до деякого числа Р (наприклад $P \approx 0{,}4$, якщо відповідні частоти рівні 0,391; 0,412; 0,398; 0,397; 0,401 і т.п.). Вчитель повідомляє, що це теоретично очікуване значення частоти називають ймовірністю випадання кнопки вістрям униз.

Аналогічні міркування проводяться для випадання кнопки вістрям нагору.

Далі перед учнями ставиться питання про середній виграш. Наприклад, середні арифметичні виграшів першого та другого гравця відповідно рівні:

$$1 - 0{,}595 + 2 - 0{,}405 = 1{,}405\,;\quad 2 - 0{,}595 + 1 - 0{,}405 = 1{,}595\,.$$

Порівнюючи середні арифметичні, обчислені за результатами експерименту для кожної пари, доходимо висновку, що майже в усіх (а швидше за все навіть в усіх) парах перші гравці в середньому вигравали більше число балів, чим другі. Складаються дві послідовності значень середніх арифметичних. Члени кожної з цих послідовностей, за рідкісним винятком, будуть близькими один до одного. Ймовірно, числа першої послідовності будуть близькі до 1,6, а другої – до 1,4. Прогнозуючи результати експериментів з дуже великим числом іспитів, учні самі висувають гіпотезу про існування деяких теоретично очікуваних чисел m_1 и m_2 (очікуваних виграшів першого та другого гравців), до яких наближаються середні арифметичні відповідних послідовностей при збільшенні числа іспитів. Від вчителя вони довідаються, що прийнято говорити так: число m_1 є математичне очікування виграшу першого гравця; число m_2 є математичне очікування виграшу другого гравця.

Евристичний характер стохастичних умовиводів виявляється також у встановленні несподіваних фактів. Наприклад, при проведенні статистичного дослідження на тему: «Дні народження учнів» визначеною несподіванкою для школярів виявляється факт збігу днів народження в деяких з них. Дивним для учнів також є те, що при моделюванні гри з попеременним підкиданням монети майже в 67% випадків перемагає гравець, який починає гру. Це залишається загадкою для учнів доти, поки вони не зможуть озброїтися ймовірносними засобами пояснення таких фактів.

У зв’язку з цим розглянемо ще один приклад.

Приклад 7. Вчитель пропонує обговорити таку ситуацію. Перед грою в шахи Владик та Олег визначають, хто зробить перший хід. Владик запропонував покласти в темний пакет 2 білі пішаки та 1 чорний, і якщо два вийняті навдачу пішаки виявляться різного кольору, то починає гру він, а якщо одного кольору, то перший хід робить Олег. Чи треба Олегові погоджуватися з цією пропозицією? Скільки та які пішаки треба додати, щоб рішення було справедливим?

Побудова дерева можливих варіантів допомагає учням зрозуміти, що пропозиція Владика не підходить для Олега. Подив викликає установлення факту, що додавання до наявних трьох пішаків ще одного чорного пішака не приводить до справедливого рішення. І ще більше дивує дітей те, що проблема розв’язується, коли в пакет кладуться 3 білих й однин чорний пішак.

Висновки. Представлені методичні приклади дозволяють переконатися в широких виховних потенційних можливостях нової лінії та допомогти вчителеві підготуватися до ролі організатора самостійної пізнавальної діяльності учнів. У них реалізоване органічне поєднання науково-математичної та методичної ліній при викладі стохастики, висування на перший план ідеї зв’язку наук про випадковий з методикою формування статистичних уявлень школярів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ігнатенко М. Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів при вивченні математичних дисциплін (результати науково-дослідного проекту) / М. Я. Ігнатенко // Методологічні та методичні основи активізації науково-пізнавальної діяльності студентів у процесі вивчення математичних дисциплін, 6–8 листопада 2008 р., м. Ялта. – Зб. статей. – Ялта : РВВ КГУ, 2008. – Вип. 2. – 192 с. – С. 3–14.

2. Плоцки А. Вероятность в задачах для школьников : Кн. для учащихся // А. Плоцки. – М. : Просвещение, 1996. – 191 с.

3. Пойа Л. Математика и правдоподобные рассуждения // Л. Пойа. – М. : Наука, 1975. – 2-е изд. – 464 с.

4. Трунова О. В. Система задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики і методика їх розв'язування / О. В. Трунова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 26. – Донецьк : Фірма ТЕАН, 2006. – С. 96–104.

РЕЗЮМЕ

Е. Д. Воробьева. Практическая реализация имитационного и эвристического компонентов методической готовности учителя к обучению стохастике учащихся старших классов социально-гуманитарного направления.

В статье представлены рекомендации с целью предоставления помощи учителям в овладении методическими приемами обучения школьников стохастике, руководства познавательной деятельностью учащихся. Ознакомление с концептуальными основами вероятностно-статистической содержательно-методической линии вооружает учителя теорией обучения школьников стохастике.

***Ключевые слова**: вероятностные понятия, стохастические задачи, эмпирические методы, комбинаторные знания и умения, познавательная деятельность учащихся, методическая готовность учителя, эвристический компонент, имитационный компонент.*

SUMMARY

K. Vorobjova. Practical realization of imitating and heuristic components of methodical readiness of the teacher to stochastic training of learning senior classes of the social-humanitarian direction.

Acquaintance with conceptual bases statistical substantial-methodical line arms the teacher with the theory of stochastic training of schoolboys. Recommendations with the purpose of granting the help are submitted to teachers in mastering by methodical receptions of stochastic training of schoolboys, managements of cognitive activity of pupils.

Key words: stochastic concepts, stochastic tasks, empirical methods, combinatory knowledge and skills, cognitive activity of pupils, methodical readiness of the teacher, heuristic component, imitating component.