О.О. Шевченко
Сумський державний педагогічний університет ім. А. С. Макаренка

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ’ЯЗКИ ГЕОМЕТРІЇ ТА ЕЛЕМЕНТІВ СТОХАСТИКИ

Постановка проблеми. Сучасна концепція шкільної освіти орієнтована в першу чергу на індивідуальність дитини, її інтереси та здібності. Саме тому, коли йде мова не лише про ступінь навченості математичного матеріалу, а й про ступінь сформованості особистості за допомогою математики, слід особливу увагу приділити розвитку в школярів таких важливих якостей, як ймовірнісна інтуїція та статистичне мислення.

Основними цілями навчання елементів стохастики є навчити учнів аналізувати процеси і явища, що мають ймовірнісний характер, та вміти застосовувати отримані знання для оцінювання різноманітних подій навколишнього світу, настання яких найчастіше залежить від багатьох випадкових чинників, детерміноване врахування яких неможливе.

Стохастичні знання необхідні кожному. Адже саме вони допомагають аналізувати статистичні дані, які ми зустрічаємо в повсякденному житті, дають можливість на їх основі отримувати певні висновки і приймати рішення в ситуаціях, з якими ми зустрічаємося кожного дня. Вони сприяють розвитку особистості, вдосконаленню комунікативних навичок, умінню орієнтуватися в суспільних процесах. Життєві стохастичні знання – знання про світ випадкового, про закономірності в ньому або їх відсутності, отримані до навчання стохастики в процесі індивідуальної життєдіяльності. Вони починають складатися ще в ранньому дитинстві під впливом практичних ситуацій, як «зустріч з випадковим» (наприклад, поява нової людини, зміна обстановки, зміна меню тощо). Подальший розвиток життєві стохастичні знання отримують в ході сприйняття мовних зворотів, знайомства з прислів’ями, приказками, народними прикметами як життєвими імовірнісними законами, отримання інформації з книг, кінофільмів, розповідей дорослих, а також на основі власного досвіду використання цієї інформації.

Сьогодні у зв’язку із збільшенням об’єму інформації, який підлягає засвоєнню, а також з необхідністю підготовки учнів до самоосвіти, важливе значення набуває вивчення ролі міжпредметних зв’язків. Міжпредметні зв’язки в навчанні відображають комплексний підхід до виховання і навчання. Вони формують конкретні знання школярів, розкривають гносеологічні проблеми, без яких неможливе системне засвоєння основ наук.

Міжпредметні зв’язки являють собою відображення в змісті навчальних дисциплін тих діалектичних взаємозв’язків, які об’єктивно діють у природі й пізнаються сучасними науками. Міжпредметні зв’язки – це педагогічна категорія для позначення синтезуючих, інтеграційних відносин між об’єктами, явищами і процесами реальної дійсності, що знайшли своє відображення у змісті, формах і методах навчально-виховного процесу і виконують освітню, розвиваючу і виховує функції в їх обмеженому єдності.

Яскравий приклад реалізації міжпредметних зв’язків ми можемо побачити в курсі елементів теорії ймовірностей, а саме при розгляді геометричної ймовірності.

Аналіз досліджень і публікацій останніх років. До проблем пропедевтики елементів стохастики зверталися А.В. Ліпінська, М.В. Ткачьова, Л.А. Терехова, Е.А. Бунимович, Л.М. Рибалова та ін.

Мета даної статті – проаналізувати важливість міжпредметних зв’язків в шкільному курсі математики на прикладі геометричної ймовірності.

Виклад основного матеріалу. Вперше з геометричною ймовірністю випадкової події учні знайомляться у одинадцятому класі. У підручнику «Алгебра 11 клас, академічний рівень, профільний рівень» за редакцією Є.П. Неліна, О.Є. Долгової сформульовано таке означення геометричної ймовірності: геометричною ймовірністю події А називають відношення площі фігури, сприятливої для події А, до площі всієї заданої фігури $\mathrm{P(A)} = \frac{S(A)}{S(B)}$ [3].

Геометрична ймовірність вивчається в одинадцятому класі і до того ж лише у класах з академічним, профільним рівнем та поглибленим вивченням математики. Для даної теми у класах з академічним та профільним рівнем не виділено окремого уроку. Вона вивчається на уроці «Частота та ймовірність випадкової події». На нашу думку цього недостатньо. Саме тому ми пропонуємо ввести гурткові заняття, на яких можна більш детально зупинися на питаннях геометричної ймовірності. На цих заняттях доцільно розглянути такі задачі, як задача про зустріч та задача Бюффона (задача про голку).

ЗАДАЧА ПРО ЗУСТРІЧ [2].

У навчальній літературі дуже популярна задача про зустріч. Перші відомості про дану задачу зустрічаються в книзі Уайтворта «Вибір і шанс» (1886). Пізніше задача про зустріч опубліковувалася в інших джерелах у якості ілюстративного прикладу, а також знаходила застосування у задачах організації виробництва.

Двоє людей домовились зустрітися між першою та другою годинами на таких умовах: той, хто прийде першим, чекає на другого не більше, ніж 20 хвилин. Знайти ймовірність їх зустрічі – події A.

Розв’язання. Позначимо через x час прибуття першого із учасників зустрічі, а через y – другого. Крім того, будемо вважати початковий термін – першу годину, починаючи з якого можлива зустріч, за початок відліку. Тоді $B = \{(x, y) : 0 \le x \le 60;\ 0 \le y \le 60\}$,

бо зустріч може відбутися протягом однієї години, що дорівнює 60 хвилинам. Зустріч відбудеться, якщо час між прибуттям першого та другого учасника не перевищує 20 хвилин, тобто $A = \{(x, y) : | x - y | \le 20\}$.

Отже, маємо справу із множинами на площині. В якості міри обирають площу S (див. рис.1.1).

$$P(A) = \frac{s(A)}{S(B)} = \frac{60^2 - 40^2}{60^2} = \frac{5}{9}$$

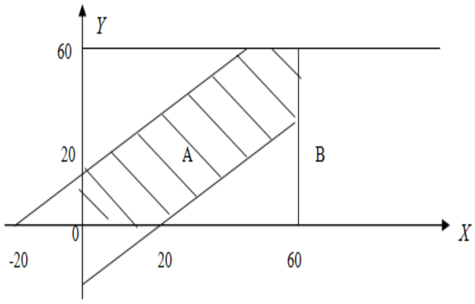

Рис. 1.1

ЗАДАЧА Ж. БЮФФОНА (1707-1788)

Уже в першій половині XVII століття стало зрозумілим, що класичне означення поняття ймовірності має обмежену область застосування і виникають ситуації, коли воно не діє. Першим, хто зробив крок у напрямку розвитку геометричної ймовірності, був Х. Гюйгенс в 1692 році. Однак в перекладі, здійсненому Д.А. Арбутнотом, задачі на геометричну ймовірність були винесені в додаток як такі, що мають «важкий характер». Принцип задач полягав у тому, що вводиться міра множини сприятливих події випадків і береться її відношення до міри множини всіх можливих випадків.

Згодом цією темою займався Ж. Бюффон, який двічі опубліковував роботи, що присвячені геометричній ймовірності (1733 і 1777), в яких головною ідеєю вченого було «показати, що геометрія може бути використана як аналітичний інструмент в області теорії ймовірностей», у той час, як геометрія здавалась малопотрібною для таких цілей. Ж. Бюффон сформулював відому задачу «кидання голки».

Нехай площину розділено паралельними лініями, відстань між якими дорівнює L. На цю площину навмання кидають голку, довжина якої $l \le L$. Знайти ймовірність того, що голка перетне одну із паралельних ліній.

Розв’язкання. Нема сенсу розглядати всю площину, бо насправді має значення положення голки тільки відносно двох паралельних прямих. Визначимо положення голки відносно цих паралельних ліній двома параметрами (див.рис.1.2): відстанню x від середини M голки M_1M_2 до найближчої із ліній та кутом φ між голкою M_1M_2 і лінією. Множина точок (x,φ) із усіми можливими значеннями координат визначить множину G, тобто

$$B = \{(x,\varphi) : 0 \le x \le \frac{1}{2}\ ;\ \ 0 \le \varphi \le \pi\}$$

Очевидно, що $A = \{(x,\varphi) : 0 \le x \le \frac{1}{2} \cdot \sin(\varphi)\ ;\ \ 0 \le \varphi \le \pi\}$

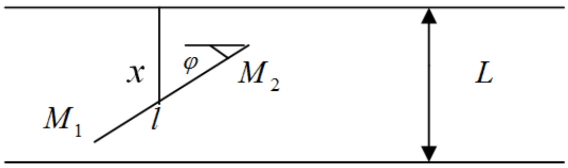

Рис. 1.2

Множини G та g надежать двовимірному простору. В якості міри розглянемо площу S.

$$S(B) = \pi \cdot \frac{L}{2}; \quad S(A) = \frac{l}{2}\int_{o}^{\pi} \sin\varphi \, d\varphi = -\frac{l}{2}\cos\varphi\Big|_{0}^{\pi} = l .$$

$$P(A) = \frac{2l}{\pi L} .$$

Зауваження: задачу Бюффона можна використовувати для практичного знаходження значення числа π. Нехай голку кидають n разів, при цьому m разів голка перетне пряму.

$$\vartheta(A) = \frac{m}{n} \approx \mathrm{P}(A)$$

$$\frac{m}{n} \approx \frac{2l}{L\pi}$$

$$\pi \approx \frac{2l \cdot n}{m \cdot L}$$

Нехай l = 60 см, L = 80 см, m = 1330, n = 2800

$$\pi \approx \frac{2 \cdot 60 \cdot 2800}{80 \cdot 1330} \approx 3{,}15$$

Отриманий результат є тільки наближенням реального значення π, із збільшенням n точність результату буде зростати.

Висновки.

1. Навчання учнів стохастики є необхідною умовою розвитку критичного мислення учнів.

2. Реалізація міжпредметних зв’язків дозволяє підвищити якість засвоєння учнями навчального матеріалу.

3. У процесі навчання учнів теми «Геометрична ймовірність» не тільки розширюється поняття ймовірності, але й поглиблюється засвоєння учнями геометричного матеріалу (площа фігур, геометричне місце точок із заданими властивостями, одиниці вимірювання площ).

Література

1. Бевз В.Г. Практикум з історії математики: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних факультетів педагогічних університетів / В.Г. Бевз. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – 312 с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. Изд. 8-е, испр. и доп. / Б.В. Гнеденко. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.

3. Нелін Є. П. Алгебра. 11 клас: підруч. для загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень, проф. рівень / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х.: , 2011. – 448 с.
4. Рибалова Л.М. Основи теорії ймовірностей. 6 клас. Частина І. / Л.М. Рибалова. – Суми: ВАТ «Сумська обласна друкарня» Вид-во «Козацький вал». – 2002. – 52 с.
5. Рибалова Л.М. Основи теорії ймовірностей. 6 клас. Частина ІІ. / Л.М. Рибалова. – Суми: ВАТ «Сумська обласна друкарня» Вид-во «Козацький вал». – 2003. – 60 с.
6. Колесник С.Г. Про міжпредметні зв'язки в курсах алгебри та геометрії // Зб. наук, праць. Педагогічні науки. / С.Г. Колесник. – Херсон, 2002. – Вип. 27. – С. 39-43.

Анотація. *У статті розкрито актуальність вивчення стохастичної лінії в шкільному курсі математики, важливість міжпредметних зв'язків під час навчання, сутність поняття «геометрична ймовірність», розглянуто та проаналізовано основні задачі з даної теми.*

Ключові слова: *міжпредметні зв'язки, геометрична ймовірність, задача про зустріч, задача Бюффона, число π.*

Аннотация. *В статье раскрыты актуальность изучения стохастической линии в школьном курсе математики, значение межпредметных связей во время обучения, сущность понятия «геометрическая вероятность», рассмотрены и проанализированы основные задачи по данной теме.*

Ключевые слова: *межпредметные связи, геометрическая вероятность, задача о встрече, задача Бюффона, число π.*

Annotation. *The article explores the relevance of studying stochastic line in school mathematics courses, the importance of interdisciplinary connections during learning, the essence of the concept of "geometric probability", reviewed and analyzed the main problem with the topic.*

Keywords: *interdisciplinary communication, geometric probability, the task of meeting the problem of Buffon, the number π.*