

12. The forensic laboratory handbook : procedures and practice / edited by Ashraf Mozayani, Carla Noziglia. – Humana Press Totowa, New Jersey, 2006. – 307 p.

РЕЗЮМЕ

И. М. Шапошникова. Прикладное направление обучения в процессе преподавания курса по выбору «Химия в криминалистике».

В статье на примере предложенного курса по выбору «Химия в криминалистике» обоснованы эффективные методы и формы реализации прикладного направления обучения. Такому виду обучения способствуют: ознакомление учащихся с типичными для данной профессии видами деятельности, выполнение профессиональных проб. В процессе преподавания курса используются различные методы обучения (словесные, наглядно-практические, практические, проблемно-поисковые) и формы работы (фронтальные, групповые и индивидуальные).

Ключевые слова: прикладное направление; курс по выбору; эксперт-криминалист; профессиональные пробы; словесные, наглядно-практические, практические, проблемно-поисковые методы обучения; фронтальные, групповые, индивидуальные формы работы.

SUMMARY

I. Shaposhnikova. Applied direction of education in the teaching of the course of choice «Chemistry in forensics».

In the article on the proposed course of choice «Chemistry in Forensics» The efficiency of the methods and forms of implementation of applied area of study. This kind of training is facilitated by: familiarization of students with typical of the profession activities, implementation of professional samples. In the process of teaching the course uses different teaching methods (verbal, visual-practical, practical, problem-search engines) and forms of work (front, group and individual).

Key words: applied area of study (applied direction); course of choice (elective course); forensic; professional sample; teaching methods: verbal, visual-practical, practical, problem-search engines; forms of work: front, group and individual.

УДК 51:378.147

Н. В. Шульга

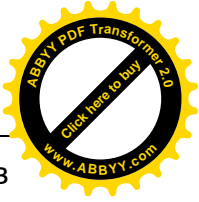
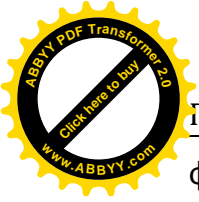
Харківський інститут фінансів Українського державного
університету фінансів та міжнародної торгівлі

МОДЕЛЮВАННЯ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ МАЙБУТНІХ ЕКОНОМІСТІВ

У статті виділено основні види економічних задач, математичні моделі яких можна дослідити з використанням методів лінійної алгебри та аналітичної геометрії (моделі сукупної реалізації, витрат, планування в умовах обмежених ресурсів, випуску продукції, поновлення таблиць економічних даних, лінійні моделі вартості перевезень, ринку капіталу тощо). Розглянуто можливість розв'язання таких задач засобами табличного процесора MS Excel.

Ключові слова: математика для економістів, зміст навчання математики, математичні моделі, задачі економічного змісту, лінійна алгебра, аналітична геометрія, табличний процесор MS Excel, комп'ютерно-орієнтоване навчання.

Постановка проблеми. Математика – це наука про математичні моделі та методи їх застосування у процесі розв'язування прикладних задач. Саме тому,



формування прийомів розумових дій в процесі навчання математики студентів економічних спеціальностей, повинно ґрунтуватися на формуванні прийомів побудови математичних моделей економічних задач та спрощенні їх аналізу за рахунок застосування комп'ютерної техніки.

Мета статті – виділити основні види економічних задач, математичні моделі яких можна дослідити з використанням методів лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

Аналіз актуальних досліджень. Проаналізувавши задачі, що запропоновані в розділі «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» підручників з математики для економістів [2–4, 9], а також наукові дослідження, присвячені актуальним проблемам математичного моделювання економіки [1, 5–8, 10], виділимо такі моделі:

1. **Модель сукупної реалізації.** Дано: A_1, A_2, A_n – матриці обсягів реалізації товарів по підприємствам 1, 2, ... n. Знайти: сукупну реалізацію як

суму матриць $\sum_{i=1}^n A_i$.

2. **Модель витрат підприємства.** Дано: A – матриця продуктивності підприємства, B – матриця витрат сировини, C – матриця цін, T – матриця роботи кожного з підприємств. Визначити: сумарну продуктивність за весь виробничий період як добуток матриць $A \cdot T$; витрати сировини кожного підприємства як добуток матриць $B \cdot (A \cdot T)$; вартість річного запасу сировини як добуток матриць $C \cdot (B \cdot (A \cdot T))$.

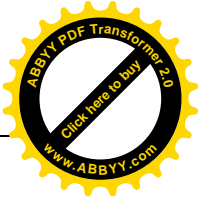
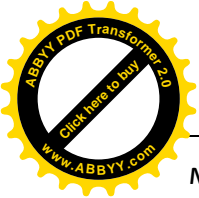
3. **Модель планування витрат в умовах обмежених ресурсів.** Дано:

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ – матриця норм витрат сировини на одиницю виробу,

$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$ – матриця витрат сировини, $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}$ – матриця норм витрат сировини на одиницю нового виробу.

Визначити: можливість розширення асортименту продукції за рахунок виробництва нового продукту при використанні наявної

сировини як розв'язок системи рівнянь
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + c_1x_{n+1} = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + c_2x_{n+1} = b_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + c_nx_{n+1} = b_n \end{cases}$$
, що



має нескінчену множину розв'язків.

4. **Модель випуску продукції.** Дано: A – матриця норм витрат ресурсів на одиницю продукції, B – матриця запасу ресурсів, Q_0 – матриця загального обсягу продукції. Визначити: план випуску продукції X як розв'язок системи

рівнянь:
$$\begin{cases} A \cdot X = B \\ \sum_{i=1}^n x_i = Q_0 \end{cases}$$

5. **Модель Леонтьєва** міжгалузевого балансу. Дано: A – матриця прямих витрат (технологічна матриця), Y – вектор кінцевого продукту. Визначити: матрицю валового продукту як розв'язок матричного рівняння $X = (E - A)^{-1} \cdot Y$.

6. **Модель рівноважних цін.** Дано: A – матриця прямих витрат (технологічна матриця), X – матриця валового випуску, P – матриця цін, V – матриця норм доданої вартості. Визначити: рівноважні ціни як розв'язок матричного рівняння $P = A^T \cdot P + V$.

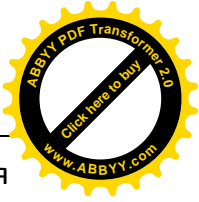
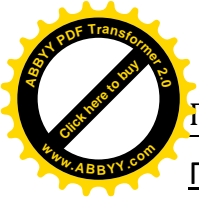
7. **Модель зайнятості у виробництві.** Дано: A_i – матриці прямих витрат (технологічні матриці) для кожної з галузей n , Z_i – витрати живої праці на одиницю випуску продукції кожної галузі. Визначити: Сумарні витрати праці для

всієї системи як добуток
$$T = \sum_{i=1}^n A_i \cdot Z_i$$

8. **Техніко-економічна модель виробництва.** Дано: A_i – матриця витрат продуктів власного виробництва в окремих цехах, Z – матриця витрат сировини, основних матеріалів, палива і електроенергії, C – матриця витрат часу роботи машин та обладнання, D – витрати часу праці окремих груп робітників для виробництва одиниці продукції, Y – матриця кінцевого продукту. Визначити: випуск валової продукції з матричного рівняння $X = (E - A)^{-1} \cdot Y$, витрати сировини, матеріалів, енергетичних ресурсів як добуток матриць $Q = Z \cdot X$; план використання машин і обладнання як добуток матриць $U = C \cdot X$; трудові витрати як добуток матриць $T = D \cdot X$.

9. **Лінійна модель обміну** (модель міжнародної торгівлі). Дано: A – структурна матриця торгівлі між країнами, X – вектор бюджетів. Визначити: таке співвідношення між бюджетами цих країн, щоб не було значного дефіциту торговельного балансу для кожної з країн як розв'язок характеристичного рівняння $(A - E) \cdot X = 0$.

10. **Модель поновлення таблиць даних** з фінансово-економічної діяльності підприємства. Дано: B_{nk} – таблиці запасів сировини, $C_{mk} = A_{mn} \cdot B_{nk}$ – підсумкова таблиця даних фінансово-економічної діяльності підприємства.



Поновити: 1) A_{mn} – таблицю витрат підприємства, якщо відома B_{nk} – таблиця запасів сировини за допомогою оберненої матриці $A = C \cdot B^{-1}$; 2) B_{nk} – таблицю запасів сировини, якщо відома A_{mn} – таблиця витрат підприємства за допомогою оберненої матриці $B = A^{-1} \cdot C$.

11. **Модель набору товарів.** Дано: C – простір товарів, що містить набори товарів X , P – вектор цін. Визначити: вартість набору як скалярний добуток векторів $\bar{P} \cdot \bar{X}$.

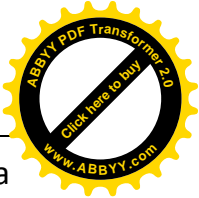
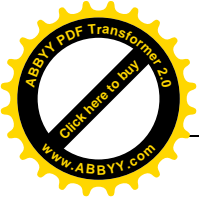
12. **Лінійна модель витрат виробництва.** Дано: лінійну залежність $y = kx + b$, де y – загальні витрати підприємства на виготовлення x одиниць однорідної продукції, b – сталі витрати виробництва, k – змінні витрати виробництва. Визначити: як змінюються витрати в залежності від зміни обсягу випуску продукції, як змінюються витрати, якщо сталі або змінні витрати стануть більшими (меншими) від заданих.

13. **Лінійна модель вартості перевезень.** Дано: лінійну залежність $y = kx + b$, де y – загальна вартість перевезення вантажу на відстань x , b – витрати при перевезенні, що не залежать від відстані, k – вартість перевезення вантажу на одиницю відстані. Визначити: як змінюється вартість перевезення в залежності від відстані, як змінюється вартість перевезення, якщо змінити вартість перевезення одиниці вантажу або витрати при перевезенні, що не залежать від відстані.

14. **Лінійна модель виторгу.** Дано: лінійну залежність $y = px$, де y – виторг від продажу x одиниць однорідної продукції за ціною p . Визначити: як змінюється виторг в залежності від зміни обсягу продажу продукції, як змінюється виторг, якщо зміниться ціна продукції.

15. **Лінійна модель ринку капіталу.** Дано: лінійну залежність $r_v = i + \frac{r_M - i}{\sigma_M} \sigma_v$. Визначити: як змінюється r_v – очікувана дохідність інвестиційного портфеля в залежності від ризику σ_v , якщо відомі i – безризикова ставка та $\frac{r_M - i}{\sigma_M}$ – премія за ризик.

Для спрощення розрахунків під час розв'язування математичних задач економічного характеру доцільно використовувати можливості комп'ютерної техніки. Найбільш доступними та найчастіше уживаними є програми Microsoft Office, серед яких для математичних розрахунків можна використати програмні можливості табличного процесору Microsoft Excel.



Для обчислення визначників в MS Excel існує вбудована математична функція **МОПРЕД** (рис. 1). Для її застосування потрібно:

- 1) Виділити клітинку, де буде міститися результат обчислень;
- 2) Викликати математичну функцію МОПРЕД;
- 3) Виділити діапазон клітинок, що відповідає матриці, для якої буде обчислюватися визначник; натиснути Ок.

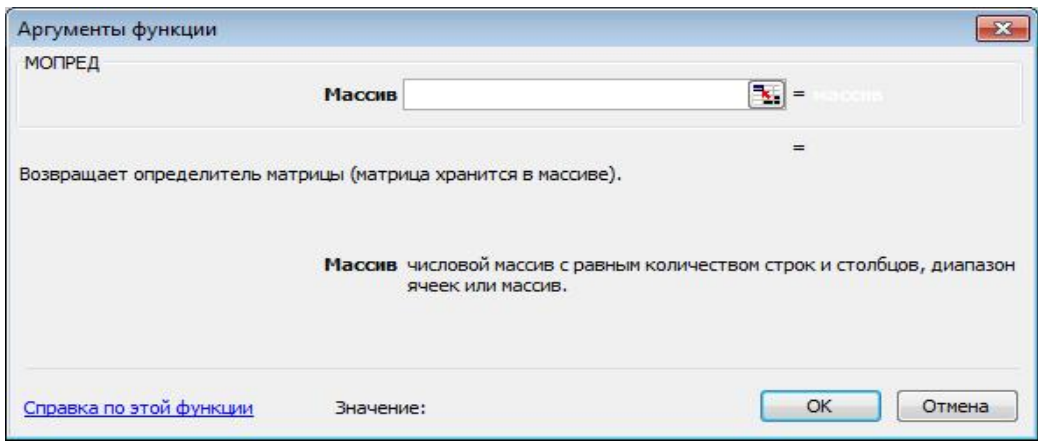


Рис. 1. Математична функція МОПРЕД

Для обчислення **суми (різниці)** двох матриць $C_{m \times n} = A_{m \times n} \pm B_{m \times n}$ потрібно:

- 1) Виділити діапазон клітинок розміром $m \times n$, де буде міститися матриця $C_{m \times n}$;

- 2) Записати формулу: = діапазон даних матриці $A_{m \times n}$ + (або -) діапазон даних матриці $B_{m \times n}$;

- 3) Натиснути комбінацію клавіш F2+<Ctrl>+<Shift>+<Enter>. Дана комбінація вказує на те, що проводяться дії з масивами.

Для обчислення **матриці** $A_{n \times n}^{-1}$, **оберненої** до матриці $A_{n \times n}$ потрібно скористатися вбудованою математичною функцією МОБР (рис. 2). Для цього необхідно:

- 1) Виділити діапазон клітинок розміром $n \times n$, де буде міститися матриця $A_{n \times n}^{-1}$;

- 2) Викликати майстер функцій та вибрати математичну функцію МОБР;

- 3) В рядок Массив ввести діапазон даних матриці $A_{n \times n}$. Натиснути Ок;

- 4) Натиснути комбінацію клавіш F2+<Ctrl>+<Shift>+<Enter>.

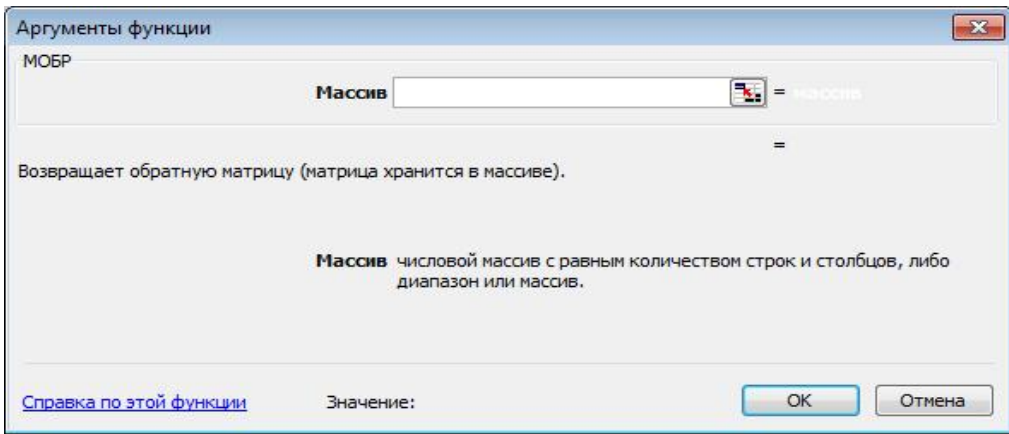


Рис. 2. Математична функція МОБР

Для обчислення **добутку двох матриць** $D_{m \times n} = F_{m \times i} \cdot G_{i \times n}$ можна скористатися вбудованою математичною функцією МУМНОЖ (рис. 3). Для цього потрібно:

- 1) Виділити діапазон клітинок розміром $m \times n$, де буде міститися матриця $D_{m \times n}$;
- 2) Викликати майстер функцій та вибрати математичну функцію МУМНОЖ;
- 3) В рядок Массив1 ввести діапазон даних матриці $F_{m \times i}$, а в рядок Массив2 ввести діапазон даних матриці $G_{i \times n}$. Натиснути Ok;
- 4) Натиснути комбінацію клавіш F2+<Ctrl>+<Shift>+<Enter>.

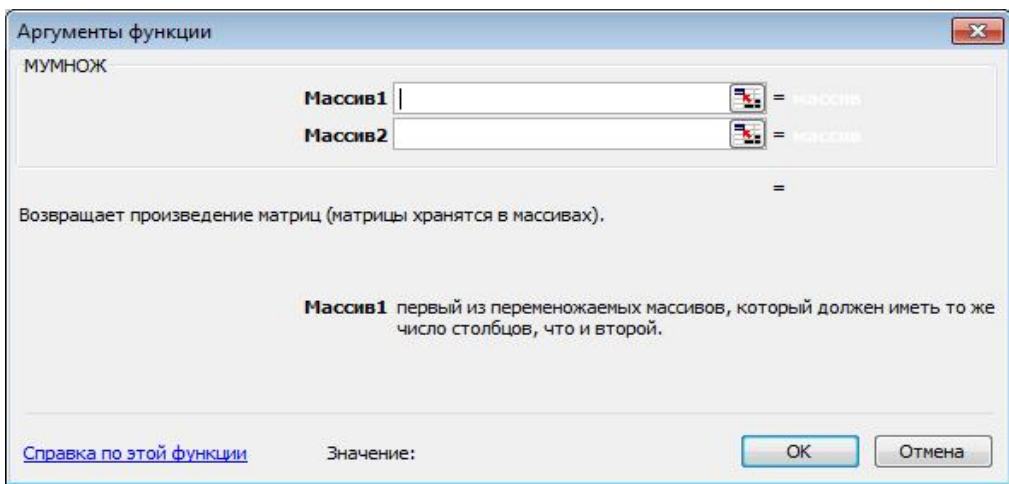


Рис. 3. Математична функція МУМНОЖ

Для обчислення матриці транспонованої до заданої в табличному процесорі Excel існує вбудована функція **ТРАНСП** із категорії Ссылки и массивы. Для обчислення матриці $A_{n \times m}^T$, транспонованої до матриці $A_{m \times n}$ потрібно:

- 1) Виділити діапазон клітинок розміром $n \times m$, де буде міститися матриця $A_{n \times m}^T$;

- 2) Викликати майстер функцій та вибрати функцію ТРАНСП;
- 3) В рядок Массив ввести діапазон даних матриці $A_{m \times n}$. Натиснути Ok;
- 4) Натиснути комбінацію клавіш F2+<Ctrl>+<Shift>+<Enter>.

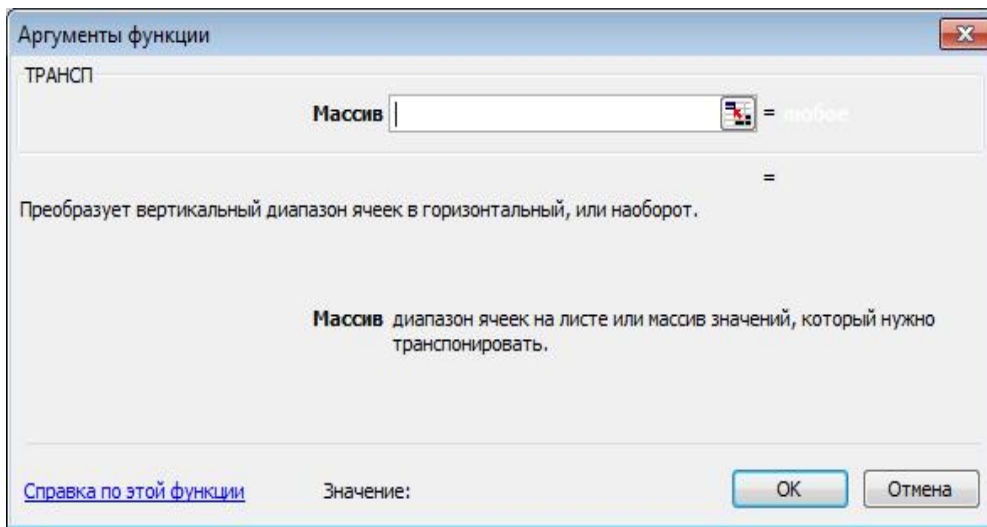


Рис. 4. Функція ТРАНСП із категорії Ссылки и массивы

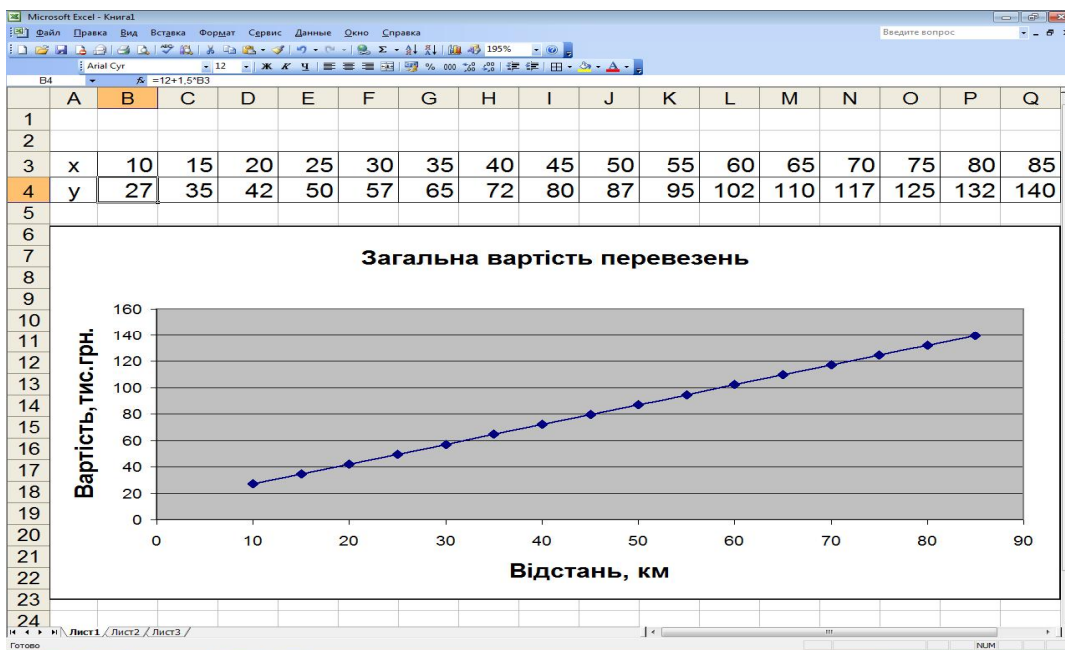
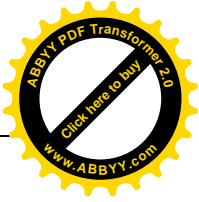
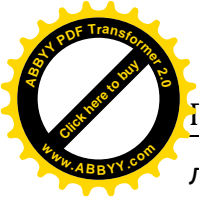


Рис. 5. Побудова лінійної залежності

Для **побудови лінійної залежності** за допомогою Майстра функцій (рис. 5) потрібно виконати такі дії:

1. Побудувати таблицю, що містить перелік аргументів залежності (які змінюються в заданому інтервалі та із заданим кроком) та відповідних їм значень;
2. Виділити діапазон значень лінійної залежності, графік якої необхідно побудувати;
3. Викликати Майстра функцій, обрати тип діаграми Точечная та вид діаграми Точечная диаграмма со значениями, соединенными сглаживающими



линіями. Перейти до другого кроку;

4. На вкладці Ряд в рядок Значення X ввести діапазон значень незалежної змінної. Якщо необхідно, в рядку Имя задати ім'я ряду. Перейти до третього кроку;

5. На вкладці Заголовки задати назву діаграми та заголовки осей. Якщо необхідно, вказати місцезнаходження легенди, включити необхідні надписи в дані, вказати необхідні лінії сітки та осі. Перейти до четвертого кроку;

6. Вказати місцезнаходження графіка на листі.

7. Якщо необхідно, відредагувати формат осей та параметри діаграми.

Висновки. Однією з основних задач викладачів математики, що готують спеціалістів для економічної галузі України, є розширення класу професійно спрямованих задач, математичні моделі яких можна побудувати та дослідити методами лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бережна Л. В. Економіко-математичні методи та моделі в фінансах / Л. В. Бережна, О. І. Снитюк. – К. : Кондор, 2009. – 301 с.

2. Васильченко І. П. Вища математика для економістів : підруч. / І. П. Васильченко. – [3-тє вид., випр. і доп.]. – К. : Знання, 2007. – 454 с.

3. Грисенко М. В. Математика для економістів: методи й моделі, приклади й задачі : навч. посіб. / М. В. Грисенко. – К. : Либідь, 2007. – 720 с.

4. Красс М. С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании : учеб. / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – [3-е изд., испр.]. – М. : Дело, 2002. – 688 с.

5. Лапшин В. І. Використання властивостей матриць систем лінійних рівнянь у плануванні виробництв підприємств / Володимир Ілліч Лапшин, Катерина Віталіївна Кострова // Розвиток фінансових відносин в умовах трансформаційних процесів: матеріали 2-го міжнародного симпозиуму (10 грудня 2009 р.). – Харків, 2009. – С. 442–443.

6. Лапшин В. І. Використання оберненої матриці у поновленні таблиць даних з фінансово-економічної діяльності підприємства / Володимир Ілліч Лапшин, Катерина Віталіївна Кострова // Розвиток фінансових відносин в умовах трансформаційних процесів: матеріали 2-го міжнародного симпозиуму (10 грудня 2009 р.). – Харків, 2009. – С. 447–448.

7. Мальхин В. И. Математика в экономике : учеб. пособ. / В. И. Мальхин. – М. : ИНФРА – М, 2002. – 352 с. – («Высшее образование»).

8. Нічуговська Л. І. Прикладні аспекти математики: похідна функції та її економічне застосування / Л. І. Нічуговська // Пост Методика. – 2002. – № 1. – С. 30–33.

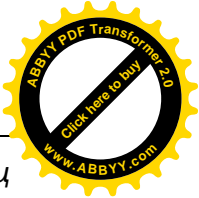
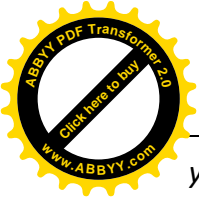
9. Общий курс математики для экономистов : учеб. / [под ред. В. И. Ермакова]. – М. : Инфра. – М, 2003. – 656 с. – («Высшее образование»).

10. Просветов Г.И. Математические модели в экономике : учеб.-метод. пособ. / Г. И. Просветов. – М. : Издательство РДЛ, 2005. – 152 с.

РЕЗЮМЕ

Н. В. Шульга. Моделирование в процессе обучения элементам линейной алгебры и аналитической геометрии будущих экономистов.

В статье выделены основные виды экономических задач, математические модели которых можно исследовать используя методы линейной алгебры и аналитической геометрии (модели совокупной реализации, расходов, планирования в



условиях ограниченных ресурсов, выпуска продукции, восстановления таблиц экономических данных, линейные модели стоимости перевозок, рынка капитала и т.д.). Рассмотрена возможность решения таких задач средствами табличного процессора MS Excel.

Ключевые слова: *математика для экономистов, содержание обучения математике, математические модели, задачи экономического содержания, линейная алгебра, аналитическая геометрия, табличный процессор MS Excel, компьютерно-ориентированное обучение.*

SUMMARY

N. Shulga. Design in the process of teaching the elements of linear algebra and analytical geometry of future economists.

In this article mathematical models of the economical problems are considered. In these models the linear algebra and analytic geometry methods are used (the total implementation costs, planning in the conditions of limited resources, production, repair tables economic data, linear models of transportation costs, capital market and etc.). The possibility of the solve of these problems by the table processor MS Excel was shown.

Key words: *mathematics for economists, the content of teaching mathematics, mathematical models, the task of economic content, linear algebra, analytical geometry, the table processor MS Excel, computer-based learning.*