

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРИРОДА СООТНОШЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕНОСТЕЙ (МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ АСПЕКТ)

В статье рассмотрены особенности изложения соотношения неопределенностей. Использован переход к вероятностному описанию свойств микрочастиц. Определен частотный спектр волны де Броиля, получены соотношения неопределеностей для энергии и времени, импульса и координаты.

**Ключевые слова:** квантовая механика, волна де Броиля, цуг, спектр, неопределенность, энергия, импульс, время, координата.

**Постановка проблемы.** Интенсивное развитие техники и технологий, многочисленные научные достижения последнего времени выдвигают новые требования к уровню инженерно-технического образования в высшей школе. В первую очередь это касается физики, которая традиционно рассматривается как фундамент современного естествознания. Одним из наиболее сложных для восприятия и осознания разделов физики является квантовая механика. Квантовая механика на сегодняшний день является наиболее общей теорией, описывающей мир и его составные компоненты – элементарные частицы. Квантовая теория по существу занимается изучением всех процессов, происходящих в микромире. На квантовой механике основано наше понимание всех явлений молекулярной, атомной, ядерной и субъядерной физики. За семьдесят лет существования она превратилась в фундаментальную физическую теорию с глубоко разработанными математическими методами. Тем не менее, процесс обучения основ квантовой механики сталкивается с рядом методологических трудностей, связанных с отсутствием наглядных реальных моделей и достаточного уровня абстрактного мышления среди студентов.

**Анализ актуальных исследований.** Повышение эффективности обучения такой быстро развивающейся области знаний, как квантовая механика требует прежде всего новых форм изложения учебного материала. В работе [1] анализируется эффективность внедрения новых технологий в практику изложения физики и основ квантовой механики, в частности использования компьютера в качестве инструмента в познании закономерностей микромира. В [3] разработаны и обоснованы критерии отбора ключевых задач по квантовой механике, а также предлагается методика обучения студентов педагогических вузов решению задач по квантовой механике с использованием систем символьных вычислений. Авторы [4] рассматривают вопросы обоснования перехода от классической к квантовой механики, в частности разрешения ряда противоречий в

современной физике путем возврата в классическую электродинамику, классическую статистическую физику и своевременным разделением макро- и микроявлений, а также отделением статистических закономерностей в микромире от индивидуальных свойств микрочастиц. Подобные подходы не лишены продуктивности, однако требуют тщательного и корректного обоснования исходных предположений. Одним из таких основополагающих принципов квантовой механики является принцип неопределенностей Гейзенберга.

**Цель статьи** – рассмотреть особенности использования вероятностного описания свойств микрочастиц для определения частотного спектра волны де Броия и получения соотношения неопределенностей для энергии и времени, импульса и координаты.

**Изложение основного материала.** В системах, размеры которых сравнимы с размерами атома либо молекулы, проявляются квантовые свойства вещества, обусловленные дискретностью элементарных структур материи – ядер, атомов, молекул. Принципиальное отличие квантовых систем от классических проявляется при измерении характеристик, определяющих состояние системы. Действительно, состояние классической системы определяется заданием полного набора динамических переменных – импульсов и координат: в фазовом пространстве фазовая траектория однозначно описывает состояние системы во времени и пространстве. При этом для определения значения динамических переменных, которые должны быть взаимно совместимы, необходимы физические измерения. Однако любое измерение включает взаимодействие изучаемой системы и измерительного прибора, которое неизбежно возмущает систему.

Классические системы подчиняются принципу непрерывности – физические объекты, рассматриваемые в классической механике (твердые, газообразные и жидкые среды, заряды), считаются бесконечно делимыми без изменения своих свойств. Поэтому вполне естественно, что всегда можно сделать такие измерительные приборы, влияние которых на изучаемую систему стремится к нулю. В соответствии с принципом непрерывности в классической физике ограничение на число динамических переменных обусловлено лишь условием их независимости и определяется числом степеней свободы системы.

Дискретность вносит существенное изменение в описание состояния квантовых систем, при этом ряд физических величин не являются бесконечно делимыми. В этом случае влияние прибора на объект в процессе измерения уже не будет бесконечно малым. Например, свойства атома можно изучать

лишь при его взаимодействии с другими атомными системами, когда влияние взаимодействия на изучаемый объект не мало. Более того величина возмущения, вносимого в систему при каждом конкретном измерении, является случайной величиной. Это означает, что влияние измерительного прибора на квантовый объект приводит к статистическому разбросу результатов измерений. Иными словами, при описании состояния квантовых объектов возможен только статистический (вероятностный) подход и в принципе невозможно динамическое (детерминированное) описание.

Как следует видоизменить постановку динамической задачи при переходе в квантовую область? Поскольку однозначного ответа при измерении значения физической величины может просто не существовать, в серии тождественных экспериментов мы получим разные результаты. При достаточно большом числе измерений проявляются статистические закономерности, и мы можем судить лишь о вероятности тех или иных результатов опыта. Таким образом, максимальная информация о квантовой системе – это вероятности результатов всех экспериментов, которые могут быть поставлены над системой. В квантовой механике максимально полная информация о системе содержится в волновой функции  $\psi(\vec{r}, t)$ , квадрат модуля которой определяет вероятность состояния системы:

$$w = |\psi(\vec{r}, t)|^2.$$

Волна де Бройля для свободной частицы

$$\psi(\vec{r}, t) = A e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = A e^{\frac{i}{\hbar}(E t - \vec{p} \cdot \vec{r})}$$

является примером волновой функции. Интенсивность волн де Бройля

$$|\psi(\vec{r}, t)|^2$$

пропорциональна вероятности нахождения частицы в точке  $(\vec{r}, t)$ . Тогда сама волновая функция может быть названа амплитудой вероятности.

Возмущение, вносимое в процессе измерения, то есть взаимодействие прибора и квантового объекта, приводит, в частности, к тому, что некоторые виды измерений могут стать взаимно несовместными. Действительно, в процессе измерения некоторой величины, например  $A$ , может оказаться, что воздействие на систему настолько сильно, что невозможно предсказать результат измерения другой величины  $B$ , то есть в результате измерения создается состояние с предельным значением величины  $A$ , в котором не существует определенного значения величины  $B$ . Это означает, что не существует состояния, в котором величины  $A$  и  $B$  одновременно имеют определенные значения.

Тем самым в квантовых задачах, кроме динамических, появляются добавочные ограничения на переменные, характеризующие состояния: начальные условия могут содержать лишь одновременно измеряемые величины. Однако это не свидетельствует о признании непознаваемой внутренней сущности микромира. Координаты, импульсы и другие динамические переменные, с помощью которых мы пытаемся описать квантовые состояния, – это классические величины из макрофизики, микрочастица «сама по себе» не имеет определенных значений каких-то классических переменных. Состояние с такими определенными значениями создается в процессе взаимодействия с измерительным прибором. Поэтому прибор-анализатор должен органически входить в аппарат квантовой механики. Существование же некоторых величин, которые не имеют одновременно определенных значений, говорит о том, что природа не может дать ответа на вопрос, который неправильно поставлен, сформулирован на языке, не адекватном физической реальности.

Следовательно, в силу статистической природы микрообъектов существует ряд дополнительных физических величин, которые в эксперименте не могут быть определены одновременно. Существование дополнительных переменных (координата и импульс, энергия и время) и является содержанием принципа дополнительности в квантовой механике. Математическим выражением принципа дополнительности служит соотношение неопределенностей Гейзенберга, которое указывает на то, что на уровне микрообъекта исчезает понятие траектории в фазовом пространстве, то есть

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar,$$

где  $\Delta p$  и  $\Delta x$  – погрешности измерения импульса и координаты – чем точнее определяется координата ( $\Delta x \rightarrow 0$ ), тем больше погрешность, то есть непредсказуемость, при определении импульса  $\Delta p \rightarrow \infty$  и наоборот.

Примером постановки задачи, когда невозможно одновременно определить дополнительные величины, является задача об определении цуга волн де Броиля. Действительно, цуг волн длительностью  $\Delta\tau$  во временном представлении описывается выражением [2]:

$$\psi(t) = \begin{cases} ae^{-i\omega_0 t} & |t| < \frac{\Delta\tau}{2} \\ 0, & |t| > \frac{\Delta\tau}{2} \end{cases}.$$

В координатном представлении цуг волн описывается соотношением:

$$\varphi(x) = \begin{cases} ae^{-ik_0 t} & |x| < \frac{\Delta x}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\Delta x}{2} \end{cases} . \quad (1)$$

Задача о построении короткого волнового цуга является внутренне противоречивой, так как требует одновременной фиксации времени испускания  $t_0$  и частоты волны  $\omega_0$ , что физически невозможно. Действительно, определяя длительность цуга  $\tau$ , тем самым момент испускания определяется с точностью  $\tau$ . Однако короткий цуг уже не эквивалентен волне с определенной частотой  $\omega_0$ : цуг волн – это непериодическая функция, представление которой через интеграл Фурье имеет вид:

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} a(\omega) e^{i\omega t} dt$$

где  $a(\omega)$  – коэффициент Фурье разложения, определяющий частотный спектр функции  $\psi(t)$ :

$$a(\omega) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\Delta\tau/2}^{\Delta\tau/2} e^{i(\omega-\omega_0)t} dt = a \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{\Delta\tau}{2} (\omega - \omega_0)}{(\omega - \omega_0)} = a \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\Delta\tau}{2} \frac{\sin \xi}{\xi}$$

Функция  $\frac{\sin \xi}{\xi}$  имеет главный максимум при  $\xi = 0$ , когда  $\frac{\sin \xi}{\xi} = 1$  и обращается в нуль при  $\xi = \pm\pi, \pm 2\pi, \dots$

Квадрат модуля коэффициента разложения  $|a(\omega)|^2$  определяет вероятность реализации той или иной частоты в пакете волн, соответствующих цугу (1), и основное изменение  $|a(\omega)|^2$  сосредоточено в интервале  $\xi = \pm\pi$  или

$$\omega - \omega_0 = \Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta\tau} . \quad (2)$$

Таким образом, участок спектра, в котором амплитуда Фурье гармоник заметно отличается от нуля (рис. 1) и растет с уменьшением длительности цуга  $\tau$ . Если учесть, что ширину частотного спектра можно выразить через энергию

$$\Delta\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} ,$$

из (2) получаем соотношение неопределенностей для энергии-времени:

$$\Delta E \cdot \Delta\tau \geq 2\pi\hbar .$$

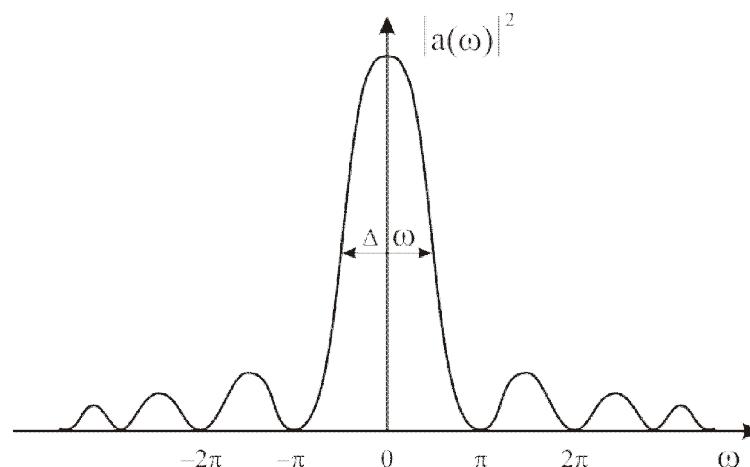


Рис. 1. Частотный спектр вероятности

Цуг волн де Бройля в координатном представлении, имеющий вид волны  $e^{ik_0x}$  протяженностью  $\Delta x$ , также имеет спектральные составляющие с волновыми числами,  $k$  отличающимися от  $k_0$ :

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} b(k) e^{ikx} dx,$$

и показывает, что спектр по волновым векторам

$$b(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} b e^{i(k_0-k)x} dx = b \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\Delta x}{2} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}(k_0 - k)}{(k_0 - k) \frac{\Delta x}{2}}.$$

Имеется отличное от нуля изменение в интервале (рис. 2)

$$(k_0 - k) \frac{\Delta x}{2} = 2\pi$$

откуда получаем соотношение неопределенностей

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 2\pi$$

либо ( $\hbar \cdot k = p$ )

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq 2\pi\hbar$$

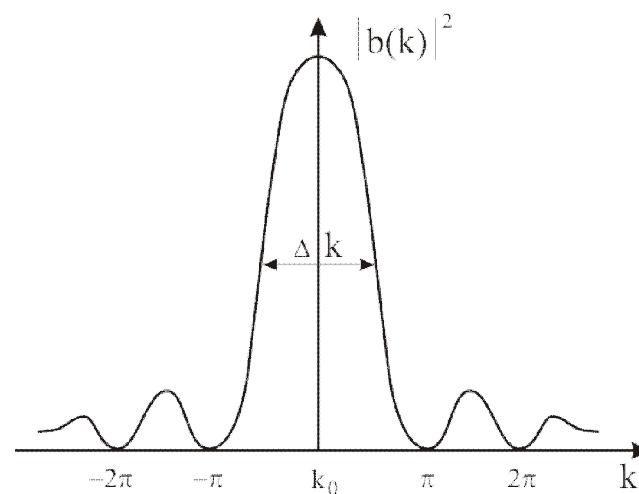
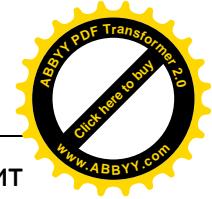


Рис. 2. Спектральная зависимость волновой функции от волнового числа



**Выводы.** Изучение квантовой механики в курсе физики вносит существенный вклад в формирование физического мышления. Именно квантовая механика на ряде примеров рассматривает методы проникновения исследователя в микромир, недоступный непосредственно восприятию наших органов чувств, тем самым укрепляя идею познаваемости окружающего нас мира. Идеи квантовой физики материализуются в новейших технических устройствах и технологиях (средствах связи, лазерах, компьютерах, нанотехнологиях), поэтому модернизация читаемого в вузах курса физики должна быть направлена на значительное возрастание роли квантовой физики. Преподавание квантовой физики в общеобразовательных учреждениях является одной из наиболее сложных методических проблем. Прежде всего, это трудности объективного характера, связанные со специфическими особенностями квантовой формы движения материи, когда проявляется двойственная природа частиц микромира. Любая попытка локализации свободной микрочастицы или соответствующей волнам де Бройля влечет за собой размытие спектра по частотам (волновым числам), то есть ведет к возникновению неопределенности энергии либо импульса. Таким образом, координата и импульс, а также энергия и время являются дополнительными друг к другу переменными, а эксперименты, измеряющие их, составляют два класса дополнительных экспериментов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Додонов М. В. Использование имитационного программного обеспечения при самостоятельном изучении некоторых вопросов курса «Основы квантовой механики» / М. В. Додонов, А. А. Лактионов // Физика в школе и вузе : сб. науч. ст. – 1998. – С. 150–153.
2. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. 5: Статистическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1964. – 567 с.
3. Тяжельникова О. Ю. Особенности использования информационных технологий в курсе квантовой механики педагогических вузов / О. Ю. Тяжельникова // Ученые записки НТГСПА. Естественные науки. – 2003. – С. 56–58.
4. Шаляпин А. Л. Введение в классическую электродинамику и атомную физику: [монография] / А. Л. Шаляпин, В. И. Стукалов. – 2-е изд., доп. и перераб. – Екатеринбург : УМЦ УПИ, 2006. – 490 с. : ил.

## РЕЗЮМЕ

**Ю. С. Оселедчик, В. Ю. Луценко, І. І. Філіпенко.** Статистична природа спiввiдношення невизначеностей (методологiчний аспект).

у статтi розглянуто особливостi викладення спiввiдношення невизначеностей. Використано перехiд до iмовiрнiсного опису властивостей мiкрочастинок. Визначено частотний спектр хвилi де Бройля, отримано спiввiдношення невизначеностей для енергiї i часу, iмпульсу i координати.

**Ключовi слова:** квантова механiка, хвиля де Бройля, цуг, спектр, невизначенiсть, енергiя, iмпульс, час, координата.

## SUMMARY

Yu. Oseledchik, V. Lutsenko, I. Filippenko. The statistical nature of uncertainty relation (methodological aspect).

The characteristic properties of a statement of uncertainty relation are considered. Transition to the probabilistic description of properties of microparticles is used. The frequency spectrum of a de Broglie wave is defined and also uncertainty relation for energy and time, an impulse and coordinate are received.

**Key words:** quantum mechanics, de Broglie wave, wave train, spectrum, uncertainty, energy, impulse, time, coordinate.

УДК 37.091.313:5«712»

**Л. М. Рибалко**

Інститут педагогіки НАПН України

## СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОБЛЕМИ ІНТЕГРАЦІЇ ЗМІСТУ ПРИРОДНИЧО-НАУКОВОЇ ОСВІТИ

У статті проаналізовано вітчизняний та зарубіжний досвід інтеграції змісту природничо-наукової освіти, теоретично обґрунтовано сучасні підходи до інтеграції змісту природничо-наукової освіти: інтегративний, системний, структурний, синергетичний, прогностичний, дедуктивний та еколого-еволюційний.

**Ключові слова:** інтеграція, інтегративний підхід, природничо-наукова освіта, підходи до інтеграції знань.

**Постановка проблеми.** Одним із найефективніших шляхів модернізації освіти на шляху розв'язання проблеми інформаційного перевантаження учнів і вилучення фактологічного навчального матеріалу є інтеграція як засіб ущільнення, систематизації та якісного оновлення змісту освіти.

З інтеграцією в освіті пов'язуються такі важливі проблеми як продуктивність, особистісна орієнтованість та природовідповідність. Цілісність знань – власний продукт навчальної діяльності учня в умовах інтегрованого навчання – може бути створена тільки учнем самостійно (учитель не може проникнути у свідомість учня, щоб створити у ній з елементів знань цілісність). Оскільки розуміння знань досягається через включення незрозумілого у цілісність, а розуміння є природною потребою дитини, людини, то з інтеграцією змісту освіти пов'язується її найважливіша характеристика – природовідповідність. Інтеграція змісту природничо-наукової освіти відкриває шлях до формування цілісної свідомості учнів, цілісності та глобальності їх мислення, високих рівнів інтелекту, збереження психічного і тілесного здоров'я, як того вимагає сучасне суспільство.

Аналіз науково-методичної літератури засвідчує, що в науці підсилюється роль інтеграції, а існуючий педагогічний досвід доводить, що останнім часом підхід до реалізації інтеграції (змістової та процесуальної) в навчанні не повністю реалізовується. Тому проблема інтеграції змісту освіти є однією з найактуальніших у педагогіці та методиці навчання.