

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
Фізико-математичний факультет

ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)

ФІЗИКО- МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

Том 40, № 1

Суми – 2025

**Рекомендовано до видання вченою радою
Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка
(протокол № 7 від 24.02.2025 р.)**

Редакційна колегія

М.П. Вовк	доктор педагогічних наук, старший науковий співробітник (Україна)
М.Гр. Воскоглу	доктор філософії, почесний професор математичних наук (Греція)
М.Г. Друшляк	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
Р.А. Зіатдінов	доктор педагогічних наук, професор (Південна Корея)
А.П. Кудін	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
О.Ю. Кудріна	доктор економічних наук, професор (Україна)
О.О. Лаврентьєва	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
Т.Д. Лукашова	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Т.Ю. Осипова	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
М.В. Працьовитий	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Д.О. Сарфо	доктор педагогічних наук, професор (Гана)
О.В. Семеніхіна	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
О.М. Семеног	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
В.І. Статівка	доктор педагогічних наук, професор (Китай)
І.Я. Субботін	доктор фізико-математичних наук, професор (США)
О.С. Чашечникова	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
О.В. Школьнік	доктор педагогічних наук, професор (Україна)
А.М. Добровольська	доктор педагогічних наук, доцент (Україна)
О.О. Пипка	доктор фізико-математичних наук, доцент (Україна)
С.Д. Фатмар'янті	доктор фізичних наук, Університет Мухаммадії Пурворехо (Індонезія)
В.О. Швець	кандидат педагогічних наук, професор (Україна)
В.Г. Шамония	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)

Ф45 Фізико-математична освіта : науковий журнал. Том 40, № 1. Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Фізико-математичний факультет ; редкол.: О.В. Семеніхіна (гол.ред.) [та ін.]. Суми : [СумДПУ ім. А.С. Макаренка], 2025. 57 с.

*Наказом МОН України №1412 від 18.12.2018 р. журнал «Фізико-математична освіта» затверджено як **фахове наукове видання категорії «Б»** у галузі педагогічних наук (13.00.02 – математика, фізика, інформатика; 13.00.10) і за спеціальностями 011, 014, 015.*

Журнал індексується наукометричною базою **Index Copernicus Journals Master List**

Автори статей несуть відповідальність за достовірність наведеної інформації (точність наведених у статті даних, цитат, статистичних матеріалів тощо) та за порушення прав інтелектуальної власності інших осіб.

Висловлені авторами думки можуть не співпадати з точкою зору редакції.

**УДК 53+51]:37(051)
DOI: 10.31110/2413-1571**

**MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
Makarenko Sumy State Pedagogical University
Physics and Mathematics Faculty**

**ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)**

PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION

Scientific Journal

Vol. 40, No 1

Sumy – 2025

**Recommended for publication of the Academic Council
of Makarenko Sumy State Pedagogical University
(protocol No 7 from 24.02.2025)**

Editorial Board

M.P. Vovk	Doctor of Pedagogical Sciences, Senior Research Fellow (Ukraine)
M.Gr. Voskoglou	Doctor of Philosophy, Professor Emeritus of Mathematical Sciences (Greece)
M.G. Drushlyak	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
R.A. Ziatdinov	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (South Korea)
A.P. Kudin	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (Ukraine)
O.Yu. Kudrina	Doctor of Economic Sciences, Professor (Ukraine)
O.O. Lavrentjeva	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
T.D. Lukashova	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (Ukraine)
T.Yu. Osyppova	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
M.V. Pratsiovytyi	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (Ukraine)
J.O. Sarfo	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ghana)
O.V. Semenikhina	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
O.M. Semenog	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
V.I. Stativka	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (China)
I.Ya. Subbotin	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor (USA)
O.S. Chashechnykova	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
O.V. Shkolnyi	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (Ukraine)
A.M. Dobrovolska	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor (Ukraine)
O.A. Pypka	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor (Ukraine)
S.D. Fatmaryanti	Dr. of Physics Education, Universitas Muhammadiyah Purworejo (Indonesia)
V.O. Shvets	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Professor (Ukraine)
V.G. Shamonina	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Associate Professor (Ukraine)

F 45 Physical and Mathematical Education : Scientific Journal. Vol. 40, No 1. Makarenko Sumy State Pedagogical University, Physics and Mathematics Faculty ; O.V. Semenikhina (chief editor). Sumy : [Makarenko Sumy State Pedagogical University], 2025. 57 p.

The authors of the articles are responsible for the authenticity of the information (the accuracy of the presented information in the article, quotations, statistical materials, etc.) and for the violation of intellectual property rights of others.

Opinions expressed by the authors may not reflect the views of the editors.

**UDC 53+51]:37(051)
DOI: 10.31110/2413-1571**

ЗМІСТ	CONTENTS
Астаф'єва М., Груздцова К.6 КОМПЕТЕНЦІЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У СТРУКТУРІ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ: ЗАЛЕЖНОСТІ, ВЗАЄМОДІЇ ТА ПІДХОДИ ДО ФОРМУВАННЯ 6	Astafieva M., Hruzdova K..... 6 MATHEMATICAL MODELLING COMPETENCY IN MATHEMATICAL COMPETENCE STRUCTURE: DEPENDENCIES, INTERACTIONS AND APPROACHES TO DEVELOPMENT..... 6
Вишневецький О.13 ФАКТОРІАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ І СТЕПЕНІ..... 13	Vyshnevetskiy O. 13 FACTORIAL POLYNOMIALS AND POWERS..... 13
Деордіца Т., Гладушина Р., Вороніна М., Толмачов В. 18 КОНСТРУКТ «ГРАМОТНІСТЬ ЧИТАННЯ»: СПРОБА ПОЯСНЕННЯ У ТЕРМІНАХ ПСИХОЛОГІЇ 18	Dieorditsa T., Gladushyna R., Voronina M., Tolmachov V. 18 THE CONSTRUCT «READING LITERACY»: AN ATTEMPT TO EXPLAIN IN TERMS OF PSYCHOLOGY 18
Здещиц В., Здещиц А., Слюсаренко М.27 ДОСЛІДЖЕННЯ ТРАЄКТОРІЇ РУХУ СНАРЯДА, ВИПУЩЕНОГО ПІД КРИТИЧНИМ КУТОМ ДО ГОРИЗОНТУ 27	Zdeshchyts V., Zdeshchyts A., Slyusarenko M. 27 STUDY OF THE TRAJECTORY OF THE PROJECTILE FIRED AT A CRITICAL ANGLE TO THE HORIZON 27
Коваль О., Умрик М.34 ПРАКТИЧНИЙ ДОСВІД ВПРОВАДЖЕННЯ АВТОРСЬКОЇ ОНЛАЙН ПЛАТФОРМИ В ОСВІТНІЙ ПРОЦЕС ЗАКЛАДУ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ 34	Koval O., Umryk M..... 34 PRACTICAL EXPERIENCE OF IMPLEMENTING AN ORIGINAL EDUCATIONAL ONLINE PLATFORM IN THE EDUCATIONAL PROCESS OF A GENERAL SECONDARY EDUCATION INSTITUTION 34
Крамаренко Т.42 STEM-ПІДХІД ДО НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ 42	Kramarenko T. 42 STEM-APPROACH TO TEACHING PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS TO FUTURE TEACHERS 42
Яремій С., Власій О., Яремій І.49 ФОРМУВАННЯ У ЗДОБУВАЧІВ СЕРЕДНЬОЇ ТА ПРОФІЛЬНОЇ ОСВІТИ НАВИЧОК ХХІ СТОЛІТТЯ ЗАСОБАМИ ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ..... 49	Yaremiy S., Vlasiy O., Yaremiy I. 49 FORMATION OF XXI-ST CENTURY SKILLS IN SECONDARY AND SPECIALIZED EDUCATION STUDENTS USING DIGITAL TOOLS..... 49

КОМПЕТЕНЦІЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У СТРУКТУРІ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ: ЗАЛЕЖНОСТІ, ВЗАЄМОДІЇ ТА ПІДХОДИ ДО ФОРМУВАННЯ

Марія АСТАФ'ЄВА ✉

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка, Україна
m.astafieva@kubg.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-2198-4614>

Катерина ГРУЗДЬОВА

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка, Україна
kihruzdova.fitm23m@kubg.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-2747-3364>

MATHEMATICAL MODELING COMPETENCY IN MATHEMATICAL COMPETENCE STRUCTURE: DEPENDENCIES, INTERACTIONS AND APPROACHES TO DEVELOPMENT

Mariia ASTAFIEVA ✉

Borys Grinchenko Kyiv Metropolitan University, Ukraine
m.astafieva@kubg.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-2198-4614>

Kateryna HRUZDOVA

Borys Grinchenko Kyiv Metropolitan University, Ukraine
kihruzdova.fitm23m@kubg.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-2747-3364>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Компетенція математичного моделювання (ММ) є важливим предметом як теоретичних дискусій в контексті навчання і викладання ММ і математики загалом, так і емпіричних досліджень. Водночас залишається недостатньо дослідженим питання інтеграції компетенції ММ у структуру математичної компетентності, а також її взаємодії з іншими ключовими компетенціями. Дедалі більше досліджень підтверджують, що ММ є не лише однією з ключових компетенцій в структурі математичної грамотності, але й ефективним педагогічним інструментом для формування математичної компетентності здобувачів освіти. Особливого значення набуває розробка підходів, які забезпечують формування цієї компетенції, зокрема, через дослідницько-орієнтовані педагогічні стратегії, що сприяє розвитку здатності до ММ у контексті реальних задач.

Матеріали і методи. Для вирішення поставленої проблеми було застосовано теоретичні та емпіричні методи, зокрема, аналіз дослідницьких праць українських і зарубіжних учених, узагальнення та систематизація практичного досвіду, педагогічний експеримент, а також математичні методи обробки даних педагогічного експерименту.

Результати. На основі аналізу результатів досліджень з питань перспектив ММ та практик використання його як педагогічної технології з'ясовано місце і роль ММ в структурі математичної компетентності. Також аналізуються типові труднощі здобувачів освіти, що виникають у них при розв'язуванні задач ММ, пропонуються шляхи пом'якшення цих труднощів, аргументується їх доцільність.

Висновки. Простежено асиметричний характер зв'язку між компетенцією ММ й іншими компетенціями математичної компетентності. Запропоновано та апробовано деякі підходи до формування компетенції ММ.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: математичне моделювання; математична компетентність; компетенція математичного моделювання; Inquiry-Based Learning (IBL); методи теорії нечітких множин.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Астаф'єва М., Груздьева К. Компетенція математичного моделювання у структурі математичної компетентності: залежності, взаємодії та підходи до формування. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 1. С. 6-12. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-01>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. Mathematical modeling competency is an essential subject of theoretical discussions in the context of learning and teaching mathematical modeling and mathematics in general and empirical research. Numerous studies confirm that mathematical modeling is a key competency in mathematical literacy and an effective pedagogical tool for developing students' mathematical competence. It is essential to develop strategies that promote the formation of this competency, primarily through research-oriented pedagogical methods, which aid in developing the ability to use mathematical modeling in real-world problem contexts.

Materials and methods. To solve the problem, theoretical and empirical methods were applied, in particular, the analysis of research works of Ukrainian and international scientists, generalization and systematization of practical experience, pedagogical experiment, as well as mathematical methods of data processing of pedagogical experiment.

Results. Based on the analysis of research results on the prospects of mathematical modeling and practices of its use as a pedagogical technology, the place and role of mathematical modeling in the structure of mathematical competence are clarified. Typical challenges for students that arise in solving mathematical modeling problems are also analyzed, ways to mitigate these issues are proposed, and their feasibility is also argued.

Conclusions. The asymmetrical nature of the relationship between the mathematical modeling competency and other parts of mathematical competence is traced. Some approaches to forming the competence of mathematical modeling are proposed and tested.

KEYWORDS: mathematical modeling; mathematical competence; mathematical modeling competency; Inquiry-Based Learning (IBL); methods of fuzzy set theory.

FOR CITATION: Astafieva, M., & Hruzdova, K. (2025). Mathematical modeling competency in mathematical competence structure: dependencies, interactions, and approaches to development. *Physical and Mathematical Education*, 40(1), 6-12. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-01>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Математичне моделювання (ММ) полягає в тому, щоб піддати нематематичні проблеми математичній обробці і подальшому аналізу з метою їх вирішення. Таким чином, ММ використовується для розв'язування найрізноманітніших важливих і складних задач в різних галузях виробництва й науки, які не можуть бути розв'язані без залучення математики. Тому все актуальнішою проблемою математичної освіти постає питання як формувати здатність здобувачів освіти розв'язувати задачі ММ, які методи навчання ММ та як оцінити їх ефективність.

Аналіз актуальних досліджень. В математичній освіті ММ виступає не лише об'єктом, а й інструментом навчання, який дозволяє реалізовувати прикладну спрямованість математики та сприяє формуванню математичної компетентності загалом. Концептуалізація поняття компетентності ММ та її історичний розвиток розглядалися в низці досліджень (Blomhøj & Jensen, 2003; Blum & Niss, 2024). ММ включає кілька послідовних процесів, об'єднаних в так званий цикл моделювання. Попри певні відмінності у трактуванні циклу ММ, які зустрічаємо в літературі (Blum & Leiss, 2007; Blomhøj & Jensen, 2003; Blomhøj & Jensen, 2007 та ін.), усі вони підкреслюють наявність трьох ключових елементів: 1) математизація, тобто, переклад процесів, ситуацій, відношень і запитань із нематематичного контексту, т. зв. «реального світу» в математичний контекст; 2) розв'язання сформульованої математичної задачі і отримання відповідних математичних висновків; 3) дематематизація, тобто інтерпретація цих математичних висновків в контексті і термінах реальної нематематичної задачі. Таким чином, ММ можна трактувати як трійку (S, M, R) що складається з деякої реальної проблемної ситуації S, деякого набору M математичних сутностей і деякого відношення R, за допомогою якого об'єкти і відношення S пов'язані з об'єктами та відношеннями M (Blum & Niss, 1991). Тоді ММ – це весь процес, що веде від реальної проблемної ситуації до математичної моделі. Незважаючи на те, що це визначення здається легким для розуміння, на практиці діяльність з ММ є досить складною, і в спільноті математичної освіти існують певні розбіжності щодо того, що саме вважається моделлю/моделюванням, які цілі ММ і як цього можна навчати (Kaiser & Sriraman, 2006; Hernandez-Martinez et al., 2021; Rogovchenko et al., 2021).

За останні роки зростає впевненість дослідників і вчителів / викладачів практиків, що навчання ММ важливе і корисне не лише тому, що закладає підвалини для майбутньої реалізації здобувачами освіти різних перспектив самого ММ, визначених, зокрема Кайзером і Шріраманом (Kaiser & Sriraman, 2006), а й слугує інструментом формування концептуального розуміння математики, розвитку математичного мислення, математичної компетентності загалом. Зокрема, компетенція ММ визнана однією із восьми складових математичної компетентності (Niss & Højgaard, 2019).

Метою статті є пошук відповіді на два дослідницькі запитання: (1) яке місце ММ в структурі математичної компетентності? (2) які підходи доцільні у навчанні ММ і як перевірити їх ефективність?

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення мети дослідження були використані теоретичні методи (логіко-системний, порівняльний аналіз дослідницьких праць українських і зарубіжних науковців, узагальнення та систематизація науково-теоретичних і практичних даних, власного практичного досвіду), педагогічний експеримент, а також нечітке математичне моделювання для аналізу даних педагогічного експерименту і оцінки ефективності використовуваних в ході експерименту методів і підходів.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Місце математичного моделювання у структурі математичної компетентності. Компетентнісний підхід у навчанні математики на всіх рівнях освіти передбачає формування і розвиток математичної компетентності. Попри деякі відмінності численних тлумачень терміну «математична компетентність», усі вони сходяться на тому, що це здатність ефективно застосовувати математику в різних контекстах. Зокрема, Державний стандарт базової середньої освіти трактує математичну компетентність як «здатність розвивати і застосовувати математичні знання та методи для розв'язання широкого спектра проблем у повсякденному житті; моделювання процесів та ситуацій із застосуванням математичного апарату» (Державний стандарт, 2020), а навчальні програми шкільного курсу математики визначають формування навичок застосування математики однією із головних цілей навчання. Наведемо найбільш цитоване в науковій літературі означення математичної компетентності, сформульоване Моґенсом Ніссом: «Математична компетентність означає розуміння, оцінювання, виконання та використання математики в різних математичних та позаматематичних контекстах і ситуаціях, у яких математика відіграє чи може відігравати певну роль» (Niss, 2003). Згідно з (Niss & Højgaard, 2019) структура математичної компетентності (mathematical competence) включає 8 основних складових або компетенцій (competences), де ММ – одна із них. Під нею автори розуміють «уміння використовувати математику для опису реальних ситуацій, а саме створювати математичні моделі в заданому контексті і використовувати ці моделі для прогнозів та аналізу, а також аналізувати та оцінювати існуючі моделі» (Niss & Højgaard, 2019). Складові математичної компетентності взаємно перекриваються, що ілюструє їх взаємозв'язок і взаємозалежність. Щоб проаналізувати, як взаємодіє ММ з іншими сімома складовими математичної компетентності, ми визначили, на основі (Kaiser, 2007), п'ять ключових компетенцій, які описують послідовні етапи спрощеного циклу ММ, оптимального, на наш погляд, у навчальних цілях:

- 1) формулювання і спрощення реальної задачі / проблеми;
- 2) переклад реальної задачі на мову математики (математизація) і побудова математичної моделі;
- 3) аналіз і розв'язання математичної моделі;
- 4) інтерпретація та оцінка результатів;
- 5) презентація та обґрунтування результатів.

Ми проаналізували, як компетенція ММ спирається на інші сім компетенцій математичної компетентності. Результат такого аналізу наведено в Таблиці 1. Як бачимо, компетенція ММ спирається на всі інші компетенції, хоча і не обов'язково одночасно, і не в усіх їхніх аспектах. Кожна компетенція містить багато аспектів, які не проявляються в моделюванні. Тому компетенція ММ не вичерпує жодну із них. Разом із тим, спираючись на всі інші компетенції, вона не є їх комбінацією і, отже, зайвою. Вона не може бути «розосереджена» в інших компетенціях хоча б тому, що включає в себе й позаматематичні сутності. Очевидно також, що інші сім складових математичної компетентності не потребують в явному вигляді навичок ММ. Проте компетенція ММ, будучи, у певному розумінні, інтегральною компетенцією, посилює кожную із решти математичних компетенцій, оскільки є «полігоном» для їх тренування як поодинці, так і в сукупності.

Таблиця 1. Залежність компетенції математичного моделювання (ММ) від інших математичних компетенцій

Етапи ММ Компетенції	Формулювання і спрощення реальної задачі	Математизація, побудова матем. моделі (ММ)	Розв'язання математичної моделі (ММ)	Інтерпретація та оцінка результатів	Презентація та обґрунтування результатів
Математичне мислення	Аналіз ситуації, виявлення основних елементів та відношень, усвідомлення вимоги задачі / суті проблеми	Перехід від реальних об'єктів до математичних, виявлення залежностей між змінними, осмислення абстракцій, необхідних для моделі	Логічна послідовність кроків для розв'язання ММ	Інтерпретація математичного розв'язку в термінах реальної задачі, аналіз і оцінка його адекватності та відповідності реальній ситуації	Структурування презентації, виокремлення ключових моментів для пояснення суті моделі та отриманих результатів
Розв'язування математичних задач	–	Вибір чи побудова ММ, яка коректно і оптимально відображає реальні залежності	Розробка й реалізація стратегії розв'язку ММ; виконання процедур, необхідних для розв'язання	Оцінка коректності розв'язку ММ, розгляд окремих випадків; додаткові обчислення або модифікації	–
Математичні міркування, аргументація	Вибір суттєвих параметрів задачі, визначення можливих припущень, логічна побудова структури концептуальної моделі	Виявлення математичних залежностей, які відповідають реальним явищам, вибір математичних інструментів для їх відображення	Оцінка переваг та недоліків можливих підходів і методів розв'язання, обґрунтування обраного в даній ситуації методу	Оцінка результатів щодо їх значущості в контексті реальної задачі та відповідності її вимогам, можливе коригування та оптимізація ММ	Обґрунтування вибору методів розв'язання, відповідності моделі реальній ситуації, формулювання переконливих висновків
Представлення, інтерпретації	Вибір інструментів для опису задачі в математичних термінах	Представлення реальної ситуації через математичні об'єкти (графіки, таблиці, рівняння тощо)	Представлення розв'язку у зрозумілій формі (формули, графіки, діаграми, числові значення тощо)	Представлення результатів для полегшення їх інтерпретації в контексті реальної задачі / проблеми	Вибір найефективніших способів подання результатів у максимально зрозумілій формі
Використання математичної символіки та формалізмів	–	Точний математичний запис моделі із правильним використанням символіки	Точний запис усіх етапів розв'язання з правильним використанням символіки	–	За потреби
Математична комунікація	Чітке словесне формулювання задачі, яке можна перевести в математичну форму	Обговорення побудованої моделі, обґрунтування вибору математичних методів і перевірка на коректність припущень	Обговорення можливих методів розв'язання з метою отримання коректних і оптимальних, результатів	Критична оцінка результатів щодо їх доцільності та застосовності в реальній ситуації	Аналіз, наскільки точно і коректно представлені результати, чи всі важливі моменти відображені
Використання допоміжних засобів та інструментів	Пошук та аналіз інформації про проблему	Технологічна перевірка адекватності ММ або побудова складних структур	Використання технологій для розв'язання ММ	Обробка та аналіз даних з метою точної інтерпретації або додатковий аналіз результатів	Створення презентаційних матеріалів

Джерело: авторська розробка.

Навчання математичного моделювання: деякі проблеми та підходи. Аналіз результатів багатьох досліджень та власний досвід показують, що школярі і студенти відчувають значні труднощі на різних етапах математичного моделювання (Ikeda & Stephens, 1998; Galbraith & Stillman, 2006; Blum, 2011). Але найважче їм дається процес математизації та етап, що йому передує, коли потрібно реальну задачу «ідеалізувати», виявивши в умові усе суттєве та відкинувши несуттєве, зробити необхідні припущення, тобто правильно зрозуміти реальну проблему в контексті мети моделювання (Galbraith & Stillman, 2006; Stillman et al., 2010; Schaap et al., 2011). Проліюструємо зазначені труднощі прикладами задач з нашої практики.

Задача 1 (пропонувався учням 7 класу). На гору Копілаш (що в українських Карпатах), висота якої 1155 м над рівнем моря, турист піднімався стежкою завдовжки 4 км із середньою швидкістю 3 км за год, а спускався удвічі швидше. Яка середня швидкість туриста на всьому шляху? Відповідь обґрунтувати.

Ключові помилки на етапі, що передує математизації були такі: а) припущення, що зворотній шлях теж становить 4 км, ніяк не обґрунтовувався, тобто частина учнів прийняли це припущення «за замовчуванням», вважаючи, очевидно,

що така інформація є в умові задачі, що насправді не так; жоден учень не пояснив, що, якщо не припустити, що турист спускався тією ж стежкою, якою піднімався, то задачу не вдасться розв'язати; б) частина учнів висоту гори (1155 м) прийняла за суттєву інформацію в задачі, більше того – вважала, що це довжина маршруту від підніжжя гори до вершини, бо час піднімання на вершину обчислювали так: $1155 : 3$.

Задача 2 (пропонується студентам першого року навчання при вивченні похідної). Уздовж лісу простягається прямолінійна дорога. Уявіть, що ви знаходитесь в лісі, на відстані 5 км від дороги і 13 км від дому, що стоїть при дорозі. Лісом ви можете йти зі швидкістю 3 км/год., а дорогою – 5 км/год. Ви йтимете по прямій до дороги, а далі дорогою до дому. Скільки щонайменше часу вам потрібно, щоб дістатися дому?

Дехто зі студентів помилково вважав, що є лише два варіанти маршруту: а) по прямій – додому; б) по перпендикуляру – до дороги і далі дорогою – додому (див. розв'язання на рис. 1).

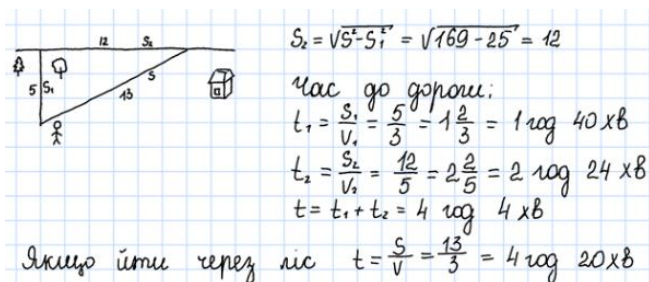


Рис. 1. Помилкове розв'язання задачі студентом

Джерело: авторська розробка.

Щоб зменшити та попередити труднощі, з якими стикаються здобувачі освіти під час ММ, вчителю / викладачу математики варто застосовувати такі стратегії: розвивати концептуальне розуміння математичних понять, фактів, методів, процедур; цілеспрямовано навчати етапів моделювання, використовуючи реальні приклади, досліджувати варіативність; створювати можливості для співпраці, підтримувати дискусії; надавати необхідну індивідуальну підтримку, скеровуючи самостійну пошуково-дослідницьку роботу здобувачів; розвивати їх технологічні навички. Численні дослідження і власний досвід дозволяють стверджувати, що дослідницько орієнтоване навчання, зокрема, IBL, сприяє успішній реалізації зазначених стратегій (Bruder, Prescott, 2013; Rogovchenko et al., 2021; Astafieva et al., 2021; Астаф'єва, Груздьева, 2021). Таке навчання ідеально відповідає природі ММ, яке є процесом дослідження реальних проблем, формулювання запитань, аналізу даних і перевірки гіпотез. Процесові моделювання притаманні ті ж діяльності, що й IBL: формулювання запитання, дослідження, аналіз результатів та рефлексія. Крім того IBL сприяє розвитку таких якостей, важливих для ММ, як критичне мислення, творчість, комунікативність, самостійність і відповідальність, підвищує інтерес до навчання математики, стимулює внутрішню мотивацію.

Очевидно, що навчати ММ слід на задачах. Найновіші шкільні підручники з математики містять багато задач, спрямованих на формування навичок моделювання. Однак, це, в основному (за невеликим винятком), прикладні задачі. А це не те саме, що задачі ММ. Прикладні математичні задачі та задачі ММ мають певні схожості, оскільки вони пов'язані з реальними ситуаціями, де використовується математика з метою вирішення реальної проблеми. Однак їх відрізняє суттєва ознака. Прикладні математичні задачі, зазвичай, прямолінійні, з ідеалізованими умовами і для їх розв'язання досить застосувати стандартні математичні методи і готові моделі. Наприклад, розрахунок відсотків на кредит, вимірювання площ земельних ділянок певної форми, визначення середньої швидкості транспортного засобу. Задачі ж ММ включають побудову і дослідження моделі, що дає змогу робити прогнози, аналізувати ризики, оптимізувати процеси тощо. Тому у своїй роботі ми періодично практикуємо командне виконання проектів, а прикладні задачі із підручників часто трансформуємо в задачі ММ. Приклади таких проектів, виконаних у 2024 р. учнями 8-А класу Ліцею №129 м. Києва: 1) визначення за допомогою підручних засобів (з наявністю недоступних точок) довжини проектного надземного переходу через проспект біля своєї школи (виконувався під час вивчення подібності трикутників); 2) розрахунок площі даху своєї школи для встановлення сонячних панелей з метою покриття внутрішніх потреб в електроенергії (міждисциплінарний проект). Наведемо далі два варіанти трансформації задачі: «№793. Теплохід пройшов 16 км по озеру, а потім 18 км по річці, яка бере початок із цього озера, за 1 годину. Знайти швидкість теплохода в стоячій воді, якщо швидкість течії становить 4 км/год.» (Мерзляк, 2021).

Варіант 1 (достатній рівень). Теплохід плив 1 годину, спочатку озером 16 км, а потім річкою, яка з нього витікає, ще 18 км. Швидкість течії річки 4 км/год. Ваше завдання: а) побудувати математичну модель для визначення швидкості руху теплохода озером; б) знайти швидкість руху теплохода в озері за даними умови задачі; в) проаналізувати, як змінюється час руху теплохода, якщо швидкість течії змінюється (зростає від 2 до 6 км/год); г) з'ясувати, як зміниться час руху теплохода назад (збільшиться, зменшиться, на скільки?).

Варіант 2 (високий рівень). Теплохід виконує навігаційні завдання в африканському озері Вікторія. Спочатку він пливе озером на схід 16 км, а потім рікою Білий Ніл на північ ще 18 км і витрачає на увесь маршрут одну годину. Швидкість течії ріки 4 км/год. Ваше завдання: а) побудувати математичну модель руху теплохода; б) користуючись побудованою моделлю знайти, з якою швидкістю теплохід плив в озері; в) ріці; в) як має теплохід змінювати власну швидкість, щоб вкласти в одну годину, враховуючи, що швидкість течії Білого Нілу залежить від кліматичних умов і варіюється в межах 2 – 6 км/год. г) не знаходячи часу руху теплохода назад, з'ясувати, як він зміниться і на скільки; д) з'ясувати, як зміниться розрахунковий час маршруту, якщо загальна відстань збільшиться на 20%; е) побудувати графік залежності часу руху теплохода від швидкості течії річки.

Результати апробації окреслених підходів у навчанні математичного моделювання. З метою отримання гіпотетичного висновку про позитивний вплив використання повного (хоч і спрощеного) циклу ММ до розв'язування реальних (або, згенерованих, але правдоподібних) задач та стратегії IBL на сформованість здатності до математичного моделювання, в період з лютого 2023 р. до листопада 2024 р. проводився педагогічний експеримент в Ліцеї №129 м. Києва. В експерименті брали участь два класи: експериментальний (7-А – 8-А) і контрольний (7-Б – 8-Б), які на старті (в січні 2023 р.) мали приблизно однакові результати успішності з алгебри та геометрії. Оцінка результатів проводилася методом теорії нечітких множин (Zadeh, 1999). З метою перевірки рівня сформованості компетенції ММ, ми провели в обох 8-их класах діагностичне тестування. Учням було запропоновано 5 завдань, які відповідали п'ятьом визначеним нами вище етапам циклу ММ. Таким чином, ми оцінювали не якість математичної моделі, а процес моделювання. Результати тестування в розрізі завдань зображені гістограмою на рис. 2. Ми розглядали ММ як нечітку множину, елементами якої є 5 параметрів (здатності реалізовувати зазначені вище етапи ММ). Визначили для нашої задачі п'ять рівнів (так званих термів) компетенції ММ: E_5 – високий (В), E_4 – достатній (Д), E_3 – середній (С), E_2 – початковий (П), E_1 – незадовільний (Н). Обчислені коефіцієнти сформованості компетенції ММ для контрольного та експериментального класів, $K_1 \approx 0,39$ і $K_2 \approx 0,73$, відповідно, суттєво відрізняються, що наочно ілюструє графічне зображення термів та зазначених коефіцієнтів (Рис. 3). Експериментальний клас показав повну належність до достатнього рівня сформованості компетенції ММ (значення функції належності $\mu_{E_4}(x) = 1$), а контрольний є у перехідній зоні від початкового до середнього, з більшою належністю до зони початкового рівня (0,6 або 60% проти 0,4 – 40%). Таким чином, наша гіпотеза щодо ефективності використовуваних підходів у навчанні ММ підтвердилася.

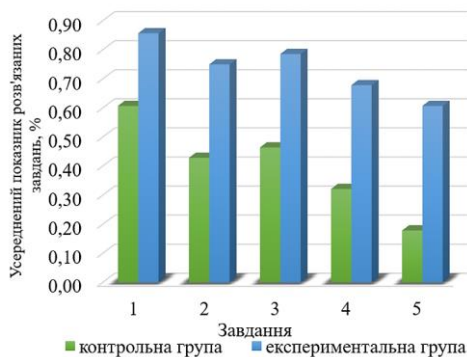


Рис. 2. Результати тестування в розрізі завдань
Джерело: авторська розробка.

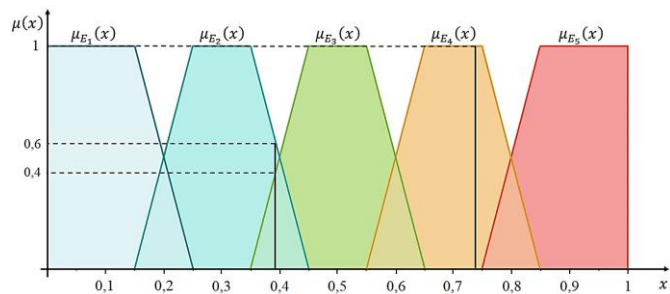


Рис. 3. Терми лінгвістичної змінної «Компетенція ММ»
Джерело: авторська розробка.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Компетенція ММ є інтегральною складовою математичної компетентності (за Ніссом) та простежується її асиметричний взаємозв'язок з іншими її компетенціями. Вона залежить від інших компетенцій, але при цьому не є необхідною для їх формування. Водночас компетенція ММ поглиблює та зміцнює усі інші складові математичної компетентності, що сприяє здатності застосовувати математику в різних контекстах.

Ефективним підходом формування здатності до ММ є використання IBL, а також розв'язування задач з повним (в розумних межах для навчальних цілей) циклом моделювання. Запропоновані у статті підходи до формування компетенції ММ можуть бути корисними для розробників освітніх програм та вчителів / викладачів математики, сприяючи забезпеченню цілісного розвитку математичної компетентності здобувачів освіти.

Подальші дослідження будуть спрямовані на емпіричне підтвердження ефективності запропонованих підходів у різних освітніх контекстах та розробку задач, що інтегрують ММ у навчання математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Астаф'єва, М. & Груздьова, К. (2021). Педагогічна стратегія inquiry-based learning (IBL) для розвитку математичного мислення школярів. *Фізико-математична освіта*, 32 (6), 7-12. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2021-032-6-001>.
- Державний стандарт базової середньої освіти (2020). URL: https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/76886/.
- Мерзляк, А., Полонський, В. & Якір, М. (2021). *Алгебра. Підручн. для 8 кл. закл. загальної середньої освіти*. Харків: Гімназія.
- Astafieva, M., Boiko, M., Hlushak, O., Lytvyn, O. & Morze, N. (2021). Experience in Implementing IBME at the Borys Grinchenko Kyiv University. In *The PLATINUM Project: monograph* (pp. 327–348). Masaryk University Press, Brno. <https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M201-9983-2021>.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, Vol.22, Issue 3, 123–139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007). What's all the fuss about competencies? In *Modeling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (pp. 45–56). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_3.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 14–30). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3.
- Blum, W. & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modeling problems? The example "filling up". In *Mathematical Modeling (ICTMA 12): education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>.

9. Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>.
10. Blum, W. & Niss, M. (2024). Origin and Development of the Notion of Mathematical Modelling Competency/Competencies. In *Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (pp. 185–200). https://doi.org/10.1007/978-3-031-53322-8_14.
11. Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM: the international journal on mathematics education*, Vol. 45, 811–822. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0542-2>.
12. Galbraith, P. & Stillman G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modeling process. *ZDM: The Int J Math Educ.* 38(2), 143–162. <https://doi.org/10.1007/BF02655886>.
13. Hernandez-Martinez, P., Rogovchenko, Y. & Thomas, S. (2021). 'I'm still making dots for them': Mathematics lecturers' views on their mathematical modelling practices. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(2), 165–177. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1668977>.
14. Ikeda, T., & Stephens, M. (1998). The influence of problem format on students' approaches to mathematical modelling. In *Mathematical Modelling. Teaching and Assessment in a Technology-Rich World* (pp. 222–232). Chichester, UK: Horwood.
15. Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering, and economics* (pp. 110–119). Chichester: Horwood. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.3.110>.
16. Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM:Mathematics Education*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>.
17. Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115–124).
18. Niss, M. & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educ Stud Math* 102, 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>.
19. Rogovchenko, Y., Astafieva, M., Hernandez-Martinez, P., Lytvyn, O., Morze, N., Patikova, Z., Rebenda, J. & Rogovchenko, S. (2021). Mathematical Modelling and Inquiry-Based Mathematics Education. In *The PLATINUM Project: monograph* (pp. 147–170). Masaryk University Press, Brno. <https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M210-9983-2021-8>.
20. Schaap, S., Vos, P., Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: Exploring a framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman, editors. *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 137–146). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_15.
21. Stillman, G., Brown, J. & Galbraith, P. (2010). Identifying challenges with transitions phases in mathematical modelling activities at year 9. In *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 385–398). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_33.
22. Zadeh L. (1999). Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 100, 1, 9–34. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(99\)80004-9](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(99)80004-9).

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Astafieva, M., & Hruzdova, K. (2021). Pedagogical strategy Inquiry-Based Learning (IBL) for development of schoolchildren mathematical thinking. *Physical and Mathematical Education*, 32(6), 7-12. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2021-032-6-001>.
2. Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity. [State standard of basic secondary education]. (2020). https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/76886/ (in Ukrainian).
3. Merzlyak, A., Polonsky, V. & Yakir, M. (2021). Algebra. *Pidruchnyk dla 8 kl. zakl. zahalnoi serednoi osvity*. Kharkiv: Himnasia. [Merzlyak, A., Polonsky, V. & Yakir, M. (2021). Algebra. Textbook for the 8th grade of general secondary education institutions. Kharkiv: Himnasia]. (in Ukrainian).
4. Astafieva, M., Boiko, M., Hlushak, O., Lytvyn, O. & Morze, N. (2021). Experience in Implementing IBME at the Borys Grinchenko Kyiv University. In *The PLATINUM Project: monograph* (pp. 327–348). Masaryk University Press, Brno. <https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M201-9983-2021>
5. Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, Vol.22, Issue 3, 123–139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
6. Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007). What's all the fuss about competencies? In *Modeling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (pp. 45–56). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_3
7. Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 14–30). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3
8. Blum, W. & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modeling problems? The example "filling up". In *Mathematical Modeling (ICTMA 12): education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
9. Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
10. Blum, W. & Niss, M. (2024). Origin and Development of the Notion of Mathematical Modelling Competency/Competencies. In *Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (pp. 185–200). https://doi.org/10.1007/978-3-031-53322-8_14
11. Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM: the international journal on mathematics education*, Vol. 45, 811–822. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0542-2>
12. Galbraith, P. & Stillman G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modeling process. *ZDM: The Int J Math Educ.* 38(2), 143–162. <https://doi.org/10.1007/BF02655886>.
13. Hernandez-Martinez, P., Rogovchenko, Y. & Thomas, S. (2021). 'I'm still making dots for them': Mathematics lecturers' views on their mathematical modelling practices. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(2), 165–177. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1668977>.
14. Ikeda, T., & Stephens, M. (1998). The influence of problem format on students' approaches to mathematical modelling. In *Mathematical Modelling. Teaching and Assessment in a Technology-Rich World* (pp. 222–232). Chichester, UK: Horwood.
15. Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering, and economics* (pp. 110–119). Chichester: Horwood. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.3.110>.
16. Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM:Mathematics Education*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>.
17. Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115–124).
18. Niss, M. & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educ Stud Math* 102, 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>

19. Rogovchenko, Y., Astafieva, M., Hernandez-Martinez, P., Lytvyn, O., Morze, N., Patikova, Z., Rebenda, J. & Rogovchenko, S. (2021). Mathematical Modelling and Inquiry-Based Mathematics Education. In *The PLATINUM Project: monograph* (pp. 147–170). Masaryk University Press, Brno. <https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M210-9983-2021-8>
20. Schaap, S., Vos, P., Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: Exploring a framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman, editors. *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 137–146). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_15
21. Stillman, G., Brown, J. & Galbraith, P. (2010). Identifying challenges with transitions phases in mathematical modelling activities at year 9. In *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 385–398). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_33
22. Zadeh L. (1999). Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 100, 1, 9–34. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(99\)80004-9](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(99)80004-9)

Матеріал надійшов до редакції 30.11.2024р.



ФАКТОРІАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ І СТЕПЕНІ

Олександр ВИШНЕВЕЦЬКИЙ ✉

Харківський національний автомобільно-дорожній
університет, Україна

alexwish50@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1757-0416>

FACTORIAL POLYNOMIALS AND POWERS

Oleksandr VYSHNEVETSKIY ✉

Kharkiv National Automobile
and Highway University, Ukraine

alexwish50@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1757-0416>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Основною задачею сучасної вищої школи є розвиток природних здібностей та обдарувань здобувачів, формування компетентностей, розвиток критичного мислення та створення умов для забезпечення гармонійного розвитку здобувачів. Отже, постає проблема формування в здобувачів цілісної системи теоретичних відомостей і практичних навичок з різних дисциплін, що дозволить використовувати отримані знання для вирішення проблем сьогодення. Проте кількість навчального часу, відведеного на вивчення розділів вищої математики, невпинно зменшується. Тому актуалізується проблема викладання стандартного набору теорем (і, взагалі, розділів математики) за невелику кількість навчальних годин. При цьому бажано не переходити до простого переліку формулювань теорем, а зберегти викладання їх доведень, які, однак, повинні бути короткими. Метою статті є стисле викладання однієї з тем курсу вищої математики, а саме викладання теми «Інтерполяційний многочлен Ньютона».

Матеріали і методи. У дослідженні використовувалася аналіз наукової літератури, зокрема теорем традиційного курсу вищої математики ЗВО (розділ «Математичний аналіз»), а також представлення факторіальних многочленів та факторіальних степенів.

Результати. У роботі подано виведення інтерполяційної формули Ньютона для многочленів і (одночасно) властивостей факторіальних многочленів, яке є набагато коротшим, ніж у відомих посібниках. Запропонований підхід використовує властивості многочленів та степенів. Також подано одне з узагальнень поняття факторіалу числа, яке додатково узагальнює поняття біноміального коефіцієнту.

Висновки. За використання описаного підходу викладання теми суттєво зменшується, що може бути корисним для вивчення вказаних тем у ЗВО в умовах обмежень навчального часу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: факторіальні многочлени; формула Ньютона; оператор різниці; оператор зсуву; факторіальні степені.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Вишневецький О. Факторіальні многочлени і степені. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 1. С. 13-17. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-02>.

ABSTRACT

Problem formulation. The main task of modern higher education is to develop students' natural abilities and talents, form competencies, develop critical thinking, and create conditions for ensuring the harmonious development of students. Thus, the problem of forming a holistic system of theoretical knowledge and practical skills in various disciplines, which will allow students to use the acquired knowledge to solve current issues, arises. However, the amount of teaching time allocated to studying sections of higher mathematics is constantly decreasing. Therefore, the issue of teaching a standard set of theorems (and, in general, sections of mathematics) in a small number of teaching hours is becoming more relevant. In this case, it is advisable not to proceed to a simple list of theorem formulations but to preserve the teaching of their proofs, which should be short. The purpose of the article is a concise presentation of one of the topics of the higher mathematics course, namely, the presentation of the topic "Newton's Interpolation Polynomial."

Materials and Methods. The study used an analysis of scientific literature, particularly theorems of higher education institutions' traditional higher mathematics courses (section "Mathematical Analysis"), and the presentation of factorial polynomials and factorial powers.

Results. The paper presents a derivation of Newton's interpolation formula for polynomials and (simultaneously) the properties of factorial polynomials, which is much shorter than in known textbooks. The proposed approach uses the properties of polynomials and powers. One of the generalizations of the factorial of a number is also presented, generalizing the concept of the binomial coefficient.

Conclusions. Using the described approach, the teaching of the topic is significantly reduced, which can help study the specified topics in higher education institutions under conditions of limited study time.

KEYWORDS: factorial polynomials; Newton formula; difference operator; shift operator; factorial powers.

FOR CITATION: Vyshnevetskiy, O. (2025). Factorial polynomials and powers. *Physical and Mathematical Education*, 40(1), 13-17. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-02>.

ВСТУП

Постановка проблеми. У навчальних планах здобувачів та аспірантів кількість навчального часу, відведеного на вивчення розділів вищої математики (як і багатьох інших дисциплін) за останні роки поступово зменшується. Тому постає питання викладання стандартного набору теорем (і, взагалі, розділів математики) за невелику кількість навчальних годин. При цьому бажано не переходити до простого переліку теорем, а зберегти викладання їх доведень, які, однак, повинні бути короткими.

У даній роботі ми показуємо, як це зробити для викладання теми «Інтерполяційний многочлен Ньютона». Окрім цієї головної мети у статті наведено одне з узагальнень поняття факторіалу числа, яке також узагальнює поняття біноміального коефіцієнту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Інтерполяційна формула Ньютона викладена і використана у значній кількості посібників з вищої математики, наприклад Abdon Atangana, Seda İğret Araz (2021), Hoffman J.D. (2001), Stoer J. and Bulirsch R. (1980), Naveen S., Parthiban V. (2024), Almutairi N. & Saber S. (2024), Atangana A. & Araz S. i. (2020), Березин І. та Жидков Н. (1962). Але її вивід зазвичай громіздкий, займає багато лекційного часу. Хоча у сучасних посібниках викладання

коротше порівняно з докладними монографіями минулого, наприклад, Березин І., Жидков Н. (1962) або Гельфонд А.О. (1967), вищезгадане скорочення навчального часу триває. Тому питання лаконічного викладання є (і буде) актуальним. При цьому скорочене викладання повинно бути точним. Одним з перших прикладів такого викладання на українській мові є посібник Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. (2002), у якому весь курс вищої математики ВНЗ, включно з теорією ймовірностей, прикладами та задачами займає 624 сторінки. Окремі розділи вищої математики коротко викладені в роботі (Vyshnevetskiy, 2020).

Мета статті. Це стисле, але з повним доведенням, виведення інтерполяційної формули Ньютона. Для скорочення часу і обсягу виведення ми обмежуємося випадком, коли функція, що розкладається, є многочленом. Це дозволяє уникнути питань, пов'язаних з розглядом залишкового члена формули.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У дослідженні використовувався аналіз наукової літератури, зокрема теорем традиційного курсу вищої математики ЗВО (розділ «Математичний аналіз»), а також представлення факторіальних многочленів та факторіальних степенів.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Оператори Δ і E

Інтерполяція функції $f(x)$ змінної x — це визначення або оцінка значень цієї функції за відомими її значеннями в деяких точках. Метод Ньютона для поліноміальної інтерполяції дозволяє ефективно знайти інтерполяційний поліном для $f(x)$. Інтерполяційна формула Ньютона добре відома; у випадку, коли $f(x)$ — многочлен, її залишковий член є нулем. Наведемо короткий спосіб її одержання у цьому випадку.

Почнемо з означень. Нехай N — множина усіх натуральних чисел, $x = x(n)$ ($n \in N$) — довільна послідовність. Оператори різниці та зсуву послідовності визначаються наступним чином [10,11]: $\Delta x(n) = x(n+1) - x(n)$ (оператор різниці) та $E x(n) = x(n+1)$ (оператор зсуву). Степені цих операторів визначаються індуктивно: $\Delta^0(x) = x$, $\Delta^{k+1}(x) = \Delta(\Delta^k(x))$ і $E^0(x) = x$, $E^{k+1}(x) = E(E^k(x))$ ($k \in N$).

Очевидно, $E^k x(n) = x(n+k)$. Одержимо формулу для $\Delta^k x(n)$. Нехай I — тотожний оператор, тобто $Ix = x$. Тоді $\Delta = E - I$ та $E = \Delta + I$. Тому

$$\Delta^k x(n) = (E - I)^k x(n) = \sum_{i=0}^k (-1)^i C_k^i E^{k-i} x(n)$$

$$\Delta^k x(n) = \sum_{i=0}^k (-1)^i C_k^i x(n+k-i)$$

$$\text{Так само можна показати, що } E^k x(n) = \sum_{i=0}^k C_k^i \Delta^{k-i} x(n)$$

Оператор Δ відповідає оператору диференціювання D в диференціальному численні. Обидва оператора E та Δ , як і оператор D , є лінійними.

Найпростіші властивості визначеного інтеграла такі:

$$\int_a^b df(x) = f(b) - f(a),$$

$$d\left(\int_a^x f(t)dt\right) = f(x)$$

Їх дискретні аналоги мають наступний вигляд.

Лема 1. Справджуються наступні твердження:

$$\sum_{k=n_0}^{n-1} \Delta x(k) = x(n) - x(n_0) \quad (1)$$

$$\Delta\left(\sum_{k=n_0}^{n-1} x(k)\right) = x(n) \quad (2)$$

Доведення цих формул виходить з визначень. Наприклад, доведемо формулу (1):

$$\sum_{k=n_0}^{n-1} \Delta x(k) = x(n) - x(n-1) + x(n-1) - x(n-2) + \dots + x(n_0 + 1) - x(n_0) = x(n) - x(n_0)$$

Оператор Δ діє на многочлен аналогічно оператору диференціювання D . А саме, для многочлена $p(n) = a_0 n^k + a_1 n^{k-1} + \dots + a_k$ степеня k

$$\Delta p(n) = [a_0(n+1)^k + a_1(n+1)^{k-1} + \dots + a_k] - [a_0 n^k + a_1 n^{k-1} + \dots + a_k] =$$

$$= a_0 k n^{k-1} + (\text{члени степеня меншого } (k-1))$$

Так само можна показати, що

$$\Delta^2 p(n) = a_0 k(k-1)n^{k-2} + (\text{члени степеня меншого } (k-2))$$

Виконуючи цей процес k разів, отримуємо

$$\Delta^k p(n) = a_0 k!, \quad \Delta^{k+i} p(n) = 0 \quad (i > 0)$$

2. Факторіальні многочлени

Наступне означення узагальнює поняття факторіалу натурального числа x на випадок довільного дійсного числа.

Для будь-якого дійсного x і натурального числа k назвемо k -им факторіалом x многочлен $x^{(k)} = x(x-1)\dots(x-k+1)$.

Зокрема, якщо $x = n \in \mathbb{N}$ і $n \geq k$, то

$$n^{(k)} = \frac{n!}{(n-k)!}, \quad n^{(n)} = n!$$

Таким чином, у випадку натурального числа $x \in \mathbb{N}$ вказане узагальнення факторіалу включає в себе як традиційне означення факторіалу натурального числа, так і означення біноміальних коефіцієнтів.

Покажемо, що функція $x^{(k)}$ грає в численні різниць ту ж роль, що і многочлен x^k у диференціальному обчисленні. Для цього продовжимо дію операторів Δ і E з множини послідовностей на множину функцій дійсної змінної x : $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$, $Ef(x) = f(x+1)$.

Тоді

$$\Delta x^{(k)} = (x+1)^{(k)} - x^{(k)},$$

$$E x^{(k)} = (x+1)^{(k)}.$$

Теорема 1. Для будь-якого $k \in \mathbb{N}$ маємо:

$$\Delta x^{(k)} = k x^{(k-1)}, \tag{3}$$

$$\Delta^n x^{(k)} = k(k-1)\dots(k-n+1)x^{(k-n)}, \quad (k \geq n) \tag{4}$$

Доведення.

$$\Delta x^{(k)} = (x+1)^{(k)} - x^{(k)} = (x+1)x(x-1)\dots(x-k+2) -$$

$$-x(x-1)\dots(x-k+2)(x-k+1) = x(x-1)\dots(x-k+2) \cdot k = k x^{(k-1)}$$

Твердження виходить n -кратним застосуванням формули (3).

Наприклад, при $n = 2$ отримуємо

$$\Delta^2 x^{(k)} = \Delta(\Delta x^{(k)}) = \Delta(k x^{(k-1)}) = k \Delta(x^{(k-1)}) = k(k-1)x^{(k-2)}.$$

При $k = n$ з (4) отримуємо $\Delta^k x^{(k)} = k!$

Покладемо $x^{(0)} = 1$ і для $k \in \mathbb{N}$

$$x^{(-k)} = \frac{1}{x(x+1)\dots(x+k-1)} \tag{5}$$

Теорема 2. Формули (3) і (4) вірні для будь-якого цілого числа k .

Доведення. При $k < 0$ твердження збігається з теоремою 1. Випадок $k = 0$ тривіальний, тому досить розглянути функцію (5) при $k \in \mathbb{N}$.

Маємо

$$\Delta x^{(-k)} = \Delta \left(\frac{1}{x(x+1)\dots(x+k-1)} \right) =$$

$$= \frac{1}{(x+1)(x+2)\dots(x+k)} - \frac{1}{x(x+1)\dots(x+k-2)(x+k-1)} =$$

$$= \frac{1}{(x+1)\dots(x+k-1)} \left(\frac{1}{x+k} - \frac{1}{x} \right) = \frac{-k}{x(x+1)\dots(x+k-1)(x+k)} = -k x^{(-k-1)}$$

і формула (3) доведена повністю. Застосовуючи n разів останню формулу, отримуємо (4).

3. Факторіальні степені

Звичайні степені мають складні різниці. Але ці різниці прості для факторіальних степенів $x^{\underline{k}}$. Для будь-якого числа x і будь-якого $k \in \mathbb{N}$ покладемо

$$x^{\underline{0}} = 1, \quad x^{\underline{k}} = x(x-1)\dots(x-k+1), \quad x^{\underline{-k}} = \frac{1}{(x+1)(x+2)\dots(x+k)}$$

Факторіальні степені задовольняють правило додавання $x^{\underline{k+m}} = x^{\underline{k}} x^{\underline{-m}}$.

Основна властивість факторіальних степенів:

$$\Delta x^{\underline{n}} = n x^{\underline{n-1}} \tag{6}$$

Доведення.

$$\Delta x^{\underline{n}} = (x+1)^{\underline{n}} - x^{\underline{n}} = (x+1)^{\underline{1+(n-1)}} - x^{\underline{(n-1)+1}} = (x+1)x^{\underline{(n-1)}} - x^{\underline{(n-1)}}(x-n+1) = n x^{\underline{n-1}}$$

Лема. Для будь-якого многочлена $P(x)$ його різниця $\Delta P(x)$ є многочленом, степінь якого на одиницю менша степені $P(x)$.

Доведення: індукція по степені n многочлена $P(x)$. При $n = 1$ різниця стала, оскільки $\Delta(ax+b) = a$. Нехай лема

вже доведена для многочленів степеня, який менше чи дорівнює n і $P(x) = a_{n+1}x^{n+1} + a_nx^n + \dots$ – многочлен степеня $n+1$. Тоді $P(x) - a_{n+1}x^{n+1} = Q(x)$ – многочлен степеня $\leq n$ і $\Delta P(x) - \Delta a_{n+1}x^{n+1} = \Delta Q(x)$. За припущенням індукції многочлен $\Delta Q(x)$ має степінь $\leq n-1$, а за формулою (6) многочлен $\Delta x^{n+1} = (n+1)x^n$ має степінь n .

Наслідок. Якщо $\Delta P(x) = 0$, де $P(x)$ – многочлен, то $P(x)$ – константа.

Теорема (формула Ньютона для многочленів). Для будь-якого многочлена $P(x)$

$$P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k P(0)}{k!} x^k \quad (7)$$

Зауважимо, що остання сума скінченна і тому є многочленом.

Доведення: індукція по степені n многочлена $P(x)$. При $n=1$ многочлен $P(x) = ax + b$, тоді $\Delta^0 P(0) = b$, $\Delta^1 P(0) = a$ і $\Delta^k P(x) = 0$ при $k > 1$. Тому сума в (7) є $ax + b = P(x)$, і рівність (7) доведена при $n=1$. Нехай формула (7) вже доведена для многочленів степеня n і многочлен $P(x)$ має степінь $n+1$. Тоді за припущенням індукції

$$\Delta P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k \Delta P(0)}{k!} x^k = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Delta^k P(0)}{(k-1)!} x^k$$

Позначимо через $Q(x)$ праву частину в (7). Тоді

$$\begin{aligned} \Delta Q(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k P(0)}{k!} (x+1)^k - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k P(0)}{k!} x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k P(0)}{k!} \Delta x^k = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k P(0)}{k!} k x^{k-1} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Delta^k P(0)}{(k-1)!} x^{k-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k (\Delta P)(0)}{k!} x^k = \Delta P(x) \end{aligned}$$

Тому

$$\Delta(P(x) - Q(x)) = 0 \text{ і } P(x) = Q(x) + c$$

для деякого числа c . А оскільки $P(0) = Q(0)$, то ці многочлени однакові: $P(x) = Q(x)$. Теорема доведена.

Зауважимо, що доведення формули Ньютона у загальному випадку (не тільки для многочленів) вимагає розгляду залишкового члену формули і суттєво збільшує як обсяг необхідного часу, так і складність доведення. Тому розгляд цього випадку в межах відведеного програмою часу вдається провести лише зрідка, наприклад, для сильних студентів, або перенести на самостійну роботу з використанням відповідних посібників.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

В даній роботі запропоноване коротке викладення (але з повним доведенням) інтерполяційної формули Ньютона для многочленів і (одночасно) властивостей факторіальних многочленів. Це може бути корисним для вивчення вказаних тем у ЗВО в умовах обмеженого часу, який відведений на викладання цих питань. Окрім того, наведений метод викладання дозволяє узагальнити традиційне поняття факторіалу натурального числа на випадок довільного дійсного числа, причому це узагальнення, в свою чергу, включає поняття біноміального коефіцієнту.

Вдосконалення викладання завжди є і буде важливим питанням. Поступове зменшення кількості учбового часу, відведеного на вивчення розділів вищої математики (і багатьох інших дисциплін), яке (на жаль) має місце за останні роки, робить актуальними подальші дослідження в сфері скороченого (але за можливості – з доведеннями) викладання вищої математики як у ЗВО, так і у інших навчальних закладах. Можливість вивчення при цьому узагальнень відомих понять є додатковим позитивним ефектом нових способів викладання учбових дисциплін.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Abdon, A., & Seda, i. A. (2021). *New Numerical Scheme with Newton Polynomial: Theory, Methods, and Applications*. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2020-0-02711-8>.
2. Almutairi, N., & Saber, S. (2024). Application of a time-fractional fractional derivative with a power-law kernel to the Burke-Shaw system based on Newton's interpolation polynomials. *Methods X*, 12, 102510. <https://doi.org/10.1016/j.mex.2023.102510>.
3. Atangana, A., & Araz, S. i. (2020). New numerical method for ordinary differential equations: Newton polynomial. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 372, 112622. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2019.112622>.
4. Hoffman, J.D. (2001). *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. Taylor & Francis, Boca Raton-London-New York-Singapore.
5. Naveen, S., & Parthiban, V. (2024). Application of Newton's polynomial interpolation scheme for variable order fractional derivative with power-law kernel. *Sci. Rep* 14, 16090. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-66494-z>.
6. Stoer, J., & Bulirsch, R. (1980). *Introduction to Numerical Analysis*, Springer, New York.
7. Vyshnevetskiy, O. L. (2014). *Дифференциальные уравнения*, «Lambert Academic Publishing», Saarbrücken, Germany.
8. Vyshnevetskiy, O. L. (2020). *Ordinary differential equations for students. Short and simple*. Beau Bassin: Lambert Academic Publishing.
9. Zatorsky, R. A., & Goy, T. P. (2013). Generalized factorial powers and some of its application. *Carpathian Herald of the Shevchenko Scientific Society*. 1(21).
10. Березин, И.С., & Жидков, Н.П. (1962). *Методы вычислений*, т.1, М., Физматгиз.
11. Гельфонд, А.О. (1967). *Исчисление конечных разностей*. М., Физматгиз.
12. Дюженкова, Л.І., Дюженкова, О.Ю., & Михалін, Г.О. (2002). *Вища математика: Приклади і задачі*. К.: Видавничий центр «Академія».

REFERENCES (TRANSLATED AND transliterated)

1. Abdon, A., & Seda, i. A. (2021). *New Numerical Scheme with Newton Polynomial: Theory, Methods, and Applications*. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2020-0-02711-8>.

2. Almutairi, N., & Saber, S. (2024). Application of a time-fractional fractional derivative with a power-law kernel to the Burke-Shaw system based on Newton's interpolation polynomials. *Methods X*, 12, 102510. <https://doi.org/10.1016/j.mex.2023.102510>.
3. Atangana, A., & Araz, S. I. (2020). New numerical method for ordinary differential equations: Newton polynomial. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 372, 112622. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2019.112622>.
4. Hoffman, J.D. (2001). *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. Taylor & Francis, Boca Raton-London-New York-Singapore.
5. Naveen, S., & Parthiban, V. (2024). Application of Newton's polynomial interpolation scheme for variable order fractional derivative with power-law kernel. *Sci. Rep* 14, 16090. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-66494-z>.
6. Stoer, J., & Bulirsch, R. (1980). *Introduction to Numerical Analysis*, Springer, New York.
7. Vyshnevetskiy, O. L. (2014). *Дифференциальные уравнения*, «Lambert Academic Publishing», Saarbrücken, Germany.
8. Vyshnevetskiy, O. L. (2020). *Ordinary differential equations for students. Short and simple*. Beau Bassin: Lambert Academic Publishing.
9. Zatorsky, R. A., & Goy, T. P. (2013). Generalized factorial powers and some of its application. *Carpathian Herald of the Shevchenko Scientific Society*. 1(21).
10. Berezin, I.S., & Zhydkov, N.P. (1962). *Metody vychislenij*, v.1, M., Fizmatgiz.
11. Gel'fond, A.O. (1967). *Calculation of finite differences*. M., Fizmatgiz.
12. Duzenkova, L.I., Duzenkova, O.U., & Mykhalin, G.O. (2002). *Vyscha matematyka: Pryklady I zadachi*. K.: Vydavnychnyj centr «Akademia». (in Ukrainian).

Матеріал надійшов до редакції 02.12.2024р.



КОНСТРУКТ «ГРАМОТНІСТЬ ЧИТАННЯ»: СПРОБА ПОЯСНЕННЯ У ТЕРМІНАХ ПСИХОЛОГІЇ

Таяна ДЄОРДИЦА ✉

Благодійний фонд «e-Terra», Україна
TLDeorditsa@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3409-7168>

Раїса ГЛАДУШИНА

Київський університет імені Бориса Грінченка, Україна
Gladushyna.Raisa@gmail.com,
<https://orcid.org/0000-0002-6760-0487>

Марина ВОРОНІНА

Державний науково-методичний центр змісту
культурно-мистецької освіти, Україна
M_Voronina@i.ua, <https://orcid.org/0000-0003-3838-7194>

Володимир ТОЛМАЧОВ

Глухівський національний педагогічний університет
імені Олександра Довженка, Україна
V.S.Tolmachov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4674-8677>

THE CONSTRUCT «READING LITERACY»: AN ATTEMPT TO EXPLAIN IN TERMS OF PSYCHOLOGY

Taiana DIEORDITSA ✉

Charitable Foundation «e-Terra», Ukraine
TLDeorditsa@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3409-7168>

Raisa GLADUSHYNA

Borys Grinchenko Kyiv University, Ukraine
Gladushyna.Raisa@gmail.com,
<https://orcid.org/0000-0002-6760-0487>

Maryna VORONINA

State Scientific and Methodological Center for the Content
of Cultural and Artistic Education, Ukraine
M_Voronina@i.ua, <https://orcid.org/0000-0003-3838-7194>

Volodimir TOLMACHOV

Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv National
Pedagogical University, Ukraine
V.S.Tolmachov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4674-8677>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. За нашими спостереженнями, українські дослідники, вивчаючи абстрактне поняття «грамотність читання», схильні зосереджуватися виключно на його словниковому визначенні та ігнорувати операційне. Проте саме останнє забезпечує чіткість і вимірність цієї абстракції. Крім того, в українській педагогічній періодиці ми не виявили жодної публікації, яка б пояснювала існування двох підходів до оцінювання рівнів грамотності читання – у дослідженнях PIRLS і PISA. З огляду на це упуцання, ми задалися питаннями: 1) як вимірюють рівні грамотності читання у PIRLS і PISA? 2) що вплинуло на створення цієї абстракції?

Матеріали і методи. Як послідовники психологічної теорії діяльності, ми прагнули з її позицій відповідати на перше питання нашої розвідки. Для цього ми проаналізували кілька рамкових документів PIRLS і PISA різних років видання: «PIRLS 2026 Assessment Frameworks» (von Davier & Kennedy, 2024), «Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000» (OECD, 2000), «PISA 2009. Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science» (OECD, 2009), «PISA 2018 Assessment Analytical Framework» (OECD, 2019). Відповіді на друге питання нам допоміг ретроспективний аналіз минулих оцінних досліджень успіхів учнів у читанні.

Результати. Встановлено, що «грамотність читання» є психологічним конструктом, покликаним слугувати теоретичним підґрунтям у розробленні надійних і дієвих психометричних тестів для оцінювання учнівських досягнень у читанні. Прояснено логіку операціоналізації цього конструкта. З погляду психологічної теорії діяльності, його вимірними показниками є розумові операції, що реалізують три ключові розумові дії читацької діяльності, як-от переглядання тексту; розуміння та оцінювання прочитаного. У PIRLS оцінюють інтенсивність прояву чотирьох таких операцій, у PISA – семи. Це цілком допустимо, зважаючи, що операційний склад дії залежить від умов її виконання. Умови тестування PIRLS і PISA дійсно відрізняються, адже їх учасники належать до різних вікових груп. З'ясовано, що на створення конструкта «грамотність читання» вплинуло переосмислення дослідниками форм виявлення конструкта «розуміння прочитаного» – як продукту та як процесу.

Висновки. Дотримуючись логіки аксіому А. Korzybski «карта не є територією», вважаємо резонним

ABSTRACT

Formulation of the Problem. Based on our observations, Ukrainian researchers, when studying the abstract concept of «reading literacy», tend to focus exclusively on its dictionary definition, while ignoring the operational one. However, the operational definition provides clarity and measurability to this abstraction. In addition, In Ukrainian pedagogical journals, we did not find any publications that explain the existence of two approaches to assessment reading literacy levels – in the PIRLS and PISA studies. Given this omission, we posed the following questions: (1) How are reading literacy levels measured in PIRLS and PISA? (2) What factors influenced the creation of this abstraction?

Materials and Methods. As followers of the psychological theory of activity, we sought to answer the first question of our investigation from its perspective. To this end, we analyzed several framework documents from PIRLS and PISA published in different years, including PIRLS 2026 Assessment Frameworks (von Davier & Kennedy, 2024), Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 (OECD, 2000), PISA 2009 Assessment Framework: Key Competencies in Reading, Mathematics, and Science (OECD, 2009), and PISA 2018 Assessment Analytical Framework (OECD, 2019). To answer the second question, we used the retrospective analysis of previous evaluative studies on students' reading achievements.

Results. It has been established that «reading literacy» is a psychological construct designed to serve as a theoretical basis for developing reliable psychometric tests for measuring student achievement in reading. The logic of the operationalization of this construct has been clarified. In connection with the psychological theory of activity, its measurable indicators are intellectual operations that implement three key intellectual actions of reading activity: reviewing the text; understanding, and evaluating what has been read. In the PIRLS, the intensity of manifestation of four such operations is measured in PISA – seven. This is quite acceptable, given that the operational composition of the action depends on the conditions of its execution. The testing conditions for the PIRLS and PISA are different because their participants belong to various age groups. It has been revealed that the creation of the construct «reading literacy» was influenced by the researchers' rethinking of the forms of manifestation of the construct «reading comprehension» – as a process and a product.

Conclusion. Following the logic of Alfred Korzybski's axiom, «the map is not the territory,» we find it reasonable to state that

стверджувати: грамотність читання не є читанням. Читання – це пізнавальна діяльність, а грамотність читання – тільки міра вправності у цій діяльності. З огляду на це розмежування, запропоновані у PIRLS і PISA операційні визначення конструкта «грамотність читання» можна розглядати як взірці розумових операцій, засвоєння та застосування яких допоможе учням читати усвідомлено.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: читання; розуміння; психометрія; конструкт; операціоналізація; PIRLS; PISA.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Деордіца Т., Гладушина Р., Вороніна М., Толмачов В. Конструкт «Грамотність читання»: спроба пояснення у термінах психології. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 1. С. 18-26. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-03>.

reading literacy is not reading. Reading is a cognitive activity while reading literacy is merely a measure of proficiency in this activity. Given this distinction, the operational definitions of the construct «reading literacy», proposed in PIRLS and PISA, can be considered as verified samples of cognitive operations, the mastering of which will help students to read consciously.

KEYWORDS: reading; understanding; construct; psychometric; operationalization; PIRLS; PISA.

FOR CITATION: Dieorditsa, T., Gladushyna, R., Voronina, M., & Tolmachov, V. (2025). The construct «Reading literacy»: an attempt to explain in terms of psychology. *Physical and Mathematical Education*, 40(1), 18-26. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-03>.

ВСТУП

Постановка проблеми. За нашими спостереженнями, українські дослідники, вивчаючи абстрактне поняття «грамотність читання», схильні зосереджуватися виключно на його словниковому визначенні та ігнорувати операційне. Проте саме останнє забезпечує чіткість і вимірність цієї абстракції. Крім того, в україномовній педагогічній періодиці ми не виявили жодної публікації, яка б пояснювала існування двох підходів до оцінювання рівнів грамотності читання – у дослідженнях PIRLS і PISA. З огляду на це упустили питаннями: 1) як вимірюють рівні грамотності читання у PIRLS і PISA? 2) що вплинуло на створення цієї абстракції?

Аналіз актуальних досліджень. Найперша англомова стаття зі словосполученням «Reading Literacy» у назві, яку нам вдалося знайти, датована 1973–1974 рр. Її написав професор Чиказького університету J. Vormuth на замовлення Національної академії освіти США. Наважимося припустити, що саме J. Vormuth увів у науковий обіг конструкт з такою назвою. Ми звернули увагу, що дослідник вжив «Reading Literacy» лише у заголовку статті, а в тексті послуговувався укороченим варіантом – «Literacy». На нашу думку, так він повідомив читачів, що у фокусі його уваги перебуватиме тільки один із двох аспектів грамотності, а саме – уміння читати. Зміст статті підтвердив правильність нашого припущення. Словникове визначення конструкта «грамотність читання» J. Vormuth сформулював так: це змога людини вправно виконувати різні читацькі завдання. До його вимірювальних показників, дослідник відніс: 1) розпізнавання слів; 2) дослівне розуміння прочитаного; 3) розуміння прихованого смислу тексту; 4) критичне читання; 5) естетичне оцінювання прочитаного; 6) гнучке читання; 7) використання різних довідкових засобів для пошуку інформації (Vormuth, 1973–1974). З огляду на сказане вважаємо, що J. Vormuth фактично передбачив тенденції сучасного психометричного тестування досягнень учнів у читанні.

Вірогідно, що вперше конструкт «Reading Literacy» був обґрунтовано переведений у комплекс психометричних тестів у межах міжнародного порівняльного дослідження «IEA Study of Reading Literacy» (1990–1991). Результати цього проекту детально висвітлено у брошурі «Як учні читають у світі?». Автор цієї публікації, новозеландський професор W. Elley, репрезентував у складі конструкта «грамотність читання» дві здатності: розуміння і використання тих форм письмової мови, які необхідні суспільству та/або цінуються особистістю. На думку вченого, такий конструкт водночас є і досить загальним, щоб врахувати різноманітні традиції і мов, представлених у країнах-учасницях, і досить конкретним, щоб надати деякі вказівки для побудови тестів. Як приклади тих форм письмової мови, яких вимагає суспільство, він назвав оголошення, газети, географічні карти, графіки та урядові циркуляри. Нам імпонує прямота професора W. Elley, який відверто заявив, що очолюване ним дослідження не було реалізовано бездоганно. За його словами, хоч більшість експертів із країн-учасниць наполягали на перевірці як розуміння, так і використання прочитаного, однак обмеження масового тестування, стандартизовані умови, традиційна політика й обмежений час навчання в багатьох країнах змусили дослідників зосередитися лише на вимірюванні рівнів розуміння текстів (Elley, 1992). Методологія оцінювання якості читання, відпрацьована у межах цього дослідження, стала прототипом методологій для PIRLS і PISA.

З наукового есе «Оцінювання розуміння прочитаного: огляд практик – минуле, теперішнє та майбутнє» ми дізналися, що впродовж XX століття предметом оцінювання успішності у читанні були залишкові сліди та «артефакти» конструкта, іменованого «Reading Comprehension» (розуміння прочитаного). Автори цього нарису кілька разів згадували модель властивостей «тямущого читача», розроблену американським дослідником F. Devis. На нашу думку, вона і сьогодні не втратила актуальність. Ось перелік її складників: знання значень слів; уміння підбирати значення слів згідно з контекстом; здатність здогадуватися про попередні події, виходячи з логіки уривка; уміння виділяти головну думку уривка; уміння відповідати на запитання, конкретні відповіді на які містить уривок; здатність відповідати синонімічними словами на запитання, відповіді на які містить уривок; здатність робити умовиводи, спираючись на зміст уривка; здатність розпізнавати літературні прийоми, використані в уривку, і визначати його тон і настрій; здатність визначати мету, намір і позицію автора (Pearson & Hamm, 2005).

Нашу увагу привернув той факт, що західні психологи прагнуть забезпечити освітан і батьків психологічними знаннями про читання, представляючи їх у доступній і стислій формі. Прикладами таких зрозумілих наукових моделей є «Просте уявлення про читання» (Simple view of reading) і «Канат читання Скарборо» (Scarborough's Reading Rope).

Модель «Просте уявлення про читання», розроблена дослідниками Ph. Gough і W. Tunmer у 1980-х роках, передбачає, що розуміння прочитаного є продуктом двох ключових елементів: розпізнавання слів (декодування) і розуміння мови. Ось формула цієї моделі:

$$\text{ДЕКОДУВАННЯ} * \text{РОЗУМІННЯ МОВИ} = \text{РОЗУМІННЯ ПРОЧИТАНОГО},$$

де декодування – це ефективне розпізнавання слів; розуміння мови – здатність отримувати значення з вимовлених слів, коли вони є частиною речень або іншого дискурсу; розуміння прочитаного відрізняється від розуміння мови тим, що для сприйняття слів і отримання сенсу використовують друкований текст, а не усне мовлення (Farrell et al., n.d.).

Розроблена дослідницею Х. Скарборо модель «Канат читання» відображає навички, якими діти повинні оволодіти, щоб стати вправними читачами (рис. 1). Три нижні пасма каната уособлюють складники здатності розпізнавати слова, а п'ять верхніх – складники здатності розуміти мову. Сплетені разом, ці пасма стають канатом, який символізує вмиле читання (H. Scarborough, 2001).

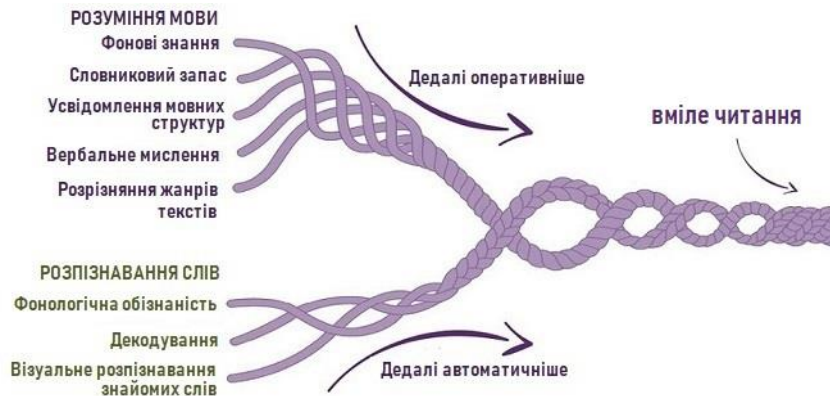


Рис. 1. «Канат читання Скарборо»

Джерело: : Н. Scarborough (2001).

Одна з перших україномовних статей, у якій висвітлено специфіку оцінювання PISA, вийшла з-під пера дослідниці І. Іванюк у 2004 р. На той час словникове визначення конструкта «грамотність читання» англійською формулювали так: «*Reading literacy is understanding, using and reflecting on written texts, in order to achieve one's goals, to develop one's knowledge and potential, and to participate in society*» (OECD, 2000, p. 18). Ось варіант його перекладу, запропонований цією авторкою: «...грамотність читання — здатність людини розуміти письмові тексти й рефлексії на них, використовувати їх зміст для досягнення власних цілей, розвитку знань і можливостей, для активної участі у житті суспільства» (Іванюк, 2004). На наш погляд, вживання словосполучення «грамотність читання», а не «читацька грамотність» свідчить, що, перекладаючи словосполучення «Reading Literacy», І. Іванюк, імовірно, керувалася принципом взаємозамінності імен Фреге – Рассела. Необґрунтованим вважаємо додавання в українському перекладі слова «здатність», відсутнього в оригінальному визначенні. Оригінальне словникове визначення розглядуваного конструкта наголошує на залучених процесах (розуміння, використання та рефлексія) і цілях (досягнення цілей, розвиток знань і участь у житті суспільства), не позначаючи його як здатність.

Очевидно, що принципу Фреге – Рассела дотримувалися й укладачі Постанови Кабінету Міністрів України № 1283 «Порядок проведення моніторингу та оцінки якості освіти» (КМУ, 2011), бо в цьому документі теж вжито словосполучення «грамотність читання».

Метою статті є прояснення операційних визначень конструкта «грамотність читання» за версіями досліджень PIRLS і PISA та виявлення чинників, що вплинули на створення цієї абстракції.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розглянемо семантику ключових термінів нашої статті.

Читання – вид мовленнєвої діяльності, спрямований на смислове сприймання графічно зафіксованого тексту. Метою читання є отримання та оброблення письмової інформації (Тумина, 1998).

Розуміння – це процес засвоєння та породження смислів, основними характеристиками якого є відновлення смислу (концепту) вихідного повідомлення та синтез нового смислу, що здійснюється в результаті взаємодії; зіткнення смислу, який був закладений у текст його автором, і смислового поля суб'єкта, який сприймає прочитане повідомлення (Чепелева, 2015).

Конструкт – це абстрактне поняття, визначене на високому рівні абстракції, яке спеціально вибране (або «створене») для пояснення досліджуваного феномена. Конструкт повинен мати два визначення: словникове й операційне. Останнє чітко й недвозначно має вказувати, як саме конструкт вимірюватимуть. Процес переведення конструкта у конкретні, вимірювальні показники називають операціоналізацією. Її мета – пов'язати теоретичну побудову з реальними даними та методами їх збору. Вимірювальні показники конструкта називають змінними. Обґрунтоване операційне визначення конструкта є однією з умов надійності та валідності тестів як форми оцінювання (Bhattacharjee, 2012).

Психометрія – це галузь прикладної психології, яка включає вимірювання та оцінювання психологічних атрибутів, таких як психічні стани, здібності та процеси. Вона часто пов'язана з розробкою і застосуванням психологічних тестів для кількісного оцінювання різних психологічних явищ. Сучасний етап в історії психологічного тестування відображає дві основні тенденції: 1) посилену теоретичну спрямованість і 2) міцне зчеплення психологічної теорії з верифікацією за допомогою емпіричної та експериментальної перевірки гіпотез. Одним із результатів цих тенденцій є зростання визнання цінності конструктів в описі й розумінні людської поведінки. Їх використання забезпечує більш стале та надійне оцінювання. Самі конструкти як теоретичні категорії недоступні безпосередньому спостереженню (Анастаси & Урбина, 2005).

Ключові етапи психометричного тестування, як правило, включають 1) визначення конструктів і термінів дослідження, 2) операціоналізацію, тобто визначення конструктів у термінах змінних і 3) розробку багатоступеневих шкал оцінювання та тестових завдань як вимірювальних інструментів. Для збору даних 4) особам пропонують розв'язати тестові завдання. Потім психологи 5) перекодовують категорії відповідей на числа, щоб проаналізувати: 6) надійність і 7) валідність тестів. Крім того вони використовують: 8) психометричне моделювання латентних змінних для створення оцінок на рівні конструкта, перш ніж 9) інтерпретувати свої результати (Uher, 2021).

За твердженням експертів (Kaplan, & Kuger, 2016), найсучасніші методології психометрії представляють дослідження PIRLS і PISA – міжнародні великомасштабні оцінювання (International Large-Scale Assessments) в освіті.

PIRLS – це абревіатура, утворена з перших букв слів назви дослідження «Progress in International Reading Literacy Study» (Прогрес у міжнародному дослідженні грамотності читання). PIRLS надає порівняльні дані на міжнародному рівні про те, наскільки добре читають випускники початкової школи. Це дослідження проводять на ключовому перехідному етапі розвитку читання дітей: від «навчання читати» до «читання, щоб вчитися». Координатором PIRLS є Міжнародна асоціація з оцінювання освітніх досягнень (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEA). Дослідження PIRLS започатковане у 2001 р., періодичність його проведення – 5 років.

PISA – це абревіатура, утворена з перших букв слів назви дослідження «Programme for International Student Assessment» (Міжнародна програма оцінювання учнів). PISA надає порівняльні дані на міжнародному рівні про досягнення 15-річних підлітків за трьома напрямками: грамотність читання, математична грамотність і науково-природничу грамотність. Оцінювання учнівських досягнень у читанні проводять на ключовому перехідному етапі становлення навчальної самостійності підлітків: від читання в освітніх цілях до читання у професійних цілях. Координатором PISA є OECD – The Organisation for Economic Co-operation and Development (Організація економічного співробітництва та розвитку). Дослідження PISA започатковане у 2000 р., періодичність його проведення – 3 роки. Для восьмого раунду Керівна рада PISA вирішила перенести оцінювання з 2021 на 2022 р. через пандемію COVID-19.

Обидва дослідження надають освітянам і політикам ключову інформацію про ефективність національних систем освіти, що є об'єктивною базою для прийняття зважених рішень щодо їх удосконалення. На нашу думку, саме скромні результати українських учнів з читання у двох циклах PISA (2018, 2022) зумовили ухвалення Кабінетом Міністрів України Стратегії розвитку читання на період до 2032 року «Читання як життєва стратегія» (КМУ, 2023).

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для відповіді на перше проблемне питання нашої розвідки ми послуговувалися описом макроструктури діяльності за О.М. Леонтьєвим. Цей дослідник виокремив такі шари (рівні) діяльності: окремі (особливі) діяльності – за критерієм мотивів, що їх спонукають; дії – процеси, що підпорядковуються свідомим цілям; операції – способи виконання дій, які безпосередньо залежать від умов досягнення конкретної мети. Поділ діяльності на дії та операції не вичерпує її аналізу. За діяльністю і психічними образами, що її регулюють, розкривається грандіозна фізіологічна робота мозку (Леонтьєв, 2004). Щоб з'ясувати результати операціоналізації конструкта «грамотність читання», ми проаналізували кілька рамкових документів PIRLS і PISA різних років видання, як-от: «PIRLS 2026 Assessment Frameworks» (von Davier & Kennedy, 2024), «Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000» (OECD, 2000), «PISA 2009. Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science» (OECD, 2009), «PISA 2018 Assessment Analytical Framework» (OECD, 2019). Відповіді на друге проблемне питання нашої розвідки нам допоміг ретроспективний аналіз минулих оцінних досліджень досягнень учнів у читанні.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Словникове визначення конструкта «грамотність читання», за версією PIRLS, є таким самим, як у дослідженні «IEA Study of Reading Literacy» (1990–1991). Воно охоплює дві здатності: розуміння і використання тих форм письмової мови, які необхідні суспільству та/або цінуються особистістю. Для цілей PIRLS це визначення доповнене посиланням на аспекти досвіду читання молодших школярів, як-от: читачі можуть видобувати смисли/значення із текстів різноманітних форм. Вони читають, щоб вчитися, брати участь у спільнотах читачів у школі й повсякденному житті, а також для задоволення. Вимірювальними показниками конструкта «грамотність читання» за версією PIRLS виступають чотири когнітивні процеси:

- пошук інформації, явно викладеної у тексті;
- виведення простих висновків;
- пояснення і поєднання інформації та ідей, викладених у тексті;
- оцінювання змісту тексту та його елементів.

Для оцінювання рівнів грамотності читання у PIRLS використовують дві інтервальні шкали, оскільки учням пропонують два види текстів – художні та інформаційні. У кожній шкалі виокремлюють чотири рівні досягнень: просунутий, високий; середній і низький. Ось опис проявів зазначених розумових операцій у разі читання художніх текстів легкої або середньої складності: учні можуть знаходити, впізнавати та відтворювати явно виражені дії, події та почуття;

робити прямі висновки про події та вчинки персонажів; тлумачити причини почуттів або вчинків персонажів і виявляти докази на підтвердження (von Davier & Kennedy, 2024).

Ми звернули увагу, що аналітики PIRLS не змінювали ні словникове, ні операційне визначення конструкта «грамотність читання» з моменту започаткування цього дослідження. Самі вони зазначають, що керуються принципом: якщо хочете вимірювати зміни, не змінюйте міри (if you want to measure change, do not change the measure).

Натомість, аналітики PISA час від часу змінюють і обидва визначення конструкта «грамотність читання», і шкалу оцінювання. Так, у 2009 р. до первісного словникового визначення грамотності читання додано дію «заняття читанням». Йдеться про мотивацію читати і визнання цінності цієї діяльності для саморозвитку молодої людини. Однак це уточнення словникового визначення розглядуваного конструкта не призвело до змін у його операційному визначенні. У 2018 р. словникове визначення грамотності читання поповнили дією «оцінювання тексту», а в його операційному визначенні описали абсолютно новий набір вимірювальних показників. Проте нову шкалу для них в оригінальному документі (OECD, 2018) не оприлюднили, а надрукували шкалу, чинну у 2015 р.

На рис. 2 зіставлено назви процесів, вжитих у словниковому та операційному визначеннях конструкта «грамотність читання» з версіями PISA 2009 і 2018 рр. Ми не включили до переліку назв процесів операційного визначення грамотності читання версії 2018 р. навичку «вільність читання», оскільки її не забезпечено вимірювальними показниками.

	2009	2018
у словниковому визначенні	Розуміння письмового тексту Використання письмового тексту Міркування над письмовим текстом Заняття читанням	Розуміння тексту Використання тексту Міркування над текстом Заняття читанням Оцінювання тексту
в операційному визначенні	Добування інформації Формування широкого розуміння Розроблення інтерпретації Міркування над змістом тексту та його оцінювання Міркування над формою тексту та її оцінювання	Пошук і добування інформації в одному тексті Пошук і добування інформації в кількох текстах Конструювання буквального розуміння тексту Конструювання вивідного розуміння тексту Виявлення та усунення суперечностей Оцінювання актуальності й достовірності інформації Міркування над змістом і формою тексту

Рис. 2. Назви процесів, вжитих у словникових та операційних визначеннях грамотності читання за версіями PISA 2009 р. і 2018 р.

Джерело: авторська розробка на основі (OECD, 2009) і (OECD, 2018).

Ми припускаємо, що оновлення операційного визначення конструкта «грамотність читання», представлене у документі (OECD, 2018), спричинено відкритим листом, підписаним авторитетними вченими світу, на ім'я директора PISA. В ньому підписанти закликають його призупинити реалізацію цієї програми у зв'язку зі значною шкодою, якої вона, на їх переконання, завдає світовій освіті. Висунуті зауваження до PISA ретельно обґрунтовані (Strauss, 2014).

Прояснити логіку операціоналізації конструкта «грамотність читання» у PIRLS і PISA нам вдалося з опорою на три ключові дії читання – переглядання тексту, розуміння та оцінювання прочитаного. Стисло розглянемо їх зміст, спираючись на документ (OECD, 2021).

Переглядання тексту

Ця дія охоплює низку процесів, за допомогою яких читачі вивчають доступний текст (тексти), проглядають вміст у пошуках конкретних фрагментів інформації і знаходять ці фрагменти за допомогою різних типів підказок. Крім того, вибір передає відчуття навігації між різними текстами або всередині тексту, згідно з вимогами розв'язуваних завдань. Процеси пошуку й добування інформації пронизують увесь цикл читання – від початкового рішення читачів про те, на якому тексті чи уривку вони хочуть зосередитися, і до оцінювання того, чи сприяє цей уривок досягненню їхньої мети.

Розуміння прочитаного

Когнітивні теорії розуміння прочитаного зазвичай виділяють два його рівні: буквальне та вивідне розуміння.

Буквальне розуміння означає, що читач розуміє значення написаних слів і смисл тверджень. Потім твердження організовуються в ієрархії, що відповідають одному або кільком реченням. Завдання на буквальне розуміння передбачають дослівну або перефразовану відповідь на поставлене питання.

Вивідне розуміння є результатом поєднання читачами текстової інформації зі своїми попередніми знаннями. Результат часто називають «інтегрованим представленням тексту». Воно може ґрунтуватися на реченнях, а також на абзацах або навіть на розширених уривках тексту. Узагальнюючи речення та абзаци, читач має генерувати різні типи висновків – від простих до більш складних, розрізняючи різні види зв'язків, як-от: просторові, часові, причинні та зв'язок «теза – аргумент».

До сказаного слід додати поняття «множинне розуміння тексту». Коли читачі опрацьовують кілька текстів, існує висока ймовірність того, що вони можуть стикнутися з суперечливою інформацією. У таких випадках читачі повинні вдатися до оцінювання, щоб виявити суперечності та впоратися з ними.

Оцінювання прочитаного

Важливість оцінювання прочитаного як складника грамотності читання зростає зі збільшенням кількості та неоднорідності текстової інформації, з якою стикаються читачі. Інформація, що міститься у письмових текстах, може бути більш чи менш точною, починаючи від узгоджених фактів і закінчуючи завідомо неправдивою інформацією. Оцінювання достовірності тверджень і положень може ґрунтуватися на змісті або на джерелі тексту. Наприклад, читач

може запитати, чи є автор компетентним, добре поінформованим і доброзичливим. Читаючи з веб-джерел, читачі також можуть перевірити, чи пропонується інформація була піддана будь-якому редакторському контролю перед її публікацією.

З огляду на макроструктуру будь-якої діяльності (Леонт'єв, 2004):

ОКРЕМІ (ОСОБЛИВІ) ДІЯЛЬНОСТІ → ДІЇ → СПОСОБИ ВИКОНАННЯ ДІЇ (ОПЕРАЦІЇ),

когнітивні процеси, що слугують вимірними показниками конструкта «грамотність читання», у термінах психологічної теорії діяльності є способами виконання розглянутих ключових дій читання, або розумовими операціями, що реалізують ці дії.

Для впорядкування змінних досліджуваного конструкта ми використали три розглянуті дії як логіко-смісловий каркас і розмістили на ньому способи їх виконання. Отриманий результат (рис. 3) ми назвали моделлю структурної організації вміння читати усвідомлено. Наявність двох варіантів способів виконання дій у структурі будь-якої діяльності цілком допустиме, зважаючи, що операційний склад усякої дії залежить від умов її виконання (Леонт'єв, 2004). А умови тестування PIRLS і PISA дійсно відрізняються, адже їх учасники належать до різних вікових груп.

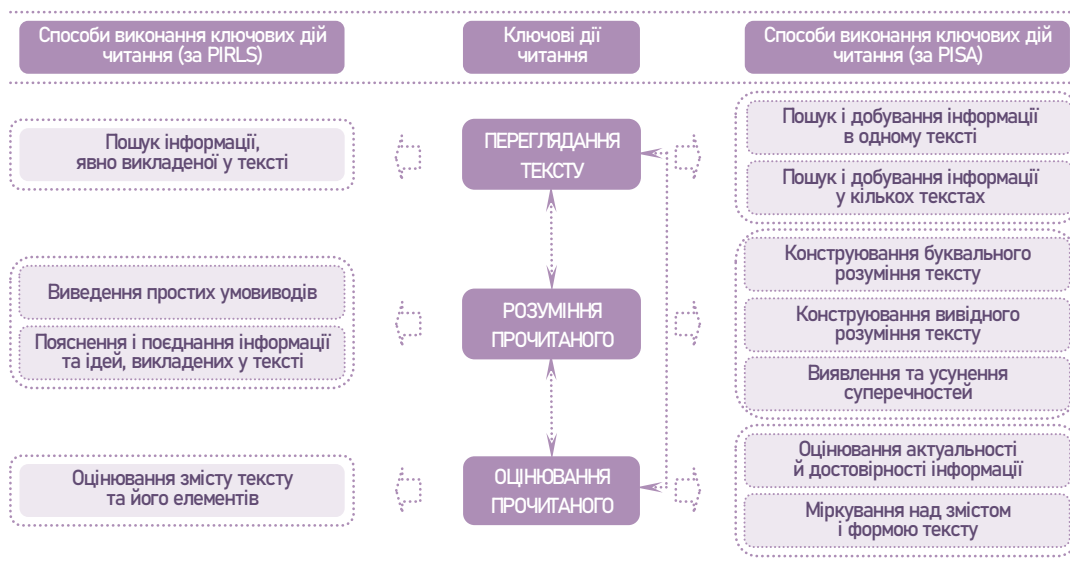


Рис. 3. Модель структурної організації вміння читати усвідомлено

Джерело: авторська розробка на основі (OECD, 2021), (OECD, 2018), (von Davier & Kennedy, 2024).

Пропонується модель прояснює логіку операціоналізації конструкта «грамотність читання» і демонструє сумісність двох його операційних визначень за версіями PIRLS і PISA. Також її можна використовувати як джерело взірців розумових операцій, засвоєння і застосування яких допоможе учням читати усвідомлено.

Ми з'ясували, що на появу конструкта «грамотність читання» вплинуло переосмислення форм виявлення конструкта «розуміння прочитаного». Нині дослідники (Дуке, 2021) тлумачать його не тільки як продукт читання, а і як процес. Психологічна сторона розуміння прочитаного є складною, бо вона виникає як би на стику розвитку компонентів читання, необхідних для розшифрування та означення окремих слів, і метапізнавальних процесів, як-от: умовивід, увага, пам'ять, що регулюють просування по зв'язному тексту та його осмислення (Grigorenko, 2012).

З огляду на зміст тестових завдань розглядуваних досліджень, вважаємо, що у PIRLS оцінювання скоріше зосереджено на розумінні прочитаного як на «продукті», натомість PISA охоплює як «продукт», так і «процес» розуміння прочитаного.

ОБГОВОРЕННЯ

Поштовхом для написання цієї статті стали суперечливі інтерпретації терміна «грамотність читання» у деяких публікаціях українського наукового середовища. За нашими спостереженнями, українські дослідники схильні привносити чужорідний смисл у цей запозичений термін. З погляду загальної теорії інтерпретації, це порушення такого принципу, як «канон автономії інтерпретованого об'єкта». Цей принцип передбачає, що інтерпретатор має уникати власної суб'єктивності, намагаючись виключити можливі впливи своїх упереджень, поглядів, ідеологічних уподобань, які можуть позначитися на правильності інтерпретації (Betti, 2015).

Наведемо пару показових прикладів порушення цього принципу та наші коментарі до них.

І. «...Читацька грамотність – це не лише складання букв у склади, а здатність інтерпретувати прочитане та робити із цього певні висновки. Наприклад, прочитавши афішу про виставу в театрі, можемо спланувати свій маршрут. Тобто це значно ширше поняття, ніж просто читати книжку й переказувати її зміст. До слова, переказування і завдання на зразок «поміркуй про головного героя твору» не зовсім стосуються читацької грамотності» (Лиховид, 2024)

1. З погляду лінгвістики, склади засновані на фонетичних звуках, а не на графічних символах (буквах). Тому точніше сказати так: склади формуються зі звуків, які представлені буквами. Маніпулювання звуковими структурами мови уможливує фонологічна обізнаність – одна з базових навичок здатності розпізнавати слова (рис. 1). За нашими

спостереженнями, цю навичку не згадано в жодному визначенні грамотності читання за версією PISA будь-якого року.

2. Перегляд усіх версій словникового визначення «Reading Literacy» дозволяє нам стверджувати, що в жодному наявному формулюванні за версією PISA не вжито слово «ability». В україномовному перекладі документа (OECD, 2018) також відсутнє слово «здатність»: читацька грамотність – це розуміння, використання, оцінювання, осмислення писемних текстів і виявлення зацікавленості ними з метою досягнення певних цілей, розширення своїх знань і розвитку (Вакуленко et al., 2017).

З позицій логіки, це визначення за структурою є перераховувально-цільовим, адже його визначальна частина містить перелік когнітивних процесів, які підпадають під цей термін, а також вказівку на цільове призначення позначуваного ним поняття. Додавання слова «здатність» вважаємо спробою змінити зазначену структуру родовидовою формою. Наслідками такого перетворення є зміна акцентів і неоднозначна інтерпретація досліджуваного терміна.

3. Наведений приклад вважаємо алогічним, оскільки причинно-наслідковий зв'язок між читанням афіші про виставу в театрі та плануванням власного маршруту не є очевидним.

4. У наступному реченні стверджується, що поняття «читацька грамотність» є ширшим, ніж читання книги і переказ її змісту.

Цей аргумент, на наше переконання, є хибним, бо він не спирається на прийняте у формальній логіці визначення порівнюваних понять. Два поняття можна порівнювати, якщо вони мають спільний рід. Приведення понять, що підлягають порівнянню, до спільного роду так само необхідне, як приведення порівнюваних дробів до спільного знаменника, і тільки за умови такого приведення вони стають порівнянними (Войшвилло & Дегтярев, 2001). Відсутність у розглядуваній статті визначень понять «читання» і «грамотність читання» з використанням спільного родового терміна унеможлиблює їх об'єктивне порівняння.

5. Аргумент про те, що переказування і завдання на зразок «поміркуй про головного героя твору» не зовсім стосуються читацької грамотності, теж, на наше переконання, є хибним. Адже осмислений переказ тексту часто свідчить про розуміння основного змісту, а роздуми про головного героя можуть сприяти формуванню оціночних суджень.

II. «...*Читацька грамотність допомагає людині критично ставитися до отриманих знань, легше орієнтуватися у політичних і фінансових інститутах, збагачувати особисте життя та ефективно займатися самоосвітою*» (Гришко, н.д.).

На наш погляд, це висловлювання втілює логічну помилку недоречної конкретності (інша назва – помилка гіпостазування), суть якої в тому, що теоретичну конструкцію помилково сприймають як фізичну або «конкретну» реальність (Брюшинкин, 2001). Ця помилка має кілька унікальних ознак. В аналізованому вислові ми виявили дві: відрив від контексту та персоніфікацію розглядуваної абстракції.

У чому ми вбачаємо ознаки «відриву від контексту»? Слід наголосити, що грамотність читання є конструктом, тобто умоглядною побудовою, яка набуває цінності через встановлення її вимірювальних показників. Тож, коли грамотності читання приписують допомогу у збагачуванні особистого життя, то це, безсумнівно, є відривом від контексту.

Проявом персоніфікації грамотності читання є те, що у наведеному уривку цю абстракцію описано як суб'єкт, здатний впливати на дії та рішення людини.

На наше переконання, суперечливі інтерпретації конструкта «грамотність читання» можуть суттєво вплинути на його ефективне впровадження у навчальний процес. Адже вчителям необхідні чіткі та зрозумілі настанови щодо набору розумових операцій — базових складників навички читати усвідомлено.

Усякі перекручені інтерпретації читацької грамотності бліднуть на тлі унікальності й цінності власно діяльності читання. Наші уявлення про неї значною мірою збагатила книга французького нейробіолога S. Dehaene «Читання в мозку: нова наука про те, як ми читаємо», у якій описані нові й маловідомі відкриття науки про читання. Особливо нас зацікавило пояснення «парадокса читання»: чому людський мозок, який мало чим відрізняється від мозку інших приматів, здатний читати? Відповідь на це питання S. Dehaene дає, спираючись на висунуту ним гіпотезу «нейронного рециркування». За його словами, мозок – це ретельно структурований пристрій, здатний переорієнтувати деякі свої частини на нові завдання. Нейрони, задіявані людьми для читання та обчислень, виникли для інших цілей, але завдяки пластичності пристосувалися до нової культурної функції. Отже, здатність читати – ще один доказ винятковості людського мозку (Dehaene, 2009).

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Дотримуючись логіки аксіоми А. Корзубські «карта не є територією», вважаємо резонним стверджувати: грамотність читання не є читанням. Читання – це пізнавальна діяльність, а грамотність читання – це конструкт, покликаний слугувати мірою вправності у цій діяльності. З огляду на це розмежування, запропоновані у PIRLS і PISA операційні визначення конструкта «грамотність читання» можна розглядати як взірці розумових операцій, засвоєння й застосування яких допоможе учням читати усвідомлено.

Перспективи подальших розвідок вбачаємо у порівнянні словникових і операційних визначень конструкта «математична грамотність» за версіями досліджень TIMSS і PISA.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Анастаси, А., & Урбина, С. (2005). *Психологическое тестирование*. Питер.
2. Брюшинкин, В. (2001). *Логика*. Гардарики.
3. Вакуленко, Т., Ломакович, С., & Терещенко, В. (укл.) (2017). *PISA: Читацька грамотність*. УЦОЯО.
4. Войшвилло, Е., & Дегтярев, М. (2001). *Логика*. ВЛАДОС-ПРЕСС.
5. Гришко, О. (н.д.). *Читацька грамотність: поняття, рівні, перевірка, вікові норми і оцінки*. BigBro. URL: <https://bigbro.com.ua/>

6. Іванюк, І. (2004). Міжнародна програма PISA як інструмент зовнішнього оцінювання учнів. *Шлях освіти*, 3, 16-21.
7. КМУ (2011). Постанова Кабінету Міністрів України від 14.12.2011 № 1283 про «Порядок проведення моніторингу та оцінки якості освіти». URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1283-2011-%D0%BF#Text>.
8. КМУ (2023). Розпорядження Кабінету Міністрів України від 3.03. 2023 р. № 190-р. Стратегія розвитку читання на період до 2032 року «Читання як життєва стратегія». URL: <https://www.kmu.gov.ua/>
9. Леонтьев, А. (2005). *Деятельность, сознание, личность*. Смысл.
10. Лиховид, І. (2024). Читацька грамотність VS вміння читати: із чим насправді мають труднощі українські підлітки та як цьому зарадити. НУШ. URL: <https://nus.org.ua/2024/02/15/chytatska-gramotnist-vs-vminnya-chytaty-iz-chym-naspravdi-mayut-trudnoshhi-ukrayinski-pidlitky-ta-yak-tsomu-zaradyty/>.
11. Тумина, Л. (1998). *Чтение*. Ладыженская В Т. & Михальская А. (Ред.), Педагогическое речеvedение. Словарь-справочник (с. 281-283). Флинта, Наука.
12. Чепелева, Н. (2015). *Текст і читач*. Видавництво Житомирського державного університету.
13. Betti, E. (2015). *General Theory of Interpretation*. CreateSpace.
14. Bhattacharjee, A. (2012). *Social science research: Principles, methods, and practices*. University of South Florida. URL: https://repository.out.ac.tz/504/1/Social_Science_Research-Principles_Methods_and_Practices.pdf.
15. Bormuth, J. (1973-1974). Reading Literacy: Its Definition and Assessment. *Reading Research Quarterly*, 9/1, 7-66. <https://doi.org/10.2307/747227>.
16. Dehaene, S. (2009). *Reading in the Brain: The New Science of How We Read*. Penguin Group.
17. Dyke, J. (2021). Introduction to the special issue: mechanisms of variation in Reading comprehension: processes and products. *Scientific Studies of Reading*, 25(2), 93-103. <https://doi.org/10.1080/10888438.2021.1873347>.
18. Elley, W. (1992). *How in the world do students read? IEA Study of Reading Literacy*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement.
19. Farrell, L., Hunter, M., Davidson, M., & Osenga T. (n.d). The Simple View of Reading. Readingrocks. URL: <https://www.readingrockets.org/topics/about-reading/articles/simple-view-reading>.
20. Grigorenko, E. (2011). New psychometrics and evaluation of understanding of the read material. *Psychological-Educational Studies*, 3, 141353497.
21. Kaplan, D., & Kuger, S. (2016). The Methodology of PISA: Past, Present, and Future. In S. Kuger, E. Klieme, N. Jude, & D. Kaplan (eds), *Assessing Contexts of Learning. An International Perspective* (pp. 53-73). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-45357-6>.
22. OECD (2000). *Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*, OECD Publishing, <https://www.oecd-ilibrary.org>.
23. OECD (2009). *PISA 2009. Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science*, OECD Publishing, URL: <https://www.oecd-ilibrary.org>.
24. OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>.
25. OECD (2021). *The Assessment Frameworks for Cycle 2 of the Programme for the International Assessment of Adult Competencies*. OECD Publishing, Parisio <https://doi.org/10.1787/4bc2342d-en>.
26. Pearson, P., & Hamm, D. (2005) The Assessment of Reading Comprehension: A Review of Practices- Past, Present, and Future. In S. Paris & S. Stahl (Eds.), *Children's reading comprehension and assessment* (pp. 13-69). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
27. Scarborough, H. (2001). Connecting early language and literacy to later reading (dis)abilities: Evidence, theory, and practice. In S. Neuman & D. Dickinson (Eds.), *Handbook for research in early literacy*, 1, 97-110.
28. Strauss, V. (2014). Academics call for pause in PISA tests. *The Washington Post*, May 13. URL: <https://www.washingtonpost.com/news/answer-sheet/wp/2014/05/13/academics-call-for-pause-in-pisa-tests/>
29. Uher, J. (2021). Quantitative psychology under scrutiny: Measurement requires not result-dependent but traceable data generation. *Personality and Individual Differences*, 170, 110205. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2020.110205>.
30. Von Davier, M., & Kennedy, A. (eds) (2024). *PIRLS 2026 Assessment Frameworks*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. <https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.tr2103.kb4199>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Anastazi, A., & Urbina, C. (2005). *Psihologicheskoe testirovanie (Psychological testing)*. Piter (in Russian).
2. Brjushinkin, V. (2001). *Logika (Logics)*. Gardariki. (in Russian).
3. Vakulenko, T., Lomakovych, S., & Tereshchenko, V. (ukl.) (2017). *PISA: chytatska hramotnist [PISA: Readng Liiteracy]*. UTsOlao (in Ukrainian).
4. Vojshvillo, E., & Degtjarjov, M. (2001). *Logika [Logics]*. VLADOS-PRESS (in Russian).
5. Hryshko, O. (n.d.). *Chytatska hramotnist: poniattia, rivni, perevirka, vikovi normy i otsinky [Reading literacy: concept, levels, verification, age norms and assessments]*. BigBro. URL: <https://bigbro.com.ua/> (in Ukrainian).
6. Ivaniuk, I. (2004). Mizhnarodna prohrama PISA yak instrument zovnishnoho otsiniuvannya uchniv [The international PISA program as a tool for external student assessment]. *Shliakh osvity – The path of education*, 3, 16-21 (in Ukrainian).
7. КМУ (2011). Постанова Кабінету Міністрів України від 14.12.2011 № 1283 про «Порядок проведення моніторингу та оцінки якості освіти» [Procedure for monitoring and assessing the quality of education]. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1283-2011-%D0%BF#Text>. (in Ukrainian).
8. КМУ (2023). Розпорядження Кабінету Міністрів України від 3.03. 2023 р. № 190-р. Стратегія розвитку читання на період до 2032 року «Читання як життєва стратегія» [Strategy for the development of reading for the period until 2032 «Reading as a life strategy»]. URL: <https://www.kmu.gov.ua/> (in Ukrainian).
9. Леонтьев, А. (2005). *Деятельность, сознание, личность* [Activity, consciousness, personality]. Смысл (in Russian).
10. Лиховид, І. (2024). Читацька грамотність VS вміння читати: із чим насправді мають труднощі українські підлітки та як цьому зарадити [Reading literacy VS the ability to read: what Ukrainian teenagers really struggle with and how to improve it]. НУШ. URL: <https://nus.org.ua/2024/02/15/chytatska-gramotnist-vs-vminnya-chytaty-iz-chym-naspravdi-mayut-trudnoshhi-ukrayinski-pidlitky-ta-yak-tsomu-zaradyty/>. (in Ukrainian).
11. Tumina, L. (1998). Чтение (Reading). V T. Ladyzhenskaja, & A. Mihal'skaja (Red.), *Pedagogicheskoe rechevedenie. Slovar'-spravochnik [Pedagogical Speech Studies. Dictionary-reference]*. (s. 281-283). Flinta, Nauka (in Russian).
12. Чепелева, Н. (2015). *Текст і читач* [Text and reader]. Vydavnytstvo Zhytomyrskoho derzhavnogo universytetu.
13. Betti, E. (2015). *General Theory of Interpretation*. CreateSpace.

14. Bhattacharjee, A. (2012). *Social science research: Principles, methods, and practices*. University of South Florida. URL: https://repository.out.ac.tz/504/1/Social_Science_Research-Principles_Methods_and_Practices.pdf.
15. Bormuth, J. (1973-1974). Reading Literacy: Its Definition and Assessment. *Reading Research Quarterly*, 9/1, 7-66. <https://doi.org/10.2307/747227>.
16. Dehaene, S. (2009). *Reading in the Brain: The New Science of How We Read*. Penguin Group.
17. Dyke, J. (2021). Introduction to the special issue: mechanisms of variation in Reading comprehension: processes and products. *Scientific Studies of Reading*, 25(2), 93-103. <https://doi.org/10.1080/10888438.2021.1873347>.
18. Elley, W. (1992). *How in the world do students read? IEA Study of Reading Literacy*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement.
19. Farrell, L., Hunter, M., Davidson, M., & Osenga T. (n.d). The Simple View of Reading. Readingrocks. URL: <https://www.readingrockets.org/topics/about-reading/articles/simple-view-reading>.
20. Grigorenko, E. (2011). New psychometrics and evaluation of understanding of the read material. *Psychological-Educational Studies*, 3, 141353497.
21. Kaplan, D., & Kuger, S. (2016). The Methodology of PISA: Past, Present, and Future. In S. Kuger, E. Klieme, N. Jude, & D. Kaplan (eds), *Assessing Contexts of Learning. An International Perspective* (pp. 53-73). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-45357-6>.
22. OECD (2000). *Measuring student knowledge and skills. The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*, OECD Publishing, URL: <https://www.oecd-ilibrary.org>.
23. OECD (2009). *PISA 2009. Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science*, OECD Publishing, URL: <https://www.oecd-ilibrary.org>.
24. OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>.
25. OECD (2021). *The Assessment Frameworks for Cycle 2 of the Programme for the International Assessment of Adult Competencies*. OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/4bc2342d-en>.
26. Pearson, P., & Hamm, D. (2005) The Assessment of Reading Comprehension: A Review of Practices- Past, Present, and Future. In S. Paris & S. Stahl (Eds.), *Children's reading comprehension and assessment* (pp. 13-69). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
27. Scarborough, H. (2001). Connecting early language and literacy to later reading (dis)abilities: Evidence, theory, and practice. In S. Neuman & D. Dickinson (Eds.), *Handbook for research in early literacy*, 1, 97-110.
28. Strauss, V. (2014). Academics call for pause in PISA tests. *The Washington Post*, May 13. URL: <https://www.washingtonpost.com/news/answer-sheet/wp/2014/05/13/academics-call-for-pause-in-pisa-tests/>
29. Uher, J. (2021). Quantitative psychology under scrutiny: Measurement requires not result-dependent but traceable data generation. *Personality and Individual Differences*, 170, 110205. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2020.110205>.
30. Von Davier, M., & Kennedy, A. (eds) (2024). *PIRLS 2026 Assessment Frameworks*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. <https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.tr2103.kb4199>.

Матеріал надійшов до редакції 10.12.2024р.



ДОСЛІДЖЕННЯ ТРАЄКТОРІЇ РУХУ СНАРЯДА, ВИПУЩЕНОГО ПІД КРИТИЧНИМ КУТОМ ДО ГОРИЗОНТУ

Валерій ЗДЕЩИЦ

Криворізький державний педагогічний університет, Україна
valeriy.zdeschits@kdpu.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-2404-8979>

Анастасія ЗДЕЩИЦ ✉

Науково-дослідний гірничорудний інститут КНУ, Україна
a.v.zdeschchys@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5092-6918>

Микола СЛЮСАРЕНКО

Криворізький державний педагогічний університет, Україна
nick_slusarenko@yahoo.com,
<https://orcid.org/0000-0003-0288-5482>

STUDY OF THE TRAJECTORY OF THE PROJECTILE FIRED AT A CRITICAL ANGLE TO THE HORIZON

Valeriy ZDESHCHYTS

Kryvyi Rih State Pedagogical University, Ukraine
valeriy.zdeschits@kdpu.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0002-2404-8979>

Anastasiia ZDESHCHYTS ✉

Mining Research Institute of KNU, Ukraine
a.v.zdeschchys@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5092-6918>

Mykola SLYUSARENKO

Kryvyi Rih State Pedagogical University, Ukraine
nick_slusarenko@yahoo.com,
<https://orcid.org/0000-0003-0288-5482>

АНОТАЦІЯ

Робота присвячена дослідженню законів руху тіла, випущеного з початковою швидкістю під кутом до горизонту. До цього класу задач відноситься, наприклад, постріл з гармати снарядом.

Формулювання проблеми. Якщо випустити снаряд вертикально, то він спочатку віддаляється, а потім наближається до місця пострілу. Якщо випустити снаряд горизонтально, то він постійно віддаляється. Отже, повинен існувати критичний кут, який розділяє ці два режими польоту снаряду.

Матеріали і методи. Поставлена мета: теоретичне визначення залежності радіальної відстані снаряда від часу, координати x та експериментальне доведення справедливості виявлених закономірностей – вирішувалася за допомогою установки у вигляді пружинної та магнітної гармати зі снарядом-кулькою. Кут пострілу регулювався в межах 0-90° та реєструвався інклінометром у складі мобільного застосування Pnyrhox з точністю до десятих градуса. За допомогою інклінометра також горизонтально виставлялася лінійка. Для реєстрації траєкторії кульки один смартфон використовувався у режимі slow motion, а інший як мілісекундомір.

Результати. Теоретично обґрунтовано наявність трьох типів траєкторій польоту снаряда, випущеного під кутом α до горизонту. Виявлено феномен знаходження снаряду тричі в різний час на тій самій відстані від точки пострілу. Показано, що для кутів запуску, що перевищують теоретично та експериментально визначений критичний кут 70,53°, снаряд спочатку відходить від початку координат, потім рухається назад до нього, а потім знову віддаляється.

Висновки. Розглянуто цікаве явище, пов'язане з рухом снаряда. Показано, що для кутів запуску, які перевищують теоретично та експериментально визначений критичний кут 70,53°, снаряд спочатку відходить від початку координат, потім рухається назад до нього, а потім знову віддаляється, поводячись всупереч здоровому глузду, який каже нам, що снаряд повинен лише віддалятися від місця пострілу. Наявність трьох типів траєкторій польоту снаряда, випущеного під кутом α до горизонту та виявлення феномену знаходження снаряду тричі в різний час на тій самій відстані від точки пострілу є несподіваним результатом для студентів, які вивчають механіку.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: траєкторія руху; критичний кут; пружина; магнітна гармата; радіальна відстань.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Здещиц В., Здещиц А., Слюсаренко М. Дослідження траєкторії руху снаряда, випущеного під критичним кутом до горизонту. *Фізико-математична освіта*, 2025, Том 40, № 1, С. 27-33. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-04>.

ABSTRACT

The work is devoted to studying the laws of motion of a body released with an initial velocity at an angle to the horizon. This class of tasks includes, for example, shooting a projectile from a cannon.

Formulation of the problem. If the projectile is fired vertically, it first moves away and then approaches the place of the shot. If you release the projectile horizontally, it will constantly move away. Therefore, a critical angle must separate these two modes of projectile flight.

Materials and methods. The goal: theoretical determination of the dependence of the radial distance of the projectile on time, x -coordinates, and experimental proof of the validity of the discovered laws - was solved using an installation in the form of a spring and magnetic cannon with a ball projectile. The angle of the shot was adjusted within 0-90° and registered with an inclinometer as part of the Pnyrhox mobile application with an accuracy of tenths of a degree. With the help of an inclinometer, a ruler was also displayed horizontally. One smartphone was used in slow-motion mode to record the ball's trajectory, and the other was used as a millisecond timer.

Results. The presence of three types of flight trajectories of a projectile fired at an angle α to the horizon is theoretically substantiated. The phenomenon of finding the projectile three times at different times at the same distance from the point of the shot was revealed. It is shown that for launch angles exceeding the theoretically and experimentally determined critical angle of 70.53°, the projectile first moves away from the origin then moves back to it, and then moves away again.

Conclusion. An interesting phenomenon related to projectile motion is considered. It is shown that for launch angles more significant than the theoretically and experimentally determined critical angle of 70.53°, the projectile first moves away from the origin then moves back toward it, and then moves away again, in defiance of common sense, which tells us that a projectile should only move away from the point of the shot. The presence of three types of flight trajectories of a projectile fired at an angle α to the horizon and the discovery of the phenomenon of finding the projectile three times at different times at the same distance from the shot point is an unexpected result for students studying mechanics.

KEYWORDS: motion trajectory; critical angle; spring; magnetic cannon; radial distance.

FOR CITATION: Zdeschchys, V., Zdeschchys, A., & Slyusarenko, M. (2025). Study of the trajectory of the projectile fired at a critical angle to the horizon. *Physical and Mathematical Education*, 40(1), 27-33. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-04>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Одна із задач класичної механіки, яка часто розв'язується в школах та вищих навчальних закладах, пов'язана з матеріальною точкою, яка знаходиться на початку декартових координат, а потім випускається під кутом α до горизонтальної осі x зі швидкістю v_0 . Обговорення подібних задач продовжується в наукових журналах і досі (Mungan, 2017; Minkin, 2024).

Якщо кут $\alpha = 90^\circ$, то снаряд почне підніматися вгору, тобто, віддалятися, а через час $t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$, коли досягне максимальної висоти, почне падати, тобто, наблизитися до місця випуску. Це – один режим польоту.

Якщо кут α буде невеликий, то снаряд буде тільки віддалятися. Наблизитися до місця випуску він не буде. Це – інший режим польоту.

Таким чином, повинен існувати критичний кут $\alpha_{кр}$, при якому відбувається перехід від одного режиму польоту до іншого. Це і є проблема, яку потрібно вирішити і яка детально не висвітлена в підручниках.

Отже, проста на перший погляд задача стає багатогранною та багаторівневою зі зростаючою складністю її розв'язання. Експериментальне доведення справедливості результатів теоретичного розв'язання подібних задач, наприклад, в рамках шкільного фізичного експерименту, також є проблемою. Виконання шкільних фізичних експериментів стає неможливим через відсутність методичних рекомендацій до них. Тому поєднання теоретичних викладок, розробка лабораторної установки та рекомендацій щодо вимірювання кута вильоту снаряда та траєкторії його польоту і є тим напрямком, якому присвячена ця робота.

Аналіз актуальних досліджень. Багато років тому, Уокер (Walker, 1995) працював над цікавим явищем, пов'язаним з рухом снаряда. Він показав, що для кутів запуску, що перевищують визначений критичний кут, снаряд відходить від початку координат, рухається назад до нього, а потім знову віддаляється, ідучи всупереч нашому здоровому глузду, що снаряд повинен лише віддалятися від місця пострілу.

Окрім визначення критичного кута, Уокер також проаналізував цікаву геометричну властивість деяких точок на траєкторії снарядів, пов'язаних з критичним кутом, а саме, зворотнім еліпсом. Він визначається як геометричне місце точок (x, y) , для яких $dr/dt = 0$, де r – радіальна відстань снаряду від місця пострілу. Уокер показав, що цим точкам відповідає еліпс з центром при $x = 0$ та $y = y_{\max}/2$, і що фізичний зміст цього еліпса полягає в тому, що снаряди, які рухаються за траєкторіями, що перетинають еліпс, рухаючись до землі ($dy/dt < 0$) також рухаються до початку координат ($dr/dt < 0$). Це означає, що для цих снарядів кут запуску більший за критичний.

Уокер також продемонстрував, що геометричне місце точок, що відповідає умові $dr/dt = 0$, збігається з геометричним місцем точок, що відповідає умові $dy/dt = 0$ (максимальна висота), факт, який він заявив як "досить несподіваний" оскільки ці дві вимоги відповідають дуже різним умовам. Його робота була виконана з урахуванням руху снаряда без опору повітря. Коли враховується опір повітря, ця властивість вже не задовольняється. Це доведено в роботі (Ribeiro & Sousa, 2021), у якій досліджувалося, чи відбувається «прихід і відхід» снаряду за наявності лінійної сили опору повітря і чи є якісь зміни у значенні критичного кута, та як це пов'язано з коефіцієнтом опору повітря. За законом Стокса, (Landau & Lifshitz, 2013), сила в'язкого тертя дорівнює: $F = 6\pi\eta Rv$, де R – сфера радіуса R , яка рухається у повітрі з динамічною в'язкістю повітря $\eta = 1,86 \times 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ (Lide, 2006).

Як було з'ясовано, критичний кут для явища вже не є унікальним: зі збільшенням коефіцієнта опору повітря – зменшується значення критичного кута за законом:

$$\alpha_{кр}(\Gamma) = \arcsin\left(\frac{2}{9}\sqrt{\frac{40}{9}\Gamma^2 + 18} - \frac{5}{27}\Gamma\right), \quad (1)$$

де $\Gamma = \frac{6\pi\eta Rv_0}{mg}$ – безрозмірний коефіцієнт опору повітря.

Також було продемонстровано, що коли враховується опір повітря, збіг між точками зворотнього еліпсу і точками, що визначають максимальну висоту снарядів, вже не існує.

Всі ці відомості дають можливість правильно провести підготовку експеримента, під час якого студенти дистанційно можуть досліджувати явище «приходу та відходу» снаряду, випущеного під кутом до горизонту. Так, для тенісного м'яча масою 60 г безрозмірний коефіцієнт опору повітря $\Gamma_T = 1,5 \times 10^{-4}$, баскетбольного м'яча масою 620 г коефіцієнт $\Gamma_T = 2,1 \times 10^{-5}$. Тобто, баскетбольний м'яч, як снаряд, не буде хорошим вибором, оскільки опір повітря не матиме великого впливу на траєкторію, якщо початкова швидкість мала.

Мета статті. Визначення залежності радіальної відстані від точки пуску до снаряда від часу, горизонтальної координати та експериментальне доведення справедливості виявлених закономірностей.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Залежність координат x та y від часу польоту t , як відомо з кінематики, виглядає так:

$$x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t, \quad (2)$$

$$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \quad (3)$$

Отже, час руху визначається рівнянням:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}. \quad (4)$$

Якщо підставити цей час в рівняння (3), то отримаємо рівняння руху снаряду:

$$y(x) = (tg\alpha) \cdot x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}\right) \cdot x^2. \quad (5)$$

Для отримання траєкторії руху можна використати таблиці Excel. Для визначеності візьмемо $v_0 = 10 \text{ м/с}$, а прискорення вільного падіння $g = 10 \text{ м/с}^2$. Опором повітря знехтуємо. У цьому випадку, з рівняння (3) отримаємо, що координата $y = 0$ (час падіння) досягається через:

$$t_{\text{пад}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Для кута, наприклад, $\alpha = 75^\circ$ час падіння $t_{\text{пад}} = 1,93$ с, а для $\alpha = 60^\circ$ $t_{\text{пад}} = 1,732$ с. Відповідна траєкторія руху снаряду, випущеного під цими кутами наведена на рис. 1. Еліпс, відображений у вигляді штрихової лінії, проходить через точки 1 максимумів траєкторії.

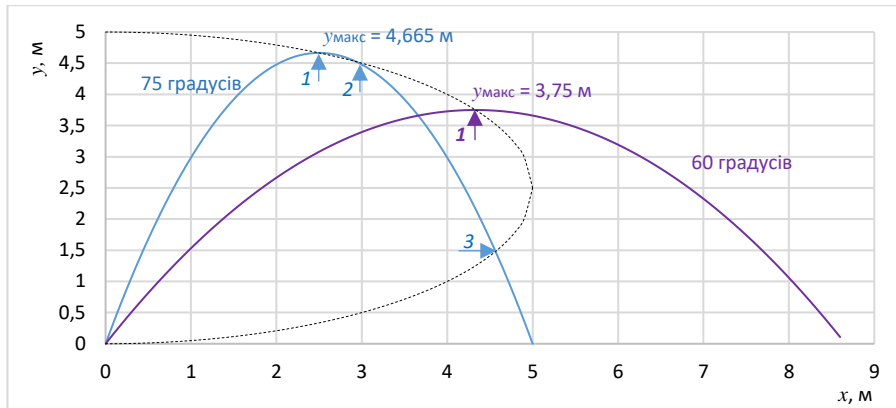


Рис. 1. Графіки залежності координати y від x для снаряду, випущеного під кутом $\alpha = 75^\circ$ та $\alpha = 60^\circ$.
Джерело: розраховано авторами.

Залежність максимальної висоти $y_{\text{макс}}$ від кута випуску снаряда:

$$y_{\text{макс}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Якщо почати вимірювати радіальну відстань r від початку координат до снаряду, випущеного під кутом $\alpha = 60^\circ$, то виявиться, що вона постійно зростає поки снаряд не впаде (табл. 1).

Таблиця 1. Величина радіальної відстані r до снаряда, випущеного під кутом $\alpha = 60^\circ$

x , м	0	1	2	3	4	5	6	7	8
r , м	0	1,83	3,33	4,53	5,47	6,20	6,80	7,38	8,07

Джерело: результати досліджень авторів.

А ось, якщо почати вимірювати радіальну відстань r від початку координат до снаряда, випущеного під кутом, наприклад, $\alpha = 75^\circ$, то виявиться, що вона спочатку зростає, потім зменшується, потім знову зростає поки снаряд не впаде (табл. 2). Результати вимірювання радіальної відстані відображені на графіках рис. 2.

Таблиця 2. Величина радіальної відстані до снаряда, випущеного під кутом $\alpha = 75^\circ$

x , м	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
r , м	0	1,75	3,15	4,2	4,9	5,3	5,39	5,25	4,99	4,8	5,0

Джерело: результати досліджень авторів.

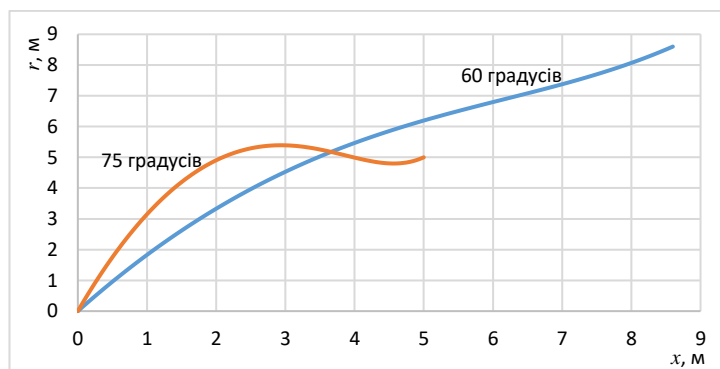


Рис. 2. Графіки залежності радіальної відстані r від координати снаряда x , випущеного під кутом $\alpha = 75^\circ$ та $\alpha = 60^\circ$.
Джерело: розраховано авторами.

Графіки закінчуються при різних x -координатах тому, що x -координата приземлення дорівнює:

$$x = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \tag{6}$$

і для кута запуску $\alpha = 60^\circ$ максимальна відстань $x_{\text{макс}} = 8,65$ м, а для $\alpha = 75^\circ$ – максимальна відстань $x_{\text{макс}} = 5,0$ м.

Виходячи з графіків можна зробити висновок, що існує третій режим польоту, існує властивість, що відображається снарядом з кутом запуску $\alpha = 75^\circ$, якою не володіє снаряд, що має кут запуску $\alpha = 60^\circ$. Виявляється, що

снаряд з кутом запуску $\alpha = 75^\circ$ під час свого руху знаходиться на одній і тій же відстані 5 метрів три рази: коли координата $x_1 = 2,1$ м, $x_2 = 4,0$ м і $x_3 = 5,0$ м.

Цей результат для багатьох людей, є несподіваним, має витончену фізичну природу. Це явище ніяк не відображено у шкільних підручниках фізики (Засекіна & Засекін, 2017; Гельфгат, 2018).

З рівнянь (2) та (3) можна також отримати залежність радіальної відстані r до снаряду від часу польоту t :

$$r(t) = \sqrt{[x(t)]^2 + [y(t)]^2} = t \cdot \sqrt{v_0^2 - v_0 \sin \alpha \cdot gt + \frac{g^2 t^2}{4}}. \quad (7)$$

Графіки залежності r від часу польоту снаряда t для різних кутів випуску α наведені на рис. 3.

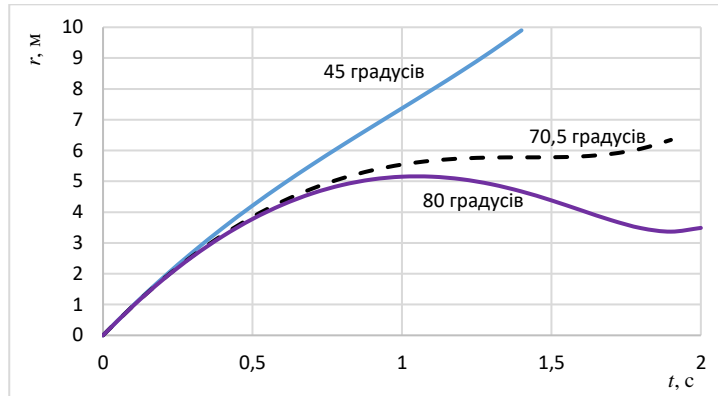


Рис. 3. Графіки залежності радіальної відстані r від часу польоту t снаряда, випущеного під кутом $\alpha = 80^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ та критичного $\alpha_{кр} = 70,5^\circ$.

Джерело: розраховано авторами.

Виходячи з графіків можна зробити висновок, що снаряд з кутом запуску $\alpha = 80^\circ$ під час свого руху знаходиться на одній і тій же відстані 3,487 м три рази: у момент часу $t_1 = 0,45$ с, $x_2 = 1,8$ с і $t_3 = 2$ с. Як видно, графіки залежності r від часу t показують таку саму поведінку як і $r = f(x)$. Ці графіки також підтверджують, що існує третій режим польоту. Виникає питання: при якому критичному куті відбувається зміна режимів? Школяр може розв'язати це питання за допомогою таблиць Excel, дослідивши траєкторії польоту снарядів в межах кутів $\alpha = 0-90^\circ$. Такі дослідження дозволять визначити критичний кут $\alpha_{кр} = 70,5$ (див. рис. 3 штрихова лінія).

Більш досвідчені студенти можуть використати техніку диференціювання для визначення $\alpha_{кр}$. Як відомо, перша похідна дорівнює нулю в точці перегину функції $r = f(t)$:

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{v_0^2 - (v_0 \sin \alpha)gt + \frac{1}{4}g^2 t^2} + \frac{1}{2}t \frac{-(v_0 \sin \alpha)g + \frac{1}{2}g^2 t}{\sqrt{v_0^2 - (v_0 \sin \alpha)gt + \frac{1}{4}g^2 t^2}} = 0. \quad (8)$$

Час такої події дорівнює:

$$t = \frac{3v_0}{2g} \left(\sin \alpha \pm \sqrt{\sin^2 \alpha - \frac{8}{9}} \right). \quad (9)$$

Для малих кутів розв'язок є уявним, тобто снаряд постійно віддаляється від початку координат. Дійсні розв'язки починаються під кутом, де квадратний корінь дорівнює нулю, тобто, коли

$$\sin^2 \alpha_{кр} = \frac{8}{9}. \quad (10)$$

З цього виразу критичний кут дорівнює:

$$\alpha_{кр} = \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3} = 70,52878^\circ, \quad (11)$$

а час, при якому відбувається перегин функції $r = f(t)$ для цього кута, $t_{кр} = \frac{v_0}{g} \sqrt{2}$. Якщо взяти $v_0 = 10$ м/с, а прискорення вільного падіння $g = 10$ м/с², тоді $t_{кр} = \sqrt{2}$ с.

Для кутів, більших $\alpha_{кр}$ існує два розв'язки, коли радіальна швидкість дорівнює нулю і після цього змінює знак.

Задасмося питанням: яке геометричне місце точок, для яких швидкість $\frac{dr}{dt} = 0$? Щоб знайти цю криву використаємо часове рівняння (9). Після підстановки часу t в рівняння руху отримаємо таке співвідношення:

$$\left(y - \frac{v_0^2}{4g} \right)^2 + \frac{1}{4}x^2 = \left(\frac{v_0^2}{4g} \right)^2$$

Це рівняння еліпсу з координатами центрів $x = 0$ і

$$y = \frac{v_0^2}{4g} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_0^2}{2g} \right) = \frac{1}{2} y_{\max}.$$

Еліпс простягається від $y = 0$ до $y = \frac{v_0^2}{2g} = y_{\max}$ і від $x = -v_0^2/2g$ до $x = +v_0^2/2g$. Половинка еліпса показана штриховою кривою на рис. 1. Фізичний сенс еліпса полягає в тому, що всі снаряди, які рухаються до землі ($\frac{dy}{dt} < 0$) в межах еліпса, також рухаються до початку координат ($\frac{dr}{dt} < 0$). З цієї причини ми називаємо криву еліпсом повернення.

Зверніть увагу, що зворотний еліпс також є *геометричним місцем точок максимальної висоти*, як це можна побачити на рис. 1. Те, що ці два геометричні місця точок збігаються, є досить несподіваним. Еліпс повернення є геометричним місцем точок, для яких $\frac{dr}{dt} = 0$, а також геометричним місцем точок, для яких $\frac{dy}{dt} = 0$.

Усі снаряди перетинають еліпс повернення на максимальній висоті, але снаряди з $\alpha > \alpha_{кр}$ перетинають його ще двічі, як показано на рис. 1.

Теоретичне значення цього унікального кута дорівнює точно (Walker, 1995):

$$\alpha_{кр} = \arccos\left(\frac{1}{3}\right) = 70,5288^\circ,$$

що є чудовим підтвердженням результатів розрахунків за допомогою таблиць Excel.

Важливо, що критичний кут не залежить від швидкості v_0 .

Для кутів запуску більше $70,5288^\circ$ радіальна відстань r спочатку збільшується, потім зменшується і знову збільшується.

У роботі (Ribeiro & Sousa, 1995) доводиться, що опір повітря руху снаряду може вплинути на цей результат: наявність ефекту наближення траєкторії снаряду до точки його випускання.

Висновки теоретичного розгляду є такими:

1. Існує три типи траєкторії польоту снаряда, випущеного під кутом α до горизонту:
 - I. Відстань між точкою пострілу і снарядом з часом тільки збільшується, коли кут випускання $\alpha < 70,5^\circ$;
 - II. Коли $\alpha > 70,5^\circ$, відстань між точкою пострілу і снарядом з часом спочатку збільшується, потім зменшується (снаряд рухається назад до пушки), і знову збільшується, тобто, снаряд тричі в різний час знаходиться на тій самій відстані від точки запуску;

- III. Існує третій режим польоту під критичним кутом пострілу $\alpha_{кр} = 70,53^\circ$, який є межею двох перших типів траєкторій.

2. Значення критичного кута $\alpha_{кр} = 70,5^\circ$ не залежить від початкової швидкості снаряду.

3. Наявність трьох типів траєкторій польоту снаряда, випущеного під кутом α до горизонту, не відображено в шкільних підручниках.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Робота носить теоретичний та прикладний характер. Спочатку теоретично розглянуті всі можливі варіанти руху матеріальної точки (снаряду), випущеної під кутом до горизонту. На основі цих розглядів визначено рівень складності отримання розв'язку такого рода завдань для школярів та студентів бакалаврського рівня. Після цього визначено критичний кут та оптимальний варіант постановки дослідів та експериментальної перевірки результатів теоретичного розгляду. Технологія отримання високоточних експериментальних результатів на дослідних приладах була відпрацьована та перевірена студентами групи ФІ, ФМ-24 Криворізького державного педагогічного університету. У якості цифрової вимірювальної лабораторії використовувалися смартфони студентів, оснащені застосунками Stopwatch, Physics Toolbox Sensor Suite та Phyrhox. Опція slow motion дозволяла реєструвати рух тіл за допомогою деяких смартфонів зі швидкістю 960 кадрів в секунду. Секундомір застосунка Stopwatch вимірював час з точністю 1 мс.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для експериментального підтвердження висновків, зроблених раніше, були проведені досліди на установках, які зображені на рис. 5 та рис. 6.



Рис. 5. Вигляд експериментальної установки на базі пружинної гармати.

Джерело: авторське фото.

Джерелом енергії снаряда (кульки) є пружина. Гармата може виставлятися під потрібним кутом до горизонту. Кут нахилу пружинної гармати – кут випускання кульки – встановлювався за допомогою інклінометра мобільного застосунку Phyrhox з точністю до десятих градуса. За допомогою віска задавалася вертикаль.

Маса сталевий кульки діаметром 20 мм дорівнювала 11,85 грама, початкова швидкість снаряду $v_0 = 3,25$ м/с. Тобто безрозмірний коефіцієнт опору повітря, $\Gamma = \frac{6\pi\eta R v_0}{mg} = \frac{6\pi \cdot 1,86 \times 10^{-5} \cdot 10^{-2} \cdot 3,25}{1,18 \cdot 10^{-2} \cdot 9,8} \cong 1 \cdot 10^{-4}$, що дозволяє вважати, що вплив опору повітря на результати вимірювань мінімальний і, згідно рівнянню (1), очікуваний критичний кут повинен дорівнювати $\alpha_{кр}(\Gamma) = 70,53^\circ$.

Реєстрація траєкторії руху кульки відбувалася за допомогою уповільненої відеозйомки камерою смартфона у режимі 240 кадрів за секунду. Час польоту кульки визначався за допомогою електронного секундоміра Stopwatch з мікросекундною точністю (рис. 5, 6).

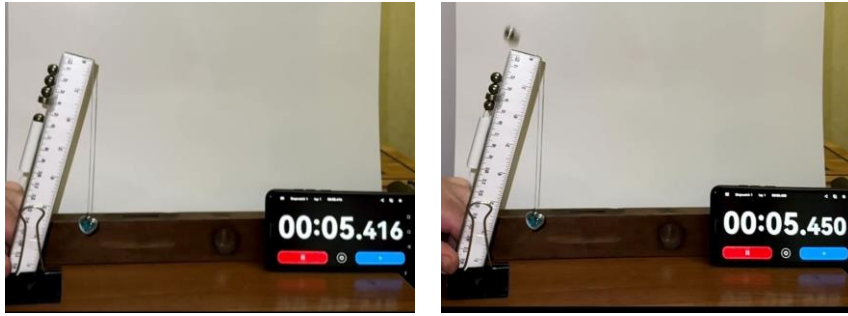


Рис. 6. Фото магнітної гармати в а) пусковому стані, б) після пострілу.

Джерело: авторське фото.

Принцип роботи магнітної гармати полягає, як і у колихавки Ньютона, в передаванні імпульсу від нижньої кульки до крайньої верхньої. Роль притягальної сили для нижньої кульки виконує циліндровий постійний магніт такого ж діаметра, як у кульок (Здещиц, 2016). Кульки та циліндровий магніт розміщуються на двох лінійках, які грають роль направляючого жолоба.

Результати вимірювання радіальної відстані r до кульки в залежності від часу польоту t наведено на рис. 7 та рис. 8. Відстані вимірювалися безпосередньо на екрані смартфона лінійкою з врахуванням коефіцієнту масштабування. Як видно з рис. 7 та рис. 8 експериментальні графіки за формою повторюють теоретичні, що вказує на правильність розглянутої теоретичної моделі.

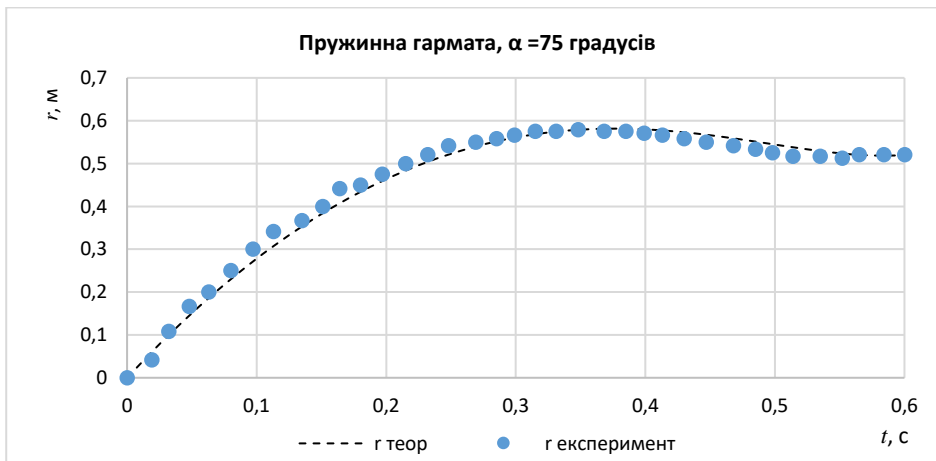


Рис. 7. Експериментальний та теоретичний графіки залежності радіальної відстані r від часу t для $\alpha = 75^\circ$.
Постріл пружинної гармати зі швидкістю $u_0 = 3,25$ м/с.

Джерело: виконано авторами.

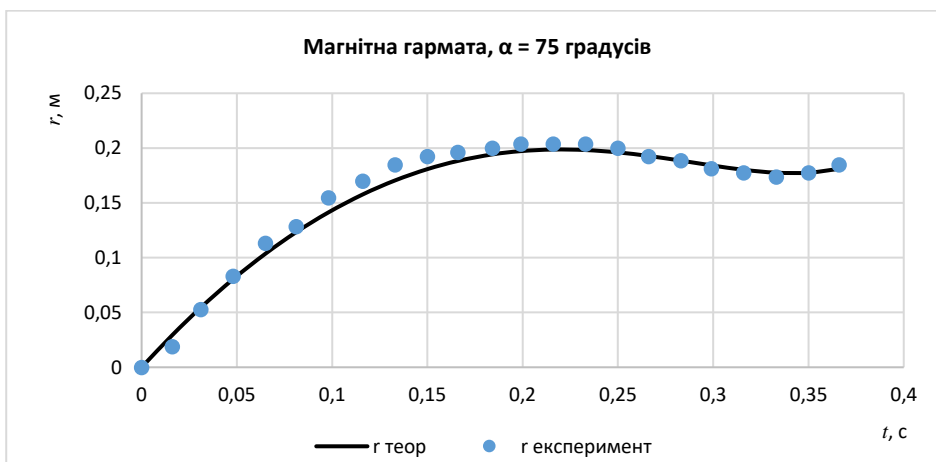


Рис. 8. Експериментальний та теоретичний графіки залежності радіальної відстані r від часу t для $\alpha = 75^\circ$.
Постріл магнітної гармати зі швидкістю $u_0 = 1,9$ м/с.

Джерело: виконано авторами.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Розроблена методика та пристрій для вимірювання радіальної відстані кульки під час її польоту після пострілу під кутом до горизонту.

2. Розглянуто цікаве явище, пов'язане з рухом снаряда. Показано, що для кутів запуску, які перевищують теоретично та експериментально визначений критичний кут $70,53^\circ$, снаряд спочатку відходить від початку координат, потім рухається назад до нього, а потім знову віддаляється, поводячись всупереч здоровому глузду, який каже нам, що снаряд повинен лише віддалятися від місця пострілу.

Виявлення феномену знаходження снаряду тричі в різний час на тій самій відстані від точки пострілу є несподіваним результатом для школярів та студентів, які вивчають механіку.

Для виконання подібних досліджень потрібно мати стабільну траєкторію руху кульки. Ідея використання неодимового магніту для розгона кульок по направляючому, реалізована в роботі, дозволяє не тільки покращити результати експериментів, а і проводити такі запуски студентами під час дистанційного навчання. Крім цього інтригуючим є зйомка потоку води під кутом близько 75° .

Перспективним напрямком також може бути експерименти з паперовою кулькою, довготривалою повітряною бульбашкою, вплив опору повітря на яку значно більший, ніж на металеву кульку. Як продовження цієї роботи було б цікаво розглянути ситуації, такі як квадратична залежність опору повітря від швидкості, наявність вітру тощо.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (2013). *Fluid Mechanics*, 6, 66.
2. Lide, D. R. (2006). CRC Handbook of Chemistry and Physics. *J. Am. Chem. Soc.*, 128, 16. <https://doi.org/10.1021/ja0556070>.
3. Minkin, L. (2024). Comment "Optimizing the launch of a projectile to hit a target". *Phys. Teach.*, 62, 627. <https://doi.org/10.1119/5.0209215>.
4. Mungan, C. E. (2017). Optimizing the launch of a projectile to hit a target. *Phys. Teach.*, 55, 528–529. <https://doi.org/10.1119/1.5011825>.
5. Ribeiro, W., & de Sousa, J. (2021). Projectile Motion: The "Coming and Going" Phenomenon. *The Physics Teacher*, 59, 168-171. <https://doi.org/10.1119/10.0003656>.
6. Walker, J. S. (1995). Projectiles: Are they coming or going. *The Physics Teacher*, 33, 282–284. <https://doi.org/10.1119/1.2344221>.
7. Гельфгат, І. М. (2018). *Фізика (профільний рівень, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Локтева В. М.): підруч. для 10 кл. закл. загальн. серед. освіти*. Харків: Вид-во «Ранок».
8. Засекіна, Т. М., & Засекін, Д. О. (2018). *Фізика (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти*. К.: УОБЦ «Оріон».
9. Здешич, В. М. (2016). Магнітний прискорювач для проведення науково-дослідних робіт з фізиками-магістрами. *Наукові записки. Серія «Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти»*, 9(II), 126-134. URL: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/NZ-PMFMTO/article/viewFile/948/928>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (2013). *Fluid Mechanics*, 6, 66.
2. Lide, D. R. (2006). CRC Handbook of Chemistry and Physics. *J. Am. Chem. Soc.*, 128, 16. <https://doi.org/10.1021/ja0556070>.
3. Minkin, L. (2024). Comment "Optimizing the launch of a projectile to hit a target". *Phys. Teach.*, 62, 627. <https://doi.org/10.1119/5.0209215>.
4. Mungan, C. E. (2017). Optimizing the launch of a projectile to hit a target. *Phys. Teach.*, 55, 528–529. <https://doi.org/10.1119/1.5011825>.
5. Ribeiro, W., & de Sousa, J. (2021). Projectile Motion: The "Coming and Going" Phenomenon. *The Physics Teacher*, 59, 168-171. <https://doi.org/10.1119/10.0003656>.
6. Walker, J. S. (1995). Projectiles: Are they coming or going. *The Physics Teacher*, 33, 282–284. <https://doi.org/10.1119/1.2344221>.
7. Gelfgat, I. M. (2018). *Fizyka (profilnyi riven, za navchalnoiu prohramoiu avtorskoho kolektyvu pid kerivnytstvom Lokteva V. M.): pidruch. dla 10 kl. zakl. zahal. sered. osvity [Physics (profile level, according to the curriculum of the author's team under the leadership of Loktev V. M.): textbook for 10th grade of general secondary education]*. Kharkiv: Publishing house "Ranok". (in Ukrainian).
8. Zasekina, T. M., & Zasekin, D. O. (2018). *Fizyka (profilnyi riven): pidruch. dla 10 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Physics (profile level): textbook for 10th grade of general secondary education]*. K.: UOVC "Orion". (in Ukrainian).
9. Zdeschych, V. M. (2016). Mahnitnyi pryskoryuvach dla provedennia naukovo-doslidnykh robot z fizykamy-mahistryamy [Magnetic accelerator for conducting research work with master's degree physicists]. *Naukovi zapysky. Seriiia «Problemy metodyky fizyko-matematychnoi i tekhnolohichnoi osvity» – Scientific notes. Series "Problems of methodology of physical, mathematical and technological education"*, 9(II), 126-134. URL: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/NZ-PMFMTO/article/viewFile/948/928>. (in Ukrainian).

Матеріал надійшов до редакції 10.11.2024р.



ПРАКТИЧНИЙ ДОСВІД ВПРОВАДЖЕННЯ АВТОРСЬКОЇ ОНЛАЙН ПЛАТФОРМИ В ОСВІТНІЙ ПРОЦЕС ЗАКЛАДУ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВИТИ

Олександр КОВАЛЬ ✉

Український державний університет
імені Михайла Драгоманова, Україна
o.m.koval@npu.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0007-6122-5181>

Марія УМРИК

Український державний університет
імені Михайла Драгоманова, Україна
m.a.umryk@npu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-0396-0045>

PRACTICAL EXPERIENCE IN IMPLEMENTING AN ORIGINAL EDUCATIONAL ONLINE PLATFORM IN THE EDUCATIONAL PROCESS OF A GENERAL SECONDARY EDUCATION INSTITUTION

Oleksandr KOVAL ✉

Dragomanov Ukrainian State University, Ukraine
o.m.koval@npu.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0007-6122-5181>

Mariia UMRYK

Dragomanov Ukrainian State University, Ukraine
m.a.umryk@npu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-0396-0045>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Стаття описує практичний досвід впровадження авторської онлайн платформи VirtualLaboratories в освітній процес закладу загальної середньої освіти. VirtualLaboratories – це освітня платформа для навчання програмування, яка спрямована на використання штучного інтелекту для автоматизації окремих процесів написання коду, оцінювання та перевірки готових програмних рішень.

Матеріали і методи. Експериментальною базою став «Миронівський академічний ліцей №3 Миронівської міської ради Київської області». Експеримент охоплював такі предмети: інформатика, окремі уроки математики де застосовувалися елементи програмування та факультатив з програмування в 6-9 класах.

Результати. Авторами проведено практичне експериментальне дослідження використання онлайн платформи VirtualLaboratories. Підтверджено, що використання платформи дає можливість учням самостійно виконувати програмні завдання з різних мов програмування (SQL, C# та Python) з можливістю отримувати автоматичний зворотний зв'язок, використовуючи саму систему. Наведені переваги використання освітньої платформи в освітньому процесі для вчителів та учнів та здійснено обговорення щодо перспектив і можливих напрямків оновлення нової версії платформи.

Висновки. Проведений експеримент показав ефективність використання онлайн платформи в умовах змішаного навчання, а саме під час поєднання традиційного навчання програмування з онлайн-інструментами платформи, що дало змогу забезпечити безперервний контроль за виконанням завдань учнями, підвищити мотивацію та забезпечити індивідуальний підхід до навчання. У подальших дослідженнях ланується розширити перелік підтримуваних мов програмування, додавши Java, JavaScript, PHP, C++ та Rust для охоплення більшої кількості студентів та розширення можливостей самої платформи.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: штучний інтелект; змішане навчання; нейронні мережі; програмування; навчальні платформи; перевірка коду; онлайн-інструменти для програмування.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Коваль О., Умрик М. Практичний досвід впровадження авторської онлайн платформи в освітній процес закладу загальної середньої освіти. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 1. С. 34-41. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-05>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. Ukrainian scientists are actively exploring the possibilities of using digital technologies in education. The article describes the practical experience of implementing the author's online platform, VirtualLaboratories, in the educational process of a general secondary education institution. VirtualLaboratories is an academic platform for teaching programming that aims to use artificial intelligence to automate certain processes of writing code and evaluating and testing ready-made software solutions.

Materials and methods. Myronivsky Academic Lyceum No. 3 of the Myronivsky City Council of the Kyiv Region became the experimental base. The experiment covered the following subjects: computer science, some math lessons where programming elements were used, and an elective in programming in grades 6-9.

Results. The authors conducted a practical experimental study using the online platform VirtualLaboratories. It is confirmed that the use of the platform allows students to independently perform program tasks in various programming languages (SQL, C#, and Python) with the ability to receive automatic feedback using the system itself. The advantages of using the educational platform in the educational process for teachers and students are presented, and a discussion is held on the prospects and possible directions for updating the new version of the platform.

Conclusion. The experiment showed the effectiveness of using the online platform in a blended learning environment, namely when combining traditional programming training with online platform tools. It made it possible to continuously monitor students' performance, increase motivation, and ensure an individual approach to learning. Future research plans to expand the list of supported programming languages to include Java, JavaScript, PHP, C++, and Rust to reach more students and develop the platform's capabilities.

KEYWORDS: artificial intelligence; ai; blended learning; neural networks; programming; educational platforms; code verification; online programming tools.

FOR CITATION: Koval, O., & Umryk, M. (2025). Practical experience in implementing an original educational online platform in the educational process of a general secondary education institution. *Physical and Mathematical Education*, 40(1), 34-41. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-05>.

ВСТУП

Аналіз актуальних досліджень. Українські вчені активно досліджують можливості застосування цифрових технологій в освітньому процесі. Це такі науковці як: В. Биков, М. Жалдак (2010), О. Кузьмінська, В. Кухаренко, В. Лапінський, М. Олійник, Н. Морзе (2021), Ю. Рамський (2010), С. Семеріков, Є. Смирнова-Трибульська, О. Спірін, Т. Собченко, О. Струтинська (2021), А. Стрюк, Ю. Триус, М. Умрик (2024), В. Франчук та інші.

Значний внесок у розвиток цифрових технологій в освіті зробили науковці М. Жалдак та Ю. Рамський (2010). М. Жалдак у своїх працях зосереджувався на впровадженні інформаційних технологій у освітній процес, зокрема на використанні електронних освітніх ресурсів для підвищення якості освіти. Ю. Рамський досліджував проблеми цифровізації освіти, логічних основ інформатики, акцентуючи увагу на розвитку цифрової компетентності педагогів та впливі цифрових технологій на освітній процес.

На міжнародному рівні подібні дослідження активно підтримують науковці та інженери. Наприклад, професор А. Інґ з Університету Стенфорда, відомий своїми дослідженнями у сфері штучного інтелекту, стверджує, що автоматизація освітніх процесів є ключем до персоналізації навчання та підвищення його якості. У своїх роботах він доводить, що алгоритми машинного навчання можуть не тільки перевіряти знання студентів, але й надавати рекомендації для покращення результатів навчання учнів (McKinsey & Company, 2021). Штучний інтелект – розділ інформатики, в якому досліджують питання створення і подальше застосування інтелектуальних машин, здатних виконувати завдання, які зазвичай потребують людського інтелекту. Ці завдання можуть стосуватися простих дій притаманних людині, таких як, розпізнавання мови чи зображень, а також більш складних завдань, в які закладено складну людську поведінку і здатність до навчання (розумні помічники, наставники, автопілоти в машинах, чат боти тощо). Простими словами штучний інтелект – це метод змусити комп'ютер чи програмне забезпечення «мислити» як людський мозок. Це досягається шляхом вивчення закономірностей роботи людського мозку та аналізу когнітивних процесів. Нейронна мережа – один із напрямків штучного інтелекту, мета якого змодельювати аналітичні механізми, що здійснюються людським мозком. Нейромережі здатні самостійно навчатися і розвиватися, будуючи свій досвід на помилках (Умрик & Коваль, 2024; Ng, n.d.).

У сфері комерційних продуктів також існують рішення, що спрямовані на використанні переваг цифрових технологій в освітньому процесі. Одним із провідних прикладів є Coursera – платформа, яка станом на 2023 рік налічує понад 124 мільйони учнів по всьому світу та пропонує більше 5 000 курсів з різних дисциплін, серед яких курси з програмування є одними з найпопулярніших. Згідно з дослідженням компанії HolonIQ, у 2022 році понад 80% студентів, які вивчають програмування на Coursera, завершили курси з успішним результатом, завдяки інтеграції штучного інтелекту для автоматизованої перевірки завдань. Крім того, 87% опитаних студентів зазначили, що отриманий зворотний зв'язок допоміг їм краще зрозуміти матеріал (HolonIQ Global Education Market Report, 2022).

Інший приклад використання цифрових технологій для процесу навчання програмування – GitHub Copilot, інструмент для програмістів, що використовує штучний інтелект для генерації та виправлення коду в реальному часі. Дослідження, проведене компанією GitHub у 2023 році, показало, що цей інструмент використовують понад 1,2 мільйона розробників по всьому світу, з яких більше 30% працюють в освітніх установах (GitHub Education Annual Report, 2023). Copilot генерує понад 4 мільйони рядків коду щомісяця, полегшуючи процес розробки та навчання програмуванню. Згідно з опитуванням, проведеним серед користувачів, 73% студентів вважають, що Copilot покращує їхні навички програмування завдяки миттєвому зворотному зв'язку та підказкам щодо оптимізації коду (GitHub Copilot User Study, 2023). Крім того, використання Copilot зменшує час написання коду на 50%, що значно пришвидшує освітній процес (GitHub Developer Survey, 2023).

У контексті використання переваг цифрових технологій для навчання програмування, платформи подібні до Coursera і GitHub Copilot можуть позитивно вплинути на процес навчання учнів, забезпечуючи постійну взаємодію між учнями та вчителем через освітню платформу. Використання штучного інтелекту не тільки підвищує ефективність перевірки завдань, але й дозволяє індивідуалізувати навчання для кожного учня, враховуючи його прогрес та потреби.

Також нині активно ведуться обговорення серед українських та зарубіжних науковців щодо застосування таких сучасних інструментів, як інтернет речей (IoT), віртуальна та доповнена реальність (AR/VR), штучний інтелект (AI) та нейронні мережі в освітньому процесі.

Проблема дослідження: незважаючи на те, що на сьогоднішній день, існують численні освітні онлайн платформи, які використовують сучасні інструменти навчання, зокрема штучний інтелект і нейронні мережі в освітньому процесі, є нестача саме таких інструментів для вивчення програмування учнями закладів загальної середньої освіти. Тому, ґрунтуючись на попередні дослідження авторів (Умрик & Коваль, 2024; Morze & Strutynska, 2021; Strutynska et al., 2020; Zhu et al., 2016; Jemni & Khribi, 2017), щодо використання штучного інтелекту в освітньому процесі, в умовах змішаного навчання, виникла необхідність в розробці авторської онлайн платформи VirtualLaboratories на основі штучного інтелекту для навчання програмування учнів, яка б допомогла вирішити ряд питань, зокрема проблеми ефективного написання коду учнем і перевірки готових програмних рішень вчителем в умовах змішаного навчання.

Мета дослідження: розробка та впровадження авторської освітньої онлайн платформи VirtualLaboratories в освітній процес закладу загальної середньої освіти, здійснення експериментальної перевірки використання платформи під час вивчення програмування учнів Юхнівській філії Опорного закладу освіти «Миронівський академічний ліцей №3 Миронівської міської ради Київської області». Експеримент охоплював такі предмети: інформатика, окремі уроки математики де застосовувалися елементи програмування та факультатив з програмування в 6-9 класах.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення мети дослідження були використані наступні методи, що відповідають особливостям впровадження платформи VirtualLaboratories:

1. Аналіз джерел – проведено огляд літератури з тематики змішаного навчання, автоматизації освітніх процесів та використання технологій штучного інтелекту. Це дозволило визначити наукові підходи та виявити найкращі практики для впровадження автоматизованих інструментів у освітній процес.

2. Моделювання освітнього процесу – розробка окремих елементів методичної системи навчання програмування (засоби, зміст) з використанням онлайн платформи VirtualLaboratories, яка забезпечує автоматизовану перевірку завдань і надання зворотного зв'язку. Це дозволило, з одного боку, практично реалізувати процес програмування учнями і, з іншого, сформувати остаточну архітектуру платформи, що поєднує традиційне навчання програмування з інноваційними підходами.

3. Емпіричні методи – проведення експерименту з впровадження онлайн платформи VirtualLaboratories у освітній процес Юхнівської філії. Це включало спостереження за навчальним процесом, аналіз ефективності застосування онлайн платформи на основі успішності учнів, а також оцінку мотивації учнів та навантаження на вчителів.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Основні результати дослідження

Сучасна система освіти переживає трансформацію, де цифрові технології стають невід'ємною частиною навчання. Онлайн платформа VirtualLaboratories створена для гнучкого навчання програмуванню, поєднуючи традиційні методи з новітніми технологіями. Платформа спрямована на використання штучного інтелекту, а саме нейронних мереж, для автоматизації окремих процесів написання коду, оцінювання та перевірки готових програмних рішень. Одним із ключових компонентів VirtualLaboratories є використання нейронних мереж для автоматизації перевірки завдань. Платформа інтегрує дев'ять потужних моделей штучного інтелекту, включаючи (Умрик & Коваль, 2024): GPT-4 Code, CodeBERT, CodeT5, GraphCodeBERT, CodeGPT, PolyCoder, CoText, Code2Vec, GraphCodeBERT.

Використання цих моделей дозволяє досягти високого рівня автоматизації навчального процесу. Нейронні мережі не лише перевіряють правильність коду, але й надають учням детальні рекомендації для його покращення. Це сприяє розвитку в учнів критичного мислення, самостійності та здатності до аналізу своїх помилок.

Для створення платформи VirtualLaboratories були використані такі технології: - ASP.NET Core MVC забезпечує стабільну роботу веб-інтерфейсу платформи та інтеграцію компонентів. Ідеально підходить для створення масштабованих додатків; - GRPC використовується для ефективної взаємодії між компонентами та швидкої передачі даних між сервером і клієнтом; - Docker забезпечує зручне розгортання, масштабування та стабільну роботу платформи. SQL Server використовується для зберігання завдань, результатів учнів та даних користувачів, забезпечуючи швидкий доступ до них; - Entity Framework забезпечує зручну роботу з базою даних через ORM, спрощуючи взаємодію з даними; - Razor Pages забезпечує створення динамічних веб-сторінок для інтерактивного інтерфейсу; - тестування (xUnit, NUnit) використовуються для перевірки компонентів платформи, забезпечуючи стабільність і якість коду (Жалдак & Рамський, 2010).

Платформа була розроблена з використанням середовища Visual Studio 2022, що забезпечує зручні інструменти для розробки, налагодження та тестування. Visual Studio 2022 була обрана через її потужний функціонал, інтеграцію з іншими технологіями Microsoft, а також зручність роботи з великими проектами.

1.1 Архітектура та реалізація програми

Для забезпечення високої функціональності та масштабованості платформи VirtualLaboratories була розроблена комплексна архітектура з використанням ASP.NET Core MVC. Це дозволяє забезпечити інтерактивну взаємодію користувачів із платформою та ефективний освітній процес. Нижче представлено дерево класів, що описує основні компоненти платформи.

Virtual Laboratories	Controllers	TaskController: Керує завданнями (створення, редагування, видалення). GroupController: Управління групами (додавання учнів, перегляд завдань). ResultController: Обробка результатів (перевірка, зворотний зв'язок).
	Services	TaskService: Бізнес-логіка завдань (вибір нейромереж, взаємодія через gRPC). GroupService: Операції з групами (створення, редагування, видалення). FeedbackService: Зворотний зв'язок на основі нейромереж.
	Models	Task: Опис завдань (назва, опис, нейромережа). Group: Навчальна група (учні, завдання). Result: Результати завдань (оцінка, рекомендації).
	Repositories	TaskRepository: Доступ до даних завдань (Entity Framework). GroupRepository: Доступ до даних груп. ResultRepository: Збереження результатів завдань.
	NeuralNetworks	GPT4CodeAnalyzer: Аналіз коду (GPT-4). CodeBERTAnalyzer: Виявлення помилок у коді. CodeT5Assistant: Підказки і документація до коду.

Рис. 1. Дерево класів, що описує основні компоненти платформи.

Джерело: авторська розробка.

Нижче наведено фрагмент коду, що відповідає за перевірку завдань із використанням нейронної мережі GPT-4 (рис. 2). Цей фрагмент демонструє, як платформа взаємодіє з моделлю для отримання рекомендацій.

```

public class TaskService(GPT4CodeAnalyzer _gpt4CodeAnalyzer, ILogger<TaskService> _logger, IGrpcDatabaseClient _grpcDatabaseClient) : ITaskService
{
    public async Task AnalyzeTaskAsync(string studentCode, string taskId)
    {
        try
        {
            var analysisResult = await _gpt4CodeAnalyzer.AnalyzeCodeAsync(studentCode);
            _logger.LogInformation("Аналіз завдання успішно завершено для коду: {Code}", studentCode);

            if (ValidateAnalysis(analysisResult)) await ProcessAnalysisResultAsync(analysisResult, taskId);
            else _logger.LogWarning("Аналіз {taskId} містить некоректні результати і не буде збережений.", taskId);
        }
        catch (Exception ex)
        {
            _logger.LogError(ex, "Помилка під час аналізу коду: {Code}", studentCode);
        }
    }

    private bool ValidateAnalysis(dynamic analysisResult)
    {
        var criticalErrors = analysisResult.Recommendations?.Where(r => r.Contains("Critical")).ToList();
        if (criticalErrors != null && criticalErrors.Any())
        {
            _logger.LogWarning("Знайдено критичні помилки в аналізі коду.");
            return false;
        }

        if (analysisResult.Metrics != null && analysisResult.Metrics["Cyclomatic Complexity"] > 20)
        {
            _logger.LogWarning("Цикломатична складність занадто висока: {Complexity}", analysisResult.Metrics["Cyclomatic Complexity"]);
            return false;
        }
        return true;
    }

    private async Task ProcessAnalysisResultAsync(dynamic result, string taskId)
    {
        var analysisRecord = new CodeAnalysisResultGrpcRequest
        {
            TaskId = taskId,
            Result = result.DetailedFeedback,
            Recommendations = string.Join(", ", result.Recommendations),
            CreatedAt = Timestamp.FromDateTime(DateTime.UtcNow)
        };

        var response = await _grpcDatabaseClient.SaveAnalysisResultAsync(analysisRecord);
        response.IsSuccess
        ? _logger.LogInformation("Результати успішно збережені через gRPC для TaskId: {taskId}", taskId);
        : _logger.LogError("Не вдалося зберегти результати через gRPC для TaskId: {taskId}", taskId);
    }
}

```

Рис. 2. Фрагмент коду, що відповідає за перевірку завдань із використанням нейронної мережі GPT-4.

Джерело: авторська розробка.

У цьому фрагменті клас TaskService використовує компонент GPT4CodeAnalyzer для аналізу коду, який надсилає учень. Метод AnalyzeTaskAsync відповідає за виклик нейронної мережі та отримання зворотного зв'язку, який потім передається учню для вдосконалення його рішень. Цей підхід дозволяє забезпечити швидку та ефективну перевірку завдань з мінімальним залученням вчителя.

1.2 Інтерфейс користувача та приклади функціоналу

Платформа VirtualLaboratories побудована з урахуванням простоти та інтуїтивності інтерфейсу для користувачів різного рівня підготовки. Інтерфейс орієнтований на зручну роботу як для учнів, так і для вчителів, що робить процес взаємодії з системою максимально ефективним.

Інтерфейс створення завдань

Однією з основних функцій платформи є можливість створення завдань вчителями. Інтерфейс для створення завдань включає кілька важливих елементів:

- поля для введення назви та опису завдання.
- опції для вибору нейронної мережі для перевірки коду.
- можливість вибору існуючої групи або створення нової.
- функція автоматичної генерації шпаргалок.

Перегляд груп і завдань

Кожна група, створена вчителем, має свою сторінку, де перелічені всі завдання, призначені для учнів цієї групи. Учні можуть легко переглядати список завдань, а також переглядати деталі кожного з них, включаючи автора, опис та можливі підказки.

На сторінці завдань для учнів доступні такі послуги:

- Перегляд скороченого опису завдань із можливістю розгорнути для детальнішого вивчення.
- Перегляд авторів завдань і груп, до яких належать завдання.
- Кнопки для переходу до детального розв'язання завдання.

Це дозволяє учням швидко орієнтуватися в наданих завданнях і зосереджуватися на конкретних задачах.

Функціонал перевірки рішень

Після того, як учень завершує роботу над завданням, він може надіслати своє рішення для перевірки. Система автоматично обирає одну з нейронних мереж, яку вчитель призначив для конкретного завдання, та здійснює аналіз коду.

Ваш Код

```
SELECT *
FROM [Users]
WHERE [Role] = 'Admin'
```

Evaluate

Дані Завдання

Змінна	Значення
UserID	123
UserName	JohnDoe
Role	Admin

Шпаргалка

Це шпаргалка, згенерована штучним інтелектом.

Деталі Шпаргалки

- Використовуйте правильні імена змінних для кращого розуміння.
- Дотримуйтесь принципів оптимізації коду, особливо в SQL-запитах.
- Перевіряйте результати на наявність нульових або некоректних значень.

Результати Оцінки

Оцінка: 95/100. Ваш код оптимальний та ефективний, проте можна покращити продуктивність за рахунок використання індексів у запитах.

Рис. 3. Послуга відправки рішення на перевірку з використанням нейронної мережі GPT-4.

Джерело: авторська розробка.

На зображенні відображений процес відправки рішення на перевірку з використанням нейронної мережі GPT-4, що надає рекомендації для покращення коду (рис. 3).

Функція генерації шпаргалок

Особливою можливістю платформи є функція автоматичної генерації шпаргалок. Після введення завдання та вибору нейронної мережі вчитель може автоматично згенерувати шпаргалку, яка допоможе учням краще зрозуміти завдання та його вимоги.

Пошук та пагінація

Для зручності пошуку завдань платформа підтримує функцію фільтрації та пагінації. Учні можуть вводити ключові слова для пошуку завдань за назвою, автором або групою, що дозволяє швидко знаходити необхідні матеріали. Крім того, платформа підтримує пагінацію для легшого навігаційного досвіду.

Результати аналізу коду та підбір кращих рішень

Після перевірки завдань нейронною мережею платформа надає детальні результати аналізу коду. Учні можуть побачити, де вони допустили помилки, які частини коду потребують оптимізації, та які рекомендації надала нейронна мережа. Крім того, учні можуть переглядати кращі рішення, надані іншими учнями, щоб порівняти свій підхід з іншими. Ця функція допомагає учням не тільки виправляти свої помилки, але й вивчати нові підходи до розв'язання завдань.

2. Експериментальна перевірка та аналіз результатів використання освітньої платформи в навчальному процесі

Для оцінки ефективності платформи VirtualLaboratories було проведено експериментальне дослідження в рамках навчального процесу в Юхнівській філії Опорного закладу освіти «Миронівський академічний ліцей №3». Основною метою експерименту було з'ясувати, як впровадження платформи впливає на результати учнів, зокрема на їхні знання та навички в програмуванні, а також на організацію навчального процесу вчителів. Експеримент охоплював уроки з інформатики, математики та факультатив з програмування в 6-9 класах. У дослідженні взяли участь 20 учнів (10 учнів контрольна група і 10 учнів експериментальна група) та 5 вчителів.

Експеримент тривав один семестр, з вересня по грудень навчального року, і охоплював уроки з інформатики, математики та факультативні заняття з програмування. Загалом проведено 24 уроки, із них: 8 уроків інформатики, 8 уроків математики та 8 факультативних занять з програмування. У кожному предметі було проведено по 4 уроки в контрольній групі та 4 в експериментальній, що забезпечило рівні умови для обох груп та можливість порівняння результатів.

На уроках інформатики учні експериментальної групи використовували платформу VirtualLaboratories для розв'язування практичних завдань, пов'язаних з основами алгоритмізації, що включало вивчення базових команд, циклів і умов. На уроках математики VirtualLaboratories застосовувалася для інтерактивного опрацювання завдань із логічного мислення та моделювання математичних задач, що полегшувало засвоєння нових тем.

Таблиця 1. Етапи експерименту з описом дій

Етапи експерименту	Опис дій
Підготовчий етап (вересень)	Тестування початкових знань учнів з інформатики, математики та програмування; Інструктаж для вчителів з використання VirtualLaboratories.
Основний етап (жовтень–листопад)	Інформатика та математика (8 уроків) – завдання через VirtualLaboratories для експериментальної групи; контрольна група використовує традиційні методи. Факультатив з програмування (8 уроків) – практичні завдання на Python із зворотним зв'язком платформи.
Проміжний контроль (листопад)	Проведення тестування для порівняння прогресу двох груп; Опитування учнів щодо використання платформи.
Підсумковий етап (грудень)	Фінальне тестування для оцінки навчальних досягнень; Опитування вчителів і учнів щодо досвіду роботи з платформою; Порівняння результатів, аналіз часу перевірки та створення рекомендацій.

Джерело: авторська розробка.

Перед початком експерименту був здійснений аналіз початкового рівня знань учнів за допомогою тестування, що дозволило визначити базові знання і навички кожного учня. Це забезпечило можливість коректно порівняти результати двох груп після завершення експерименту. Окрім цього, проводилося опитування вчителів, щоб зібрати їхні враження щодо зручності використання платформи та її впливу на організацію навчального процесу.

Після завершення експерименту було проведено порівняння середніх оцінок учнів двох груп на основі їхніх успіхів у вирішенні програмних завдань. Результати показали, що учні з експериментальної групи продемонстрували вищі результати в порівнянні з учнями контрольної групи. Це свідчить про те, що автоматизований зворотний зв'язок і можливість самостійного покращення своїх рішень сприяли глибшому засвоєнню матеріалу.

На графіку показано порівняння середніх оцінок учнів контрольної та експериментальної груп, де видно, що учні експериментальної групи мають вищий рівень успішності (рис. 4).

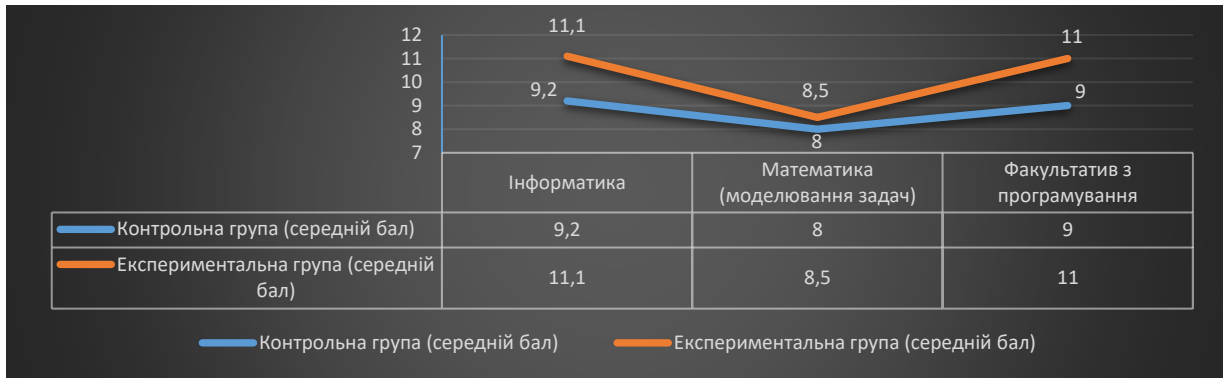


Рис. 4. Порівняння середніх оцінок учнів контрольної та експериментальної груп.

Джерело: авторська розробка.

Середній бал експериментальної групи був на 15% вищим у порівнянні з контрольною групою, що підтверджує ефективність використання VirtualLaboratories для навчання програмуванню (рис. 4).

Одним із ключових завдань впровадження платформи VirtualLaboratories було оптимізувати часові ресурси педагогів за рахунок автоматизації процесу перевірки завдань. У контрольній групі часові витрати вчителів на перевірку здійснювались традиційним методом, включаючи ручний аналіз коду та коментування. Натомість у експериментальній групі платформа автоматично проводила оцінку коду, виявляла помилки та генерувала індивідуальні рекомендації для кожного учня.

Порівняльний аналіз зібраних даних свідчить про суттєве скорочення часу, витраченого на перевірку завдань у експериментальній групі, що дозволило педагогам спрямувати звільнені часові ресурси на підтримку учнів у складніших аспектах навчального процесу та надання їм індивідуалізованої допомоги.

На графіку (рис. 5) показано порівняння часу, витраченого вчителями на перевірку завдань до та після впровадження платформи, де видно значне скорочення витрат часу.



Рис. 5. Порівняння часу, витраченого вчителями на перевірку завдань до та після впровадження платформи.

Джерело: авторська розробка.

Це дозволяє вчителям зосередитися на вирішенні більш складних питань та наданні допомоги учням, які потребують індивідуального підходу.

Таким чином, впровадження платформи VirtualLaboratories у освітній процес є успішним прикладом ефективної інтеграції технологій штучного інтелекту у змішане навчання, що значно покращує якість навчання та підвищує ефективність роботи вчителів.

3. Обговорення. Перспективи та можливі напрямки оновлення нової версії платформи

Платформа VirtualLaboratories вже продемонструвала свою ефективність у навчальному процесі, проте її функціональні можливості можуть бути значно розширені для забезпечення ще більшої підтримки викладання програмування та інших дисциплін. Основними напрямками розвитку є вдосконалення інструментів аналізу коду, інтеграція з освітніми системами, розширення автоматизованого зворотного зв'язку, а також впровадження нових моделей штучного інтелекту, які дозволять аналізувати складні завдання, зокрема великі проекти та багатопотокові додатки.

Переваги використання платформи в навчальному процесі для вчителів та учнів:

- автоматична перевірка завдань дозволяє зменшити навантаження на вчителя, оскільки система аналізує рішення учнів за допомогою нейронних мереж;
- швидка оцінка результатів і можливість надавати індивідуальні рекомендації дозволяє вчителям ефективніше взаємодіяти з учнями;
- миттєвий зворотний зв'язок допомагає учням швидко виявляти помилки та вдосконалювати свої знання, не чекаючи особистої перевірки вчителем;
- широкий вибір завдань дозволяє учням практикуватися у різних програмних мовах та рівнях складності.

Однією з ключових переваг VirtualLaboratories є підтримка індивідуального підходу, що дозволяє учням отримувати рекомендації на основі відповідей та вдосконалювати їх через повторні спроби. Водночас дослідження має обмеження: експеримент охоплював лише 20 учнів 6–9 класів та був зосереджений на вивченні SQL, C#, Python у межах інформатики, математики та факультативів з програмування. Через невелику вибірку надійність результатів потребує додаткових експериментів з більшою кількістю учнів та вчителів.

Крім того, планується розширити перелік підтримуваних мов програмування, додавши Java, JavaScript, PHP, C++ та Rust. Ці мови широко використовуються в освітніх програмах і професійній діяльності, що сприятиме охопленню більшої кількості студентів та розширенню можливостей платформи, роблячи її незамінним інструментом для навчання веб- і системного програмування.

Платформа VirtualLaboratories спроектована з урахуванням можливості масштабування, що дозволяє її використання в освітніх установах з великою кількістю учнів і курсів. Для цього передбачається вдосконалення інфраструктури з підтримкою великих обсягів даних і паралельної обробки, що забезпечить ефективну обробку тисяч запитів одночасно, гарантуючи високу продуктивність навіть за значного навантаження.

Порівнюючи отримані результати з іншими дослідженнями впливу технологій на результати навчання програмуванню, можна побачити певну кореляцію: автоматизований зворотний зв'язок, як і в інших подібних платформах, сприяє зростанню мотивації учнів та покращенню їхніх практичних навичок. Дослідження також свідчать, що технології штучного інтелекту, інтегровані в навчальні платформи, позитивно впливають на результати навчання, особливо при поєднанні традиційних методів з інноваційними підходами, що узгоджується з виявленими перевагами VirtualLaboratories.

Інтеграція з системами управління навчальними процесами (LMS), такими як Moodle та Google Classroom, дозволить централізувати управління курсами, завданнями та результатами учнів, що підвищить зручність для викладачів та адміністраторів. Синхронізація даних між платформами забезпечить більш ефективне керування освітнім процесом і спростить роботу для всіх учасників навчання.

Таким чином, розвиток VirtualLaboratories передбачає постійне вдосконалення функціональності, розширення підтримуваних мов програмування, інтеграцію з освітніми системами та масштабування. Це дозволить платформі залишатися сучасним інструментом для навчання програмуванню, що адаптується до вимог викладачів і учнів незалежно від рівня та специфіки навчальних закладів, сприяючи розвитку сучасної української освіти.

ВИСНОВКИ

Платформа VirtualLaboratories є потужним інструментом для інтеграції сучасних технологій у процес викладання програмування, особливо у форматі змішаного навчання. Використання VirtualLaboratories суттєво підвищило рівень знань та навичок учнів завдяки автоматизованому зворотному зв'язку від нейронних мереж. Учні отримували детальні підказки та рекомендації щодо виправлення помилок, що сприяло покращенню їхніх результатів. Експериментальні результати демонструють, що учні, які працювали з платформою, досягали вищих середніх оцінок у порівнянні з тими, хто використовував традиційні методи навчання.

Автоматична перевірка рішень дозволила вчителям зосередитися на індивідуальній роботі з учнями. Це зменшило навантаження на вчителів, адже вони витрачали менше часу на рутинну перевірку завдань, що дозволило більше уваги приділяти розвитку особистих навичок учнів та їхній індивідуальній підтримці.

Платформа також дозволила учням працювати у власному темпі, самостійно вдосконалюючи свої рішення та отримуючи негайний зворотний зв'язок. Це сприяло розвитку самостійності, критичного мислення та відповідальності. Можливість повторного виконання завдань і отримання підказок допомагала краще зрозуміти матеріал і закріпити знання.

VirtualLaboratories демонструє себе як ефективний інструмент для підтримки змішаного навчання, що поєднує традиційні методи з інноваційними технологіями. Використання платформи глибше залучає учнів до навчання, надаючи їм актуальні навчальні матеріали та автоматизовані інструменти для покращення своїх навичок. Подальший розвиток платформи відкриває нові можливості для адаптації до різних освітніх контекстів, що сприятиме підвищенню якості освіти в Україні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. GitHub Copilot. (2023). *User Study, 2023*. Retrieved from <https://github.blog/news-insights/research/research-quantifying-github-copilots-impact-on-developer-productivity-and-happiness>.
2. GitHub Education. (2023). *GitHub Education Annual Report, 2023*. Retrieved from <https://education.github.com/>.
3. GitHub. (2023). *Developer Survey, 2023*. Retrieved from <https://github.blog/news-insights/research/the-economic-impact-of-the-ai-powered-developer-lifecycle-and-lessons-from-github-copilot>.
4. Green, J. (2021). Вступ до платформи .NET та C#: *Практичне керівництво для розробників*. Львів: Видавництво «Нова Зоря».
5. Jemni, M., & Khribi, M. K. (2017). *ALECSO smart learning framework*. Retrieved from <https://slejournal.springeropen.com/articles/10.1186/s40561-021-00170-x>.
6. McKinsey, & Company. (2021). *New global data reveal education technology's impact on learning*. Retrieved from <https://www.mckinsey.com/industries/education/our-insights/new-global-data-reveal-education-technologys-impact-on-learning>.
7. Morze, N., & Strutynska, O. (2021) Digital transformation in society: key aspects for model development. *Journal of Physics Conference Series*, 1946(1), 012021. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1946/1/012021>.
8. Ng, A. (n.d.). *Origins of the Modern MOOC (xMOOC)*. Retrieved from <https://www.andrewng.org/>.
9. Strutynska, O.V., Torbin, G.M., Umryk, M.A., & Vernyudub, R.M. (2020). Digitalization of the educational process for the training of the pre-service teachers. *CEUR Workshop Proceedings, 2879*, 179-199. Retrieved from: <http://ceur-ws.org/Vol-2879/paper07.pdf>
10. UNESCO. (2023). *Global education monitoring report summary*. Retrieved from <https://www.unesco.org/en/articles/global-education-monitoring-report-summary-2023-technology-education-tool-whose-terms-hin>.
11. Zhu, X., Wang, Y., & Liu, J. (2016). Smart education framework. *Smart Learning Environments*. Retrieved from <https://slejournal.springeropen.com/articles/10.1186/s40561-021-00170-x>.
12. Жалдак, М. І., & Рамський, Ю. С. (2010). Шкільній інформатиці–25! *Науковий часопис Українського державного університету імені Михайла Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*, 8 (15), 3-19.
13. Колодійчук, О., & Сидоренко, О. (2020). Використання штучного інтелекту в освітніх процесах: міжнародний досвід. *Теорія і практика реалізації сучасних педагогічних методик та технологій в освіті*. Retrieved from <https://lib.iitta.gov.ua/727300/>.
14. Умрик, М., & Коваль, О. (2024) Використання штучного інтелекту для автоматизації процесу створення освітніх тестів. *Міждисциплінарні дослідження складних систем*, 24, 179-200. <https://doi.org/10.31392/iscs.2024.24>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. GitHub Copilot. (2023). *User Study, 2023*. Retrieved from <https://github.blog/news-insights/research/research-quantifying-github-copilots-impact-on-developer-productivity-and-happiness>.
2. GitHub Education. (2023). *GitHub Education Annual Report, 2023*. Retrieved from <https://education.github.com/>.
3. GitHub. (2023). *Developer Survey, 2023*. Retrieved from <https://github.blog/news-insights/research/the-economic-impact-of-the-ai-powered-developer-lifecycle-and-lessons-from-github-copilot>.
4. Green, J. (2021). Introduction to the .NET and C# Platform: *A Practical Guide for Developers*. Lviv: Nova Zorya Publishing House. (in Ukrainian).
5. Jemni, M., & Khribi, M. K. (2017). *ALECSO smart learning framework*. Retrieved from <https://slejournal.springeropen.com/articles/10.1186/s40561-021-00170-x>.
6. McKinsey, & Company. (2021). *New global data reveal education technology's impact on learning*. Retrieved from <https://www.mckinsey.com/industries/education/our-insights/new-global-data-reveal-education-technologys-impact-on-learning>.
7. Morze, N., & Strutynska, O. (2021) Digital transformation in society: key aspects for model development. *Journal of Physics Conference Series*, 1946(1), 012021. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1946/1/012021>.
8. Ng, A. (n.d.). *Origins of the Modern MOOC (xMOOC)*. Retrieved from <https://www.andrewng.org/>.
9. Strutynska, O.V., Torbin, G.M., Umryk, M.A., & Vernyudub, R.M. (2020). Digitalization of the educational process for the training of the pre-service teachers. *CEUR Workshop Proceedings, 2879*, 179-199. Retrieved from: <http://ceur-ws.org/Vol-2879/paper07.pdf>
10. UNESCO. (2023). *Global education monitoring report summary*. Retrieved from <https://www.unesco.org/en/articles/global-education-monitoring-report-summary-2023-technology-education-tool-whose-terms-hin>.
11. Zhu, X., Wang, Y., & Liu, J. (2016). Smart education framework. *Smart Learning Environments*. Retrieved from <https://slejournal.springeropen.com/articles/10.1186/s40561-021-00170-x>.
12. Zhaldak, M. I., & Ramskyi, Yu. S. (2010). Shkilnii informatytsi–25! [School Informatics–25!] *Naukovyi chasopys Ukrainskoho derzhavnoho universytetu imeni Mykhaila Drahomanova. Seriiia 2. Kompiuterno-orientovani systemy navchannia – Scientific Journal of the Mykhailo Drahomanov Ukrainian State University. Series 2. Computer-Oriented Learning Systems*, 8 (15), 3-19. (in Ukrainian).
13. Kolodiihchuk, O., & Sydorenko, O. (2020). Vykorystannia shtuchnoho intelektu v osvritnikh protsesakh: mizhnarodnyi dosvid [Using Artificial Intelligence in Educational Processes: International Experience]. *Teoriia i praktyka realizatsii suchasnykh pedahohichnykh metodyk ta tekhnolohii v osviti – Theory and Practice of Implementing Modern Pedagogical Methods and Technologies in Education*. Retrieved from <https://lib.iitta.gov.ua/727300/>. (in Ukrainian).
14. Umryk, M., & Koval, O. (2024) Vykorystannia shtuchnoho intelektu dlia avtomatyzatsii protsesu stvorennia osvritnikh testiv [Using Artificial Intelligence to Automate the Process of Creating Educational Tests]. *Mizhdystyplinarni doslidzhennia skladnykh system – Interdisciplinary Studies of Complex Systems*, 24, 179-200. <https://doi.org/10.31392/iscs.2024.24>. (in Ukrainian).

Матеріал надійшов до редакції 29.10.2024р.



STEM-ПІДХІД ДО НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ

Тетяна КРАМАРЕНКО ✉

Криворізький державний педагогічний університет, Україна
kramarenko.tetyana@kdpu.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0003-2125-2242>

STEM APPROACH TO TEACHING PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS TO FUTURE TEACHERS

Tetiana KRAMARENKO ✉

Kyryvyi Rih State Pedagogical University, Ukraine
kramarenko.tetyana@kdpu.edu.ua,
<https://orcid.org/0000-0003-2125-2242>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Впровадження STEM-орієнтованих підходів до навчання є актуальною проблемою. Потребує удосконалення методика навчання математики та підготовка учителів. Мета статті – розкрити особливості впровадження STEM-підходів у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики.

Матеріали і методи. Здійснено аналіз науково-методичної літератури з проблеми впровадження STEM-навчання та навчання стохастичної статистики, синтез провідних ідей та формулювання власних висновків.

Результати. У статті висвітлено використання STEM-підходів у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики майбутніх учителів математики та інформатики (спеціальність 014 Середня освіта). Приділено увагу аналізу сучасних методик, що поєднують науку, технології, інженерію та математику, зокрема, у навчанні стохастичної статистики. Особлива увага приділяється підготовці учителів математики до використання у навчанні стохастичних систем динамічної математики *GeoGebra* та *GeoGebra*, таблиць *Google*, *Wolfram Demonstrations Project*, калькулятора ймовірностей. Програмні засоби використовуються як для створення симуляцій, генерації вибірок за певними законами розподілу ймовірностей, так і для опрацювання вибірок, визначення числових та графічних характеристик. Використання наочностей *Wolfram Demonstrations Project* сприяє кращому розумінню студентами низки тем з теорії ймовірностей: законів розподілу ймовірностей випадкових величин, закону великих чисел, кореляції та регресії. Одним із STEM-підходів є використання методу Монте-Карло, зокрема для наближених обчислень площ фігур та об'ємів тіл. Зроблено акцент на прикладній спрямованості навчання. Важливим є використання практико-орієнтованих завдань. Для реалізації STEM-підходів у навчанні стохастичної статистики доцільно розробка фрагментів програм на мовах програмування та демонстрація результатів їх виконання. Наприклад, для статистичної перевірки статистичних гіпотез. Завдання доцільно виконувати у міні-групах як навчальні проекти.

Висновки. Застосування STEM-підходів у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики сприятиме підвищенню рівня підготовки майбутніх учителів, удосконаленню у них практичних навичок та інтеграції теоретичних знань.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: теорія ймовірностей; математична статистика; STEM-освіта; підготовка вчителів до STEM-орієнтованої освіти; спеціальність 014 Середня освіта (Математика); практико-орієнтоване навчання.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Крамаренко Т. STEM-підхід до навчання теорії ймовірностей та математичної статистики майбутніх учителів. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 1. С. 42-48. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-06>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. Implementing STEM-oriented approaches to education is an urgent problem. Methods of teaching mathematics and teacher training need to be improved. The article aims to reveal the peculiarities of implementing STEM approaches in teaching probability theory and mathematical statistics.

Materials and methods. The article analyzes the scientific and methodological literature on the problem of implementing STEM education and stochastic education, synthesizes the leading ideas, and formulates its own conclusions.

Results. The article highlights the use of STEM approaches in teaching probability theory and mathematical statistics to future teachers of mathematics and computer science (specialty 014 Secondary Education). Attention is paid to analyzing modern methods combining science, technology, engineering, and mathematics, particularly in teaching mathematics. Particular attention is paid to training math teachers to use the *GeoGebra* dynamic mathematics systems, *Google* spreadsheets, *Wolfram Demonstrations Project*, and a probability calculator in teaching stochastics. Software tools are used to create simulations, generate samples according to certain probability distribution laws, process samples, and determine numerical and graphical characteristics. The use of *Wolfram Demonstrations Project* visualizations helps students better understand several topics in probability theory: the laws of probability distribution of random variables, the law of large numbers, correlation, and regression. One of the STEM approaches is the use of the Monte Carlo method, in particular for approximate calculations of the areas of shapes and volumes of bodies. Emphasis is placed on the applied orientation of learning. It is important to use practice-oriented tasks. To implement STEM approaches in teaching stochastics, it is advisable to develop program fragments and demonstrate the results of their implementation, for example, for statistical testing of statistical hypotheses. It is advisable to perform tasks in mini-groups as learning projects.

Conclusions. The use of STEM approaches in teaching probability theory and mathematical statistics will help improve future teachers' training levels, improve their practical skills, and integrate theoretical knowledge.

KEYWORDS: probability theory; mathematical statistics; STEM education; teacher training for STEM-oriented education; specialty 014 Secondary Education (Mathematics); practice-oriented learning.

FOR CITATION: Kramarenko, T. (2025). STEM approach to teaching probability theory and mathematical statistics to future teachers. *Physical and Mathematical Education*, 40(1), 42-48. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-06>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Сучасні вимоги до навчання теорії ймовірностей та математичної статистики обумовлюють необхідність оновлення педагогічних підходів для підготовки майбутніх учителів математики. Ураховуючи інтерес до STEM (наука, технології, інженерія та математика), дедалі більше дослідників схиляється до думки, що інтеграція STEM-підходів у навчальні програми з теорії ймовірностей і математичної статистики є корисною. Такий підхід не лише покращує якість освіти, а й забезпечує студентів практичними навичками та допомагає посилити мотивацію до навчання. Тому розробка та впровадження інноваційних підходів до навчання теорії ймовірностей та математичної статистики, зокрема STEM-орієнтованих, є актуальною у методиці навчання математики та в підготовці учителів і потребує подальших досліджень.

Аналіз актуальних досліджень. Bray A. та Tangney B. (2017) класифікують технологічні втручання у математичну освіту через використання цифрових інструментів, педагогічних основ та цілей діяльності, а також рівнів інтеграції технологій у дослідженнях. Автори виокремлюють мобільне навчання, зокрема для формування навичок 21 століття у здобувачів освіти, зазначають про характерний конструктивістський підхід до навчання геометрії. Мова йде і про покращення якості математичної освіти через гейміфікацію, використання математичного моделювання у поєднанні із застосуванням програмного забезпечення; розвиток креативності при розв'язуванні задач математики з використанням дослідницьких систем; використання деревоподібних діаграм для розвитку комбінаторного мислення дітей у ранньому шкільному віці; доступніше використання технології «перевернутого навчання» тощо.

Yeping Li, Ke Wang, Yu Xiao та Jeffrey E. Floyd здійснили систематичний аналіз статей про освіту STEM, опублікованих у період з 2000 року до кінця 2018 року в 36 журналах, щоб отримати загальне уявлення про зміни в освіті STEM (Li et al., 2020). Автори засвідчують актуальність проблеми STEM-навчання у світовій практиці, відзначають, що п'ята частина розглянутих публікацій стосується висвітлення лише однієї із складових STEM, зосередження на викладанні однієї дисципліни. Тоді як три п'ятих публікацій висвітлюють інтеграцію усіх чотирьох складових: науки, технологій, інженерії та математики. При інтеграції в дисциплінах STEM спостерігається неоднозначність використання термінології: мультидисциплінарність, міждисциплінарність і трансдисциплінарність.

А. Юрченко, К. Юрченко, В. Прошкін та О. Семеніхіна, аналізуючи світову практику впровадження STEM-освіти, зазначають, що STEM-освіта як навчальний процес ґрунтується на міждисциплінарній та практичній спрямованості (Юрченко та ін., 2022). Автори висвітлюють практичні кейси впровадження STEM-освіти в Україні та світі: впровадження STEM-освіти через вирішення проблемних ситуацій; базування занять на розв'язанні практичних завдань у певній професійній галузі; проведенні уроків на міжпредметній основі; кейси для чотирьох сценарних вправ; практико-орієнтовані завдання для виконання вдома; кейси інклюзивної освіти з використанням STEM-проектів. Здійснено контент-аналіз сучасних практик впровадження STEM-освіти на основі відкритих освітніх ресурсів Coursera, edX, Udemy, Prometheus, EdEra.

Балик Н.Р. та ін. аналізують теоретичні основи та вплив STEM-підходу на сучасну освіту, акцентуючи увагу на впровадженні STEM-технологій у процес навчання майбутніх учителів інформатики (Balyk et al., 2024). Автори окреслюють основні тенденції в українській університетській STEM-освіті, зокрема використання віртуальних лабораторій, міждисциплінарних інтегрованих курсів, STEM-проекти з соціальним спрямуванням тощо. Подальше удосконалення якості STEM-освіти автори вбачають через впровадження відповідних освітніх програм для підготовки учителів – бакалаврів та магістрів, які володіють міждисциплінарними знаннями в різних галузях STEM, удосконаленні ними відповідних педагогічних навичок, підготовці до використання технологій, підтримці науково-дослідницької діяльності, просуванні ідеї про STEM-освіту серед громадськості та сприянню підвищенню її кваліфікації в STEM.

І. В. Іваній та О. В. Мехед (2024) акцентують увагу на тому, що запровадженню STEM-підходів у навчання здобувачів освіти у вищій школі сприяє використання віртуальних лабораторій, симуляцій та 3D-моделювання, 3D-друку, відповідних мобільних додатків, гейміфікація навчального процесу. В. Я. Гайда (2024) здійснює огляд інтерактивних веб-ресурсів, які можуть бути використані для досліджень наукових концепцій, експериментів, інженерних проектів. В. Пікалова (2021) пропонує використання пакету GeoGebra та завдань проектно-дослідного спрямування під час підготовки вчителів математики для впровадження STEM-освіти. Питання навчання стохастички зазначеними дослідниками не висвітлювалися. В. Андрієвська та Л. Білоусова (2017), підкреслюють важливість міждисциплінарності в STEM-освіті та застосування реальних проблемних ситуацій, можливості реалізації трьох основних напрямів впровадження STEM-освіти через STEM-проекти, STEM-уроки і мейкер-простір. Автори акцентують увагу на доцільності використання мобільних телефонів та планшетів в освітньому процесі, що характеризується як тренд BYOD (Bring Your Own Device). Використання BYOD привносить багато корисних можливостей.

Проблеми навчання стохастички учнів та підготовки майбутніх вчителів математики з використанням систем динамічної математики Gran1 та GeoGebra стали предметом дослідження багатьох науковців. Зокрема, М. І. Жалдак, Н. М. Кузьміна та Г. О. Михалін (2017) акцентують увагу на розгляді спочатку статистичних ймовірностей, а вже далі переходять до узагальнення і розгляду аксіом та теорем теорії ймовірностей. М. Г. Друшляк та О. В. Семеніхіна (2015) здійснюють порівняльний аналіз розв'язування задач шкільного курсу статистики у середовищах Gran1 і GeoGebra. Хоминська О., Друшляк М. та Удовиченко О. акцентують увагу на важливості застосування засобів динамічної математики у навчанні стохастичної лінії (Хоминська та ін., 2022). Т. Крамаренко висвітлює використання методу Монте-Карло у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики в контексті підготовки учителів математики до впровадження STEM-освіти (Крамаренко, 2023). Т. Кобильник та В. Жидик (2018), використовують для створення наочностей і розв'язування задач теорії ймовірностей програмне забезпечення R. Р. Є. Майборода та О. В. Сугакова для статистичного аналізу даних застосовують пакет STATISTICA (Майборода & Сугакова, 2012). О. А. Чемерис та А. В. Прус (2020), висвітлюючи статистико-ймовірнісну складову змісту підготовки фахівців з інформаційних технологій, здійснюють огляд

методів аналізу статистичних даних, розглядають побудову коробчатих графіків, наводять прикладні задачі на застосування регресійного аналізу.

Автори іншої публікації (Musa et al., 2022) за результатами проведення курсів для учителів з питання STEM-навчання і навчання стохастичи висловлюють сподівання, що вчителі математики зможуть змінити існуючі практики та стати більш критичними і творчими під час навчання і виховання, надаючи учням змістовний навчальний досвід. Учасникам пропонували для опрацювання проекти «Катапульта» та «Коробка для сміття». Наприклад, доцільно з учнями, які вже ознайомлені з обчисленням середнього арифметичного, проводити експерименти із запуску паперових літачків на визначення висоти і дальності польоту. Обговорення через порівняння середніх значень, як стверджують автори, сприяє розвитку критичного мислення у здобувачів освіти, дозволяє удосконалювати як технологію виготовлення моделей, так і прийоми запуску.

Однак, питання використання STEM-підходів у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики залишаються відкритими і потребують подальшого дослідження.

Мета статті – розкрити особливості впровадження STEM-підходів у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики майбутніх учителів.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Здійснено аналіз науково-методичної літератури з проблеми впровадження STEM-навчання та навчання стохастичи, синтез провідних ідей та формулювання власних, висвітлено результати спостереження за особливостями навчального процесу, виявлення методичних особливостей реалізації навчання при підготовці майбутніх учителів.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

STEM-компетентності здобувачів освіти трактуємо як інтегроване особистісне утворення, що проявляється у сформованості математичної, інформаційно-комунікаційної, проектно-технологічної компетентностей, базових компетентностей в галузях природознавства і техніки, м'яких навичок, зокрема творчості, здатності до співпраці та командної роботи, критичного мислення (Pylypenko & Kramarenko, 2024). Термін «STEM-підхід», використовуваний у наукових джерелах, у Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) як такий не потрактований. Під «STEM-орієнтованим підходом» у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики будемо розуміти поєднання міждисциплінарності, технологічності та практичної спрямованості, орієнтоване на формування STEM-компетентностей здобувачів освіти. У навчанні стохастичи майбутніх учителів математики та інформатики доцільно поєднувати вивчення математичних дисциплін з інформатичними дисциплінами, з програмуванням. Можливо, об'єднуючи окремі теми чи лише завдання. Технологічність при цьому може проявлятися у використанні спеціалізованих інструментів, наприклад, систем динамічної математики. Практична спрямованість реалізується через навчання на реальних проблемах, розробку та впровадження навчальних STEM-проектів.

Для успішного набуття студентами STEM-компетентностей у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики необхідно дотримуватися таких педагогічних умов як мотивування та стимулювання студентів до навчально-пізнавальної та дослідницької діяльності, застосування ІКТ для забезпечення наочності та дослідницької спрямованості, упровадження STEM-проектів.

Навчання математичних дисциплін часто стикається з *проблемами мотивації*, коли студенти не завжди бачать практичну значущість теоретичного матеріалу. Це особливо актуально для тем із теорії ймовірностей та математичної статистики. Інтеграція STEM-підходів дає змогу пов'язати абстрактні математичні поняття з реальними життєвими ситуаціями та зробити їх більш доступними для розуміння.

Окреслимо основні ідеї щодо реалізації STEM-освіти. До таких відносимо використання цифрових інструментів, зокрема системи динамічної математики для візуалізації абстракцій, здійснення досліджень та опрацювання їх результатів, засобів доповненої реальності. Інтеграція методу Монте-Карло дає змогу попередньо опрацювати матеріал на розподілах статистичних ймовірностей, а далі переходити до узагальнення та систематизації. Оскільки мова йде про підготовку учителів математики з додатковою спеціальністю «Інформатика», тому доцільно для виконання окремих завдань використовувати програмування. Важливо у навчанні використовувати практико-орієнтовані, дослідницькі завдання з математичної статистики, навчальні проекти.

Одним із ключових напрямів є *використання динамічних математичних інструментів* таких, як GeoGebra, Gran1 та Wolfram Demonstrations Project. Ми брали до використання, насамперед, вільнопоширювані засоби. Ці інструменти дозволяють створювати інтерактивні моделі, що допомагають студентам зрозуміти розподіли ймовірностей, закон великих чисел (рис. 1), кореляцію, регресію та інші складні теми. Змінюючи положення «бігунків», змінюємо значення математичного сподівання, середнього квадратичного відхилення і можемо відстежувати трансформацію графіків функцій щільності розподілу при додаванні неперервних випадкових величин.

Калькулятор ймовірностей GeoGebra можна використовувати для перевірки окремих статистичних гіпотез за параметричними критеріями за окремим вбудованим модулем. Наприклад, порівняння середніх, дисперсій; середнього зі стандартом; інтервальні оцінки математичного сподівання тощо.

У Wolfram Demonstrations Project доступні численні симуляції, що дають змогу побачити зміну випадкових величин, дослідити закони розподілу або побудувати графіки залежностей. Програмні засоби використовуються як для створення симуляцій, генерації вибірок за певними законами розподілу ймовірностей, так і для опрацювання вибірок, визначення числових та графічних характеристик. Крім того, студенти мають змогу ознайомитися з кодом створених наочностей і удосконалити власні навички програмування.

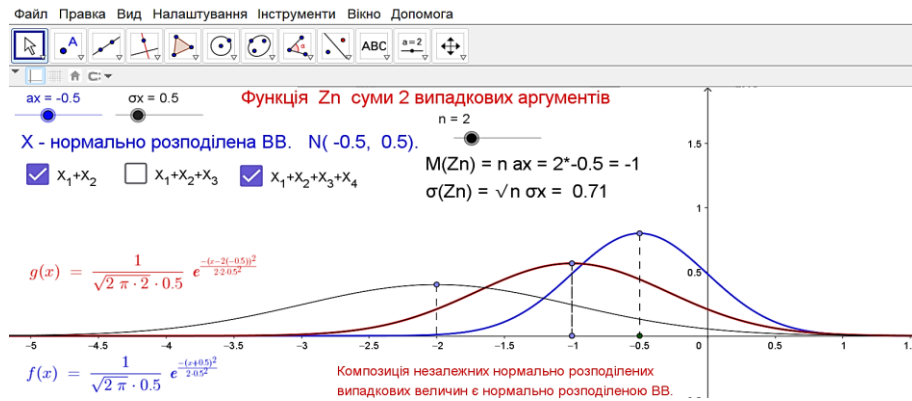


Рис. 1. Демонстрація додавання нормально розподілених випадкових величин в GeoGebra.

Джерело: авторська розробка.

Таблиці Google доцільно використовувати для розробки шаблонів при розв'язуванні задач математичної статистики. Зручно вписувати у шаблони вбудовані функції. Однак, при використанні таблиць Google та Microsoft Excel виникають проблеми з побудовою графіка функції розподілу статистичних ймовірностей для дискретних випадкових величин. Побудови графіків ступінчатих функцій за допомогою цих програмних засобів виконуються некоректно. Наприклад, не відображаються «виколоті» точки. Слід залучати студентів до пояснення і виправлення неточностей.

Інтеграція методу Монте-Карло – ще один потужний інструмент STEM-підходу у навчанні теорії ймовірностей. Метод Монте-Карло дозволяє студентам зрозуміти, як можна використовувати випадковість для наближених обчислень, зокрема для обчислення площ складних фігур або об'ємів тіл. Студенти можуть створювати симуляції, де метод використовується для генерування вибірок і вивчення ймовірнісних процесів. Ми пропонуємо майбутнім учителям математики та інформатики низку експериментів, які вони зможуть відтворити, навчаючи стохастичної лінії учнів у закладах середньої освіти (Крамаренко, 2023). Зокрема, підкидання пари кубиків з реєстрацією суми чисел на верхніх гранях, написання випадкових слів з реєстрацією кількості літер, реалізацію задачі Бюффона, досліди з викиданням монети, витягуванням карт тощо.

Ісу Zhang та ін. (2017) роблять висновок із власного дослідження, що навіть спостереження за «перетасуванням» фізичних аркушів паперу допомагає з'єднатися з попереднім досвідом перемішування здобувачами освіти у фізичному світі (наприклад, з картками), що згодом може допомогти їм зрозуміти обчислювальну симуляцію, яка «тасує» рядки даних. Поєднуючи більш абстрактну комп'ютерну симуляцію з їхнім повсякденним досвідом перемішування, увага студентів стримується та спрямовується на найбільш важливі аспекти комп'ютерної симуляції. Тому пропонують три прогресивні форми – активну, знакову та символічну. Автори (Zhang et al., 2017) досліджували роль, яку втілені ручні рухи можуть відігравати в полегшенні розуміння студентами функції перемішування в R. Їх висновки показали, що учні, які хоча б переглянули відео перемішування руками даних, написаних на аркушах паперу, дізналися більше з подальшого живого кодування рандомізації за допомогою R, ніж ті, які познайомилися з концепцією лише за допомогою R.

Важлива роль *програмування в реалізації STEM-підходів*. Навчання майбутніх учителів із застосуванням STEM-підходів передбачає включення елементів програмування. Зокрема, використання мов Python та C++ відкриває можливості для розробки фрагментів програм, що допомагають розв'язувати статистичні задачі, аналізувати вибірки та перевіряти статистичні гіпотези. Наприклад, для роботи зі статистичними даними у мові Python доступні окремі модулі та бібліотеки. Зокрема, NumPy, SciPy містять функції для виконання обчислень. Модуль statistics надає статистичні функції; matplotlib дозволяє візуалізувати дані шляхом створення діаграм і графіків. Зазначені модулі необхідно імпортувати на початку створення проекту. У мові Python вибірку представляють як масив. Отримати варіаційний ряд можна за допомогою функції unipue з бібліотеки NumPy. Програмування дозволяє студентам автоматизувати процеси розрахунків і побудови графіків. Наприклад, написання програм для оцінки ймовірностей або побудови графіків розподілу даних на Python дозволяє майбутнім учителям отримати цінний досвід роботи з даними, що є необхідним у сучасному викладанні. Програми можуть створюватися у рамках індивідуальних і колективних проектів.

На залученні майбутніх IT-фахівців, учителів математики та інформатики до роботи над міждисциплінарними проектами з використанням програмування акцентують увагу українські дослідники (Vilousova et al., 2024). Автори цієї публікації зазначають, що на перших курсах університету слід залучати студентів до досвіду, який фокусує майбутніх фахівців на глибокому розумінні математичного підґрунтя та алгоритмічної природи будь-якої задачі кодування, демонструє їм роль математики в аналізі характеристик алгоритмів та важливість математичних знань.

Практико-орієнтовані завдання є важливим елементом навчання. Такі завдання включають моделювання випадкових процесів і застосування ймовірнісних законів для оцінки ситуацій, близьких до реальних. Це сприяє розвитку навичок роботи з даними та інтерпретації статистичних результатів. Наприклад, необхідно дослідити відношення зросту людини до її маси, розрахувати індекс маси членів власної родини, друзів та зробити висновок, наскільки збалансованим є харчування у досліджуваних осіб. Можна сформулювати і тему навчального проекту «Математика на кухні». Приклад іншого практико-орієнтованого завдання: дослідити, яку частку з доходів українських родин складає, наприклад, оплата комунальних послуг тощо.

Низку завдань для можливого опрацювання за даними економіки та бізнесу доцільно використати з відкритих даних, посібника для навчання теорії ймовірностей та математичної статистики (Newbold et al., 2013).

Наведемо *приклади дослідницьких завдань з прив'язкою до місцевості проживання*. Наприклад, використовуючи геоінформаційну систему Google карти, фото території об'єкта, отримане за супутниковими даними, визначити площу зелених насаджень на території чи навколо промислового підприємства – забруднювача повітря. Адже, крім дієвого пилогазоочисного обладнання на підприємствах мають бути біофільтри у вигляді зелених насаджень, що покривають орієнтовно 50% території. Санітарно-захисні зони є додатковими очисниками атмосферного повітря від забруднюючих речовин. Разом зі студентами екологами чи біологами майбутні учителі математики можуть методом Монте-Карло наближено обчислити площу зелених насаджень, дослідити, чи достатньо робиться на підприємстві для збереження екології. Виконання практичних завдань потребує математичного моделювання.

Приклад іншого завдання – дослідження атмосферного тиску від висоти над рівнем моря. Студенти фізико-математичного факультету Криворізького державного педагогічного університету під керівництвом доцента кафедри фізики та методики її навчання Г. П. Половини проводили дослідження, вимірюючи тиск на кожному з поверхів окремих будинків у різних районах Кривого Рогу. У подальшому отримані результати опрацювали під час практичного заняття з теорії ймовірностей та математичної статистики. Окремі з отриманих вимірювань наведено у таблиці (табл. 1). За даними дослідження склали рівняння регресії (рис. 2) та експериментально перевірили виведену Лапласом барометричну формулу (1). При цьому припускали, що повітря є ідеальним газом сталої температури, і вважали поле тяжіння Землі однорідним.

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (1)$$

Формула залежності атмосферного тиску від висоти над рівнем моря,

де p_0 – тиск на нульовому рівні, Па; p – тиск на висоті h , м над цією поверхнею, Па; M – молярна маса повітря, кг; g – прискорення вільного падіння, м/с²; R – універсальна газова стала, стала Больцмана, Дж/К; T – абсолютна температура повітря, К.

Таблиця 1. Залежність тиску у мм. рт. ст. від поверху будинку / висоти над рівнем моря (мікрорайон Східний, Кривий Ріг)

Поверх	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Висота, м	99	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135	138	141	144
Тиск, мм.рт.ст	755,28	755,18	755,01	754,67	754,56	754,12	753,92	753,66	753,38	753,18	752,88	752,58	752,30	752,00	751,81	751,54

Джерело: авторська розробка.

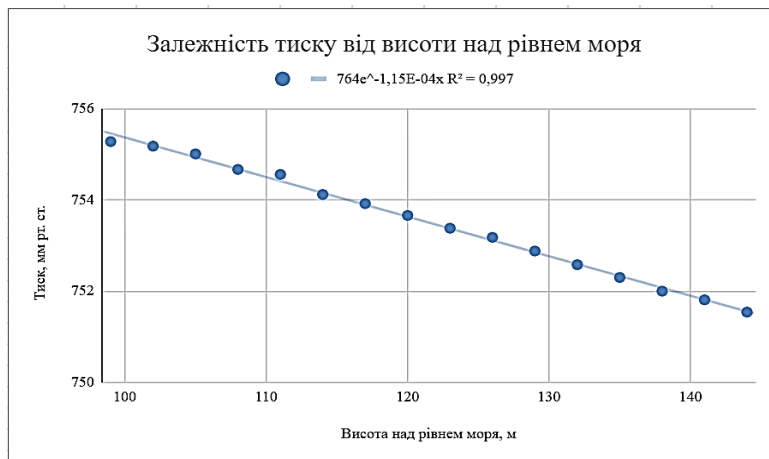


Рис. 2. Графік залежності тиску від висоти над рівнем моря, побудований за експериментальними даними.

Джерело: авторська розробка.

При виконанні студентами *дослідницьких завдань з математичної статистики* мають бути досягнуті ними такі навчальні цілі як розуміння фундаментальних теоретичних положень науки; знання основних практичних методів і вміння їх застосовувати; оволодіння компетентностями розв'язування завдань з використанням ІКТ.

Як STEM-захід у навчанні студентів може бути відвідування виробництва, ознайомлення з роботою станків з числовим програмним забезпеченням тощо. Наприклад, у прокатному цеху криворізького металургійного заводу під час екскурсії студенти можуть побачити, як з рідкого металу виготовляється арматура потрібного діаметру, відрізається станком з числовим програмним забезпеченням довжиною 7 м, складається для відправки замовнику. При цьому студенти будуть ознайомлені також з процедурою перевірки лаборантом якості продукції на відповідність її умовам замовлення (стандарту). А саме: чи відповідає середнє заготовок за довжиною та діаметром стандарту? Вимірявши довжину та діаметри відібраних для перевірки екземплярів, результати вносяться для аналізу, опрацювання програмним забезпеченням. Після такого заходу студенти краще зрозуміють суть перевірки статистичних гіпотез про порівняння середніх, середнього зі стандартом, гіпотетичної дисперсії зі стандартом. Працюючи індивідуально чи в групі, вони можуть скласти алгоритм виконання завдання та його запрограмувати.

Для реалізації STEM-підходів важливі *навчальні проекти та групова робота*. Навчання в рамках STEM орієнтоване на практичний підхід і використання проектною роботи, яка допомагає студентам набувати навичок командної роботи. Наприклад, студенти можуть працювати в міні-групах над створенням програм, що дозволяють здійснювати аналіз статистичних даних або перевіряти гіпотези. Такий формат роботи дозволяє їм не лише набути практичних знань, а й розвивати комунікативні та організаційні навички, що є важливими для викладацької діяльності. Проекти можуть включати завдання на створення симуляцій для експериментів у стохастичі, аналіз випадкових подій, моделювання вибірок та обчислення їхніх характеристик. Наприклад, студенти можуть створювати моделі, що імітують реальні ситуації з високою точністю, та вивчати залежності між випадковими величинами.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Для навчання теорії ймовірностей та математичної статистики з використанням STEM-підходів характерне подання навчальних відомостей через життєві ситуації; заохочення до експериментальних досліджень; прикладні аспекти – розв'язування задач/проблем практичного змісту; міждисциплінарний підхід як поєднання відомостей з декількох предметів. STEM-підходи забезпечують прикладну спрямованість навчання, розвивають мотивацію студентів до вивчення математичних дисциплін. Використання концепції BYOD як інструменту реалізації STEM-освіти дає поштовх для розробки методики, яка ґрунтуватиметься на пробудженні активності здобувачів освіти, самостійності та бажанні експериментувати.

Інтеграція STEM-підходів у навчання теорії ймовірностей та математичної статистики може значно підвищити рівень підготовки майбутніх учителів. Завдяки впровадженню STEM-підходів, майбутні учителі стануть готовими до інноваційного навчання, яке враховує актуальні запити освіти. Студенти здобудуть практичні навички, необхідні для роботи з сучасними цифровими інструментами та методами, які вони зможуть використовувати у своїй професійній діяльності. Інтерактивні інструменти та моделі нададуть їм можливість забезпечувати учнів більш доступним поясненням складних тем, а також розвивати у школярів інтерес до вивчення математики й технологій. Тому доцільно продовжити дослідження з акцентом на адаптацію методів і завдань до сучасних освітніх потреб, на використання штучного інтелекту у навчанні стохастичної лінії, при розв'язуванні практико-орієнтованих завдань.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Balyk, N. R., Oleksiuk, V. P., Shmyger, G. P., & Vasylenko, Ya. Ph. (2024) Study of the usage of STEM technologies in the context of training Ukrainian teachers of computer science in accordance with the social needs and challenges of today *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2871. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2871/1/012017>.
2. Bilousova, L. I., Gryzun, L. E., & Pikalova, V. V. (2024). Experience of interdisciplinary projects implementation in the training of pre-serviced IT-specialists. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2871. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2871/1/012019>.
3. Bray, A., & Tangney, B. (2017) Technology usage in mathematics education research – A systematic review of recent trends, *Computers & Education*, 114, 255-273. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.07.004>.
4. Li, Y., Wang, K., Xiao, Y., & Froyd, J. (2020). Research and trends in STEM education: a systematic review of journal publications. *IJ STEM Ed*, 7, 11. <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00207-6>.
5. Musa, M., Khalid, S. N., Rahmat, F., Mohamed, N. A., & Mat, N. A. (2022). Integration of STEM in the Field of Statistics and Probability in Form Two Mathematics KSSM. *Jurnal Pendidikan Sains Dan Matematik Malaysia*, 12(1), 116–130. <https://ojs.ups.edu.my/index.php/JPSMM/article/view/6895/3544>.
6. Newbold, P., Carlson, W., & Thorne, B. (2013). *Statistics for business and economics*, 8. Pearson Education.
7. Pylypenko, O. S., & Kramarenko, T. H. (2024). Structural and functional model of formation of STEM-competencies of students of professional higher education institutions in mathematics teaching. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2871. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2871/1/012004>.
8. Yurchenko, A., Yurchenko, K., Proshkin, V., & Semenikhina, O. (2022). World Practices of STEM Education Implementation: Current Problems and Results. *International Journal of Research in E-Learning*, 8(2), 1-20. <https://doi.org/10.31261/IJREL.2022.8.2.05>.
9. Zhang, L., Tucker, M., & Stigler, J. (2022). Watching a hands-on activity improves students' understanding of randomness. *Computers & Education*, 186. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104545>.
10. Андрієвська, В. М., & Білоусова, Л. І. (2017). Концепція BYOD як інструмент реалізації STEAM-освіти. *Фізико-математична освіта*, 4 (14), 13–17. http://nbuv.gov.ua/UJRN/fmo_2017_4_4.
11. Гайда, В. Я. (2024). Інноваційні засоби реалізації STEM-навчання. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*, 215, 127–131. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-215-127-131>.
12. Жалдак, М. І., Кузьміна, Н. М., & Михалін, Г. О. (2017). *Теорія ймовірностей і математична статистика*. (3-тє вид.). НПУ імені М.П. Драгоманова.
13. Іваній, І. В., & Мехед О. Б. (2024) Використання STEM-технологій та засобів навчання у професійній освіті. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*, 215, 42-45. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-215-42-45>.
14. Кобильник, Т. П., & Жидик, В. Б. (2018). Методичні аспекти навчання дискретних випадкових величин з використанням статистичного середовища R. *Фізико-математична освіта*, 2(16), 58-62. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2018-016-2-011>.
15. Крамаренко, Т. Г. (2023). Використання методу Монте-Карло у навчанні стохастички в контексті підготовки учителів математики до впровадження STEM-освіти. *Фізико-математична освіта*, 38(4), 42-48. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-4-006>.
16. Майборода, Р. Є., & Сугакова, О. В. (2012). *Статистичний аналіз даних за допомогою пакету STATISTICA*. <http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/mmatstat/StatAn.doc>.
17. Пікалова, В. В. (2021). *Використання пакету GeoGebra як інструмента реалізації концепції STEM-освіти у процесі підготовки майбутніх учителів математики*. Автореф. дис. канд. пед. наук, Луганський національний університет імені Тараса Шевченка. <http://dspace.luguniv.edu.ua/xmlui/handle/123456789/7747>.
18. Семеніхіна, О. В., & Друшляк, М. Г. (2015). Розв'язування задач шкільного курсу статистики у середовищах Gran1 і GeoGebra : порівняльний аналіз. *Фізико-математична освіта*, 1 (4), 21–30.
19. Хоминська, О., Друшляк, М., & Удовиченко, О. (2022). Підтримка вивчення стохастичної лінії в школі засобами динамічної математики. *Освіта. Інноватика. Практика*, 10(3), 59–68. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol10i3-007>.
20. Чермерис, О.А., & Прус, А.В. (2020). Статистико-ймовірнісна складова змісту підготовки фахівців з інформаційних технологій. *Фізико-математична освіта*, 1(23), 83-88. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2020-023-1-2-013>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Balyk, N. R., Oleksiuk, V. P., Shmyger, G. P., & Vasylenko, Ya. Ph. (2024) Study of the usage of STEM technologies in the context of training Ukrainian teachers of computer science in accordance with the social needs and challenges of today *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2871. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2871/1/012017>.
2. Bilousova, L. I., Gryzun, L. E., & Pikalova, V. V. (2024). Experience of interdisciplinary projects implementation in the training of pre-serviced IT-specialists. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2871. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2871/1/012019>.
3. Bray, A., & Tangney, B. (2017) Technology usage in mathematics education research – A systematic review of recent trends, *Computers & Education*, 114, 255-273. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.07.004>.
4. Li, Y., Wang, K., Xiao, Y., & Froyd, J. (2020). Research and trends in STEM education: a systematic review of journal publications. *II STEM Ed*, 7, 11. <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00207-6>.
5. Musa, M., Khalid, S. N., Rahmat, F., Mohamed, N. A., & Mat, N. A. (2022). Integration of STEM in the Field of Statistics and Probability in Form Two Mathematics KSSM. *Jurnal Pendidikan Sains Dan Matematik Malaysia*, 12(1), 116–130. <https://ojs.upsi.edu.my/index.php/JPSMM/article/view/6895/3544>.
6. Newbold, P., Carlson, W., & Thorne, B. (2013). *Statistics for business and economics*, 8. Pearson Education.
7. Pylypenko, O. S., & Kramarenko, T. H. (2024). Structural and functional model of formation of STEM-competencies of students of professional higher education institutions in mathematics teaching. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2871. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2871/1/012004>.
8. Yurchenko, A., Yurchenko, K., Proshkin, V., & Semenikhina, O. (2022). World Practices of STEM Education Implementation: Current Problems and Results. *International Journal of Research in E-Learning*, 8(2), 1-20. <https://doi.org/10.31261/IJREL.2022.8.2.05>.
9. Zhang, I., Tucker, M., & Stigler, J. (2022). Watching a hands-on activity improves students' understanding of randomness. *Computers & Education*, 186. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104545>.
10. Andriievska, V. M., & Bilousova, L. I. (2017). Kontsepsiia BYOD yak instrument realizatsii STEAM-osvity [The concept of BYOD as a tool for the implementation of STEAM education]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 4 (14), 13–17. (in Ukrainian).
11. Haida, V. Ya. (2024) Innovatsiini zasoby realizatsii STEM-navchannia [Innovative means of realization of STEM-learning]. *Naukovi zapysky : Pedagogichni nauky – Scientific notes. Series: Pedagogical sciences*, 215, 127–131. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-215-127-131>. (in Ukrainian).
12. Zhaldak, M. I., Kuzmina, N. M., & Mykhalin, H. O. (2017). *Teoriia ymovirnostei i matematychna statystyka [Probability theory and mathematical statistics]*. (3rd ed.). NPU imeni M. P. Drahomanova. (in Ukrainian).
13. Ivani, I. V., & Mekhed, O. B. (2024). Vykorystannia STEM-tekhnologii ta zasobiv navchannia u profesiinii osviti [The use of STEM-technologies and learning tools in vocational education]. *Naukovi zapysky : Pedagogichni nauky – Scientific notes. Series: Pedagogical sciences*, 215, 42–45. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-215-42-45>. (in Ukrainian).
14. Kobyl'nyk, T., & Zhydyk, V. (2018). Methodological aspects of learning discrete random variables with R package [Methodological aspects of learning discrete random variables using the statistical environment R]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 2(16), 58-62. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2018-016-2-011>. (in Ukrainian).
15. Kramarenko, T. H. (2023). Vykorystannia metodu Monte-Karlo u navchanni stokhastyky v konteksti pidhotovky uchyteliv matematyky do vprovadzhenia STEM-osvity [Using the Monte Carlo method in teaching stochastics in the context of training mathematics teachersto implement STEM education]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 38(4), 42-48. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-4-006>. (in Ukrainian).
16. Maiboroda, R. Ye., & Suhakova, O. V. (2015). *Ctatystychnyianaliz danykh za dopomohoiu paketu STATISTICA [Statistical analysis of data using the STATISTICA package]*. <http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/mmatstat/StatAn.doc>. (in Ukrainian).
17. Pikalova, V. V. (2021). Vykorystannia paketu GeoGebra yak instrumenta realizatsii kontsepsiï STEM-osvity u protsesi pidhotovky maibutnikh uchyteliv matematyky [Using the GeoGebra Package as a Tool for Implementing the Concept of STEM Education in the Process of Training Future Mathematics Teachers]. *Avtoref. dys. kand. ped. nauk, Luhanskyi natsionalnyi universytet imeni Tarasa Shevchenka – Extended abstract of candidate's thesis. Luhansk Taras Shevchenko National University*. <http://dspace.luguniv.edu.ua/xmlui/handle/123456789/7747>. (in Ukrainian)
18. Semenikhina, O. V., & Drushliak, M. H. (2015). Rozviazuvannia zadach shkilnoho kursu statystyky u seredovyshchakh Gran1 i GeoGebra: porivnialnyi analiz [Solving problems of the school statistics course in Gran1 and GeoGebra environments: a comparative analysis]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 1 (4), 21–30. (in Ukrainian).
19. Khomynska, O., Drushlyak, M., & Udovychenko, O. (2022). Pidtrymka vyvchennia stokhastychnoi linii v shkoli zasobamy dynamichnoi matematyky [Support for the study of the stochastic line at school using the means of dynamic mathematics]. *Osvita. Innovatyka. Praktyka – Education. Innovation. Practice*, 10(3), 59-68. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol10i3-007>. (in Ukrainian).
20. Chemeris, O., & Prus, A. (2020). Statystyko-ymovirnisna skladova zmistu pidhotovky fakhivtsiv z informatsiinykh tekhnologii. *Fizyko-matematychna osvita [Statistical and probability component of the content of training of information technology specialists]*. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 1(23), 83-88. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2020-023-1-2-013>. (in Ukrainian).

Матеріал надійшов до редакції 14.11.2024р.



ФОРМУВАННЯ У ЗДОБУВАЧІВ СЕРЕДНЬОЇ ТА ПРОФІЛЬНОЇ ОСВІТИ НАВИЧОК XXI СТОЛІТТЯ ЗАСОБАМИ ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ

Софія ЯРЕМІЙ ✉

Івано-Франківський національний медичний університет, Україна
syaremiy@ifnmu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-6235-0370>

Олеся ВЛАСІЙ

Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника, Україна
olesia.vlasii@pnu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-7310-9611>

Іван ЯРЕМІЙ

Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника, Україна
yaremiy@pnu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-8549-1173>

FORMATION OF XXI-ST CENTURY SKILLS IN SECONDARY AND SPECIALIZED EDUCATION STUDENTS USING DIGITAL TOOLS

Sofiya YAREMIY ✉

Ivano-Frankivsk National Medical University, Ukraine
syaremiy@ifnmu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-6235-0370>

Olesya VLASII

Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ukraine
olesia.vlasii@pnu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-7310-9611>

Ivan YAREMIY

Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ukraine
yaremiy@pnu.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-8549-1173>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Актуальною проблемою освіти є переосмислення використання цифрових технологій не тільки як технічних засобів навчання, але і як засобів, які сприяють, зокрема, формуванню навичок XXI століття. Різноманіття цифрових сервісів передбачає нескінченну варіацію підходів до їх використання, тому в даній статті увагу зосереджено на таких цифрових інструментах, як, офісні пакети, віртуальні лабораторії, сервіси відкритих даних, хмарні технології, штучний інтелект для формування навичок XXI століття у здобувачів середньої та профільної освіти при вивченні інформатичних дисциплін.

Методи та матеріали дослідження. Для проведення дослідження було використано комплекс методів, зокрема, теоретичні методи дослідження (аналіз, узагальнення, пояснення, класифікація, порівняння, узагальнення педагогічного досвіду) та емпіричні методи дослідження (опис, спостереження, анкетування та опитування, експеримент, статистичний аналіз). Педагогічний експеримент проводився на базі фахового медичного коледжу Івано-Франківського національного медичного університету у 2023-2024 н.р. Участь взяло 60 студентів другого курсу, які навчаються за освітньо-професійною програмою «Стоматологія ортопедична».

Результати. Матеріали, розроблені в ході дослідження, було впроваджено в процес вивчення дисципліни «Основи медичної інформатики». На їх основі проведено аналіз впливу інтеграції цифрових технологій у навчальні курси (на прикладі дисципліни «Основи медичної інформатики») для формування у здобувачів освіти навичок XXI ст. Педагогічний експеримент показав, що застосування перелічених вище цифрових інструментів підвищує мотивацію та успішність студентів у порівнянні з традиційними методами.

Висновки. Використання цифрових інструментів розширює можливості формування навичок XXI століття, зокрема, розвиває цифрові навички для вирішення комплексних проблем та сприяє критичному мисленню і креативності. Інтеграція проектно-орієнтованих курсів у навчальний процес сприяє розвитку командної роботи, лідерських якостей та практичному застосуванню знань.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: цифрові інструменти; навички XXI століття; пакет Microsoft Office; педагогічний експеримент; проектно-орієнтоване навчання; критичне мислення; креативність; цифрова грамотність.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Яремій С., Власій О., Яремій І. Формування у здобувачів середньої та профільної освіти навичок XXI століття засобами цифрових інструментів. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 1. С. 49-55. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-07>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. The current issue in education is the rethinking of digital technology usage, not only as technical tools for learning but also as means to foster 21st-century skills. The diversity of digital services offers an endless variety of approaches to their application. Therefore, this article focuses on digital tools such as office suites, virtual laboratories, open data services, cloud technologies, and artificial intelligence to develop 21st-century skills in secondary and specialized education students while studying informatics disciplines.

Materials and methods. The study used a range of methods, including theoretical research methods (analysis, generalization, explanation, classification, comparison, generalization of pedagogical experience) and empirical research methods (description, observation, questionnaires and surveys, experiment, statistical analysis). The pedagogical experiment was conducted on the basis of the Professional Medical College of Ivano-Frankivsk National Medical University in the academic year 2023-2024. 60 second-year students studying under the educational and professional program "Prosthetic Dentistry" took part.

Results. The materials developed in the course of the study were implemented in the process of studying the discipline "Fundamentals of Medical Informatics". On their basis, the impact of integrating digital technologies into educational courses (on the example of the discipline "Fundamentals of Medical Informatics") on the development of students' skills of the XXI century was analyzed. The pedagogical experiment showed that the use of the above digital tools increases student motivation and performance compared to traditional methods.

Conclusions. Using digital tools expands the possibilities for building 21st-century skills, particularly developing digital skills to solve complex problems and promoting critical thinking and creativity. Integrating project-based courses into the educational process promotes teamwork, leadership skills, and practical application of knowledge.

KEYWORDS: digital tools; 21st-century skills; Microsoft Office suite; pedagogical experiment; project-based learning; critical thinking; creativity; digital literacy.

FOR CITATION: Yaremiy, S., Vlasii, O., & Yaremiy, I. (2025). Formation of XXI-st century skills in secondary and specialized education students using digital tools. *Physical and Mathematical Education*, 40(1), 49-55. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i1-07>.

ВСТУП

Постановка проблеми. На даний час світ перебуває у процесі стрімкої інформатизації та цифровізації суспільства у всіх його сферах. Сучасному фахівцю необхідно оперувати (вміти знаходити, аналізувати, фільтрувати, передавати, отримувати) великою кількістю інформації. Суспільство переходить від суспільства знань до суспільства компетентних громадян. Перелік ключових навичок, якими повинна володіти особистість у XXI ст., щоб бути конкурентною на ринку праці, формулюється на Світовому Економічному Форумі і постійно піддається удосконаленню. Аналіз трансформації вимог до навичок, які ставляться до сучасної особистості, за останні два десятиліття показав, що акценти зміщуються від звичайних професійних навичок до вміння аналітично та критично мислити, ефективно навчатися протягом життя, бути готовим до динамічних змін, знаходити правильні рішення в екстремальних умовах та умовах невизначеності і ефективно взаємодіяти в соціумі, причому це все відбувається на фоні цифровізації суспільства. Таким чином, важливою проблемою сучасної освіти постає переосмислення підходів до навчання з урахуванням можливостей використовувати цифрові технології не як технічні засоби навчання, а як інструменти для формування необхідних навичок. Формування навичок XXI ст. необхідне на всіх рівнях освіти, однак у даній статті зосереджено увагу на середній (а саме старшій школі) та профільній освіті, адже відточування навичок XXI століття має важливе значення для забезпечення підготовки здобувачів середньої освіти до свідомого вибору професії, а здобувачів профільної освіти – до активної професійної діяльності в умовах високої конкуренції на ринку праці. Зокрема, в даній статті увагу зосереджено на проблемі використання цифрових інструментів для сприяння формуванню навичок XXI ст. у здобувачів середньої та профільної освіти при вивченні інформатичних дисциплін, а саме інформатики та основ медичної інформатики.

Аналіз актуальних досліджень. Термін «навички XXI століття» зазвичай використовується для позначення певних ключових компетенцій, таких як співпраця, комунікація, цифрова грамотність, критичне мислення та вирішення проблем.

У наукових дослідженнях останніх років теоретичним аспектам формування навичок XXI століття присвячено чимало публікацій (Авшенюк & Товканець, 2022; Kalyanu, 2024; Siddiq et al., 2023). Однак, практичний аспект формування навичок XXI століття висвітлений недостатньо. Актуальність проблеми формування навичок XXI століття очевидна, тому необхідно з'ясувати засоби, які допоможуть успішно формувати навички XXI століття.

Перелік навичок (Пасічник, 2020), важливих для успіху в 2025 році від Світового економічного форуму, змушує замислитись про те, чи готує сучасна фахова передвища освіта фахівця, що задовольнятиме таким умовам. Звіт «Майбутнє робочих місць» створено за результатами опитування керівників глобальних компаній.

Варто зауважити, що в нещодавно затвердженому Державному стандарті базової середньої освіти (Державний стандарт базової середньої освіти, 2020) можна знайти відображення цих навичок у вигляді наскрізних умінь і ключових компетентностей. Прикладами таких компетентностей є навички навчання впродовж життя, уміння критично і системно мислити, логічно обґрунтовувати позицію, діяти творчо, ініціативно, оцінювати ризики та розв'язувати проблеми.

Кожна освітня галузь, чи то у формі окремих предметів, чи інтегрованих курсів, повинна не лише забезпечувати здобуття учнями певного набору знань, але і активно розвивати ці компетентності та наскрізні вміння, які визнаються як необхідні для успішного майбутнього.

У статті (Скрипка, 2016) зосереджується увага на деяких Інтернет-сервісах, які можуть стати засобами формування навичок XXI століття.

Вплив методики викладання курсів із медичної інформатики, зокрема, при застосуванні компетентнісно-орієнтованих завдань на зростання інтересу до навчання, відзначається у (Кривенко, 2013а; 2013b).

Попри велику кількість наукових публікацій про формування у здобувачів освіти навичок XXI століття, залишається невирішеною проблема впливу цифрових інструментів на формування вищевказаних навичок, зокрема, в розрізі конкретних предметів у середній школі чи споріднених груп предметів у профільній школі.

Мета статті. Обґрунтування необхідності впровадження цифрових інструментів у навчальний процес для формування навичок XXI століття у здобувачів середньої та профільної освіти.

МЕТОДИ ТА МАТЕРІАЛИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для дослідження використовувалися:

– теоретичні методи – аналіз, узагальнення, пояснення, класифікація - для аналізу інформаційних джерел; аналіз, порівняння, узагальнення педагогічного досвіду – для обґрунтування вибору цифрових інструментів;

– емпіричні методи дослідження – опис, спостереження, анкетування та опитування, експеримент – для проведення педагогічного експерименту, статистичний аналіз – для обробки результатів експериментів та анкетувань.

Педагогічний експеримент проводився на базі фахового медичного коледжу Івано-Франківського національного медичного університету у 2023-2024 н.р. В експерименті взяло участь 60 здобувачів освіти другого курсу, які навчаються за освітньо-професійною програмою «Стоматологія ортопедична». Матеріали, розроблені в ході дослідження, було впроваджено в процес вивчення дисципліни «Основи медичної інформатики».

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В умовах стрімкого розвитку цифрових технологій та глобалізації інформаційного суспільства, сучасний ринок праці вимагає від здобувачів освіти оволодіння навичками XXI століття, серед яких, зокрема, критичне мислення, креативність, співпраця, комунікація та цифрова грамотність. Немає універсальних цифрових інструментів чи педагогічних методів для формування таких навичок, адже вони формуються наскрізно при вивченні різних дисциплін. Широкий спектр цифрових технологій, які постійно оновлюються, вимагає відповідно модернізації підходів до навчання з їх використанням.

Навички XXI століття були сформульовані на початку XXI століття низкою організацій та провідних компаній світу для успішного та конкурентоспроможного становлення молодого покоління. Перелік цих навичок періодично переглядається та вдосконалюється.

Згідно з дослідженнями Всесвітнього економічного форуму (WEF) в серії «Future of Jobs» (The World Economic Forum, 2016) в звітах за 2016, 2018, 2020 та 2023 роки вказано, що загальні тенденції включають зростання попиту на аналітичне мислення, творче мислення та критичне оцінювання інформації. Відзначається стабільна необхідність у навичці вирішення складних проблем, що свідчить про важливість системного підходу до аналізу та інноваційних рішень. У прогнозах на 2027 рік (The World Economic Forum, 2023) на перше місце виходить творче мислення, що підкреслює потребу в генерації нових ідей для адаптації до швидких змін у технологічному середовищі. Поряд із цим, технологічна грамотність, вміння працювати з даними та штучним інтелектом є критичними для всіх галузей. Увага також зосереджується на емоційному інтелекті, лідерстві та співпраці, які є ключовими як для професійної, так і для особистої реалізації, та стають важливими для ефективної роботи в умовах невизначеності та стрімкої автоматизації.

Аналіз навичок, визначених Всесвітнім економічним форумом, свідчить про необхідність трансформації системи освіти для підготовки учнів старших класів та студентів професійних закладів до вимог сучасного ринку праці. У фокусі навчання, крім вищевказаних, мають бути навички використання ІТ, роботи з даними, штучним інтелектом, програмування та технологічна грамотність, що стане базою для успішної кар'єри в цифровому середовищі. Крім того, розвиток навичок самоосвіти, гнучкості та здатності до навчання протягом життя стає критичним фактором успіху в умовах швидкого технологічного прогресу.

Таким чином, сучасний ринок праці вимагає поєднання когнітивних навичок високого рівня з творчим підходом та емоційною стійкістю. При цьому освіта має бути спрямована на формування практичних компетенцій, критичного аналізу та творчості, що дозволить молоді бути конкурентоспроможною та готовою до викликів майбутнього. Зазначені аспекти необхідно враховувати при формулюванні завдань для здобувачів освіти.

З метою формування у здобувачів освіти навичок XXI ст., дотримання неперервності освіти, авторами розроблено та впроваджено курс «Основи медичної інформатики», яка є обов'язковою компонентою освітньої програми підготовки фахових молодших бакалаврів спеціальності «Стоматологія ортопедична». Саме такий курс було обрано для дослідження, оскільки розвиток медичної практики через впровадження цифрових технологій є актуальною проблемою та вимагає глибоких змін у процесі підготовки фахівців, адже медична допомога пацієнтам багатогранна і набуває особливостей у період цифрової трансформації суспільства. Для того, щоб успішно розвивати медичну практику, необхідним є розуміння цифрової трансформації майбутніми медичними працівниками як тривалого процесу змін та інновацій, який докорінно змінить ролі, навички та співпрацю.

Медична інформатика поєднує різні галузі, що включає проектування, розробку та застосування інформаційних інновацій для поліпшення охорони здоров'я. Зокрема, медична інформатика має справу з ресурсами, пристроями та методами, необхідними для оптимізації збору, зберігання, пошуку та використання інформації в охорони здоров'я.

Курс «Основи медичної інформатики» розрахований на 60 год, з яких, 12 год лекцій, 22–практичні заняття, 26 – самостійна та індивідуальна робота студентів.

Метою курсу є формування у здобувачів освіти здатності застосовувати сучасні цифрові технології при розв'язуванні комплексних проблем у професійній сфері діяльності.

Актуальність вивчення курсу відображають ті інформаційні процеси, які реалізуються в системі охорони здоров'я і є умовами прогресу галузі, а також необхідність володіння майбутніми спеціалістами сучасними навичками. Саме тому розроблений курс має чітко виражену прикладну спрямованість і реалізується переважно шляхом застосування практичних методів і форм організації занять, що передбачає прикладне застосування цифрових технологій в галузі охорони здоров'я.

Як навчальна дисципліна, курс базується на теоретичних знаннях та практичних навичках з інформатики, математики, фізики та хімії, сформованих при здобутті базової середньої освіти. В курсі використовуються теоретичні знання щодо будови персонального комп'ютера; вміння та навички роботи з операційною системою Windows і пакетом прикладних програм Microsoft Office.

Для ефективного формування ключових навичок XXI століття, зокрема командної роботи, лідерства, соціального впливу, стресостійкості, гнучкості, критичного мислення, аналізу, співпраці, комунікації та цифрової грамотності, Microsoft Office пропонує широкий спектр ресурсів, що забезпечують конкурентні переваги у професійній діяльності сучасних фахівців.

Різноманіття цифрових технологій потребує виокремлення їх використання в залежності від поставлених задач. В таблиці 1 наведено перелік сервісів з описом функціоналу та прикладами використання з метою формування навичок XXI ст.

Використовуючи можливості Microsoft Office студенти розробляли візитки, бланки різних медичних документів (Word), проводили аналіз різних статистичних даних (Excel), створювали свою базу даних та працювали з нею (Access), презентували свою лабораторію в мережі інтернет та соціальних мережах (Power Point, Share Point) і т. д. Також студенти використовували і інші сервіси (віртуальні лабораторії, сервіси відкритих даних, системи штучного інтелекту і). Всі ці види робіт передбачали розроблені практичні роботи, які студенти виконували на кожному занятті. Зроблені роботи студенти зберігали у хмарі (One Drive), у своїх проектних папках відповідно (Лабораторія 1 і Лабораторія 2).

Курс проектно-орієнтований та передбачає діяльнісний підхід до навчання; в ході вивчення кожний здобувач освіти бере участь у командному проекті з розвитку «медичної лабораторії», а сам курс завершується представленням-захистом роботи окремих лабораторій.

Таблиця 1. Перелік сервісів з описом функціоналу та прикладами використання

Сервіс	Навички	Властивості та функції	Приклад використання
Word	співпраця, креативність, оригінальність	створення текстових документів, форматування	створення візиток, бланків різних медичних документів
Excel	критичне мислення та аналіз	аналіз даних, створення графіків	аналіз різних статистичних даних, графічне представлення отриманих результатів
Access	критичне мислення, цифрова грамотність	управління базами даних, їх структуризація	створення бази даних та робота з нею
Power Point, Share Point	вміння працювати в команді, лідерство, соціальний вплив, стресостійкість та гнучкість, критичне мислення та аналіз, комунікація та цифрова грамотність	створення презентацій, робота з командними порталами	презентація результатів своєї роботи та роботи своєї команди в мережі інтернет та соціальних мережах
One Drive	цифрова грамотність, вміння співпрацювати	хмарне зберігання та спільне використання файлів	вміння працювати спільно з іншими учасниками своєї команди над документами чи іншими завданнями використовуючи хмарні сервіси
Хмарні технології (Microsoft 365, Google Workspace)	комунікація, організація роботи, ефективне використання цифрових ресурсів	надання доступу до інструментів для спільної роботи, інтеграція з іншими сервісами	організація командної роботи через хмарні платформи
Віртуальні лабораторії	інтерактивність, критичне мислення, креативність	створення симуляцій, практичне навчання	проведення віртуальних експериментів, які стимулюють роботу медичних лабораторій
Сервіси відкритих даних	аналітичне мислення, критичний підхід до інформації	доступ до глобальних баз даних, їх аналіз	використання медичних статистичних даних для аналізу та прогнозування
Системи штучного інтелекту	аналіз даних, автоматизація процесів, інноваційне мислення	використання алгоритмів машинного навчання для прогнозів і рішень	застосування алгоритмів ШІ для обробки медичних даних, створення діагностичних моделей

Джерело: авторська розробка.

Для кращого розвинення таких необхідних для сучасної молодої людини навичок XXI століття як вміння працювати в команді, лідерство та соціальний вплив, стресостійкість та гнучкість, а також критичне мислення та аналіз, на першому занятті здобувачі освіти діляться на проектні групи, які представлятимуть прототипи медичних лабораторій, щоб кожен студент уявив себе працівником лабораторії. Практичні роботи при вивченні дисципліни - це як пазл в роботу своєї лабораторії. В підсумку кожна лабораторія презентує свій сайт, на якому описані її працівники (тут потрібні розроблені на попередніх заняттях візитки, резюме кожного окремо), приклади послуг (для цього використовуються бланки з ворда і звіти з екселя), приклади досліджень, які проводить сучасна лабораторія (представляються роботи в віртуальних лабораторіях (при цьому також демонструються знання з інших предметів природничого спрямування)), приклади семінарів, на яких обговорюють новітні напрямки роботи (демонструються навички роботи зі штучним інтелектом і відкритими даними).

Таким чином в лабораторії є командна робота, лідерство (хтось мусить керувати - можна в процесі міняти керівника, якщо "працівники" так вирішать), критичне мислення (для переосмислення інформації з інтернету і підборі для аналізу), креативність (для оформлення візиток і сайту), ініціативність (завдання можуть видозмінюватися, залишаючи базовий функціонал, але допускається використання різних цифрових інструментів з подальшим обґрунтуванням доцільності використання - знову ж таки критичне мислення), вміння презентувати проекти і вести дискусії (підсумкові представлення семестрової роботи лабораторій з презентацією на сайті).

До кожної теми курсу було розроблено конспекти практичних занять, дидактичні матеріали для студентів, матеріали для організації проектної, групової та творчої роботи. При розробці матеріалів було враховано можливість подальшої їх реалізації в цифровому варіанті. Кожне практичне завдання містить тільки рекомендовані зразки реалізації і передбачає творче виконання кожним зі студентів, що дозволяє не тільки дати простір професійному та творчому розвитку здобувачів освіти, але й служить інструментом протидії академічному плагіату.

Для реалізації курсу було створено сайт курсу «Основи медичної інформатики» за допомогою інструментів Microsoft. Оскільки усі розроблені практичні заняття курсу розміщено на сайті, студенти мали можливість як ґрунтовніше

готуватися до занять, повторювати певні теоретичні питання та ознайомлюватися із наступними практичними завданнями, так і наздогнати пропущений з різних причин (наприклад хвороба чи тривога) матеріал.

По завершенні курсу студенти мали можливість залишити свій відгук про отримані завдання та проведену роботу, пройшовши відповідне опитування на сайті курсу.

Домашня сторінка сайту містить ряд блоків:

- Вступне заняття: знайомство з курсом;
- Практичні роботи;
- Підсумковий модульний контроль;
- Блок інформації про розробника сайту – викладача;
- Календар практичних занять з курсу «Основи медичної інформатики», де розписаний календарно-тематичний план курсу.

На цій сторінці можна ознайомитися із організацією курсу, пройти попереднє опитування для визначення вхідного рівня знань з інформатики та висловлення побажань та пропозицій слухачів виходячи із реалій сьогодення чи просто навчальних потреб. Деякі з побажань можуть враховуватися в подальшому. Для проведення опитувань використовувався застосунок Forms Нова форма від Microsoft. Кожен з блоків містить посилання, перейшовши за якими переходимо на відповідну сторінку сайту.

Перед початком кожної практичної роботи, для актуалізації опорних знань з тієї чи іншої теми, пропонується пройти тестування, перейшовши за відповідним посиланням. Також, кожна сторінка практичної роботи містить теоретичні відомості, необхідні для практичного завдання та методичні вказівки до виконання практичної роботи.

Для створення тестів було використано інструмент Forms Новий тест від Microsoft, який дає можливість створювати різного роду тести, включаючи питання «На вибір однієї правильної відповіді», питання «На вибір кількох правильних відповідей», «На введення тексту відповіді», «На оцінку відповіді», «На введення дати», «На сортування відповідей в порядку зростання, чи спадання».

Є можливість налаштувати час тестування та вагу (в балах) кожного питання. По закінченні тестування форма відображає кількість набраних балів, а також правильні і неправильні відповіді. Є можливість автору тестів проаналізувати успішність кожного студента окремо та відповіді інших студентів по кожному питанні зокрема.

На останньому підсумковому занятті студенти проходили підсумковий тест – узагальнення теоретичної частини курсу, а також, попередньо розподіливши між собою розроблені роботи та підготувавши відповідну презентацію, захищали їх, представляючи таким чином діяльність своєї лабораторії. Оцінювали роботу лабораторії викладач та члени протилежної конкуруючої лабораторії.

Для того, щоб отримати підсумкову оцінку з дисципліни, студентам необхідно скласти тест (> 60 балів із 80 можливих), який складається із 45 питань із різних тем, що вивчалися протягом курсу.

Таким чином, максимальний бал за дисципліну становить 200 балів (80 балів за тест та 120 балів набраних за пророблені та захищені на підсумковому занятті практичні роботи).

Курс «Основи медичної інформатики» було апробовано на практичних заняттях з дисципліни «Основи медичної інформатики», перед цим на I курсі студенти завершили вивчати шкільний курс «Інформатика» рівня Стандарт.

Для аналізу впливу запропонованого підходу було реалізовано педагогічний експеримент, суть якого полягала в тому, що частині студентів (контрольній групі) викладання предмета «Основи медичної інформатики» проводилося за типовим підходом, а частині студентів (експериментальна група) за підходом вказаним в статті.

Основні відмінності між традиційним та запропонованим у статті викладанням дисципліни:

– програма дисципліни «Основи медичної інформатики» для експериментальної групи, на відміну від контрольної, містить нові різнопланові завдання виключно професійного спрямування, які в подальшому можуть виникати безпосередньо на практиці, що збільшило цікавість та мотивацію до навчання у студентів. Засобами вже звичних програм пакету Microsoft студенти створюють візитки своєї лабораторії чи компанії, працюють з медичною документацією, створюють шаблони документів, опрацьовують статистичні дані, подають їх в графічному вигляді, створюють власну базу даних та працюють з нею, вчать представляти, презентувати свою лабораторію чи фірму, працюють з медичними картками та експертними системами, хмарними технологіями;

– додані деякі нові теми, як от «Моделювання поширення вірусу за допомогою засобів Міжнародної навчальної платформи Go-Labs» (Yaremij et al., 2023) та заняття-дискусія «Етичні і правові принципи управління інформацією в системі охорони здоров'я. Штучний інтелект: можливості та загрози використання в медицині».

Статистичний аналіз результатів педагогічного експерименту

Перевірка ефективності використаної методики здійснювалася шляхом порівняння даних на статистичну розрізність із використанням критерію Стюдента (Васильків, 2020)

Обидві групи, в яких викладався курс «Основи медичної інформатики», склалися із 30 студентів.

Як вхідний контроль знань було використано підсумкову оцінку із предмета «Інформатика», а як вихідний контроль знань – підсумкову оцінку із дисципліни «Основи медичної інформатики».

Рівень студентів оцінювався у 200 бальній шкалі, яку, для зручності представлення інформації, також переводили в шкалу ECTS. Для цього використовувалася така схема переведення балів: А – 180-200 балів, В – 160 -179, С – 140-159, D – 120-139, E – 100-119.

Для формування репрезентативної вибірки студентів контрольної та експериментальної груп до початку педагогічного експерименту було проаналізовано дані вхідного контролю та анкетування студентів, рис. 1.

Для оцінки, чи є різниця у результатах вхідного контролю в контрольній і експериментальній групах було проведено статистичну обробку відповідних результатів. Середнє значення оцінок у контрольній групі рівне 151,33, а у експериментальній – 154,51. Перевірка вищевказаних даних на те, чи вони статистично розрізніми, показала, що

розбіжності між середніми значеннями оцінок можна пояснити випадковим характером вибірок. Таким чином, проведення педагогічного експерименту та порівняння подальшої успішності цих груп є коректним.

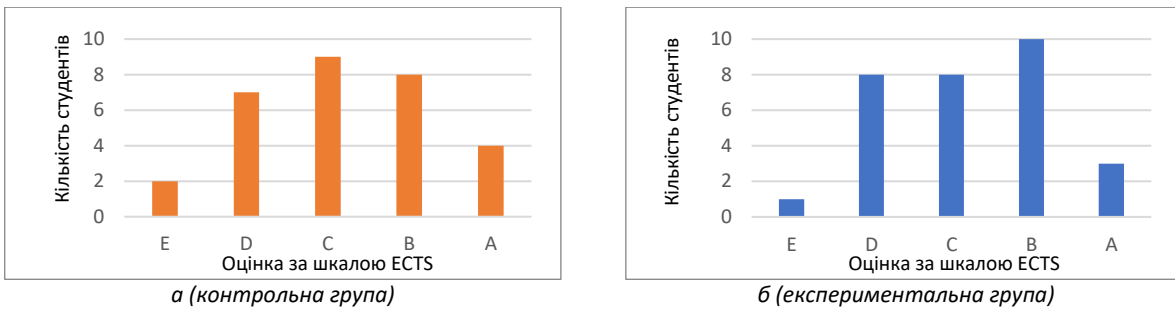


Рис. 1. Дані вхідного контролю знань, переведені в шкалу ECTS.

Джерело: авторська розробка.

Після проведення педагогічного експерименту, тобто контрольній групі викладання курсу «Основи медичної інформатики» проводилося за типовим підходом, а експериментальній групі за запропонованим у даній роботі, було отримано результати (підсумкові оцінки), представлені на рис. 2.

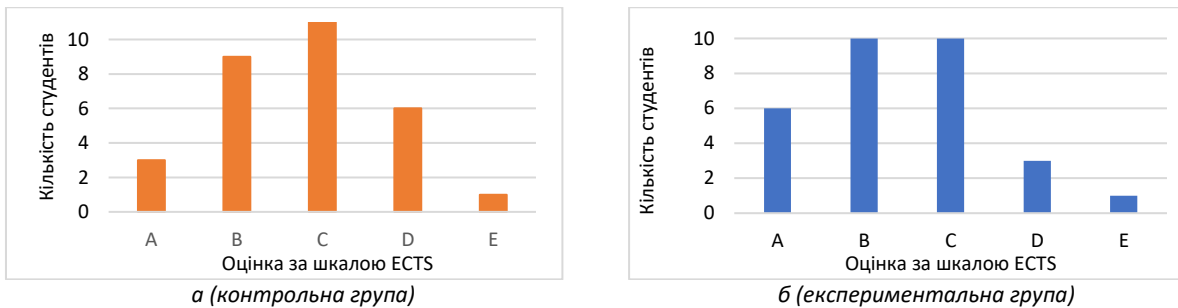


Рис. 2. Дані вихідного контролю знань, переведені в шкалу ECTS.

Джерело: авторська розробка.

Із вигляду рис. 2. а і б можна зробити висновок, що покращення успішності у експериментальній групі є очевидним, що і показують відповідні статистичні розрахунки. Середнє значення оцінок для контрольної групи – 153,98, а для експериментальної групи – 164,41. Статистичний аналіз показав, що розбіжності між середніми значеннями не можна пояснити випадковим характером вибірок, що надійно підтверджує те, що середній бал у експериментальній групі є більшим, ніж у контрольній.

Аналогічним чином було перевірено, чи зросла успішність у контрольній і експериментальній групах при вивченні курсу «Основи медичної інформатики» порівняно із предметом «Інформатика», який вивчали раніше: для контрольної групи середня підсумкова оцінка з дисципліни «Інформатика» – 151,33, а вибіркове середнє оцінок з курсу «Основи медичної інформатики» – 153,98. Аналіз показав, що більше середнє значення оцінок з курсу «Основи медичної інформатики» можна пояснити випадковим характером вибірок, тому можна констатувати, що у контрольній групі середні оцінки після вивчення «Інформатики» та «Основ медичної інформатики» не змінилися.

Для експериментальної групи середня підсумкова оцінка з предмета «Інформатика» – 154,51, а з курсу «Основи медичної інформатики» – 164,41. За результатами статистичного аналізу, більше середнє значення оцінок з «Основ медичної інформатики» не можна пояснити випадковим характером вибірок, таким чином середній бал після вивчення курсу «Основи медичної інформатики» є більшим, ніж після вивчення предмета «Інформатика», тобто до початку педагогічного експерименту.

Отже, результат педагогічного експерименту підтвердив, що запропонований у роботі підхід до викладання є ефективним та сприяє формуванню навичок XXI століття і, загалом, зростанню інтересу до навчання у студентів.

Таким чином, формування навичок XXI ст., які включають критичне мислення, креативність, співпрацю, комунікацію та цифрову грамотність, є необхідною складовою підготовки здобувачів освіти до професійної діяльності в умовах швидкозмінного цифрового світу, а використання різних цифрових інструментів сприяє формуванню навичок XXI ст. в умовах тотальної цифровізації.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Використання сучасних цифрових інструментів, зокрема, офісних пакетів, хмарних технологій, віртуальних лабораторій, сервісів відкритих даних, штучного інтелекту, дозволяє сучасному педагогові розширити засоби формування навичок XXI ст., адже дає можливість організувати спільну роботу, налагоджувати мережеву співпрацю, застосовувати критичне мислення для аналізу даних та креативний підхід для представлення результатів власної роботи, а також – розвивати цифрові навички для вирішення комплексних проблем.

Педагогічний експеримент із проектно-орієнтованим курсом «Основи медичної інформатики», який розроблений за діяльнісним підходом із застосуванням перелічених вище цифрових інструментів, показав, що

запропонована методика сприяє зростанню мотивації здобувачів освіти до навчання та значно підвищує їх рівень успішності у порівнянні з традиційними методами.

Інтеграція проектно-орієнтованих курсів у навчальний процес дозволяє створити здобувачам середньої та профільної освіти умови для командної роботи, розвитку лідерських якостей та практичного застосування знань у професійній діяльності.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на вдосконалення методик навчання, впровадження додаткових цифрових ресурсів та розширення практик дистанційного навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Kalyany, L.K. (2024). The Role of Technology in Education: Enhancing Learning Outcomes and 21st Century Skills. *IJSRMST* 3(4), <https://doi.org/10.59828/ijsrmst.v3i4.199>.
2. Siddiq, F., Olofsson, A., Lindberg, J., & Tomczyk, L. (2023). What will be the new normal? Digital competence and 21st-century skills in education. *Education and Information Technologies*, 29, 7697-7705. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12067-y>.
3. The World Economic Forum (January 1, 2016). *Future of Jobs Report 2016*. <https://www.weforum.org/publications/series/future-of-jobs/>.
4. The World Economic Forum (May 1, 2023). *Future of Jobs Report 2023*. <https://www.weforum.org/reports/the-future-of-jobs-report-2023/>.
5. Yaremiy, S.I., Yaremiy, I.P., Moysenko, M.I., Shulepa, S.G., & Lisovska, S.A. (2023). Study of the infection spread using mathematical modeling in professional higher medical educational institutions. *Art of medicine*, 4(28), 201-208. <https://doi.org/10.21802/artm.2023.4.28.201>.
6. Авшенюк, Н. М., & Товканець, Г. В. (2022). *Універсальні навички XXI століття: педагогічні акценти професійної підготовки і вищої освіти*. Редакційно-видавничий центр МДУ.
7. Васильків, І. М. (2020). *Основи теорії ймовірностей і математичної статистики*. ЛНУ імені Івана Франка.
8. *Державний стандарт базової середньої освіти*. (2020). Затверджений постановою Кабінету Міністрів України № 898. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-n#n16>
9. Кривенко, І.П. (2013а). Компетентнісні завдання як засіб формування у майбутніх лікарів компетентності з опрацювання медико-біологічних даних у процесі навчання медичної інформатики. *Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький ДПУ ім. Г. Сковороди»*: Тем. Вип. «Міжнародні Чеппанівські психолого-педагогічні читання», 1(29), 378–384.
10. Кривенко, І.П. (2013b). Сучасні тенденції застосування медичної інформатики у професійній діяльності лікарів. *Вітчизняна та світова медицина в умовах сучасності: Збірник матеріалів міжнародної науково-практичної конференції* (с. 9–12). Організація наукових медичних досліджень «Salutem».
11. Пасичник, О. (2020). Навички майбутнього: що розвивати в сучасних учнях. *Освіта.UA, Реформа середньої освіти*. <https://osvita.ua/school/reform/77179/>.
12. Скрипка, Г.В. (2016). Формування в учнів навичок XXI століття засобами інформаційно-комунікаційних технологій. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 54(4), 99-107. <https://doi.org/10.33407/itlt.v54i4.1410>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Kalyany, L.K. (2024). The Role of Technology in Education: Enhancing Learning Outcomes and 21st Century Skills. *IJSRMST* 3(4), <https://doi.org/10.59828/ijsrmst.v3i4.199>.
2. Siddiq, F., Olofsson, A., Lindberg, J., & Tomczyk, L. (2023). What will be the new normal? Digital competence and 21st-century skills in education. *Education and Information Technologies*, 29, 7697-7705. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12067-y>.
3. The World Economic Forum (January 1, 2016). *Future of Jobs Report 2016*. <https://www.weforum.org/publications/series/future-of-jobs/>.
4. The World Economic Forum (May 1, 2023). *Future of Jobs Report 2023*. <https://www.weforum.org/reports/the-future-of-jobs-report-2023/>.
5. Yaremiy, S.I., Yaremiy, I.P., Moysenko, M.I., Shulepa, S.G., & Lisovska, S.A. (2023). Study of the infection spread using mathematical modeling in professional higher medical educational institutions. *Art of medicine*, 4(28), 201-208. <https://doi.org/10.21802/artm.2023.4.28.201>.
6. Avsheniuk, N. M., & Tovkanets, H. V. (2022). Universalni navychky XXI stolittia: pedahohichni aktsenty profesiinoi pidhotovky i vyshchoi osvity [Universal skills of the 21st century: pedagogical accents of professional training and higher education]. *Redaktsiino-vydavnychyi tsestr MDU*. (in Ukrainian).
7. Vasykiv, I. M. (2020). *Osnovy teorii ymovirnostei i matematychnoi statystyky [Basics of probability theory and mathematical statistics: teaching]*. LNU imeni Ivana Franka. (in Ukrainian).
8. *Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity [State standard of basic secondary education]*. (2020) Zatverdzhenyi postanovoiu Kabinetu Ministriv Ukrainy № 898 – Approved by Resolution No. 898 of the Cabinet of Ministers of Ukraine <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-p#n16>. (in Ukrainian).
9. Kryvenko, I.P. (2013a). Kompetentnisni zavdannia yak zasib formuvannia u maibutnix likariv kompetentnosti z opratsiuvannia medyko-biologichnykh danykh u protsesi navchannia medychnoi informatyky [Competency tasks as a means of forming the competence of future doctors in the processing of medical and biological data in the process of learning medical informatics]. *Humanitarnyi visnyk DVNZ «Pereiaslav-Khmelnytskyi DPU im. H Skovorody»*: Tem. Vyp. «Mizhnarodni Chelpanivski psykhologo-pedahohichni chytannia» – *Humanitarian Bulletin of the Pereiaslav-Khmelnytskyi DPU named after G. Skovorody*: Tem. Vol. "International Chelpaniv psychological and pedagogical readings", 1(29), 378–384 (in Ukrainian).
10. Kryvenko, I.P. (2013b). Suchasni tendentsii zastosuvannia medychnoi informatyky u profesiinii diialnosti likariv. Vitczyzniana ta svitova medytsyna v umovakh suchasnosti [Modern trends in the application of medical informatics in the professional activity of doctors. Domestic and world medicine in modern conditions] *Zbirnyk materialiv mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii. Orhanizatsiia naukovykh medychnykh doslidzhen «Salutem» – Collection of materials of the international scientific and practical conference* (s. 9–12). (in Ukrainian).
11. Pasichnyk, O. (2020) Navychky maibutnoho: shcho rozvyvaty v suchasnykh uchniakh [Skills of the future: what to develop in modern students]. *Osvita.UA, Reforma serednoi osvity – Osvita.UA, Reform of secondary education*. <https://osvita.ua/school/reform/77179/> (in Ukrainian).
12. Skrypka, H.V. (2016). Formuvannia v uchniv navychok XXI stolittia zasobamy informatsiino-komunikatsiinykh tekhnolohii [Formation of 21st century skills in students by means of information and communication technologies]. *Informatsiini tekhnolohii i zasoby navchannia – Information technologies and teaching aids*, 54(4), 99-107. <https://doi.org/10.33407/itlt.v54i4.1410>. (in Ukrainian).

Матеріал надійшов до редакції 24.11.2024р.



АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

А		К	
Астаф'єва М.	6	Коваль О.	34
В		Крамаренко Т.	42
Вишневецький О.	13	С	
Власій О.	49	Слюсаренко М.	27
Вороніна М.	18	Т	
Г		Толмачов В.	18
Гладушина Р.	18	У	
Грузьова К.	6	Умрик М.	34
Д		Я	
Деордіца Т.	18	Яремій І.	49
З		Яремій С.	49
Здещиц А.	27		
Здещиц В.	27		

Наукове видання

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

Key title: Fiziko-matematična osvita

Abbreviated key title: Fiz.-mat. osv.

Том 40, № 1

2025

Друкується в авторській редакції
Матеріали подані мовою оригіналу

Відповідальний за випуск

О.В. Семеніхіна

Комп'ютерна верстка

О.М. Удовиченко

Ідентифікатор медіа:

R30-02975

<https://fmo-journal.org/>

Підп. до друку 24.02.2025.

Формат 60x84/8. Гарнітура Calibri. Папір офсетний. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 6,8.
Ум. фарб.-відб. 6,8. Обл.-вид. арк. 6,13. Тираж 50 пр. Вид. №5

Видавець:

СумДПУ імені А. С. Макаренка
40002, м.Суми, вул.Роменська, 87
Свідоцтво ДК № 231 від 02.11.2000 р.

Виготовлювач:

ФОП Цьома С.П. 40002, м. Суми, вул. Роменська, 100.
Тел.: 066-293-34-29.
Зам. № 6

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
серія ДК, № 5050 від 23.02.2016.