Generation and investigation of number series using geometric model and combination of series $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ and $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}$. Current issues of natural and mathematical education, 1(21), 46–54).
9. Корольський, В. В., Шокалюк, С. В., Мельниченко, Ю. А. (2018). Теоретико-методичні засади геометричного моделювання числових рядів. Фізико-математична освіта, 4(18), 81–89. (Korolskiy, V. V., Shokaluk, S. V., Melnychenko, Y. A. (2018). Theoretical and methodological foundations of geometric modeling of numerical series. Physical and mathematical education, 4(18), 81–89).

Dzyharska N. S., Korolskiy V. V., Mykhailova Y. A., Turaieva O. V. Application of geometric models when studying the subject «Number sequences» by lyceum students.

Summary*. In the process of studying mathematical disciplines, any learning technology is aimed at developing competencies in problem solving. The problem books offered for general education institutions offer a selection of problems with formally expressed conditions without any connection to the parameters of real objects and phenomena. This is especially true for problems in the study of one of the most important sections of mathematics, "Numerical sequences". Therefore, the creation of new types of tasks for studying this section, in which the didactic principle of visualization is realized, is of great importance.*

The purpose of the study is to create a system of tasks on the topic "Numerical sequences" based on a geometric model for lyceum students. The object of the study is numerical sequences. The subject of the study is the use of sequences of geometric images placed within the constructed geometric model and the determination of sequences of different mathematical quantities depending on the level of complexity of the tasks. The methods of comparison, analogy, analysis and synthesis, modeling were used in the study.

The results of the study: an algorithm for creating conditions for problems on the topic "Numerical sequences" for lyceum students is proposed; the process of deriving the common term of a numerical sequence using a square located in the Cartesian coordinate system is demonstrated; the possibility of using the model under consideration to create other types of problems is revealed; several methods of solving problems are shown depending on the level of knowledge of the student, his or her potential and aspirations.

The study has shown that geometric interpretation makes the process of solving problems more visual, allows to use not only motor but also visual memory, shows a close connection between different sections of mathematics, and makes the process of cognition more complete and effective. The modeling method allows you to gain a thorough knowledge of such a concept as "numerical sequence" not by direct study, but by studying a similar phenomenon using a geometric model.

Key words: *numerical sequence, geometric model, geometric images, problem system, visualization, sequence of values.*

УДК 378.016:517
DOI 10.5281/zenodo.10214479

В. В. Корольський
ORCID ID 0000-0002-7409-4201
Я. А. Михайлова
ORCID ID 0009-0009-3147-3410
Криворізький державний педагогічний університет

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЛОВИХ РЯДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ЗАДАНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА КОМБІНАЦІЇ РЯДІВ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ І $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}$

Метою дослідження є одержання і опрацювання числових рядів за допомогою заданої геометричної моделі і комбінації рядів. Об'єкт дослідження – числові ряди.

Предмет дослідження – використовуючи геометричну модель, скласти загальні члени числових рядів та провести дослідження на збіжність отриманих рядів.

Використавши такі методи, як аналіз наукової літератури, синтез та узагальнення власних напрацювань, була досягнута мета дослідження.

Результати дослідження: на основі заданої геометричної моделі одержано і досліджено на збіжність числові ряди з декількома геометричними інтерпретаціями членів цих рядів. З'ясовано, що геометричне моделювання членів гармонійного ряду і ряду геометричної прогресії надає можливості формулювати задачі по створенню і дослідженню нових числових рядів, добирати порівнювані числові ряди, з'ясовувати їх характерні, непомітні при використання традиційних «сігма-моделей» рядів, закономірності поведінки членів ряду і процесу їх збіжності чи розбіжності.

Продемонстровані можливі алгоритми геометричного моделювання членів рядів за умовами використання комбінації заданих рядів. Встановлено, що геометричне моделювання числових рядів дає можливість реалізації зв'язків між шкільним курсом математики та математичним аналізом, аналітичною геометрією і алгеброю. Таким чином з'являється можливість створювати задачі для учнів ліцеїв, які можна пропонувати для проведення шкільних олімпіад і факультативів. В подальшому планується створення збірника на основі комбінації декількох геометричних моделей та певної кількості числових рядів, з метою його представлення на факультативних заняттях з математики, на різних етапах математичної олімпіади, яка призначена здебільшого для учнів ліцеїв, а також можливе використання цього збірника студентами різних вищих навчальних закладів під час проходження навчальних курсів «Вищої математики» та «Математичного аналізу».

Ключові слова: *числовий ряд; геометрична інтерпретація; геометрична модель; геометричне моделювання; збіжність числового ряду; математичний аналіз; задача; збірник.*

Постановка проблеми. Досить часто на початковому етапі вивчення числових рядів, як у учнів ліцеїв при підготовці до олімпіад, так і у здобувачів вищої освіти при опрацюванні розділу «Числові ряди» виникають багато питань щодо їх представлення, знаходження загальних членів рядів та доведення на збіжність цих рядів. Для того, щоб це уникнути, варто розпочати вивчення числових рядів із представлення геометричної інтерпретації членів рядів, що дасть змогу глибше зрозуміти суть таких понять, як числовий ряд, загальний член ряду та збіжність числового ряду.

Також варто зазначити, що на сьогоднішній день спостерігається дуже мала низка навчальних матеріалів, а саме задач з використанням геометричних інтерпретацій та геометричних моделей, тому важливо буде представити певну кількість задач яка може бути використана, як під час підготовки до олімпіад учнями ліцеїв, так і здобувачами вищої освіти при проходженні розділу «Числові ряди». Можливо навіть буде доцільним дати змогу учням самим розробити невеликі геометричні моделі для дослідження числових рядів і тим самим розвивати їх дослідницькі здібності.

Аналіз актуальних досліджень. Присвячено ряд публікацій щодо геометричного моделювання числових рядів, їх одержання та дослідження на збіжність, а саме роботи K. Deadman [1]; Y. Mykhailova [2]; S. Lucas, A. Nimbran [3]; A. Plaza [4]; W. Roseveare [5]; W. Ruckle [6], В. Д. Бобирь [7; 14]; В. В. Корольського [2; 8; 9; 10; 11; 12]; С. С. Габ [10]; А. І. Римар [11, 13]; С. В. Шокалюк, Ю. А. Мельниченко [12]; А. М. Христюк [7; 14].

Мета статті. Представити певну сукупність задач по створенню числових рядів з візуалізацією їх членів шляхом використання геометричної інтерпретації та дослідити одержані ряди на збіжність.

Виклад основного матеріалу. На основі заданої геометричної моделі, яка зображена на рис. 1 одержано і досліджено на збіжність числові ряди з декількома геометричними інтерпретаціями членів цих рядів, які подані нижче.

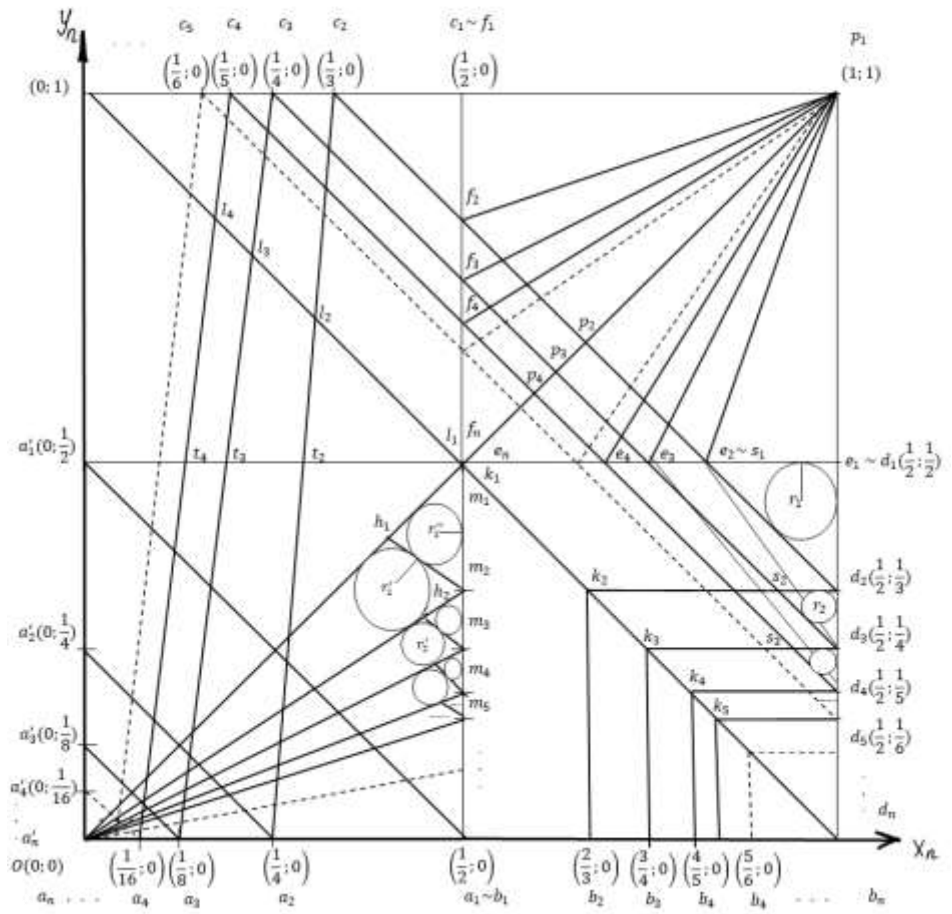

Рис. 1. Геометрична модель, побудована в квадраті зі стороною a=1 в системі координат OXY. Квадрат має вершини в т. т. (0;0), (1;0), (1;1), (0;1)

Розглянемо декілька задач точкової геометричної інтерпретації.

Задача 1. Знайти ряди: $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \mathrm{x_n}$, $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \mathrm{y_n}$, де $(\mathrm{x_n}, \mathrm{y_n})$ – координати послідовності т. т. l_{n}.

З рис. 1 видно, що координати послідовності т. т. l_{n} симетричні k_{n}, тому

$$l_1\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right);\ l_2\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right);\ l_3\left(\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right);\ l_4\left(\frac{1}{5};\frac{4}{5}\right);\ \dots\ ;\ l_{\mathrm{n}}(0;1)$$

Отже, $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \mathrm{x_n} = \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$ $(*)$, $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \mathrm{y_n} = \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ (**) (1).

Ряд виду (1,*) дослідимо на збіжність.

Необхідна умова виконується: $\lim\limits_{\mathrm{n}\to\infty} \frac{1}{n+1} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$.

Використаємо граничну ознаку порівняння, за допомогою наступних рядів: $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (I) і $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$ (II). Ряд виду (I) є гармонійним і він є розбіжним. Розглянемо наступну границю: $\lim\limits_{\mathrm{n}\to\infty} \frac{1}{n} \cdot (\mathrm{n}+1) = \lim\limits_{\mathrm{n}\to\infty} 1 + \frac{1}{n} = 1$.

Отже, оскільки ряд виду (I) є розбіжним, то і ряд $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \mathrm{x_n} = \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$ $(*)$, теж є розбіжним.

Ряд виду (1,**) дослідимо на збіжність. Необхідна умова не виконується: $\lim\limits_{\mathrm{n}\to\infty} \frac{n}{n+1} = \lim\limits_{\mathrm{n}\to\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{n}} = 1 \neq 0$. Отже, ряд $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \mathrm{y_n} = \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ (**) розбіжний.

Задача 2. Записати ряди: $\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \mathrm{a_n} = \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} a'_n$

З рисунку видно, що координати послідовності т. т. a_{n}і a'_n такі:

$$a_1\left(\frac{1}{2};0\right);\ a_2\left(\frac{1}{4};0\right);\ a_3\left(\frac{1}{8};0\right);\ a_4\left(\frac{1}{16};0\right);\ \dots\ ;\ a_{\mathrm{n}}(0;0)$$

$$a'_1\left(0;\frac{1}{2}\right);\ a'_2\left(0;\frac{1}{4}\right);\ a'_3\left(0;\frac{1}{8}\right);\ a'_4\left(0;\frac{1}{16}\right);\ \dots\ ;\ a'_n(0;0)$$

Отже, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a'_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ (2).

Ряд виду (2) дослідимо на збіжність. Необхідна умова виконується: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{2^n} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$. Використаємо радикальну ознаку Коші: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{1}{2^n}} = \frac{1}{2}$. Оскільки $\frac{1}{2} < 1$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ збіжний.

Знайдемо суму цього ряду за допомогою формули суми геометричної прогресії.

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \left[s_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}\right] = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}\cdot\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n-1\right)}{\frac{1}{2}-1} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}\cdot\left((\frac{1}{2})^n-1\right)}{-\frac{1}{2}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} -\left((\frac{1}{2})^n-1\right) = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right) = 1$$

Отже, сума ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ дорівнює 1.

Нижче розглянемо задачі лінійної геометричної інтерпретації.

Задача 3. Знайти ряд: $\sum_{n=1}^{\infty}\left|\overline{d_n d_{n+1}}\right|$

$\left|\overline{d_1 d_2}\right| = \frac{1}{2}-\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$; $\left|\overline{d_2 d_3}\right| = \frac{1}{3}-\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$; $\left|\overline{d_3 d_4}\right| = \frac{1}{4}-\frac{1}{5} = \frac{1}{20}$; …; $\left|\overline{d_n d_{n+1}}\right| = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{n+2-n-1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

Отже, $\sum_{n=1}^{\infty}\left|\overline{d_n d_{n+1}}\right| = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ (3).

Ряд виду (3) дослідимо на збіжність. Необхідна умова виконується: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$. Використаємо ознаку порівняння: порівняємо ряди $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ (I) і $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ (II). Оскільки 2 > 1, то ряд виду (I) збігається. При порівнянні отримали, що $\frac{1}{(n+1)(n+2)} \le \frac{1}{n^2}$.

Отже, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ теж є збіжним.

Знайдемо суму цього ряда, для цього розкладемо загальний член ряда на суму двох дробів методом невизначених коефіцієнтів.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)} = \left[\begin{array}{c}\frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n+1}+\frac{B}{n+2} = \frac{An+2A+Bn+B}{(n+1)(n+2)} = \frac{(A+B)n+2A+B}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2} \\ \begin{cases}2A+B=1\\ A+B=0\end{cases};\ \begin{cases}-2B+B=1\\ A=-B\end{cases};\ \begin{cases}B=-1\\ A=1\end{cases};\end{array}\right]$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$$

$$S_n = \frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\dots-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2} = \frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}$$

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2} = \frac{1}{2}$$

Отже, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ збіжний до суми $S = \frac{1}{2}$

Доцільно відмітити, що розв’язання окремих задач можна здійснювати різними способами, принаймні задачі на квадратурну геометричну інтерпретацію розв’язуються трьома різними способами, тому можна у якості додаткових завдань для студентів і учнів пропонувати знаходження різних способів розв’язання тієї чи іншої задачі.

Задача квадратурної геометричної інтерпретації представлено нижче.

Задача 4. Знайти ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta O a'_n a_n}$

І спосіб: Використаємо шкільні формули для знаходження $S_{\Delta O a'_n a_n}$. В даному випадку:

$$S = \frac{1}{2}\,\mathrm{ab}\sin\alpha \Rightarrow \; S_{\Delta O a'_n a_n}. = \frac{1}{2^n}\cdot\frac{1}{2^n}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2^{2n+1}}$$

Отже, $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta O a'_n a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n+1}}$ (5)

Ряд виду (5) дослідимо на збіжність. Необхідна умова виконується: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{2^{2n+1}} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$. Використаємо радикальну ознаку Коші: $\frac{1}{2}\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{1}{2^{2n}}} = \frac{1}{8}$. Оскільки $\frac{1}{8} < 1$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{2n+1}}$ збіжний.

Знайдемо суму цього ряду за допомогою формули суми геометричної прогресії.

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \left[s_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}\right] = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{8}\cdot\left(\left(\frac{1}{4}\right)^n-1\right)}{\frac{1}{4}-1} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{8}\cdot\left(\left(\frac{1}{4}\right)^n-1\right)}{-\frac{3}{4}} = \lim_{n\to\infty} -\frac{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n-1\right)}{3\cdot 2} =$$

$$= \frac{1}{6}\cdot\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{6}$$

Отже, сума ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{2n+1}}$ дорівнює $\frac{1}{6}$.

ІІ спосіб: Використаємо формулу з аналітичної геометрії через відомі координати вершин трикутника.

$$S_\Delta = \frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$$

$$S_{\Delta O a'_n a_n} = \frac{1}{2}\left|\left(-\frac{1}{2^n}\right)\cdot 0-\left(-\frac{1}{2^n}\right)\left(\frac{1}{2^n}\right)\right| = \frac{1}{2^{2n+1}}$$

Отже, $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta O a'_n a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n+1}}$ (5)

ІІІ спосіб: Використаємо формулу для обчислення площі за допомогою визначеного інтеграла:

$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$S_{\Delta O a'_n a_n} = \int_0^{\frac{1}{2^n}}\left(-x+\frac{1}{2^n}\right)dx = \left(-\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2^n}x\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{2^n}} = \frac{-1}{2^{2n+1}}+\frac{1}{2^{2n}} = \frac{-1+2}{2^{2n+1}} = \frac{1}{2^{2n+1}}$$

Отже, $\sum_{n=1}^{\infty} S_{\Delta O a'_n a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n+1}}$ (5)

Було представлено різні способи розв’язання однієї задачі, скориставшись якими ми прийшли до одного і того самого загального члена ряду.

Далі розглянемо задачу кубатурної геометричної інтерпретації.

Задача 5. Знайти ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$, де v_n – об’єми тіл обертання прямих $|\overline{o\,m_n}|$ навколо осі OX.

Використаємо наступну формулу:

$$V = \pi\int_a^b f^2(x)\,dx$$

Враховуючи координати точок $o(0;0), m_n\left(\frac{1}{2};\frac{1}{n+1}\right)$, одержуємо:

$$V_n = \pi \int_0^{\frac{1}{2}} f^2(x)\,dx$$

Знайдемо підінтегральну функцію, тобто рівняння послідовності прямих, на яких розташовані точки o, m_n.

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{n+1}}$$

Спрощуючи даний вираз, отримаємо:

$$y = \frac{2x}{n+1}$$

$$V_n = \pi \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2x}{n+1}\right)^2 dx = \frac{4\pi}{(n+1)^2} \int_0^{\frac{1}{2}} x^2\,dx = \frac{4\pi}{(n+1)^2} \left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} \cdot \frac{4\pi}{(n+1)^2} = \frac{\pi}{6(n+1)^2}$$

Отже, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{6(n+1)^2}$ (6), де v_n – об'єми тіл обертання прямих $|\overline{o\,m_n}|$ навколо осі OX.

Ряд виду (6) дослідимо на збіжність. Необхідна умова виконується: $\frac{\pi}{6} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n+1)^2} = \left[\frac{\pi}{6} \cdot 0\right] = 0.$

Використаємо ознаку порівняння: порівняємо ряди $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ (I) і $\frac{\pi}{6} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$ (II). Оскільки 2 > 1, то ряд виду (I) збігається. При порівнянні отримали, що $\frac{1}{(n+1)^2} \leq \frac{1}{n^2}$.

Отже, ряд $\frac{\pi}{6} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$ теж є збіжним

Перелік таких задач можна продовжувати. Взагалі, за допомогою повної розробленої нами моделі, яка включає декілька фрагментів, сформульована і розв'язана наступна кількість задач з різною геометричною інтерпретацією: 17 рядів з точковою інтерпретацією; 31 ряд – з лінійною; 38 рядів – з квадратурною; 11 рядів – з кубатурною. В подальшому ми будемо продовжувати пошук геометричних моделей, за допомогою яких будуть одержані певні збірки задач для використання учнями ліцеїв та при вивченні числових рядів студентами вищих навчальних закладів.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. На основі геометричної моделі, яка побудована в квадраті зі стороною a=1 було отримано чимало числових рядів та проведено дослідження на їх збіжність. Продемонстровані можливі алгоритми геометричного моделювання членів рядів за умовами використання комбінації гармонійного ряду і ряду геометричної прогресії.

В подальшому планується створення збірника на основі комбінації декількох геометричних моделей та певної кількості числових рядів, з метою його представлення на факультативних заняттях з математики, на різних етапах математичної олімпіади, яка призначена здебільшого для учнів ліцеїв, а також можливе використання цього збірника студентами різних вищих навчальних закладів під час проходження навчальних курсів «Вищої математики» та «Математичного аналізу».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Deadman, K. (1970). Convergence of geometric series. The Mathematical Gazette, 54(388), 140–141. doi:10.2307/3612095.
2. Korolskyi, V., Mykhailova, Y. (2023). Creating a selection of tasks based on a geometric model and a combination of numerical series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ I $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$. IV International Scientific

and Practical Internet Conference «Mathematics and Informatics in Science and Education: Challenges of Modernity» (May 25-26, 2023). Vinnytsia, Ukraine, сс. 107–108.

3. Lucas, S., Nimbran, A. (2022). Monotonic series for fractions near π and their convergents. The Mathematical Gazette, 106(566), 300–309. doi:10.1017/mag.2022.70.
4. Plaza, Á. (2016). Proof without words: Sum of a numerical series by telescoping. The Mathematical Gazette, 100(549), 523–523. doi:10.1017/mag.2016.125.
5. Roseveare, W. (1905). On Convergence of Series. The Mathematical Gazette, 3(54), 246-250. doi:10.1017/S0025557200070625.
6. Ruckle, W. (1970). An Abstract Concept of the Sum of a Numerical Series. Canadian Journal of Mathematics, 22(4), 863–874. doi:10.4153/CJM-1970-098-5.
7. Бобирь, В. Д., Христюк, А. М. (2019). Зв'язок рядів арифметичної прогресії та гармонічних рядів. Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2019 р.) (Черкаси, 11–12 квітня 2019 р.). Черкаси: Вид. ФОП Гордієнко Є. І. (Bobyr, V. D., Hrystiuk, A. M. (2019). The relationship between the series of arithmetic progression and harmonic series. Materials of the International Scientific and Methodical Conference "Problems of Mathematical Education" (PMO – 2019) (Cherkasy, Apr. 11–12, 2019). Cherkasy: Ed. FOP Gordienko E. I.).
8. Корольський, В. В. (2017). Геометрична інтерпретація числових рядів. Новітні комп’ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XV. Кривий Ріг, 57–63 (Korolskiy, V. V. (2017). Geometric interpretation of numerical series. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XV. Kryvyi Rih, 57–63).
9. Корольський, В. В. (2018). Геометрична інтерпретація числового ряду арифметичної прогресії. Новітні комп’ютерні технології: науково-методичний збірник. Том XVI. Кривий Ріг, 59–66 (Korolskiy, V. V. (2018). Geometric interpretation of a numerical series of arithmetic progression. Latest computer technologies: scientific and methodical collection Volume XVI. Kryvyi Rih, 59–66).
10. Корольський, В. В., Габ, С. С. (2018). Лінійна, квадратурна та кубатурна геометрична інтерпретація числових рядів засобами моделювання. Новітні комп’ютерні технології: науково-методичний збірник. С. О. Семеріков (ред.). Кривий Ріг, XVI, 67–73 (Korolskiy, V. V., Gab, S. S. (2018). Linear, quadrature and cuboidal geometric interpretation of numerical series by means of modeling. Latest computer technologies: scientific and methodical collection. S. O. Semerikov (Ed.). Kryvyi Rih, XVI, 67–73).
11. Корольський, В. В., Римар, А. І. (2022). Геометрична інтерпретація числових рядів, пов’язаних з державною символікою. Актуальні питання природничо-математичної освіти: збірник наукових праць. Суми, 2(20), 29–38. (Korolskiy, V. V., Rymar, A. I. (2022). Geometric interpretation of numerical series associated with state symbols. Topical issues of natural and mathematical education: a collection of scientific papers. Sumy, 2(20), 29–38).
12. Корольський, В. В., Шокалюк, С. В., Мельниченко, Ю. А. (2018). Теоретико-методичні засади геометричного моделювання числових рядів. Фізико-математична освіта, 4(18), 81–89 (Korolskiy, V. V., Shokaluk, S. V., Melnychenko, Y. A. (2018). Theoretical and methodological foundations of geometric modeling of numerical series. Physical and mathematical education, 4(18), 81–89).
13. Римар, А. І. (2022). Геометрична інтерпретація числових рядів, пов’язаних з об’єктами флори. Наукові записки молодих учених, випуск 10. Кропивницький: РВВ ЦДПУ ім. В. Винниченка. (Rymar, A. I. (2022). Geometric interpretation of numerical series associated with flora objects. Scientific notes of young scientists, Issue 10. Kropyvnytskyi: V. V. Vynnychenko Central State Pedagogical University).
14. Христюк, А. М., Бобирь, В. Д. (2019). Реалізація дидактичного принципу наочності при вивченні числових рядів. X Міжнародна конференція молодих вчених «Молоді вчені 2019 – від теорії до практики» (Дніпро, 7 березня 2019 р.). Дніпро (Hrystiuk, A. M., Bobyr, V. D. (2019). Implementation of the didactic principle of visuality in the study of number series. 10th International Conference of Young Scientists "Young Scientists 2019 – from Theory to Practice" (Dnipro, March, 7 2019). Dnipro).

Korolskiy V. V., Mykhailova Y. A. Construction and research of numerical series using a given geometric model and a combination of series $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ and $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}$.

Summary. *The purpose of the study is to obtain and process numerical series using a given geometric model and a combination of series. The object of research is numerical series. The subject of the study is to use the geometric model to compose the general terms of numerical series and to conduct a study on the convergence of the resulting series.*

Using such methods as analysis of scientific literature, synthesis and generalization of own developments, the research goal was achieved.

The results of the study: based on a given geometric model, numerical series with several geometric interpretations of the terms of these series were obtained and studied for convergence. It was found that the geometric modeling of the members of the harmonic series and the geometric progression series makes it possible to formulate tasks for the creation and study of new numerical series, to select comparable numerical series, to find out their characteristic features, which are invisible when using traditional "sigma models" of series, the regularities of the behavior of the series members and the process of their convergence or divergence.

Possible algorithms for geometric modeling of series terms are demonstrated in terms of using a combination of given series. It is established that the geometric modeling of numerical series makes it possible to realize the links between the school mathematics course and mathematical analysis, analytical geometry and algebra. Thus, it becomes possible to create problems for lyceum students that can be offered for school competitions and electives. In the future, it is planned to create a collection based on a combination of several geometric models and a certain number of number series, in order to present it at optional mathematics classes, at different stages of the mathematical Olympiad, which is intended mainly for lyceum students, as well as the possible use of this collection by students of various higher education institutions during the courses of "Higher Mathematics" and "Mathematical Analysis".

Key words*: numerical series; geometric interpretation; geometric model; geometric modeling; convergence of a numerical series; mathematical analysis; problem; collection.*

УДК 371.321
DOI 10.5281/zenodo.10214757

І. В. Никифорчин
ORCID ID 0000-0003-0210-3188
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника

ЗАДАЧІ ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ ТА ЇХ ВПРОВАДЖЕННЯ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

Проблема підвищення фінансової грамотності населення України має особливу актуальність. За останні роки обсяг послуг, що пропонується фінансовим ринком, зріс у декілька разів, проте невисока фінансова грамотність населення не дозволяє залучати споживачів до грамотного користування ними. Основи фінансової грамотності не є обов'язковим компонентом ні в загальній середній, ні у вищій школі, тому населення в більшості не здатне до раціональної поведінки на фінансовому ринку. Тому важливо включати елементи фінансової грамотності в навчальні плани різних предметів, зокрема і в математику.

Основи фінансової грамотності не є обов'язковою складовою ні загальної середньої, ні вищої освіти. Ми пропонуємо впровадити ретельно відібрані цикли фінансово орієнтованих завдань до програм різних предметів, зокрема, до шкільної математики.

Аналіз публікацій з даної теми свідчить, що питання формування фінансової грамотності учнів закладів загальної середньої освіти, аспектів підготовки вчителів школи до такої категорії проблем не висвітлені в сучасних педагогічних дослідженнях достатньою мірою.