

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ТА МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ МЕТОДУ РОЗПОДІЛЕНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛУ ДЛЯ АДАПТИВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ БІЗНЕС-ПРОЦЕСІВ В УМОВАХ VUCA-СЕРЕДОВИЩА

THEORETICAL AND METHODOLOGICAL FOUNDATIONS AND MATHEMATICAL APPARATUS OF THE DISTRIBUTED DIFFERENTIAL METHOD FOR ADAPTIVE OPTIMIZATION OF BUSINESS PROCESSES IN VUCA ENVIRONMENT

Сучасне бізнес-середовище, що характеризується волатильністю, невизначеністю, складністю та неоднозначністю, актуалізує потребу в адаптивній оптимізації бізнес-процесів. У статті обґрунтовано метод розподіленого диференціалу (МРД) як теоретико-методологічну основу динамічного управління бізнес-процесами в умовах стохастичних впливів. Концепція «динамічного поля ефективності» розглядає організацію як багатовимірну систему станів, у якій інтегральна функція ефективності визначає потенціал розвитку. Математичний апарат МРД, поданий у вигляді кортежу $S=(X,U,F,\Omega,P,t)$, забезпечує системність і адаптивність управлінських рішень. Принцип управлінського градієнта дозволяє здійснювати траєкторну навігацію та поєднує аналітичну строгість із парадигмами Lean, Agile та MVP, перетворюючи оптимізацію бізнес-процесів на інтегрованій механізм стратегічного управління ефективністю.

Ключові слова: VUCA-середовище, метод розподіленого диференціалу, адаптивна оптимізація, бізнес-процеси, динамічне поле ефективності, управлінський градієнт, стохастична оптимізація, динамічні можливості, траєкторна навігація

The turbulence of the modern business environment characterized by volatility, uncertainty, complexity, and ambiguity – requires the transformation of classical management paradigms toward adaptive, analytically grounded control of business processes. Traditional optimization approaches, including linear programming, heuristic algorithms, and statistical control, remain limited by their static nature and low managerial interpretability. This article introduces and substantiates the Distributed Differential Method (DDM), developed by the author as a theoretical and methodological framework for adaptive optimization of interrelated business processes within dynamic and stochastic environments. The method's conceptual foundation – the “dynamic efficiency field” – reinterprets a business system as a multidimensional network of interacting processes, where the integral efficiency function $F(X)$ defines the overall organizational potential for sustainable performance growth. The DDM's mathematical apparatus is formalized as a tuple $S=(X,U,F,\Omega,P,t)$, integrating process states, managerial decisions, objective functions, constraints, probabilistic disturbances, and temporal dynamics. This construction enables real-time modeling of business process interdependencies and iterative correction of managerial trajectories under uncertainty. The managerial gradient principle, forming the method's analytical core, transforms optimization from a static problem into a process of continuous, trajectory-based coordination and improvement of business processes. DDM ensures systemness through quantitative modeling of process relationships, adaptability through iterative gradient learning, and robustness through stochastic scenario integration. The method bridges mathematical optimization with managerial reasoning and aligns with Lean, Agile, and MVP paradigms, allowing for transparent and interpretable decision-making. Practical simulations of production, logistics, and service process chains confirm DDM's potential to stabilize performance, reduce inefficiencies, and support proactive business process management in complex environments.

Key words: VUCA environment, distributed differential method, adaptive optimization, business processes, dynamic efficiency field, management gradient, stochastic optimization, dynamic capabilities, trajectory navigation.

УДК 005.332.1:519.8

DOI: <https://doi.org/10.32782/dees.20-18>

Ковтун О.О.¹

здобувач PhD,
Міжнародний гуманітарний університет,
м. Одеса

Kovtun Oleksandr

International Humanitarian University,
Odesa

Постановка проблеми. Сучасне бізнес-середовище дедалі частіше функціонує в умовах високої волатильності, невизначеності, складності та неоднозначності (VUCA), що радикально змінює логіку управління бізнес-процесами. У цих умовах класичні оптимізаційні підходи – попри їхню доведену ефективність у стабільних економічних системах – виявляють обмежену здатність оперативно реагувати на швидкі ринкові коливання, технологічні зрушення та непередбачувані зовнішні шоки, що зумовлює зниження операційної ефективності, втрату конкурентних переваг та зростання

стратегічної вразливості підприємств. Ключове протиріччя полягає у зростаючому розриві між аналітичною точністю традиційних економіко-математичних моделей (лінійного та нелінійного програмування, евристичних алгоритмів, статистичного контролю якості тощо) та вимогами динамічного VUCA-середовища, яке потребує адаптивних рішень, здатних не лише реагувати на зміни, а й проактивно формувати траєкторію розвитку бізнес-систем. Більшість існуючих інструментів орієнтовані на обчислення числового оптимуму, однак не забезпечують достатньої інтерпретованості для

¹ ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9140-3625>

управлінців, не визначають точок управлінського втручання та не інтегруються в сучасні управлінські парадигми (Agile, Lean, MVP), що актуалізує потребу у створенні принципово нового інструменту оптимізації, який поєднував би аналітичну строгість із адаптивною логікою прийняття рішень, враховував стохастичну природу середовища та інтегрувався у реальний управлінський цикл. Такий підхід має забезпечувати не лише реактивне коригування дій, а й побудову стратегічно стійких траєкторій розвитку організацій. Одним із перспективних рішень у цьому контексті виступає метод розподіленого диференціалу (МРД) – інструмент, що базується на концепції динамічного поля ефективності та спрямований на поєднання адаптивності, інтерпретованості та стратегічної інтегрованості оптимізаційних процесів в умовах невизначеності. МРД дозволяє не лише знаходити оптимальні управлінські рішення, а й визначати напрямки системних змін у реальному часі, перетворюючи оптимізацію з ізольованої математичної процедури на динамічний управлінський процес.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Питання адаптивного управління бізнес-процесами в умовах VUCA-середовища набуває особливої актуальності в контексті зростання глобальної турбулентності, коли статичні оптимізаційні моделі втрачають ефективність, а ключову роль починають відігравати динамічні можливості та проактивні інструменти стратегічного управління. У дослідженні М. Крістофаро, К. Хелфат та Д. Тіса [1] обґрунтовано еволюцію концепції динамічних можливостей як ключового механізму забезпечення еволюційної стійкості організацій у VUCA-середовищі. Автори описують «нексус» – двосторонній зв'язок між динамічними можливостями підприємства та середовищем, де механізми адаптації, формування та еволюції дозволяють не лише реагувати на зміни, а й впливати на ринковий контекст. Наголошується на прогаліні: відсутності кількісних моделей реального часу для оцінювання та прогнозування такого зв'язку.

У роботі І. Атанасової, П. Беднара, Х. Хана та З. Хана [2] проаналізовано 28 компаній B2B і B2C у Великій Британії та доведено, що стратегічна гнучкість формується через механізми пильного організаційного навчання. Таке навчання базується на децентралізованих управлінських практиках та корпоративній культурі, що стимулює швидку реконфігурацію ресурсів. Автори фіксують обмеження чинних підходів – відсутність кількісних моделей динаміки навчальних процесів у стохастичних умовах. У дослідженні Я. Ліня, І. Шеймеса та Д. Нешича [3] розроблено алгоритмічну базу онлайн-опуклої оптимізації з часово-змінними функціями об'єктиву. Автори демонструють, що мінімізація показників жалю (regret) забезпечує ефективність управлінських рішень без потреби

повного перерахунку оптимуму, що є критичним у динамічних VUCA-сценаріях. Водночас підкреслюється недостатня інтерпретованість отриманих рішень для управлінців.

У роботі Ф. Бернардіні, Х. Маестре, П. Веларде та Р. Негенборна [4] показано ефективність застосування стохастичного модельно-передбачувального керування (SMPC) для оптимізації ланцюгів постачань швидкоплинних товарів в умовах невизначеного попиту. Аналогічно, у дослідженні К. Мінчали-Авілі, П. Ареваля та Д. Очоа-Корреа [5] узагальнено застосування SMPC у системах енергетичного менеджменту, що демонструє високу адаптивність цих підходів. Водночас автори підкреслюють слабку інтегрованість таких методів у стратегічні управлінські парадигми (Agile, Lean). У статті Т. де Бока, К. Куссмента, А. Де Кайні, Р. Словини, Б. Баесенса та Д. Бенуа [6] сформульовано концепцію XAIOR (Explainable AI for Operational Research), яка поєднує точність, пояснюваність і відповідальність. Такий підхід зменшує «ефект чорної скриньки» в оптимізаційних моделях, але потребує подальшого розвитку для динамічних систем.

У дослідженні К. Віссучека та П. Цшеха [7] ідентифіковано чотири архетипи систем прескриптивної аналітики – від рекомендаційних до самокерованих, що визначають рівень автономності управлінських рішень. Автори підкреслюють, що більшість таких систем залишаються статичними та недостатньо адаптованими до турбулентних VUCA-умов. Нарешті, у систематичному огляді С. Тампуболона та Х. Пурби [8] підтверджено ефективність методології Lean Six Sigma для підвищення операційної ефективності в різних галузях. Проте наголошується на обмеженості цього інструменту в умовах високої невизначеності, оскільки він не враховує стохастичну динаміку та складність середовища.

Таким чином, попри зростаючу кількість досліджень, інтегровані математичні моделі, які б одночасно враховували стохастичну природу VUCA-середовища, забезпечували пояснюваність результатів і були сумісні з управлінськими практиками, залишаються недостатньо розробленими, що формує науково-практичну нішу для розроблення Методу розподіленого диференціалу, здатного поєднати адаптивність, інтерпретованість та стратегічну інтегрованість у процесах оптимізації.

Постановка завдання. Метою статті є розроблення та теоретико-методологічне обґрунтування Методу розподіленого диференціалу як інструменту адаптивної, інтерпретованої та стратегічно інтегрованої оптимізації бізнес-процесів в умовах VUCA-середовища, що забезпечує проактивну навігацію траєкторією розвитку організацій.

Для досягнення поставленої мети передбачено виконання таких завдань:

1. Проаналізувати сучасні наукові підходи до управління бізнес-процесами в умовах невизначеності та систематизувати обмеження класичних методів оптимізації.

2. Узагальнити еволюцію концепції динамічних можливостей, онлайн-оптимізації та модельно-передбачувального керування.

3. Обґрунтувати концепцію «динамічного поля ефективності» як архітектурної основи Методу розподіленого диференціалу.

4. Розробити аналітичний апарат МРД – систему ітераційних алгоритмів управлінського градієнта з урахуванням стохастичної природи зовнішнього середовища.

5. Сформулювати механізми інтеграції МРД з сучасними управлінськими парадигмами та інструментами пояснюваної аналітики.

6. Окреслити напрями практичного застосування розробленого методу у бізнес-екосистемах різних галузей.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Систематизація недоліків сучасних підходів до оптимізації бізнес-процесів є ключовим етапом у виявленні методологічних прогалин, що обмежують ефективність управління в умовах VUCA-середовища. Сучасні підходи до оптимізації доцільно згрупувати у три основні категорії: 1) класичні економіко-математичні методи, 2) евристичні підходи та 3) методи статистичного контролю. Попри значні досягнення кожної з груп у стабільних економічних умовах, їх ефективність різко знижується у волатильних, невизначених, комплексних і неоднозначних системах, де параметри постійно змінюються, а взаємозв'язки набувають стохастичного характеру [9]. Критичний огляд цих підходів базується на оцінці трьох вимірів – статичності, інтерпретованості та адаптивності, що дозволяє виявити обмеження традиційних моделей і підкреслити необхідність інтеграції аналітичної точності з управлінською логікою, як це реалізується у моделях бізнес-динаміки, орієнтованих на поетапне оптимальне керування [10].

Класичні економіко-математичні методи (лінійне та нелінійне програмування, метод найменших квадратів, варіаційне числення тощо) ефективні для розв'язання детермінованих, структурованих формалізованих задач із фіксованими параметрами та безперервними функціями об'єктиву [9]. Однак фундаментальна статичність таких підходів зумовлює їхню обмежену придатність для динамічних бізнес-систем. Вони припускають стабільність зовнішнього середовища та ігнорують стохастичні збурення (коливання попиту, валютні ризики, технологічні чи геополітичні шоки), що призводить до формування так званих «заморожених рішень», які швидко втрачають оптимальність у реальному часі [11]. Додатково, такі методи не враховують емерджентність і нелінійність

складних організаційних систем, що зумовлює епістемічну розбіжність між математично оптимальним рішенням і практично релевантним управлінським вибором [12].

Евристичні підходи (генетичні алгоритми, симульоване відпалювання, алгоритми мурашиної колонії тощо) відрізняються стохастичною природою пошуку та дозволяють поєднати експлуатацію відомих рішень з дослідженням нових альтернатив у складних, мультимодальних просторах [9]. Вони ефективно долають обмеження класичних методів у випадках комбінаторних або невиконаних задач. Однак їхнім принциповим недоліком є низька інтерпретованість: процес знаходження рішення має характер «чорної скриньки», що ускладнює його використання у менеджерських системах прийняття рішень [12].

У чутливих сферах, таких як фінанси чи охорона здоров'я, ця непрозорість породжує недовіру до результатів, що зумовлює потребу у впровадженні методів Explainable AI (XAI) для постфактумного пояснення результатів оптимізації [13]. Сучасні підходи, зокрема фреймворки *inherently interpretable optimization models*, намагаються забезпечити баланс між точністю та інтерпретованістю, формалізуючи рішення у вигляді правил або дерев рішень. Проте такі методи поки що не інтегровані у стандартні евристичні пакети. Подальший розвиток демонструють гіперевристичні на основі машинного навчання (*ML-based HHS*), що поєднують евристичні та навчальні механізми для адаптації під різні типи задач і середовищ [14].

Методи статистичного контролю (*Statistical Process Control (SPC), Six Sigma* та їхні модифікації) орієнтовані на підтримку стабільності процесів і мінімізацію варіацій через цикли «визначення–вимірювання–аналіз–покращення–контроль» (*Define–Measure–Analyze–Improve–Control, DMAIC*). Вони досягають високої точності у стабільних операційних середовищах, зокрема у виробничих і сервісних системах. Проте ключовим обмеженням цих методів є реактивний характер: вони виявляють відхилення постфактум, але не формують адаптивних моделей поведінки системи в динамічному середовищі. Критичні огляди показують, що впровадження Six Sigma часто супроводжується високими витратами та низьким рівнем задоволеності користувачів (менше 50%), а частка неуспішних проєктів сягає 60% [15].

Усі три групи розглянутих підходів демонструють обмежену здатність до системної адаптивності. Як наочно відображає блок-схема на рис. 1, жоден з них не здатен одночасно задовольнити ключові вимоги VUCA-середовища щодо адаптивності, інтерпретованості та аналітичної точності. Класичні методи залишаються надто статичними, евристичні – непрозорими, а контрольні – надмірно

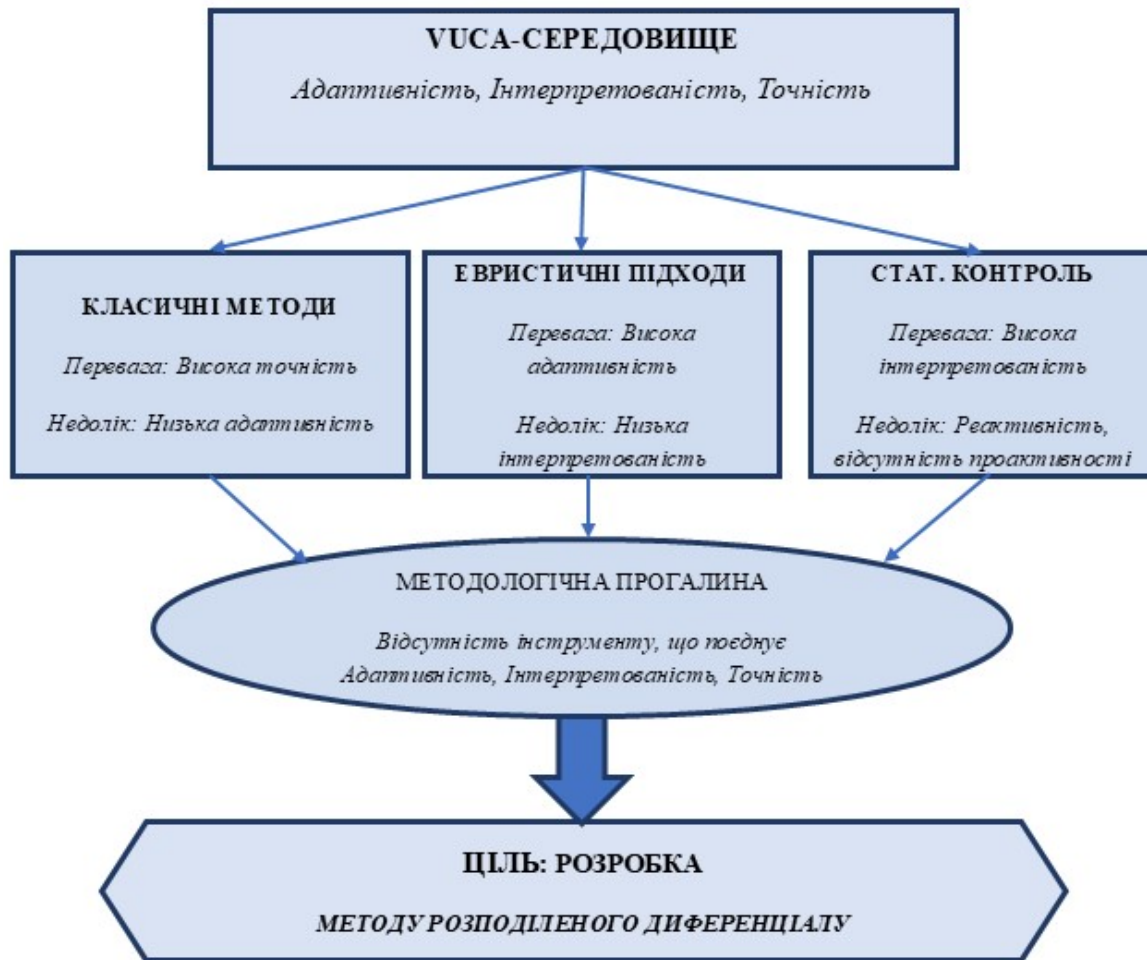


Рис. 1. Схема аналізу обмежень існуючих підходів та визначення методологічної прогалини, що обумовлює необхідність розробки МРД

Джерело: складено автором

реактивними, таким чином підкреслюючи потребу у створенні нових інтегрованих інструментів, які б поєднували динамічну адаптивність, інтерпретованість і стратегічну орієнтацію.

Ключова прогалина сучасних підходів до оптимізації бізнес-процесів полягає у фундаментальному розриві між аналітичними результатами та управлінською логікою, що істотно обмежує практичну застосовність цих методів у динамічних умовах VUCA-середовища. Переважна більшість існуючих інструментів – від класичних економіко-математичних моделей і евристичних алгоритмів до методів статистичного контролю якості – зорієнтована на отримання числових оптимумів, проте не забезпечує пояснення причин цих результатів і не вказує конкретних точок управлінського втручання. Для наочності систематизуємо основні групи методів та їхні обмеження у Таблиці 1.

Аналіз таблиці 1 підтверджує, що жодна з трьох груп методів не забезпечує комплексного поєднання точності, адаптивності та управлінської прозорості. Класичні моделі дають високоточні числові результати, але їхня статичність

обмежує застосування у динамічних середовищах. Евристики забезпечують адаптивність, проте формують «чорні скриньки», що ускладнює управлінське втручання. Методи статистичного контролю здатні ефективно усувати локальні дефекти, однак не інтегруються зі стратегічними процесами та не враховують макро-взаємодії системи.

На основі критичного аналізу наукової літератури та виявлених прогалин сформульовано чотири фундаментальні вимоги до МРД: *системність, адаптивність, стохастичність та управлінська інтегрованість*. Кожна з них ґрунтується на принципах теорії складних систем, динамічного моделювання та сучасних управлінських парадигм. утворюють замкнену логічну систему, у якій кожен елемент підсилює інші. Їхня взаємодія забезпечує перехід від аналітичного опису процесів до динамічної оптимізації управлінських рішень у реальному часі. На рис. 2 відображено концептуальний цикл взаємозв'язку цих вимог, що формує цілісну архітектуру Методу розподіленого диференціалу. Кожна вимога обумовлює розробку МРД, який, в свою чергу, через свій аналітичний

Основні групи методів оптимізації бізнес-процесів та ключові обмеження їх практичного застосування

Група методів	Основні характеристики	Ключові обмеження щодо управлінської логіки	Вплив на практичну адаптивність
Класичні економіко-математичні (лінійне програмування, варіаційне числення)	Фокус на статичному обчисленні екстремумів функції мети; висока точність у стабільних середовищах	Відрив від динаміки процесів; не враховують стохастичні шоки; не пояснюють причинність оптимуму	Низька гнучкість; потребує повного перезапуску алгоритмів у динамічних умовах
Евристичні підходи (генетичні алгоритми, симульоване відпалювання, мурашина оптимізація)	Стохастичний пошук у мультимодальних ландшафтах; баланс між дослідженням та експлуатацією	Відсутність інтерпретованості для менеджменту; «чорна скринька» результатів; складна інтеграція у стратегічні рішення	Висока адаптивність у комбінаторних задачах, але обмежена прозорість і прийнятність для керівництва
Методи статистичного контролю (SPC, Six Sigma, Lean Six Sigma)	Моніторинг варіацій, усунення дефектів, локальне вдосконалення процесів	Орієнтація на контроль, а не на стратегічну адаптацію; відсутність прогностичного моделювання; високий ризик невдач упровадження	Підходять для стабільних операцій, але не забезпечують системної адаптивності та проактивного управління

Джерело: складено автором



Рис. 2. Концептуальний цикл управлінських вимог до МРД у контексті VUCA-середовища

Джерело: складено автором

апарат та архітектуру, забезпечує їхню практичну реалізацію та посилення.

1. *Системність.* Дана вимога детермінує необхідність розгляду бізнес-системи не як сукупності ізольованих процесів, а як цілісного, багатовимірного утворення з емерджентними властивостями. Класичні методи, орієнтовані на локальну оптимізацію, нехтують каскадними ефектами та нелінійними взаємозв'язками між елементами системи

[12; 13]. У відповідь на це, МРД повинен бути заснований на формалізації системи у вигляді інтегральної функції ефективності $F(X)$, де X є вектором взаємозалежних параметрів процесів. Системність реалізується через моделювання структурних зв'язків (наприклад, за допомогою теорії графів або матриць взаємовпливів), що дозволяє кількісно оцінити маржинальний вплив зміни окремого параметра x_i на загальну метрику F [16].

2. *Адаптивність*. В умовах динамічного бізнес-середовища, статичні моделі, що розраховують одноразовий оптимум, швидко втрачають актуальність. Вимога адаптивності вимагає від МРД реалізації ітеративного механізму поступового наближення до оптимуму шляхом динамічного оновлення управлінських рішень. Математичним апаратом для цього виступає градієнтний спуск із варіативним кроком навчання α_t , що формалізується як $X_{t+1} = X_t - \alpha_t \nabla F(X_t)$. В контексті систем підтримки прийняття рішень така адаптивність реалізується через гнучкі архітектури, здатні до модифікації в процесі експлуатації [16].

3. *Стохастичність*. Детерміновані моделі нездатні адекватно відображати реальність, сповнену невизначеності та випадкових впливів. Вимога стохастичності передбачає формальне введення до моделі випадкового фактора ξ , що впливає як на параметри системи X , так і на функцію ефективності F . Таким чином, базова модель перетворюється на

$$X_{t+1} = X_t - \alpha_t \nabla F(X_t, \xi_t) \quad (1)$$

а оптимізація набуває ймовірнісного характеру. Для роботи з такою моделлю МРД має інтегрувати методи стохастичної оптимізації, такі як стохастичний градієнтний спуск, а також інструменти моделювання (наприклад, метод Монте-Карло), що дозволяє оцінювати не лише точкове значення оптимуму, але й діапазон можливих результатів та асоційовані з ними ризики, що є критично важливим для управління в умовах високої невизначеності.

4. *Управлінська інтегрованість*. Аналітичний метод залишається марним з точки зору менеджменту, якщо його результати не інтегруються в існуючі управлінські практики та не інтерпретуються в їх термінах. Вимога інтегрованості полягає в тому, що МРД повинен бути концептуально та інструментально сумісним із сучасними управлінськими парадигмами, такими як Lean, Agile та MVP.

Також управлінські вимоги до МРД вимагають єдиної концептуальної рамки, що інтегрує їх у цілісну управлінську парадигму. Такою рамкою виступає запропонована концепція «динамічного поля ефективності». Ця концепція переосмислює бізнес-систему не як набір окремих процесів, а як багатовимірний простір можливих станів, де кожна точка характеризується вектором параметрів процесів $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, а значення інтегральної функції ефективності $F(X)$ визначає «потенціал» або «висоту» цієї точки в полі.

Концепція, сформована аналогічно з потенціальними полями у фізиці [16], слугує формалізацією управлінських завдань. Вона знаходить підтримку в сучасних дослідженнях, де динамічні моделі, інтегровані з машинним навчанням,

ідентифікуються як ключові для переходу від реактивного до проактивного управління бізнес-процесами [17].

- *Системність* реалізується через багатовимірність самого поля, де зміни в одному вимірі (параметрі процесу) неминуче впливають на загальний потенціал системи $F(X)$, виявляючи емерджентні властивості та взаємозв'язки.

- *Адаптивність* відображається в динамічній природі поля – його конфігурація постійно змінюється під впливом як внутрішніх управлінських дій, так і зовнішніх факторів. Ця вимога узгоджується з архетипами адаптивних прескриптивних аналітичних систем (PAS), які забезпечують синергію між оптимізаційними алгоритмами та людиною-оператором у мінливому середовищі [9].

- *Стохастичність* впроваджується через модель збурень, де випадковий фактор ξ деформує поле, створюючи «горби» та «западини» невизначеності. Емпіричні дослідження показують, що саме в умовах високої динамічності середовища (*environmental dynamism*) динамічні можливості організації, такі як здатність до реконфігурації ресурсів, стають критичними для продуктивності [19], що підтверджує необхідність врахування стохастичності в моделі.

- *Управлінська інтегрованість* забезпечується інтерпретацією ключового атрибута поля – градієнта (∇F) – як універсального інструменту для пріоритизації в рамках Lean, Agile та MVP.

Ця концепція здійснює радикальний зсув у управлінській логіці: від реактивного контролю, орієнтованого на виправлення відхилень від плану в минулому, до прогностично-активної навігації в реальному часі. Завдання менеджера перетворюється з пасивного спостерігача за показниками на активного суб'єкта управлінського процесу, який обчислює напрямок найшвидшого зростання ефективності, градієнт $\nabla F(X)$, і здійснює керований рух у цьому напрямку. Градієнт, розрахований як вектор часткових похідних ($\partial F/\partial x_1, \partial F/\partial x_2, \dots, \partial F/\partial x_n$), набуває стратегічного значення: кожен його компонент кількісно вимірює маржинальний внесок відповідного процесу в досягнення загальної мети, створюючи об'єктивну основу для розподілу ресурсів [20].

Наприклад, у виробничо-логістичній системі поле ефективності може бути представлене у просторі ключових параметрів: рівень запасів (x_1), пропускна здатність логістичних каналів (x_2) та ступінь автоматизації (x_3). Стохастичний вплив ξ (наприклад, перебої у поставках) викликає локальні спотворення поля. Навігація за градієнтом передбачає ітеративну процедуру: на кожному кроці t аналізується поточний стан X_t , обчислюється напрямок найкрутішого підйому $\nabla F(X_t)$, після чого система здійснює кероване коригування параметрів, що дає можливість не лише уникати «пастки»

локальних оптимумів, властивих евристичним методам, але й проактивно формувати траєкторію розвитку [21]. Узагальнення логіки дії динамічного поля ефективності у виробничо-логістичній системі представлено в таблиці 2.

Таблиця 2. відображає, як вектор градієнта $\nabla F(X)$ може бути інтерпретований у різних параметричних просторах управління. Кожен компонент вектора виступає маркером напрямку зміни ефективності, який слугує сигналом до певного типу управлінського рішення (операційного, стратегічного, адаптивного або прогностичного). Динамічне поле ефективності перетворюється з абстрактної математичної моделі на практичну систему навігації в реальному часі, що узгоджується з концепціями адаптивного управління та теорією динамічних можливостей.

Метод розподіленого диференціалу спрямований на перенесення формалізму динамічних систем та стохастичного моделювання у сферу управління бізнес-процесами. Його аксіоматика виходить з припущення, що бізнес-система є відкритою, динамічною та схильною до стохастичних збурень, а її ефективність визначається взаємодією внутрішніх параметрів і зовнішнього середовища. Такий підхід дозволяє перейти від концептуального «динамічного поля ефективності» до операційної моделі управління, що поєднує системність, адаптивність і робастність рішень у середовищі невизначеності [22]. Формально бізнес-система описується у вигляді кортежу (Формула 2):

$$S = X, U, F, \Omega, P, t \quad (2)$$

де кожен елемент має чітке математичне та управлінське тлумачення:

1. Вектор стану X (Формула 3)

$$x_t = (x_1, t, x_2, t, \dots, x_n, t) \in R_n \quad (3)$$

характеризує поточний стан ключових бізнес-процесів. Компоненти x_i можуть відображати такі параметри, як рівень запасів, пропускна здатність виробничих ліній, час виконання замовлень або продуктивність сервісних операцій.

2. Вектор керувань U (Формула 4)

$$u_t \in R^m \quad (4)$$

представляє управлінські рішення (напр., обсяги замовлень, розподіл ресурсів, регулювання виробничих темпів), які визначають траєкторію еволюції стану системи [23].

3. Функція ефективності F (Формула 5)

Цільова функція визначає інтегральну оцінку результативності системи. У стохастичному контексті вона може бути подана як очікувана варіансна функція:

$$J = E \left[\sum_{t=0}^T r(x_t, u_t) \right] \quad (5)$$

де $r(\cdot)$ агрегує ключові показники (KPI) – прибутковість, витрати, сервісний рівень, тощо. Така функціональна постановка узгоджується з принципами *optimization-based control* та дає змогу уникати локальної оптимізації, натомість фокусуючись на глобальній ефективності системи [23].

Таблиця 2

Логіка функціонування динамічного поля ефективності в контексті МРД

Параметр	Економічний зміст	Вплив на функцію ефективності $F(X)$	Градієнтна реакція ($\nabla F/\partial x_i$)	Управлінська інтерпретація	Тип управлінського рішення
x_1 – рівень запасів	Баланс між оборотністю капіталу та ризиком дефіциту	Нелінійний: після досягнення оптимуму $F(X)$ знижується	$\partial F/\partial x_1 < 0$ при перевищенні запасів	Сигнал до оптимізації ланцюга постачань	Операційне – регулювання обсягів закупівель, швидкість поповнення запасів
x_2 – пропускна здатність логістичних каналів	Визначає темп виконання замовлень і здатність реагувати на попит	Зростаючий до певного порогу насичення	$\partial F/\partial x_2 > 0$ до досягнення критичного рівня	Пріоритет інвестицій у логістичну інфраструктуру	Стратегічне – розвиток мереж і логістичних потужностей
x_3 – ступінь автоматизації	Збільшує точність, передбачуваність і гнучкість операцій	Ефект із лагом (затримка реалізації)	$\partial F/\partial x_3$ позитивний із часовим лагом	Потреба в поетапній технологічній реконфігурації	Адаптивне – поетапна цифрова трансформація процесів
ξ – стохастичний фактор	Зовнішні збурення середовища (перебої постачань, зміни попиту)	Зумовлює коливання $F(X)$ та динамічну нестійкість поля	–	Необхідність сценарного та робастного планування	Прогностичне – адаптація до ризиків і невизначеності через сценарний аналіз

Джерело: складено автором на основі [17–21]

4. Простір допустимих рішень Ω (Формула 6)

$$\Omega \subseteq \{(X,u) : g(X,u) \leq 0, h(X,u) = 0\} \quad (6)$$

визначає множину обмежень, що відображають ресурси, регуляторні рамки, стратегічні цілі або технологічні обмеження.

5. Ймовірнісна структура P (Формула 7)

$$\xi_t \sim P(\cdot | X_t, u_t) \quad (7)$$

описує стохастичні збурення середовища (коливання попиту, перебої постачання, зовнішні шоки).

6. Час/ітерація t (Формула 8)

$t \in N_t$ позначає дискретні управлінські цикли (день, тиждень, спринт), у межах яких приймаються рішення. Така структура забезпечує ітеративне оновлення стану системи:

$$X_{t+1} = f(X_t, u_t, \xi_t) \quad (8)$$

що дозволяє оперативно коригувати траєкторії розвитку відповідно до змін у середовищі [24].

Елементи кортежу S утворюють аналітичне ядро МРД, у якому математична строгість підтримує, але не замінює управлінські рішення.

- X – відображає поточний стан системи – «де ми знаходимося».
- u – можливі управлінські дії – «що ми можемо зробити».
- F – цільову функцію – «що саме ми хочемо максимізувати».
- Ω – рамки допустимих рішень – «які обмеження діють у реальному світі».
- P – ймовірнісну природу середовища – «які ризики враховуємо».
- T – темп управлінського циклу – «як часто ми оновлюємо траєкторію».

Наприклад, у логістичному ланцюгу постачання МРД дозволяє оптимізувати обсяги запасів (x_1), пропускну здатність (x_2) та графіки постачання (u) з урахуванням випадкових затримок (P) та бюджетних обмежень (Ω), максимізуючи інтегральний показник ефективності (F), що забезпечує проактивну траєкторну навігацію, на відміну від реактивних методів управління. Принцип управлінського градієнта задає основу для ітеративних алгоритмів МРД (Формула 9):

$$X_{t+1} = X_t + \alpha_t \nabla F(X_t) \quad (9)$$

де α_t – адаптивний крок управлінської реакції. Цей принцип є аналогом градієнтного спуску/підйому, адаптованого до бізнес-контексту. У практиці це означає: у ланцюгах постачання – динамічне коригування обсягів закупівель; у сервісних операціях – адаптацію графіків і ресурсів; у виробництві – оптимізацію навантаження на вузьких місцях.

Вищенаведене підтверджує, що градієнт не лише визначає пріоритети, а й керує рухом системи у просторі ефективності.

У середовищі з невизначеністю базова схема набуває вигляду (Формула 10):

$$X_{t+1} = X_t + \alpha_t \nabla F(X_t, \xi_t) \quad (10)$$

де ξ_t – стохастичний фактор (коливання попиту, збої постачання тощо), а $\nabla F(X_t, \xi_t)$ – стохастичний градієнт.

Ця модель відповідає класичній схемі Роббінса–Монро [25] та сучасним варіаціям стохастичного градієнтного спуску, що у практичному бізнес-контексті знаходить своє відображення у ритейлі – адаптація обсягів постачання до сезонних флуктуацій; у виробництві – реакція на збої у ланцюгах постачання; у сервісному секторі – гнучкий розподіл ресурсів у пікові періоди.

Порівняння МРД з класичною градієнтною оптимізацією дає змогу чітко окреслити відмінності між традиційною алгоритмічною парадигмою чисельної оптимізації та сучасним управлінським підходом до адаптивного прийняття рішень у VUCA-середовищі. КГО, будучи базовим інструментом чисельної оптимізації, фокусується на пошуку локального екстремуму цільової функції шляхом ітераційного руху вздовж напрямку градієнта. МРД є гібридною управлінсько-математичною концепцією, яка поєднує градієнтний аналіз, адаптивне управління, робастну оптимізацію та колаборативну участь менеджера (*human-in-the-loop*). Для забезпечення системності порівняння застосовано п'ять ключових критеріїв, які відображають вимоги сучасного управління в умовах невизначеності: мета, обробка невизначеності, роль менеджера, результат, інтерпретованість (табл. 3).

Таблиця 3 демонструє, що КГО залишається ефективним інструментом для стабільних та статичних оптимізаційних задач, але її застосування в умовах високої невизначеності призводить до реактивного управління та низької довіри через відсутність пояснюваності. МРД, навпаки, забезпечує гнучкість і робастність завдяки інтеграції стохастичних моделей, regret-мінімізації, колаборації з менеджером та пояснюваних DSS.

Висновки. Проведене дослідження довело доцільність запровадження розробленого Методу розподіленого диференціалу як відповіді на виклики управління бізнес-процесами в умовах VUCA-середовища. Ключовим теоретико-методологічним результатом дослідження стала концепція «динамічного поля ефективності», яка переосмислює бізнес-систему як багатовимірний простір станів із безперервно змінним потенціалом. Ця концепція лягла в основу формального апарату МРД, представленого у вигляді кортежу $S = (X, U, F, \Omega, P, t)$, що забезпечує системний, адаптивний, стохастично орієнтований та управлінськи інтегрований підхід до оптимізації. МРД є не лише вдосконаленням обчислювальних процедур, а принципово новим управлінським інструментом, який поєднує

Порівняльний аналіз МРД та класичної градієнтної оптимізації

Критерій	Класична градієнтна оптимізація	Метод розподіленого диференціалу
Мета	Пошук статичного локального оптимуму цільової функції в детермінованому середовищі. Фокус – математична збіжність (градієнтний спуск для $\min F$)	Проактивна навігація в динамічному полі ефективності, орієнтована на сталий приріст KPI, інтеграцію адаптивності та управлінської логіки; оптимізація не точки, а траєкторії розвитку системи
Обробка невизначеності	Стохастика здебільшого ігнорується або моделюється примітивно (шум у SGD без робастності). Алгоритм вразливий до VUCA-шоків і потребує перезапуску	Стохастичність вбудована через ξ_t та P ; робастна оптимізація за найгіршим сценарієм (<i>worst-case RO</i>), онлайн-опукла оптимізація з <i>regret</i> $O(\sqrt{T})$, координатні методи СО з <i>regret</i> $O(GD\sqrt{\log n})$. Підтримує адаптацію в реальному часі в умовах нестабільного середовища
Роль менеджера	Пасивна: менеджер лише ініціює алгоритм; рішення повністю автоматизоване, без контекстної інтерпретації	Активна: менеджер інтерпретує градієнт, коригує рішення з урахуванням стратегічних, етичних і контекстних факторів. Реалізується принцип <i>human-in-the-loop</i>
Результат	Досягнення локального оптимуму X^* ; забезпечується чисельна збіжність (наприклад, $O(1/k)$ для опуклих функцій), але метод не адаптується до змін середовища	Побудова адаптивної траєкторії X_{t+1} ; стійке покращення показників завдяки ітераційному навчанню та швидкому зворотному зв'язку (OODA-подібна логіка, лінійна збіжність варіантів SGD для великих даних)
Інтерпретованість	Низька: алгоритм функціонує як «чорна скринька», важко пояснити зміни з управлінської точки зору	Висока: градієнт інтерпретується як «маржинальна віддача» або «чутливість»; підтримка через DSS, AD-аналіз та XAI, що підвищує довіру та прозорість прийняття управлінських рішень

Джерело: складено автором на основі [22-28; власні дослідження автора]

аналітичну строгість з логікою адаптивного стратегічного управління. Його впровадження дозволить організаціям забезпечити стійку ефективність, підвищити робастність рішень та реалізувати перехід від реактивного контролю до проактивної навігації в умовах високої невизначеності.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Cristofaro M., Helfat C. E., Teece D. J. Adapting, Shaping, Evolving: Refocusing on the Dynamic Capabilities–Environment Nexus. *Academy of Management Collections*. 2025. Vol. 4, № 1. P. 20–46. DOI: <https://doi.org/10.5465/amc.2022.0008>.
2. Atanassova I., Bednar P., Khan H., Khan Z. Managing the VUCA environment: The dynamic role of organizational learning and strategic agility in B2B versus B2C firms. *Industrial Marketing Management*. 2025. Vol. 125. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.indmarman.2024.11.004>.
3. Lin Y., Shames I., Nešić D. Online convex optimization using coordinate descent algorithms. *Automatica*. 2024. Vol. 165. Art. № 111681. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2024.111681>.
4. Bernardini F. P., Maestre J. M., Velarde P., Negenborn R. R. Stochastic Model Predictive Control of Supply Chains of Perishable Goods. *IFAC-PapersOnLine*. 2025. Vol. 59, № 11. P. 25–30. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2025.09.519>.
5. Minchala-Ávila C., Arévalo P., Ochoa-Correa D. A Systematic Review of Model Predictive Control for Robust and Efficient Energy Management in Electric Vehicle Integration and V2G Applications. *Modelling*.

2025. Vol. 6, № 1. P. 20. DOI: <https://doi.org/10.3390/modelling6010020>.

6. de Bock T., Coussement K., De Caigny A., Słowiński R., Baesens B., Benoit D. F. Explainable AI for Operational Research: A defining framework, methods, applications, and a research agenda. *European Journal of Operational Research*. 2024. Vol. 317, № 2. P. 249–272. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.09.026>.
7. Wissuchek C., Zscheck P. Prescriptive analytics systems revised: a systematic literature review from an information systems perspective. *Information Systems and e-Business Management*. 2025. Vol. 23. P. 279–353. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10257-024-00688-w>.
8. Tampubolon S., Purba H. H. Lean six sigma implementation, a systematic literature review. *International Journal of Production Management and Engineering*. 2021. Vol. 9, № 2. P. 177–190. DOI: <https://doi.org/10.4995/ijpme.2021.14561>.
9. Mandal P. K. A review of classical methods and Nature-Inspired Algorithms (NIAs) for optimization problems. *Results in Control and Optimization*. 2023. Vol. 13. Art. № 100315. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rico.2023.100315>.
10. Kaszkurewicz E., Bhaya A. Business Dynamics Models: Optimization-Based One Step Ahead Optimal Control. *SIAM Advances in Design and Control*, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1137/1.9781611977318>.
11. Ahsan R., Shahzad W., Baig A. R. Trends and challenges in dynamic optimization problems. *Proceedings of the 2011 11th International Conference on Hybrid Intelligent Systems (HIS)*, 2011. P. 283–288. DOI: <https://doi.org/10.1109/HIS.2011.6122119>.

12. Carissimo C., Korecki M. Limits of Optimization. *Minds and Machines*. 2023. Vol. 34. P. 117–137. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11023-023-09633-1>.
13. Goerigk M., Hartisch M. A Framework for Inherently Interpretable Optimization Models. arXiv preprint arXiv:2208.12570, 2023. URL: <https://arxiv.org/pdf/2208.12570> (дата звернення: 28.10.2025).
14. Bouazza W. Machine Learning-Based Hyper-Heuristics: A Clear Insight. Proceedings of the 7th International Conference on Computational Intelligence and Intelligent Systems (CIIS 2024), 2024. P. 29–37. DOI: <https://doi.org/10.1145/3708778.3708783>.
15. Sony M., Antony J., Park S., Mutingi M. Key Criticisms of Six Sigma: A Systematic Literature Review. *IEEE Transactions on Engineering Management*. 2020. Vol. 67. № 3. P. 950–962. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEM.2018.2889517>.
16. Бідюк П. І., Тимошук О. Л., Коваленко А. Є., Коршевнік Л. О. Системи і методи підтримки прийняття рішень: підручник. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 610 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/6958f683-fbac-4506-9c85-5115c8f8b4c6/content> (дата звернення: 28.10.2025).
17. Weinzierl S., Zilker S., Dunzer S., Matzner M. Machine learning in business process management: A systematic literature review. *Expert Systems with Applications*. 2024. Vol. 253. Art. № 124181. URL: <https://arxiv.org/pdf/2405.16396> (дата звернення: 28.10.2025).
18. Stanikzai M. E., Mittal E. Strategic alignment of organizational structure based on decisions for sustainable organizational performance: a bibliometric-systematic literature review. *Cogent Business & Management*. 2025. Vol. 12, № 1. DOI: <https://doi.org/10.1080/23311975.2025.2560650>.
19. Mukhtar M. A., Nasreen F., Khalid W. Dynamic Capabilities and Firm Performance: Moderating Effect of Environmental Dynamism. *Bulletin of Business and Economics*. 2023. Vol. 12, № 4. P. 597–601. DOI: <https://doi.org/10.61506/01.00180>.
20. Jia H.-J., Zhuang Z.-Y., Xie Y.-X., Wang Y.-X., Wu S.-Y. Research on Dynamic Capability and Enterprise Open Innovation. *Sustainability*. 2023. Vol. 15, № 2. Art. № 1234. DOI: <https://doi.org/10.3390/su15021234>.
21. Zhang H., Tian W., Sun X. How to Enhance Business Model Resilience: The Mechanism of Dynamic Capability and Leadership Style in the Enterprise–User Interaction. *Sustainability*. 2025. Vol. 17, № 10. Art. № 4463. DOI: <https://doi.org/10.3390/su17104463>.
22. Taylor H. M., Karlin S. An Introduction to Stochastic Modeling. Third Edition. Academic Press, 1998. URL: https://appliedmath.arizona.edu/sites/default/files/0f04d86a836182cbf608dfc86c7a70f5e5f6_0.pdf (дата звернення: 28.10.2025).
23. Murray R. M. et al. Optimization-Based Control. Version v2.3h, 12 March 2023. Caltech Control and Dynamical Systems. URL: https://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM05/pdf/obc-complete_12Mar2023.pdf (дата звернення: 28.10.2025).
24. State-Space Models in Control Theory. CERN Document Server, 2008. URL: <https://cds.cern.ch/record/1100534/files/p73.pdf> (дата звернення: 28.10.2025).
25. Ruppert D., Polyak B. Acceleration of Stochastic Approximation by Averaging. *SIAM Journal on Optimization*. 1992. Vol. 3. № 1. P. 60–89. DOI: <https://doi.org/10.1137/0803008>. URL: https://meyn.ece.ufl.edu/wp-content/uploads/sites/77/archive/spm_files/Courses/ECE555-2011/555media/poljud92.pdf (дата звернення: 28.10.2025).
26. Ben-Tal A., El Ghaoui L., Nemirovski A. Robust Optimization. Princeton University Press, 2009. URL: <https://www2.isye.gatech.edu/~nemirovs/ROBook.pdf> (дата звернення: 28.10.2025).
27. Hazan E. Introduction to Online Convex Optimization. *Foundations and Trends in Optimization*. 2016. Vol. 2, № 3-4. P. 157–325. DOI: <https://doi.org/10.1561/24000000013> (дата звернення: 28.10.2025).
28. Lu S., Mokhtari A., Ozdaglar A., Orecchia L. Coordinate Descent Algorithms for Online Convex Optimization. *Automatica*. 2024. Vol. 164. Art. № 111681. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2024.111681> (дата звернення: 28.10.2025).

REFERENCES:

- Cristofaro M., Helfat C. E., Teece D. J. (2025). Adapting, shaping, evolving: Refocusing on the dynamic capabilities–environment nexus. *Academy of Management Collections*, vol. 4(1), pp. 20–46. DOI: <https://doi.org/10.5465/amc.2022.0008>
- Atanassova I., Bednar P., Khan H., Khan Z. (2025). Managing the VUCA environment: The dynamic role of organizational learning and strategic agility in B2B versus B2C firms. *Industrial Marketing Management*, no. 125. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.indmarman.2024.11.004>
- Lin Y., Shames I., Nešić D. (2024). Online convex optimization using coordinate descent algorithms. *Automatica*, no. 165, 111681. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2024.111681>
- Bernardini F. P., Maestre J. M., Velarde P., Negenborn R. R. (2025). Stochastic model predictive control of supply chains of perishable goods. *IFAC-PapersOnLine*, vol. 59(11), pp. 25–30. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2025.09.519>
- Minchala-Ávila, C., Arévalo, P., & Ochoa-Correa, D. (2025). A systematic review of model predictive control for robust and efficient energy management in electric vehicle integration and V2G applications. *Modelling*, vol. 6(1), p. 20. DOI: <https://doi.org/10.3390/modelling6010020>
- de Bock T., Coussement K., De Caigny A., Słowiński R., Baesens B., Benoit D. F. (2024). Explainable AI for operational research: A defining framework, methods, applications, and a research agenda. *European Journal of Operational Research*, vol. 317(2), pp. 249–272. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.09.026>
- Wissuchek C., Zschech P. (2025). Prescriptive analytics systems revised: A systematic literature review from an information systems perspective. *Information Systems and e-Business Management*, no. 23, pp. 279–353. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10257-024-00688-w>
- Tampubolon S., Purba H. H. (2021). Lean Six Sigma implementation: A systematic literature review.

International Journal of Production Management and Engineering, vol. 9(2), pp. 177–190. DOI: <https://doi.org/10.4995/ijpme.2021.14561>

9. Mandal P. K. (2023). A review of classical methods and nature-inspired algorithms (NIAs) for optimization problems. *Results in Control and Optimization*, no. 13, 100315. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rico.2023.100315>

10. Kaszkurewicz E., Bhaya A. (2023). Business dynamics models: Optimization-based one step ahead optimal control. *SIAM Advances in Design and Control*. DOI: <https://doi.org/10.1137/1.9781611977318>

11. Ahsan, R., Shahzad, W., & Baig, A. R. (2011). Trends and challenges in dynamic optimization problems. In *Proceedings of the 2011 11th International Conference on Hybrid Intelligent Systems (HIS)*, pp. 283–288. DOI: <https://doi.org/10.1109/HIS.2011.6122119>

12. Carissimo C., Korecki M. (2023). Limits of optimization. *Minds and Machines*, no. 34, pp. 117–137. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11023-023-09633-1>

13. Goerigk M., Hartisch M. (2023). A framework for inherently interpretable optimization models. *arXiv preprint arXiv:2208.12570*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/2208.12570> (accessed October 28, 2025).

14. Bouazza W. (2024). Machine learning-based hyper-heuristics: A clear insight. In *Proceedings of the 7th International Conference on Computational Intelligence and Intelligent Systems (CIIS 2024)*, pp. 29–37. DOI: <https://doi.org/10.1145/3708778.3708783>

15. Sony M., Antony J., Park S., Mutingi M. (2020). Key criticisms of Six Sigma: A systematic literature review. *IEEE Transactions on Engineering Management*, vol. 67(3), pp. 950–962. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEM.2018.2889517>

16. Bidyuk P.I., Tymoshchuk O. L., Kovalenko A. Ye., Korshevniuk L.O. (2022). *Systemy i metody pidtrymky pryiniattia rishen: Pidruchnyk [Systems and methods of decision support: Textbook]*. Kyiv: KPI im. Ihoria Sikorskoho, p. 610. Available at: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/6958f683-fbac-4506-9c85-5115c8f8b4c6/content> (accessed October 28, 2025). (in Ukrainian)

17. Weinzierl S., Zilker S., Dunzer S., Matzner M. (2024). Machine learning in business process management: A systematic literature review. *Expert Systems with Applications*, no. 253, 124181. Available at: <https://arxiv.org/pdf/2405.16396> (accessed October 28, 2025).

18. Stanikzai M. E., Mittal E. (2025). Strategic alignment of organizational structure based on decisions for sustainable organizational performance: A bibliometric-systematic literature review.

Cogent Business & Management, vol. 12(1). DOI: <https://doi.org/10.1080/23311975.2025.2560650>

19. Mukhtar M. A., Nasreen F., Khalid W. (2023). Dynamic capabilities and firm performance: Moderating effect of environmental dynamism. *Bulletin of Business and Economics*, vol. 12(4), pp. 597–601. <https://doi.org/10.61506/01.00180>

20. Jia H.-J., Zhuang Z.-Y., Xie Y.-X., Wang Y.-X., Wu S.-Y. (2023). Research on dynamic capability and enterprise open innovation. *Sustainability*, vol. 15(2), p. 1234. DOI: <https://doi.org/10.3390/su15021234>

21. Zhang H., Tian W., Sun X. (2025). How to enhance business model resilience: The mechanism of dynamic capability and leadership style in the enterprise–user interaction. *Sustainability*, vol. 17(10), p. 4463. DOI: <https://doi.org/10.3390/su17104463>

22. Taylor H. M., Karlin S. (1998). *An introduction to stochastic modeling* (3rd ed.). Academic Press. Available at: https://appliedmath.arizona.edu/sites/default/files/0f04d86a836182cbf608dfc86c7a70f5e5f6_0.pdf (accessed October 28, 2025).

23. Murray R. M., et al. (2023). *Optimization-based control* (Version v2.3h, March 12, 2023). Caltech Control and Dynamical Systems. Available at: https://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM05/pdf/obc-complete_12Mar2023.pdf (accessed October 28, 2025).

24. State-space models in control theory. (2008). CERN Document Server. Available at: <https://cds.cern.ch/record/1100534/files/p73.pdf> (accessed October 28, 2025).

25. Ruppert D., Polyak B. (1992). Acceleration of stochastic approximation by averaging. *SIAM Journal on Optimization*, vol. 3(1), pp. 60–89. DOI: <https://doi.org/10.1137/0803008>. Available at: https://meyn.ece.ufl.edu/wp-content/uploads/sites/77/archive/spm_files/Courses/ECE555-2011/555media/poljud92.pdf (accessed October 28, 2025).

26. Ben-Tal A., El Ghaoui L., Nemirovski A. (2009). *Robust optimization*. Princeton University Press. Available at: <https://www2.isye.gatech.edu/~nemirovs/ROBook.pdf> (accessed October 28, 2025).

27. Hazan, E. (2016). Introduction to online convex optimization. *Foundations and Trends in Optimization*, vol. 2(3–4), pp. 157–325. DOI: <https://doi.org/10.1561/24000000013>

28. Lu S., Mokhtari A., Ozdaglar A., Orecchia L. (2024). Coordinate descent algorithms for online convex optimization. *Automatica*, no. 164, p. 111681. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2024.111681> (accessed October 28, 2025).