

Мельникова Марія

Магістрантка, спеціальності «Середня освіта (Математика)»

mariamelnykova@gmail.com

Науковий керівник – М. Г. Друшляк

ПІДТРИМКА ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ЗАСОБАМИ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ

Геометричні перетворення є одним з найважливіх розділів курсу геометрії, оскільки метод геометричних перетворень є досить продуктивним у розв'язуванні багатьох геометричних задач, а його застосування часто спрощує доведення окремих математичних тверджень з різних розділів геометрії.

Шкільна програма передбачає ознайомлення учнів з такими видами перетворень як симетрія (відносно точки та відносно прямої), поворот, паралельне перенесення та гомотетія. Учні мають розуміти суть кожного із зазначених видів геометричних перетворень, знати їх властивості і вміти застосовувати їх до розв'язування найпростіших задач [1].

Огляд методичної літератури свідчить про значущість вивчення геометричних перетворень для розвитку логічного і просторового мислення, для загальнокультурного та естетичного виховання учнів, для демонстрації прикладної спрямованості геометрії. В той же час методисти та вчителі стурбовані недостатнім рівнем знань учнів з цієї теми. Навіть вчителі стикаються з певними труднощами при вивченні геометричних перетворень. Для вчителів досить важко організувати унаочнення геометричних перетворень на папері чи дошці. На вивчення геометричних перетворень відводиться мало часу порівняно з тим, які подальші застосування має ця тема – як у шкільному курсі геометрії, так і при розв'язуванні багатьох олімпіадних задач. До того ж в більшості своїй вчителі «побоюються» даної теми через її несприйняття учнями. А учні, в свою чергу, «недолюблюють» геометричні перетворення через відсутність, зокрема, алгоритмічних підходів у розв'язуванні типових задач, відсутності очевидної сфери подальшого застосування методу геометричних перетворень [2].

Тому за таких умов вивчення геометричних перетворень потрібно розглядати комплексно, на основі нових підходів до навчання та розвитку учнів, нових вимог суспільства до освіченої особистості. У процесі пошуку нових форм та засобів викладання математики, зокрема планіметрії, у ролі такого засобу можуть бути використані програми динамічної математики, серед яких найпопулярнішими є *GRAN*, *DG* (Україна), *Математический конструктор*, *Живая математика* (Росія), *GeoGebra* (Австрія), *Cabri* (Франція), *Geometer's Sketchpad* (США), *GeoNext* (Німеччина) тощо.

Для початку проаналізуємо наявність комп'ютерних інструментів різних програм динамічної математики, які можна використовувати при вивченні геометричних перетворень у шкільному курсі (таблиця 1).

Таблиця 1

Комп'ютерний інструментарій програм динамічної математики з теми «Геометричні перетворення на площині»

Комп'ютерні інструменти, наявні у середовищі	<i>Gran2d</i>	<i>DG</i>	<i>ЖГ</i>	<i>МК</i>	<i>GG</i>
Здійснення паралельного перенесення з екрану	+	+	+	+	+
Здійснення паралельного перенесення на вектор, заданий окремо координатами	+	+	+	+	+

Здійснення повороту на відмічений кут	+	-	+	+	+
Здійснення повороту на кут, заданий аналітично	+	-	+	+	+
Здійснення гомотетії у відміченому відношення	+	+	+	+	+
Здійснення гомотетії у відношенні, заданому аналітично	+	+	+	+	+
Здійснення симетрії відносно точки	-	+	+	+	+
Здійснення симетрії відносно прямої	-	+	+	+	+
Здійснення інверсії	-	+	-	-	-
Зміна параметрів перетворення	+	-	+	+	-
Робота з образами фігур	+	+	+	+	+
Застосування перетворень до образів фігур	-	-	+	+	+
Застосування перетворень до зображень, завантажених з файлу	-	-	-	-	+

За результатами аналізу комп'ютерного інструментарію можна стверджувати, що для підтримки вивчення теми «Геометричні перетворення на площині» якнайкраще підходить програма динамічної математики *GeoGebra*.

Далі спробуємо виокремити шляхи використання програм динамічної математики (ПДМ) при вивченні теми «Геометричні перетворення на площині» з огляду на доцільність, раціональність та педагогічну виваженість їх використання.

1. Використання ПДМ при розв'язуванні задач на побудову.

Приклад 1 (*GeoGebra*). Дано дві прямі a та b , які перетинаються, і відрізок CD . Побудувати паралелограм $ABCD$, вершини A та B якого лежать відповідно на прямих a та b . [3, с.5]

Ідея розв'язання наступна. Вектори AB та CD рівні, тому при паралельному перенесенні на вектор CD точка A перейде в точку B . Але образ точки A повинен належати образу прямої a , тому точка B є точкою перетину прямої b з прямою a' , в яку переходить пряма a .

Таким чином, спочатку будемо образ прямої a (пряму a') та точку B . Потім перенесемо точку B на вектор $-CD$ і отримуємо точку A . З'єднуємо точки і отримуємо шуканий паралелограм $ABCD$ (рис. 1). Зауважимо, що точку A можна було одержати побудовою паралельної до сторони BC прямої.

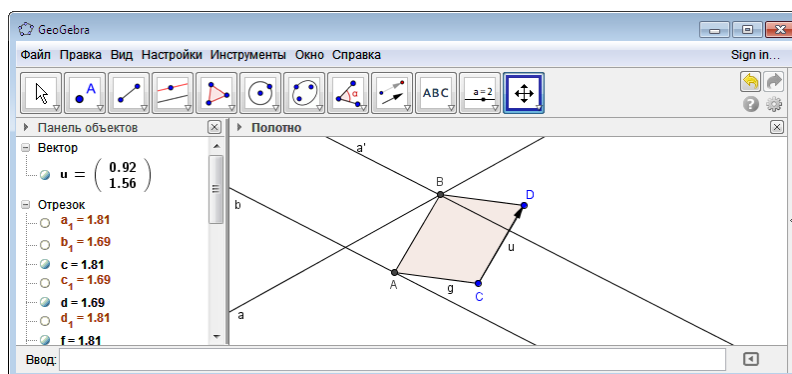


Рис. 1. Модель до прикладу 1 у середовищі *GeoGebra*

Оскільки прямі a та b перетинаються, то прямі a та a' паралельні, і задача завжди має єдиний розв'язок.

2. Використання ПДМ при розв'язуванні задач на доведення.

Приклад 2 (*Математический конструктор*) Зовні сторін правильного трикутника побудовані квадрати. Довести, що їх центри є вершинами правильного трикутника [4, с. 51].

Будуємо правильний трикутник ABC . На стороні BC будуємо *Квадрат1*. При повороті навколо точки O (центр трикутника) на кути 120° , 240° та 360° фігура *Квадрат1* переходить у фігури *Квадрат2*, *Квадрат3* та у себе відповідно. При цих поворотах центр першого квадрату (точка O_1) переходить у точки O_2 , O_3 та у себе (рис.2). Відрізки O_1O_2 , O_2O_3 , O_3O_1 рівні між собою. При зміні положення точок вихідного трикутника довжини сторін трикутника $O_1O_2O_3$ залишаються однаковими.

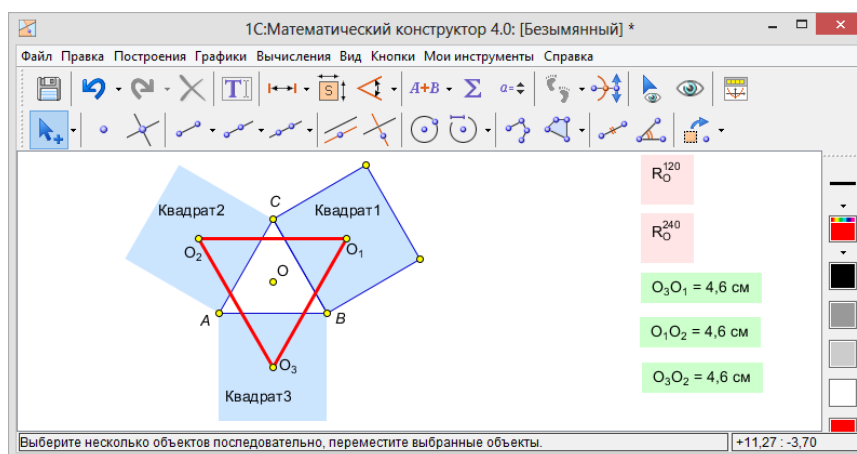


Рис.2. Модель до прикладу 2 у середовищі *Математический конструктор*

3. Використання ПДМ при розв'язуванні задач на дослідження.

Приклад 3 (*Жива Геометрія*). Вписати квадрат у даний трикутник. [5, с.206]

Для побудови моделі (рис. 3) пропонуємо спочатку побудувати трикутник, потім обирати на його стороні довільну точку, через яку проводимо перпендикуляр. Відмічаємо точку перетину і ховаємо перпендикуляр. Одержаний відрізок повертаємо на 90° так, щоб у результаті отримати квадрат, який однією стороною буде лежати на основі трикутника (інші способи побудови можуть порушити конструкцію). Проводимо пряму через вершину трикутника і вершину квадрата, відмічаємо одержану точку перетину. Якщо змінювати квадрат, то в якийсь момент він стане вписаним у трикутник, що і вимагається умовою задачі. Точну відповідь одержимо, застосувавши гомотетію до початкового квадрата.

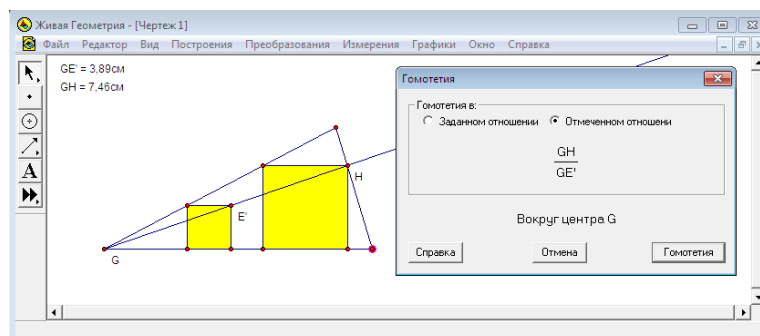


Рис. 3. Квадрат, вписаний у даний трикутник, у середовищі *Жива Геометрія*

При заданні гомотетії потрібно вказати центр гомотетії (*Преобразования/Отметить центр* або подвійне натискання на потрібній вершині) та коефіцієнт гомотетії (*Преобразования/Отметить коэффициент*), який дорівнюватиме відношенню GH/GE' . Після цього відмічаємо квадрат, який потрібно перетворити, у меню *Преобразования* обираємо *Гомотетия* і отримуємо фігуру, гомотетичну даній.

4. Використання ПДМ на факультативних заняттях.

Приклад 4 (*Живая Геометрия*). Замостити площину паркетом власного дизайну, використовуючи паралельного перенесення (рис. 4) [6].

Будуємо паралелограм $ABCD$. На сторонах AB і AD побудуємо довільні ламані. Перенесемо ламану, побудовану на стороні AB , на вектор BC . Перенесемо ламану, побудовану на стороні AD , на вектор AB . Серією паралельних перенесень заповнюємо площину.

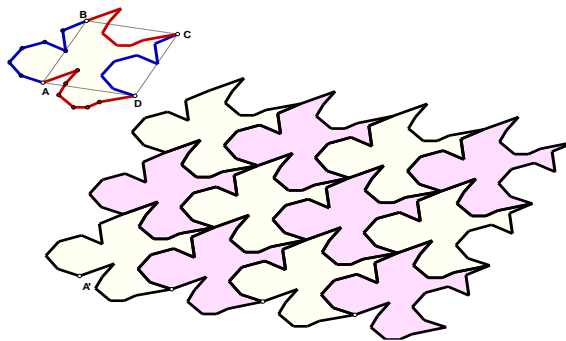


Рис. 4. Замощення площини у середовищі Жива Геометрія

Проведене дослідження дозволяє зробити наступні висновки.

1. Комп'ютерний інструментарій геометричних перетворень площини програм динамічної математики за своїм обсягом та функціоналом повністю відповідає вимогам шкільного курсу математики і може бути використаний при розв'язуванні задач на побудову, на доведення, на дослідження. До того ж може бути використаний на факультативних заняттях при розв'язуванні нестандартних задач.

2. Використання програм динамічної математики *GRAN2d*, *DG*, *Живая геометрия*, *Математический конструктор*, *GeoGebra* є методично доцільними та перспективними при вивченні геометричних перетворень в шкільному курсі.

3. Використання програм динамічної математики у навчальному процесі дає можливість зосередити увагу учнів на внутрішньому змісті природи використання геометричного матеріалу, дозволяючи підвищити інтерес учнів до предмету, тобто сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу.

Список використаних джерел

1. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. Закладів / З. І. Слєпкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
2. Семеніхіна О.В. Геометричні перетворення площини і комп'ютерні інструменти їх реалізації / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2014. – № 7(119). – С. 25-29.
3. Заславский А. А. Геометрические преобразования / Заславский А. А. – М.: МЦНМО, 2004. – 86 с.
4. Дорофеев С. Н. Геометрические преобразования в примерах и задачах / Дорофеев С. Н. – Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2002. – 189 с.
5. Мерзляк А. Г. Геометрія: Підручник для 9 класу з поглибленим вивченням математики / Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. – Х.: Гімназія, 2004. –

272 с.

6. Храповицкий И. С. Методические рекомендации по применению электронного учебного издания Geometer's Sketchpad в учебном процессе общеобразовательных учреждений / Храповицкий И. С. – 2008. – 71 с.

Анотація. Мельникова М. Підтримка вивчення геометричних перетворень в шкільному курсі засобами динамічної математики. У статті проаналізовано комп'ютерний інструментарій програм динамічної математики GRAN2d, DG, Живая геометрия, Математический конструктор, GeoGebra у контексті підтримки вивчення геометричних перетворень площини. Виділено шляхи використання програм динамічної математики при вивченні теми «Геометричні перетворення на площині» з огляду на доцільність, раціональність та педагогічну виваженість їх використання.

Ключові слова: програми динамічної геометрії, геометричне перетворення, комп'ютерні інструменти, GRAN2d, DG, Живая геометрия, Математический конструктор, GeoGebra.

Abstract. Maria V. Melnykova. Support for the study of geometric transformations in the school course by means of dynamic mathematics software. The article analyzes the computer tools of dynamic mathematics software GRAN2d, DG, The Geometer's Sketchpad, MathKit, GeoGebra in the context of supporting the study of geometric plane transformations. The ways of using dynamic mathematics software in the study of the topic "Geometric transformations on a plane" are highlighted, considering the expediency, rationality and pedagogical weight of their use.

Keywords: dynamic mathematics software, geometric transformations, computer tools, MathKit, The Geometer's Sketchpad, GRAN2d, DG, GeoGebra.

Недосєка Владислав

Магістрант, спеціальності «Середня освіта (Математика)»

Huniaka123@gmail.com

Науковий Керівник – Лиман Ф. М.

ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ НАД КІЛЬЦЕМ ЦІЛИХ ЧИСЕЛ

1. Лінійні рівняння займають особливе місце серед різних типів рівнянь. Вони є програмною темою шкільного курсу математики. Окремі їх типи зустрічаються в ролі завдань математичних олімпіад.

Нехай Z – кільце цілих чисел і n фіксоване натуральне число. З кільця многочленів $Z[x_1, \dots, x_n]$ візьмемо довільний лінійний вираз

$$f = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_nx_n. \quad (1)$$

Введемо стовпець невідомих $X = \|x_1, \dots, x_n\|$. Візьмемо довільний стовпець над кільцем B $L = \|l_1, \dots, l_n\|$ над кільцем Z поклавши $x_i = l_i$ для $i = 1, \dots, n$.

Якщо в лінійний вираз f підставити L замість X то отримаємо вираз

$$b_0 + b_1l_1 + \dots + b_nl_n.$$

Якщо в цьому виразі виконати операції множення і додавання, як операції в кільці B , то ми отримаємо деякий елемент з Z . Цей елемент позначається символом $f(l_1, \dots, l_n)$ і називається значенням лінійного виразу f , що відповідає стовпцю L , L називається стовпцем значень невідомих. [1]

Поряд з лінійним виразом f нехай задано ще один лінійний вираз над Z

$$h = c_0 + c_1x_1 + \dots + c_nx_n.$$