

Порівняльний аналіз різних наукових підходів до визначення найважливіших структурних складників професійної компетентності майбутнього фахівця педагогічної освіти свідчить, що окреслені дослідниками в межах тієї чи іншої класифікаційної бази її компоненти перехрещуються в таких аспектах, як загально-професійні та психолого-педагогічні компетентності, які включають в себе наявність обов'язкового інтелектуального блоку, до якого відноситься сукупність сформованих у випускників прийомів розумової діяльності чи інтелектуальних умінь, таких як аналіз, синтез, порівняння, співставлення, класифікація, систематизація, узагальнення, проектування, моделювання тощо, що є необхідною умовою для формування всіх інших компетентностей.

#### Список використаних джерел

1. Золотухіна С.Т., Зеленська Л.Д. Професійно-педагогічна компетентність викладача вищого навчального закладу (історико-педагогічний аспект). – Харків : ХНПУ, 2007. – 185 с.
2. Левківський М.В. Відповідальність у структурі компетентності майбутнього вчителя // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2003. – Випуск 13. – С. 9-12.
3. Седаметова З. ІЕ-освіта 21-століття: технічні можливості та очікувані навички педагога та учня / З. Седаметова, В. Темненко // Інформатика та інформаційні технології навчання в навчальних закладах. – №4-5. – 2011. – С. 26-32.
4. eSchool News / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.eschoolnews.com/2011/09/09/five-characteristics-of-an-effective-21st-century-educator/>
5. eSchool News: How are your 21st-century / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.eschoolnews.com/2013/08/23/teaching-critical-21st-century-skills/>,
6. Wing J. M. Computational Thinking – / Jeannette M. Wing // Communications of the ACM. – Vol. 49, # 3, 2006/ – Рр. 33-35.

**Анотація.** Петриченко Л. О. Найважливіші складники професійної компетентності майбутнього фахівця педагогічної освіти. У статті проаналізовано найважливіші складники професійної компетентності майбутніх учителів, викладачів, вихователів, тобто фахівців педагогічної освіти. Розглянуто складові запропоновані вітчизняними та зарубіжними науковцями. Визначено, що основними складниками професійної компетентності є загально-професійні та психолого-педагогічні компетентності.

**Ключові слова:** складники, фахівці педагогічної освіти, професійна компетентність, інтелектуальні вміння, підходи до класифікації інтелектуальних умінь.

**Аннотация.** Петриченко Л. А. Важнейшие составляющие профессиональной компетентности будущего специалиста педагогического образования. В статье проанализированы важнейшие составляющие профессиональной компетентности будущих учителей, преподавателей, воспитателей, то есть специалистов педагогического образования. Рассмотрены составляющие предложенные отечественными и зарубежными учеными. Определено, что основными составляющими профессиональной компетентности является обще-профессиональные и психолого-педагогические компетентности.

**Ключевые слова:** составляющие, специалисты педагогического образования, профессиональная компетентность, интеллектуальные умения, подходы к классификации интеллектуальных умений.

**Abstract.** Petrychenko L. O. The topmost professional competence components of future specialist in teacher training. The article highlights the most important components of future teachers, instructors, pre-school educators, i.e. experts in teacher training, professional competence development. The elements of teacher proficiency put forward by Ukrainian and foreign experts have been discussed. It was emphasized that the general professional competence and the psychological-pedagogical one proved to be the fundamental ones.

**Keywords:** components experts in teacher training, professional competence, intellectual skills, approaches to intellectual skills categorization.

**Микола Працьовитий**

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, м. Київ, Україна  
prats4444@gmail.com

#### КОНСТРУКТИВНА ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ ЯК НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА ПРОГРАМИ ПІДГОТОВКИ МАГІСТРА МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Функція – фундаментальне математичне поняття, основний об'єкт вивчення математичного аналізу, яке є найпримітивнішою моделлю (формою) причино-наслідкових зв'язків реального світу. Ґрунтовне знайомство з ним розпочинається в 9 класі загальноосвітньої школи. За своїми властивостями стосовно неперервності, монотонності, вимірності, диференційованості, інтегровності тощо функції бувають принципово різними. Здавалось би домінуючою властивістю мала б бути неперервність, але, як

виявляється, це зовсім не так. Неперервність не є поглинаючою властивістю, оскільки не є достатньою ні для диференційовності, ні для кускової монотонності. Коротше кажучи, метричний простір  $C[0;1]$  неперервних на відрізку  $[0;1]$  функцій з рівномірною метрикою є багатим на функції з неоднорідними, складними локальними властивостями, аналіз яких вимагає «тонкого» (чутливого) апарату дослідження. Точніше висловлюючись, переважна більшість (в топологічному сенсі) функцій є ніде не монотонними, ніде не диференційовними, а серед монотонних більшість з них має похідну майже скрізь рівну нулю.

Разом з цим, традиційні університетські курси математичного аналізу із-за архаїчності програм були позбавлені можливості знайомити студентів з такими функціями, вони повністю випадали з концепції та палітри підходу, в якому основними інструментами вивчення функцій є оператори диференціювання та інтегрування. В останній час функції з нетривіальними та фрактальними локальними властивостями все частіше з'являються в різних моделях реальних об'єктів, процесів та явищ і існує гостра потреба в розробці зручного та ефективного апарату їх задання та дослідження і таким є різні системи кодування (зображення) дійсних чисел як зі скінченим, так і не скінченим, як сталим, так і змінним алфавітами.

Завдяки наведеній аргументації ми бачимо потребу і навіть необхідність знайомства майбутніх магістрантів математичних спеціальностей з функціями зі складною тополого-метричною структурою та фрактальними властивостями, що є основним об'єктом розгляду у навчальній дисципліні «Конструктивна теорія функцій».

Пропонується наступна структура курсу.

## 0. Вступ

### 1. Двосимвольні системи кодування (зображення) дробової частини дійсного числа.

- 1.1. Класична двійкова система.
- 1.2.  $Q_2$ -зображення.
- 1.3. Ланцюгове  $A_2$ -представлення та зображення чисел.

### 2. $Q_s$ -зображення дійсних чисел.

- 2.1. Означення.  $Q_s$ -раціональні та  $Q_s$ -іраціональні числа.
- 2.2. Циліндричні множини та їх властивості.
- 2.3. Геометрія  $Q_s$ -зображення чисел.

### 3. Елементи теорії фракталів та фрактального аналізу функцій.

- 3.1. Самоподібність.
- 3.2. Самоафінність.
- 3.3. Автомодельність.

### 4. Сингулярні функції.

- 4.1. Функція Кантора.
- 4.2. Інверсор цифр  $Q_2$ -зображення числа.
- 4.3. Функція Салема.
- 4.4. Функція Мінковського.
- 4.5. Не монотонні сингулярні функції канторівського типу.

### 5. Ніде не монотонні функції.

- 5.1. Конструкції функцій, що ґрунтуються на  $s$ -кових зображеннях.
- 5.2. Функції, пов'язані з  $Q$ -зображенням чисел.

### 6. Ніде не диференційовні функції.

- 6.1. Трибін-функція.
- 6.2. Функція Серпінського.

Після належної аргументації інтересу до неперервних функцій з нетривіальними локальними властивостями і прикладів ситуацій, які приводять до таких функцій, наведених у вступі до дисципліни, пропонується розгляд різних моделей дійсного числа (у формі ряду або ланцюгового дробу). Тут особливо важливо розмежувати поняття система числення і система зображення (кодування) чисел, що не є тотожно-еквівалентними термінами.

*Системою числення* дійсних чисел називається сукупність засобів для представлення=подання (математичного вираження), зображення (кодування, скороченого, формального запису), найменування дійсних чисел, їх ідентифікації та порівняння, а також побудови арифметики. Ця сукупність включає: модель числа у формі математичного виразу (ряду, нескінченного добутку, ланцюгового дробу тощо); алфавіт – набір цифр (символів, знаків) для формального (скороченого) запису представлень числа математичним виразом, які відіграють роль чисел або індексів; базис (базисну послідовність), якщо моделлю числа є ряд. Існуючі сьогодні системи числення за своєю формою та структурою досить різні. Класичною у цьому відношенні є  $s$ -кова система числення, на основі якої К. Вейерштрассом була створена перша змістовна теорія дійсних чисел.

*Кодуванням* дійсних чисел відрізка  $[0;1]$  засобами алфавіту  $A$  називається відповідність між множинами  $[0;1]$  і  $L = A \times A \times \dots \times A \times \dots$ , при якій кожному числу  $x \in [0;1]$  відповідає принаймні один елемент множини  $L$  і при цьому кожний елемент множини  $L$  є образом принаймні одного числа відрізка  $[0;1]$ . Сама послідовність  $(\alpha_n) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \dots) \in L$ , яка відповідає числу  $x$ , називається його

зображенням (або кодом),  $\alpha_n$  –  $n$ -ою цифрою (або символом) цього зображення (коду). Зрозуміло, що складовою системи числення є кодування, але без вибудованої арифметики це ще не система числення.

Знайомство студентів з системами кодування слід починати з двосимвольних, які забезпечують технічну зручність. Сьогодні існує багато двосимвольних систем кодування дійсних чисел, але на сьогоднішній день лише класична двійкова задовольняє всі вимоги до системи числення. Узагальненням класичного двійкового зображення чисел зі збереженням властивостей неперервності та самоподібності є  $Q_2$ -зображення.

Нехай  $q_0$  – задане дійсне число з інтервалу  $(0; 1)$ ,  $q_1 \equiv 1 - q_0$ ,  $\beta_0 \equiv 0$ ,  $\beta_1 \equiv q_0$ ,  $A \equiv \{0; 1\}$ ,  $L \equiv A \times \dots \times A \times \dots$  – простір послідовностей елементів алфавіту. Відомо [3], що для будь-якого числа  $x \in [0; 1]$  існує послідовність  $(\alpha_k) \in L$  така, що

$$x = \beta_{\alpha_1} + \sum_{k=2}^{\infty} (\beta_{\alpha_k} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j}) = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_{k-1} \alpha_k}^{Q_2} \quad (1)$$

Ряд (1) називається  $Q_2$ -представленням числа  $x$ , а його скорочений запис  $\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_{k-1} \alpha_k}^{Q_2}$  –  $Q_2$ -зображенням ряду (1) і його суми  $x$ . При  $q_0 = 0,5$   $Q_2$ -представлення числа є класичним двійковим.

Принципово іншим за тополого-метричними властивостями є ланцюгове  $A_2$ -зображення, яке є несамоподібним і ґрунтується на розкладі числа в ланцюговий дріб:

$$x = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}} = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n}^{A_2}, \text{ де } a_i \in \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}, \alpha_i = \begin{cases} 0, & \text{якщо } a_i = \frac{1}{2}, \\ 1, & \text{якщо } a_i = 1. \end{cases}$$

Аналогічно вводяться  $s$ -символьні системи кодування.  $Q_s$ -зображення є узагальненням  $s$ -кового та  $Q_2$ -зображення і визначається стохастичним вектором  $\vec{q} = (q_0, q_1, \dots, q_{s-1})$ ,  $\beta_0 = 0$ ,  $\beta_i = q_0 + \dots + q_{i-1}$ . Тоді  $Q_s$ -представлення та  $Q_s$ -зображення формально задається рівністю (1).

Озброївшись засобом формального запису дійсних чисел і знанням його геометрії (геометричного змісту цифр), ми отримуємо можливість конструювати об'єкти з наперед заданими локально складними властивостями. Наприклад, функція  $f$ , означена рівністю

$$f(\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n}^{Q_2}) = \Delta_{[1-\alpha_1][1-\alpha_2] \dots [1-\alpha_n]}^{Q_2},$$

яка називається інверсором цифр  $Q_2$ -зображення числа, при  $q_0 \neq \frac{1}{2}$  є спадною сингулярною функцією (неперервною функцією, похідна якої рівна нулю майже скрізь у розумінні міри Лебега).

А функція  $f$ , означена рівністю

$$f(\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n}^{Q_3}) = \Delta_{c_1 c_2 c_3 \dots c_n}^{Q_3},$$

де  $c_i = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \alpha_i = 0, \\ 0, & \text{якщо } \alpha_i \neq 0, \end{cases} c_{n+1} = \begin{cases} c_n, & \text{якщо } \alpha_{n+1} = \alpha_n, \\ 1 - c_n, & \text{якщо } \alpha_{n+1} \neq \alpha_n. \end{cases}$  є неперервною ніде не диференційованою.

### Список використаних джерел

1. Барановський О.М., Працьовитий М.В., Торбін Г.М. Ряди Остроградського-Серпінського-Пірса та їх застосування. – К. Наукова думка, 2013. – 288 с.
2. Замрій І.В., Працьовитий М.В. Сингулярність інверсора цифр  $Q_3$ -зображення дробової частини дійсного числа, його фрактальні та інтегральні властивості // Нелінійні коливання. 2015., 18, №1. – С. 55-70.
3. Ісаєва Т.М., Працьовитий М.В. Геометрія та основи метричної теорії зліченно-символьного зображення дійсних чисел одиничного пів інтервалу // Наукові записки НаУКМА, фізико-математичні науки. – Том 165. – 2015. – С. 11-18.
4. Працьовитий М. В. Геометрія дійсних чисел у їх кодуваннях засобами нескінченного алфавіту як основа топологічних, метричних, фрактальних і ймовірнісних теорій // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – 2013. – № 14. – С. 189-216.
5. Працьовитий М.В. Двосимвольні системи зображення (кодування) дійсних чисел // Студентські фізико-математичні етюди. – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова – 2010. – №9 – С. 6-26.
6. Працьовитий М.В. Ніде не монотонні сингулярні функції // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фіз.-мат. науки, 2011. – №12. – С. 24-36.
7. Працьовитий М.В. Системи числення зі змінною основою та змінним алфавітом (або розвинення чисел в ряди Кантора) // Студентські фізико-математичні етюди. – Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова. – 2009. – № 8. – С. 6-18.
8. Працьовитий М.В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 1998. – 296 с.
9. Працьовитий М.В., Василенко Н.А. Одна сім'я неперервних ніде не монотонних функцій з фрактальними властивостями // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – 2013. – № 14. – С. 176-188.
10. Працьовитий М.В., Свинчук О.В. Немонотонні сингулярні функції Канторівського типу // Четверта міжнародна конференція «Відкриті еволюційні системи» (20-21 травня 2016 р.). Збірник праць: Частина 2. – Ніжин: ВНЗ ВП НУБіП України НАІ. – 2017. – С. 52-57.

11. Працьовитий М.В., Свинчук О.В. Сингулярні немонотонні функції, визначені в термінах  $Q_s^*$ -зображення аргумента // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – 2013. – № 15. – С. 144-155.
12. Турбин А.Ф., Працевитый Н.В. Фрактальные множества, функции, распределения. – Киев: Наук.думка, 1992. – 208 с.

**Анотація.** Працьовитий М.В. Конструктивна теорія функцій як навчальна дисципліна програми підготовки магістра математики в умовах педагогічного університету. У доповіді пропонується концепція формування змісту навчальної дисципліни «Конструктивна теорія функцій», яка передбачає знайомство майбутніх магістрів математики з неперервними функціями зі складною локальною структурою та фрактальними властивостями; обґрунтовується потреба та доцільність такої дисципліни, її зв'язки з іншими дисциплінами навчального плану. Розгорнуто представляються завдання курсу і його наповнення задачним матеріалом.

**Ключові слова:** неперервна функція, сингулярна функція, ніде не монотонна функція, недиференційовна функція,  $Q$ -зображення дійсних чисел, інверсор цифр зображення числа, система кодування дійсних чисел, мета та завдання навчальної дисципліни, самостійна робота, наукова діяльність студента.

**Аннотация.** Працевитый Н.В. Конструктивная теория функций как учебная дисциплина программы подготовки магистратуры математики в условиях педагогического университета. В докладе предлагается концепция формирования содержания учебной дисциплины «Конструктивная теория функций», которая предусматривает знакомство будущих магистров математики с непрерывными функциями со сложной локальной структурой и фрактальными свойствами; обосновывается необходимость и целесообразность такой дисциплины, ее связи с другими дисциплинами учебного плана. Развернуто представляются задачи курса и его наполнения задачным материалом.

**Ключевые слова:** непрерывная функция, сингулярная функция, нигде не монотонная функция, недифференцируемая функция,  $Q$ -изображение действительных чисел, инверсор цифр изображения числа, система кодирования действительных чисел, цели и задачи учебной дисциплины, самостоятельная работа, научная деятельность студента.

**Abstract.** Mykola Pratsiovytyi. Constructive theory of functions as educational discipline for preparation to master's degree in mathematics in pedagogical university. In the report we propose the concept of forming the content of the discipline "Constructive Theory of Functions", which involves acquaintance of future masters of mathematics with continuous functions with complex local structure and fractal properties. We prove the necessity and expediency of such discipline, its connection with other disciplines of the curriculum is substantiated. Also we present the tasks of the course and its filling with math problems.

**Keywords:** continuous function, singular function, nowhere monotone function, non-differentiable function,  $Q$ -representation of real numbers, inversor of digits of number of representation, real numbers coding system, purpose and tasks of educational discipline, independent work, scientific activity of student.

Ірина Приходько

ВКНЗ СОР «Лебединське педагогічне училище імені А.С. Макаренка», м. Лебедин, Україна  
iprihodko-63@ukr.net

## ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОГО ФАХІВЦЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ЕКОЛОГІЧНОГО СТАНУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА

На початку XXI століття особливо гостро стала проблема забруднення навколишнього середовища внаслідок діяльності людини. Усі процеси, що відбуваються на планеті відображаються на загальному стані рослинного покриву, як важливої складової біосфери. Рослини як важливий компонент біогеоценозу помітно впливають на інші його елементи, сприяють формуванню ґрунтового покриву, впливають на хімізм ґрунту і його родючість, а також на життя усіх тварин і живих організмів, одночасно реагуючи на всі зовнішні фактори. [2]

Наслідки забруднення навколишнього середовища відображаються на зовнішньому вигляді рослин. У рослин під впливом шкідливих речовин відбувається збільшення числа продихів, товщини кутикули, густоти опушення, розвивається хлороз і некроз листя, спостерігається раннє опадання листя. Деякі рослини найбільш чутливо реагують на характер і ступінь забруднення атмосфери. Це означає, що вони можуть бути живими індикаторами стану середовища. [1]

*Рослини-індикатори* – рослини, у яких можуть виникнути певні симптоми, що свідчать про присутність у повітрі або ґрунті однієї або кількох забруднюючих речовин.

За рослинами-індикаторами визначають забезпечення ґрунту певними елементами. Про високий вміст азоту на луках і ріллі свідчать розростання пирію, споришу та інші рослини-нітрофіли (іван-чай, малина,