

*interdisciplinary connections during the study of higher mathematics is proposed primarily by creating a stock of mathematical models that describe the phenomena and processes studied in various subjects. The main analytical methods for studying mathematical models were studied in the course of higher mathematics, in particular in such sections as mathematical analysis, linear algebra, differential equations, and probability theory. Among them are the methods of differentiation, integration and study of functions, methods of Gauss and Kramer solving systems of linear algebraic equations, analytical methods of solving and qualitative methods for the analysis of ordinary differential equations and their systems, etc. The author proposes examples of higher mathematical problems, which are solved by the method of mathematical modeling, which in turn provides interdisciplinary connections of higher mathematics with physics, chemistry and economics. It is established that mathematical modeling in the process of learning is an important tool: formation of new knowledge and creative abilities of students; effective assimilation of new material, systematization and visualization of knowledge, awareness and fixing of the essential properties and connections of investigated objects and phenomena, the formation of professional skills, the development of independent student activity.*

**Key words:** *higher mathematics, mathematical modeling, model, interdisciplinary connections, future engineer, applied tasks.*

**УДК 372.851.2 +371.321.2 +37.04**

**О. С. Чашечникова**

ORCID ID 0000-0003-1101-5534

**І. С. Нейчева**

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

**ОЗНАЙОМЛЕННЯ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ  
З ЕЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
(НА ПРИКЛАДІ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ  
«РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ»)**

*У статті пропонуються перші результати дослідження магістранткою проблеми ознайомлення учнів основної школи з елементами математичного моделювання. Пропонуються підходи до введення поняття «математичне моделювання» в основній школі, які ілюструються конкретними прикладами (змістова лінія «Рівняння, нерівності та їх системи»), серед яких: починати ознайомлювати з поняттям математичного моделювання ще у 5-6 класах, демонструючи приклади найпростіших математичних моделей; в ході вивчення курсу алгебри у 7-9 класах – систематично акцентувати увагу учнів на тому, що рівняння, нерівності та їх системи є математичними моделями; виділяти етапи математичного моделювання в ході розв'язування завдань.*

**Ключові слова:** *навчання математики, основна школа, рівняння, системи рівнянь, математичне моделювання, математична модель.*

**Постановка проблеми.** Одне з основних завдань сучасної освіти – формування в учнів наукового світогляду, чому безпосередньо сприяє ознайомлення школярів з елементами математичного моделювання.

Вже в основній школі у 5-6 класах починається пропедевтика формування в учнів поняття математичної моделі, вміння досліджувати явища реальної дійсності через дослідження запропонованих математичних моделей, первинні вміння створювати математичні моделі прикладних задач (складати рівняння в ході розв'язування сюжетних задач). Отже, по-перше, у змісті шкільних підручників з математики з кожної теми мають бути передбачені завдання на створення моделей, приклади математичних моделей (та їх варіанти), створення моделей за схемами; по-друге, виникає необхідність розробки методики

навчання елементам математичного моделювання в основній школі в умовах компетентісно орієнтованого навчання.

**Мета статті** – запропонувати деякі методичні рекомендації щодо ознайомлення учнів основної школи з елементами математичного моделювання.

**Аналіз актуальних досліджень.** А. М. Колмогоров, розглядаючи питання про сучасну математику та навчання її в школі, підкреслював: «Дивлячись у майбутнє, необхідно вже зараз будувати шкільний курс так, щоб учні були підготовлені до сприйняття нових аспектів прикладної математики... Завдання полягає в тому, щоб уже в школі переконливо показати, що «сучасна математика» дає змогу будувати математичні моделі реальних процесів та ситуацій, що вивчаються в застосуваннях, не тільки не гірше, але логічно послідовніше і простіше, ніж традиційна» [7, с. 3]. У роботі І. І. Блехмана та інших математична модель у найпростіших випадках «... може бути відрізком, вектором, функцією, матрицею, скалярною величиною або конкретним числом» [2, с. 130].

Аналізуючи джерела у контексті дослідження, ми впевнилися, що означення математичного моделювання можуть відрізнятися не лише за формою, але й за змістом. Такі питання глибоко опрацьовані у дисертаційному дослідженні Л. Л. Панченко [11]. Нею обґрунтовано необхідність формування у майбутніх учителів математики широкого погляду на математичне моделювання як метод наукового дослідження та навчального пізнання. Математичні моделі економіки у шкільному курсі математики розглянуто у дисертаційному дослідженні О. С. Симонова (Москва, 2000 р.), різні аспекти використання математичного моделювання в ході навчання фізики досліджували О. В. Долженко (Санкт-Петербург, 2014 р.), С. А. Живодрובה (Москва, 2007). У дисертації О. О. Гриб'юк (Київ, 2011) математичне моделювання розглядається як засіб екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в класах хіміко-біологічного профілю.

Методику навчання учнів побудові математичних моделей прикладних задач при вивченні курсу алгебри та початків аналізу розробив С. Тургунбаєв (Ташкент, 1998). Відповідні методики ознайомлення учнів саме основної школи з поняттям математичного моделювання знаходяться у стадії розробки.

**Мета статті** – запропонувати власний погляд на методичний підхід до навчання змістової лінії «Рівняння, нерівності та їх системи», який би сприяв ознайомленню учнів основної школи з елементами математичного моделювання.

**Виклад основного матеріалу.** З поняттям «моделювання» зустрічаємось навіть тоді, коли розглядаємо процес мислення як вищу аналітико-синтетичну діяльність мозку, процес опосередкованого, абстрагованого і узагальненого відображення зовнішнього світу та його законів, пізнання людиною предметів і явищ об'єктивної дійсності в їх суттєвих властивостях, зв'язках і відношеннях об'єктивної дійсності, вищий ступінь людського пізнання, безпосередньо пов'язане із словом (мовою); процес ідеальної діяльності, коли інформацію про дійсність отримують через співставлення, перетворення і взаємозв'язок пізнавальної діяльності; цілеспрямований процес розв'язування завдань практичного і духовного засвоєння світу, **розумового моделювання можливих ситуацій**, планування дій і передбачення їх наслідків; діяльність з вироблення знань і оперування ними [12, с. 458] (виділено нами. – О.С.Ч., І.С.Н.). З іншого боку, **використання методу математичного моделювання** допомагає учню / студенту не лише глибше усвідомлювати сутність математичних теорій, але й **формує у них здатність мислити прогностично**. Зокрема, у [6] вказується на вплив використання методу математичного моделювання на формування здатності послідовно міркувати та презентувати свої ідеї, краще розуміти зміст математичних понять, розвивати вміння застосовувати математичні знання до розв'язування прикладних задач, аналізувати результати та формулювати аргументовані узагальнення і висновки.

У своєму дослідженні ми спираємось на загальноприйняте розуміння математичної моделі як функціональної залежності між характеристиками досліджуваного об'єкта, що представлена у вигляді формули чи алгоритму, способу опису реальної життєвої ситуації математичною мовою.

Створення математичної моделі ґрунтується на абстрагуванні від властивостей об'єкта пізнання, крім кількісних і просторових. Про те, як побудована модель, можна стверджувати лише після того, як порівняли отримані результати з інформацією, отриманою шляхом дослідження моделі. Тобто, метод математичного моделювання виходить з практики, створюючи математичні моделі явищ і процесів та повертається до неї, щоб обґрунтувати, чи правильно була створена модель [3, с. 10].

Ознайомлення з методом математичного моделювання можна вважати ефективним шляхом формування математичної компетентності школярів. До основних засобів формування компетентностей відносять компетентнісно-орієнтовані завдання [8], які визначають як інтегративну дидактичну одиницю змісту, технології та мониторингу якості підготовки учнів. Виділяють такі типи компетентнісно-орієнтованих завдань [8] – предметні, міжпредметні, практичні. **Предметні:** в умові описано предметну ситуацію, для вирішення якої необхідно встановити і використати широкий спектр зв'язків предметного змісту, що вивчається, у різних розділах дисципліни; у ході аналізу умови необхідно усвідомити інформацію, представлену в різних формах; сконструювати спосіб розв'язування (шляхом об'єднання вже відомих способів). Одержаний результат забезпечує пізнавальну значимість розв'язання і може бути використаний при вирішенні інших задач (завдань). У попередньому дослідженні (1997), коли ще поняття компетентнісного підходу не було розповсюдженим, нами такі завдання було названо **завданнями інтегративного характеру** [14]. **Міжпредметні:** в умові описано ситуацію мовою однієї з предметних областей з явним або неявним використанням мови іншої предметної області. Для розв'язування потрібно застосовувати знання з відповідних областей, дослідити умови з точки зору виділених предметних областей, а також здійснити пошук відсутніх даних, причому розв'язування та розв'язки (відповіді) можуть залежати від вихідних даних, що обрані (знайдені) школярами. **Практичні:** в умові описано практичну ситуацію, для вирішення якої необхідно застосовувати не лише знання з різних предметних областей, але й набуті учнями на практиці, з повсякденного досвіду.

Метод математичного моделювання ґрунтується на застосуванні математичної моделі як засобу дослідження реальних об'єктів, процесів чи явищ і полягає у здійсненні певної послідовності етапів. Як показав зроблений нами аналіз, етапи математичного моделювання, що пропонують різні дослідники [1; 2; 3; 6; 7; 11], дуже схожі. Отже, в ході виконання дослідження магістранткою І. С. Нейчевою ми спираємося на виділення наступних етапів математичного моделювання:

- 1) переклад задачі мовою математичних термінів, тобто побудова математичної моделі задачі (формалізація);
- 2) розв'язування задачі в межах математичної теорії;
- 3) інтерпретація отриманого розв'язку, тобто переклад результату мовою, якою була сформульована задача.

Загальновідомо, що математичні моделі (вирази, рівняння, нерівності та їх системи, функції) використовуються в основній школі, але найчастіше сам термін не використовується, ознайомлення з математичним моделюванням реалізується головним чином на інтуїтивному рівні у ході розв'язування задач.

Аналізуючи програми з математики для середніх загальноосвітніх шкіл до 1996 року, зазначимо: у різних навчальних програмах з математики (1986 р., 1989 р., 1996 р.) розглядаються різні види математичних моделей (неявно), але поняття «математична модель» відсутнє. Тільки у 1996 році у пробному підручнику математики для 9 класу Г. П. Бевз замінив розділ з тригонометрії розділом «Елементи прикладної математики», а в ньому виділив окремий параграф «Математичне моделювання». Нами неодноразово обґрунтовувалася думка щодо негативного впливу вилучення тригонометричного матеріалу з курсу алгебри основної школи на подальше вивчення тригонометричних функцій, відповідних тотожних перетворень, рівнянь та нерівностей у старших класах [13], але це не є предметом даної статті.

Нами зроблено ретроспективний аналіз програм та підручників з математики у контексті дослідження.

Г. П. Бевзом дев'ятикласникам пропонується загальне означення поняття: «Моделлю називається спеціально створений об'єкт, який відображає властивості досліджуваного об'єкта» [1]. Автор зауважує, що математичні моделі створюють із математичних понять і відношень: геометричних фігур, чисел, виразів, тощо. Починаючи з 1997 року, частина дев'ятикласників (саме ті, хто навчався за цим підручником) ознайомлювалася з поняттям математичної моделі. Згодом поняття «математична модель» та елементи математичного моделювання за програмою стали розглядати всі дев'ятикласники, але, на наш погляд, до останнього часу математичному моделюванню у основній школі не приділялося необхідної уваги. Проте у програмі 2012 року вже зазначено, що під час розв'язування текстових задач учні вчаться використовувати математичні моделі, що супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою.

За новою програмою [10] обов'язковим є ознайомлення з поняттям «математична модель» та «математичне моделювання» всіх дев'ятикласників, а у старших класах вивчення цих понять є важливим як з огляду на реалізацію компетентісно-орієнтованого навчання, так і з точки зору профільного навчання математики у старшій школі.

Стосовно вивчення рівнянь, нерівностей та їх систем, основними завданнями курсу алгебри у новій програмі з математики зазначено: важливе завдання полягає у залученні учнів до використання рівнянь як засобів математичного моделювання реальних процесів і явищ, розв'язування на цій основі прикладних та інших задач [10, с. 2].

Навчання математики у 5-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів здійснюється за підручниками, які створено у відповідності до Державного стандарту [4] та програм з алгебри та геометрії для загальноосвітніх навчальних закладів [9; 10]. Проаналізувавши діючі підручники алгебри, зазначимо: з означенням математичного моделювання учні знайомляться лише у 9 класі. Проведене нами опитування учнів 7 класу свідчить: 84% учнів ще не розуміють, що означає термін «математичне моделювання» (рис. 1), лише 12,5% пригадали, що вже знайомилися з таким поняттям.



Рис. 1. Результати опитування учнів

Зважаючи на результати анкетування, аналізуючи досвід вчителів математики, власний досвід роботи магістрантки І. С. Нейчевої у школі, нами вироблено деякі методичні рекомендації щодо ознайомлення учнів з поняттям «математичне моделювання» в основній школі.

Наприклад, ми пропонуємо учням розв'язати наступне завдання, акцентуючи увагу на етапах математичного моделювання.

**Завдання 1.1.** Скільки грамів 4-відсоткового і скільки грамів 10-відсоткового розчину солі треба взяти, щоб отримати 180 г 6-відсоткового розчину [5].

І етап. *Формалізація.* Побудуємо математичну модель задачі (таблиця 1). Нехай необхідно взяти  $x$  (г) ( $x > 0$ ) 4% розчину,  $y$  (г) ( $y > 0$ ) 10% розчину.

Таблиця 1.

Концентрати	4%	10%	6%
Маса речовини	$0,04x$	$0,1y$	$0,06 \cdot 180 = 10,8$
Маса розчину	$x$	$y$	180

Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 0,04x + 0,01y = 10,8 \end{cases}$$

Це і є математична модель задачі.

II етап. *Внутрішньомодельоване рішення.*

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 0,04x + 0,01y = 10,8 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 0,1x + 0,1y = 18 \\ 0,04x + 0,1y = 10,8 \end{cases}$$

Отримуємо:  $x = 120$  г.

Підставивши значення  $x$ , отримуємо, що  $y = 180 - 120 = 60$  г.

III етап. *Інтерпретація.* Переведемо результат з математичної мови на мову вихідної задачі. Необхідно взяти 120 г 4% розчину та 60 г 10 % розчину.

На прикладі фрагментів уроків з теми «Системи лінійних рівнянь з двома змінними» продемонструємо, як саме можна ввести дане поняття органічно.

Розглянемо етап актуалізації опорних знань учнів під час проведення уроку з теми «Розв'язування рівнянь з двома змінними».

**Завдання 2.1.** Складіть математичну модель задачі:

1) довжина прямокутника  $x$ , ширина 4 м, а периметр 20 м; ( $2(x+4) = 20$ );

2) довжина прямокутника на 4 м більша ширини, а периметр 24 м

( $2(x+(x+4)) = 24$ );

3) ширина і довжина прямокутника невідомі, а периметр 36 м ( $x+y = 36$ ).

**Методичний коментар:** на цьому етапі залежно від рівня підготовки учнів конкретного класу можна в більшій чи в меншій мірі залучати їх до складання математичних моделей задач. Якщо рівень підготовки учнів класу є невисоким, доцільно працювати фронтально, поступово підвищуючи рівень складності (від 1) до 3)), при цьому вчитель явно керує процесом. Якщо рівень підготовки учнів дозволяє надавати школярам більше самостійності, доцільно поступово знижувати «ефект домінування» вчителя, поступово відходити від явного керівництва їх навчально-пізнавальною діяльністю: спочатку вчитель коментує виконання завдання 3), потім допомагає учням виконати завдання 2). Як свідчить результат проведеного експерименту, в результаті таким чином організованої роботи завдання 1) більшість учнів виконує самостійно.

**Завдання 2.2.** Складіть задачу, якщо для її розв'язування було складено наступні рівняння:

1)  $2x = 4$ ;      2)  $2x+4 = 6$ ;      3)  $6x=3$ ;      4)  $6+x = 4$ ;

5)  $3+2x = 6$ ;      6)  $4+x = 2x - x+6$ ;      7)  $3x+4 = 2x+3$ .

Також розглянемо етап закріплення нового матеріалу під час проведення уроку з теми «Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь».

**Завдання 3.1.** Знайдіть два числа, якщо їх сума дорівнює 63, а різниця дорівнює 19.

*Розв'язання*

Складемо математичну модель задачі.

Нехай перше число –  $x$ , а друге –  $y$ , тоді складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 63, \\ x - y = 19; \end{cases}$$

Це і є *математична модель*.

$2x=82$ ,  $x = 41$ ,  $y = 22$ . Тобто перше число 41, друге - 22.

Відповідь: (41; 22).

**Методичний коментар:** дана задача є підготовчою, вона має явну «математичну фабулу», отже складати математичну модель та інтерпретувати одержані результати школярам не так складно, як у випадку з іншими задачами. Після її виконання можна переходити до розв'язування сюжетних задач, а на більш високому рівні використовувати **сюжетні задачі з надлишковою інформацією** (такі, наприклад, було запропоновані у книгах Я. І. Перельмана, які й зараз не втрачають своєї актуальності).

Також розглянемо етап мотивації навчальної діяльності під час проведення уроку з теми «Розв'язування систем лінійних рівнянь методом підстановки».

**Завдання 4.1.** Побудуйте графічну математичну модель системи рівнянь 
$$\begin{cases} 35x - 27y = 231, \\ 7x + 12y = 49. \end{cases}$$

**Методичний коментар:** це **завдання-провокація**. Для учнів достатньо складно побудувати графіки  $\left(y = \frac{35}{27}x - \frac{231}{27}\right)$ , неточно знаходиться точка перетину графіків навіть за умови вибору відповідного масштабу. Доцільно використати комп'ютерну програму, але частіше на цьому етапі учні самостійно ще не можуть це зробити, і це має зробити вчитель. Тому виникає необхідність знайти інші способи розв'язування систем лінійних рівнянь, отже відбувається мотивація учнів до вивчення нового матеріалу, до усвідомлення інших способів розв'язування.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Зважаючи на результати анкетування, аналізуючи досвід вчителів математики, власний досвід роботи магістрантки І. С. Нейчевої, нами вироблено деякі методичні рекомендації:

- учнів необхідно починати ознайомлювати з поняттям математичного моделювання ще у 5-6 класах, демонструючи приклади найпростіших математичних моделей (в ході розв'язування текстових задач);
- в ході вивчення курсу алгебри у 7-9 класах необхідно систематично акцентувати увагу учнів на тому, що рівняння, нерівності та їх системи є математичними моделями, на тому, що, складаючи рівняння, нерівності та їх системи в ході розв'язування задач, створюємо математичні моделі;
- вчитель має наголошувати на тому, що існують різні математичні моделі та демонструвати приклади деяких з них;
- вчитель може ознайомити учнів з поняттями «математична модель», «математичне моделювання», з етапами математичного моделювання, обґрунтовувати необхідність оволодіння елементами методу математичного моделювання ще до вивчення відповідного матеріалу у 9 класі;
- необхідно виділяти час на «фіксацію» всіх етапів математичного моделювання в ході розв'язування хоча б одного відповідного завдання на уроці та пропонувати це робити учням в ході виконання домашнього завдання.

Учні слід знайомити з сучасними підходами та методами математичного моделювання, урізноманітнювати системи прикладних задач відповідно до сучасних вимог, обов'язково враховуючи профілі навчання.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г. П. Не звужуймо поняття математичної моделі / Г. П. Бевз // Математика в школі. – 2009. – № 12. – С. 3-7.
2. Блехман И. И. Механика и прикладная математика: логика и особенности приложений математики / И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1990. – 356 с.
3. Глинский Б. А. Моделирование как метод научного исследования гносеологический анализ / Б. А. Глинский, Б. С. Грязнов, Б. С. Дынин, Е. П. Никитин. – Минск: Изд-во МиГУ, 1965. – 248 с.
4. Державний стандарт повної загальної середньої освіти [електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/derj-stand.html>
5. Збірник завдань для ДПА з математики: 11 кл. / О.І.Глобін та ін. – К.: Центр навч. – метод. л-ри, 2013. – 176 с.

6. Катеринюк Г. Д. Педагогічні умови формування та розвитку здатності до математичного моделювання / Г. Д. Катеринюк // Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору. – К. : Гнозис, 2016. – С. 239-246. –
7. Колмогоров А. Н. Современная математика и математика в современной школе / А. Н. Колмогоров // Математика в школе. – 1971. – №6. – С. 2-3.
8. Компетентностно-ориентированные задания в системе высшего образования / Шехонин А.А., Тарлыков В.А., Клещева И.В., Багаутдинова А.Ш., Будько М.Б., Будько М.Ю., Вознесенская А.О., Забодалова Л.А., Надточий Л.А., Орлова О.Ю. – СПб: НИУ ИТМО, 2014. – 99 с.
9. Математика. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів, 10-11 класи. – К., 2015. – 23 с.
10. Навчальна програма з математики для учнів 5 - 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів 2016 [електронний ресурс]. – Режим доступу: [mon.gov.ua/content/Osvita/math.pdf](http://mon.gov.ua/content/Osvita/math.pdf).
11. Панченко Л. Л. Формування вмінь математичного моделювання в процесі навчання майбутніх учителів математики : дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л. Л. Панченко. – Національний педагогічний ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 2006. – 260 с.
12. УСЭЛ. – К. : Гл.ред. УСЭЛ им. М. П. Бажана, 1988. – Т. 2. – С. 458.
13. Чашечникова Л. Г. Реалізація принципу диференціації навчання у процесі вивчення елементів тригонометрії / Л. Г. Чашечникова, О. С. Чашечникова : матеріали Всеукраїнської дистанційної науково-методичної конференції з міжнародною участю [«Розвиток інтелектуальних вмінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ \* плюс-2011»], (Суми, 11 лютого 2011 р.). – Т. 1. – Суми, 2011. – С. 94-96.
14. Чашечникова О.С. Розвиток математичних здібностей учнів основної школи. – Дисс...кпн. – 13.00.02. – К., 1997. – 208 с.

**Чашечникова О.С., Нейчева И.С. Ознакомление учащихся основной школы с математическим моделированием (на примере содержательной линии «Уравнения, неравенства и их системы»).**

*В статье предлагаются первые результаты исследования магистранткой проблемы ознакомления учащихся основной школы с элементами математического моделирования. Предлагаются подходы к введению понятия «математическое моделирование» в основной школе, иллюстрируемые конкретными примерами (содержательная линия «Уравнения, неравенства и их системы»), среди которых: начинать ознакомление с понятием математического моделирования еще в 5-6 классах, демонстрируя примеры элементарных математических моделей; в ходе изучения курса алгебры в 7-9 классах - систематически акцентировать внимание учеников на том, что уравнения, неравенства и их системы являются математическими моделями; выделять этапы математического моделирования в ходе решения заданий.*

**Ключевые слова:** обучение математике, основная школа, уравнение, системы уравнений, математическое моделирование, математическая модель.

**Chashechnikova O., Neicheva I. Familiarize secondary school students with mathematical modeling (for example, content line «Equations, inequalities and their systems»).**

*The article offers the first results of the study the problem of secondary school familiarization student with elements of mathematical modeling. Approaches to the introduction of concept of «mathematical modeling» in secondary school, illustrated by concrete examples (content line «Equations, inequalities and their systems») a offered. For example: start the introduction with the notion of mathematical modeling in 5-6 classes demonstrate basic mathematical models; systematically focus that equations, inequalities and their systems are mathematical models studying the course of algebra in 7-9 classes select the steps of mathematical modeling during*

*problem solving. The teacher must demonstrate that there are different mathematical models and their examples. The teacher also must to allocate time for fixation of all steps of mathematical modeling at the lesson and during homework. First, the teacher proposes the problem with «mathematical plot». Such a problem does not difficult neither in solving not in its interpretation. Then the teacher can propose story tasks. Some of such tasks can have redundant information (books by I. Perelman).*

**Key words:** *learning mathematics, secondary school, equation, equations, mathematical modelling, mathematical model.*

УДК 372.851:373.1

О. В. Школьний

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова  
ID ORCID 0000-0002-3131-1915

Ю. О. Захарійченко

Національний університет «Києво-Могилянська академія»  
ID ORCID 0000-0001-7436-3435

## РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕТИПОВИХ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ ПІД ЧАС ПІДГОТОВКИ ДО ЗНО З МАТЕМАТИКИ

*Тест зовнішнього незалежного оцінювання з математики нині виконує подвійну функцію. За допомогою цього тесту, з одного боку, здійснюється державна підсумкова атестація українських випускників, а з іншого боку – формування ранжованого списку для конкурсного відбору абітурієнтів при вступі до вищих навчальних закладів. Як наслідок, цей тест має містити як типові завдання для перевірки основних результатів навчання, так і завдання, сформульовані в незвичній формі, які призначені для виявлення творчого і нестандартного мислення учнів.*

*У даній роботі ми наводимо підбірку нетипових тестових завдань, які можуть бути використані вчителями математики під час підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання. При цьому ми розглядаємо завдання різних форм (із альтернативами, з короткою відповіддю, з повним поясненням), намагаючись здійснити широке тематичне покриття. До кожного з цих завдань наведено повне розв'язання і методичні коментарі, у яких ми робимо акцент на їх характерних особливостях. Ми вважаємо, що запропоновані в даній роботі методичні рекомендації сприятимуть забезпеченню якісної підготовки до ЗНО з математики учнів української старшої школи.*

**Ключові слова:** *ЗНО з математики, ДПА з математики, учні старшої школи, навчальні досягнення з математики, нетипові тестові завдання.*

**Постановка проблеми.** Наразі зовнішнє незалежне оцінювання якості знань з математики (далі ЗНО) виконує дві функції. З одного боку, за допомогою цього тесту перевіряють обов'язкові результати навчання, здійснюючи державну підсумкову атестацію (далі ДПА) випускників української старшої школи. З іншого боку, за допомогою тесту ЗНО з математики проводиться конкурсний відбір під час вступної кампанії до українських вишів. На нашу думку, поєднання цих двох функцій не є природним і в подальшому варто відокремити формування ранжованого списку абітурієнтів для вступу до вишів від проведення ДПА. Однак, на даному етапі, коли це поєднання реалізується на практиці, перед розробниками тестів ЗНО постає ціла низка методичних проблем. Зокрема, важливо в тест ЗНО з математики включати як типові завдання, що стосуються всіх змістових ліній шкільної математики і призначені для перевірки обов'язкових результатів навчання, так і конкурсні завдання, сформульовані в незвичній формі, спрямовані на виявлення творчого і нестандартного мислення учасників тестування.