РЕЗЮМЕ

О. С. Чашечникова. Развитие творческого мышления учеников при изучении математики. Проблема диагностики.

В статье рассмотрен один из наиболее сложных в решении вопрос проблемы развития творческого мышления – вопрос диагностики. Описана составленная автором система заданий для диагностики динамики развития творческого мышления учащихся в процессе изучения математики, состоящая из нескольких блоков. Известная классификация задач, направленных на развитие творческого мышления учеников, предложенную В. А. Крутецким, автором дополнена заданиями с противоречивыми данными, выполнение которых одновременно и диагностирует, и формирует один и из компонентов творческого мышления - нешаблонность мышления.

***Ключевые слова**: развитие творческого мышления, обучение математики, диагностика, задание с противоречивыми данными.*

SUMMARY

O. Chashechnikova. Development of creative thinking of pupils in the course of mathematics studying. Diagnostics problem.

Diagnostics issue as one of the most complicated in solving creative thinking problems is considered in the article. Compiled by the author system of tasks for diagnosing the dynamics of students creative thinking development in the process of studying mathematics, which consists of a few blocks, is described. A known classification of tasks, which is aimed at students creative thinking development had been introduced by V. A. Krutetskiy. The author added the tasks with contradictory data, completion of which simultaneously diagnoses, as well as forms one of the creative thinking components that account for unconventional thinking.

Key words: creative thinking development, teaching of mathematics, diagnostics, a task with contradictory data.

УДК 511.14(07)

О. В. Шаран

Дрогобицький державний педагогічний
університет імені Івана Франка

ВПЛИВ КУРСІВ ЗА ВИБОРОМ НА РОЗВИТОК ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ ОСОБИСТОСТІ

У статті розглянуті методичні аспекти розвитку творчих здібностей старшокласників у процесі вивчення курсу за вибором «Комплексні числа та їх застосування».

***Ключові слова**: творчі здібності, курс за вибором, комплексні числа, застосування комплексних чисел.*

Постановка проблеми. В умовах сьогодення особливої актуальності й гостроти набувають питання, пов'язані з формуванням особистості, розвитком її потенційних сил і можливостей. Одним із важливих критеріїв повноцінного та гармонійного розвитку особистості є її здатність до творчості, вміння самостійно вирішувати складні питання і проблеми життєдіяльності.

Широкі можливості для формування творчих здібностей учнів існують під час вивчення математики на курсах за вибором. Розглянемо це питання стосовно курсу за вибором «Комплексні числа та їх застосування».

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

Аналіз актуальних досліджень. Формування творчих здібностей як проблема досліджувалася як психологами (Д. Богоявленською, Л. Виготським, В. Моляко, Я. Пономарьовим та ін.), так і методистами (В. Крутецьким, М. Махмутовим, З. Слєпкань, О. Чашечниковою та ін.) та провідними вчителями (Ш. Амонашвілі, В. Іржавцевою, В. Сухомлинським, В. Шаталовим та ін.). Проблема вивчення комплексних чисел та їх застосування в загальноосвітніх школах досліджувалась у працях: М. Балка, І. Кушніра, Е. Лаудині, Г. Марача, О. Маркушевича, Я. Понаріна, З. Скопеця, О. Шарової, І. Яглома та ін. Про важливість цієї теми свідчать і публікації вчителів-дослідників: О. Буковської, А. Карпа, Б. Орача, Г. Пивоварова. Проте в сукупності сформульована нами проблема не була предметом спеціального дослідження.

Мета статті – розкрити дидактичні можливості курсу за вибором «Комплексні числа та їх застосування», спрямовані на формування творчих здібностей старшокласників.

Виклад основного матеріалу. Під творчими здібностями особистості (учня, студента) розуміємо синтез її властивостей і рис характеру, які характеризують ступінь їх відповідності вимогам певного виду навчально-творчої діяльності і які обумовлюють рівень результативності цієї діяльності [5, 8].

Можна виділити такі основні чинники, які впливають на творчий розвиток особистості учня: зовнішні та внутрішні. Зовнішні, власне педагогічні умови для особистісного, в тому числі і творчого, розвитку учня в освітньому процесі задаються методами і формами організації навчальної діяльності. Переважання активних методів профільного навчання в загальноосвітній школі надає стосункам учнів і наставника характеру взаємносприймаючої взаємодії, створюючи поле сумісного творчого напруження, емоційного переживання. До внутрішніх чинників відносимо наповнюваність навчального матеріалу математичними завданнями, які вимагають творчого застосування набутих знань та вмінь.

Широкі можливості для реалізації ідеї творчого розвитку особистості учня мають спеціальні курси за вибором, сам факт існування яких свідчить про зацікавленість учня предметом чи певним його розділом. А творчість можлива лише там, де є інтерес. Його варто вчителеві всіляко підтримувати та поглиблювати.

Одним із методів, що підвищує інтерес до вивчення математики взагалі і конкретного її розділу зокрема, є систематичне використання історичного матеріалу, який стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід’ємну складову загальнолюдської культури. «Звернення до минулого – плодотворне джерело пізнання сучасного» [1, 13]. На цікавих змістовних прикладах варто показувати учням, як розвивалися математичні поняття (наприклад, поняття числа), теорії і методи (зокрема, теорія функцій комплексної змінної та метод комплексних чисел),

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

ознайомлювати їх з іменами та біографіями видатних математиків.

Як показує практика, перше заняття курсу за вибором «Комплексні числа та їх застосування» варто провести у формі семінару з підготовкою учнів на самому уроці. Нестандартно організоване заняття сприятиме підвищенню інтересу учнів до даного курсу та математики в цілому.

Наведемо уривок конспекту уроку.

Вчитель згадує з учнями відомі їм числові множини, пропонує план дослідження питання виникнення натуральних, дробових, від'ємних та ірраціональних чисел. На дошці записані висловлення відомих вчених: «Серед чисел існує така досконалість і узгодженість, що нам треба розмірковувати дні і ночі над їх дивовижною закономірністю» (С. Стевін), «Знання людей заслуговує імені Науки залежно від того, яку роль відіграє в ній число» (Е. Борель). Далі проходить самопідготовка учнів за посібником «Комплексні числа та їх застосування» [6], додатковою літературою. Основна форма проведення семінару – групова: клас розбивається на кілька груп, кожна з яких одержує завдання обґрунтувати історичну необхідність появи тієї чи іншої множини чисел.

Дискусію можна розпочати словами давньогрецького драматурга Есхіла (VI-V ст. до н. е.), який у трагедії «Прикований Прометей» приписує безсмертному титану відкриття всіх ремесел:

«Послухайте, що смертним я зробив…

Число їм винайшов

Та літери навчив єднати» [7, 13].

Як ви думаєте, яким чином виникло число? Чи могла окрема людина, навіть дуже здібна і сильна, здійснити таке відкриття?

Що стимулювало появу натуральних чисел? Як велося позначення цих чисел? Чи могло число виникнути в один день, чи на це пішло багато часу?

Що привело до виникнення дробових чисел, які практичні потреби?

Які потреби науки зумовили необхідність введення від'ємних чисел? Чи була практична потреба введення від'ємних чисел?

Як виникли ірраціональні числа?

Коли прийшло остаточне визнання дійсного числа?

Як ви вважаєте, до якої множини належать корені квадратного рівняння з цілими коефіцієнтами? Чи всі вони належать множині □ ?

Тут доцільно розглянути різні випадки розв'язування квадратних рівнянь:

1) при $b^2 - 4ac > 0$ – рівняння має 2 різних дійсних корені;

2) при $b^2 - 4ac = 0$ – рівняння має 2 рівних дійсних корені;

3) при $b^2 - 4ac < 0$ – рівняння дійсних коренів не має, зокрема, рівняння

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

$x^2+1=0$ не має дійсних коренів.

Для усунення «білої плями» в теорії розв'язування квадратних рівнянь необхідне введення нових чисел і дій над ними. Це відбувається шляхом введення комплексних чисел. Звернемося до історії виникнення комплексних чисел.

Які потреби науки сприяли появі комплексних чисел і як це відбувалося?

Інформація про історію виникнення комплексних чисел подається в повідомленні учня, який опрацював цей матеріал заздалегідь самостійно. Можна запропонувати учням розв'язати кубічні рівняння за формулою Кардано, серед яких одне незвідне.

У результаті бесіди разом з учнями заповнюється таблиця «Розвиток поняття числа від натурального до комплексного» із вказівкою рушійного мотиву розширення цього поняття (з математичної точки зору):

Таблиця 1

Розвиток поняття числа від натурального до комплексного

Вихідна числова множина	**Позначення вихідної множини**	**Рушійний мотив до розширення (мета)**	**Числа, що приєднуються**	**Розширена числова множина**	**Позначення розширеної множини**
1	2	3	4	5	6
Натуральні числа	□	Зробити можливим віднімання рівних чисел (або розв'язування рівняння $x+n=n$)	Нуль	Цілі невід'ємні числа	□$_0$
Цілі невід'ємні числа	□$_0$	Зробити можливим віднімання більшого числа від меншого (або розв'язування рівняння $x+n=m$, де $m<n$)	Цілі від'ємні числа	Цілі числа	□
Цілі числа	□	Зробити завжди можливим ділення (або розв'язування рівняння $nx=m$)	Дробові числа	Раціональні числа	□
Раціональні числа	□	Зробити завжди можливим добування кореня із будь-якого додатного числа (або розв'язування рівняння $x^n=a$, де $a\geq 0$)	Ірраціональні числа (алгебраїчні та трансцендентні)	Дійсні числа	□
Дійсні числа	□	Зробити завжди можливим добування кореня з від'ємного числа (або розв'язування рівняння $x^{2n}=a$, де $a<0$)	Уявні числа	Комплексні Числа	□

Наступні семінарські заняття доцільно зробити тематичними. Робота з

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

довідковою літературою, підготовка повідомлень, доповідей, рефератів стимулюють творчу пізнавальну активність старшокласників, тому є корисною для їхнього інтелектуального та творчого розвитку. Адже «базою будь-якої творчості є конкретні знання, навички і уміння» [2, 9].

Домінуючим методом подання нового матеріалу доцільно обрати метод проблемної лекції в поєднанні з різними прийомами активізації пізнавальної діяльності учнів. Цей метод дозволяє актуалізувати вже відомі учням знання і підтримує інтерес, примушує думку учня слідувати за думкою вчителя.

У процесі вивчення курсу за вибором «Комплексні числа та їх застосування» учні ознайомлюються з геометричною інтерпретацією, різними формами подання і запису комплексних чисел (вербальній, матеріалізованій, графічній, знаково-символічній та ін.). При цьому великого значення набуває схематизація знань, що виступає засобом його структурування і систематизації. Володіння різними формами представлення знань і, зокрема, математичних понять, необхідно і тому, що мова образів відіграє важливу роль у творчості. Творча діяльність і розвиток особистості тісно взаємопов'язані і взаємообумовлені. Крім того, «необхідною умовою формування теоретичних знань є свобода переходу від одного рівня до другого в будь-якому напрямі: від реальних об'єктів до схем, від них до знаків і навпаки» [4, 268].

З метою розвитку творчих здібностей старшокласників зміст навчального матеріалу курсу за вибором доцільно наповнити вправами і задачами, які сприяють розвитку творчості і які називають творчими.

Творчою задачею називають таку, яка або в цілому є новою (незнайома для субєкта), або ж, меншою мірою, містить значну новизну, що і зумовлює значні розумові зусилля, спеціальний пошук, знаходження нового способу її розв'язання [3, 23–24].

В системі розглядуваного курсу за вибором такими задачами виступають так звані прикладні задачі та задачі з міжпредметними та внутріпредметними зв'язками. Результатом вивчення курсів за вибором повинно стати не просто знання учнями відповідних термінів і формулювань, а вміння творчо застосовувати вивчені теореми і методи в процесі самостійного розв'язування задач, у тому числі прикладних та задач із міжпредметними і внутріпредметними зв'язками, адже саме в процесі розв'язування таких задач формуються вміння старшокласників застосовувати апарат комплексних чисел, розвиваються інтереси і нахили до математики, їх творчі здібності.

Мета введення комплексних чисел у загальноосвітні школи не буде досягнута, якщо не ознайомити учнів хоча б із найпростішими їх застосуваннями на основі розв'язування прикладних задач та задач із міжпредметними і внутріпредметними зв'язками. Ними можуть бути: застосування комплексних чисел до теорії многочленів, використання комплексних чисел у тригонометрії (задачі з внутріпредметними зв'язками), розв'язування геометричних задач методом комплексних чисел, застосування комплексних чисел до перетворень площини (задачі з міжпредметними зв'язками), розв'язування задач з механіки та електродинаміки використанням комплексних чисел (задачі з міжпредметними зв'язками та прикладні задачі). Всі розглянуті нами в посібнику [6] застосування є автономними, їх можна вивчати в довільній послідовності.

Наведемо декілька з них.

Задача 1. Виразити $\sin 5\varphi$ та $\cos 5\varphi$ через $\sin\varphi$ та $\cos\varphi$.

Розв'язування традиційним методом передбачає кількаразове використання формул косинуса та синуса суми. Використання комплексних чисел дозволяє скоротити ланцюжок обчислень.

За формулою Муавра $(\cos\varphi + i\sin\varphi)^5 = \cos 5\varphi + i\sin 5\varphi$.

З іншого боку, використовуючи формулу бінома Ньютона, маємо:

$$(\cos\varphi + i\sin\varphi)^5 =$$

$$= \cos^5\varphi + 5i\cos^4\varphi\sin\varphi - 10\cos^3\varphi\sin^2\varphi - 10i\cos^2\varphi\sin^3\varphi + 5\cos\varphi\sin^4\varphi + i\sin^5\varphi.$$

З останніх двох рівностей, використовуючи умову рівності двох комплексних чисел отримуємо, що

$$\cos 5\varphi = \cos^5\varphi - 10\cos^3\varphi\sin^2\varphi + 5\cos\varphi\sin^4\varphi = 16\cos^5\varphi - 20\cos^3\varphi + 5\cos\varphi;$$

$$\sin 5\varphi = 5\cos^4\varphi\sin\varphi - 10\cos^2\varphi\sin^3\varphi + \sin^5\varphi = 16\sin^5\varphi - 20\sin^3\varphi + 5\sin\varphi.$$

Дуже корисним для учнів профільних класів є розв'язування одних і тих самих задач кількома способами. З метою порівняння можна показати учням розв'язання задач міжпредметного та внутріпредметного характеру методом комплексних чисел і традиційним методом. Для цього у множині комплексних чисел разом з учнями встановлюємо додаткові критерії (ознаки) певних відношень, наприклад, колінеарність та ортогональність векторів, хорд одиничного кола, приналежність трьох точок одній прямій та ін.; учні переконуються в простоті та корисності застосування методу комплексних чисел.

Задача 2. За допомогою комплексних чисел доведіть, що середини сторін довільного чотирикутника утворюють паралелограм.

Розв'язання. Нехай вершини чотирикутника $ABCD$ мають комплексні координати $a,\ b,\ c,\ d$ відповідно (рис. 1). Тоді середини сторін цього чотирикутника – точки $K,\ L,\ M,\ N$ – мають комплексні координати відповідно:

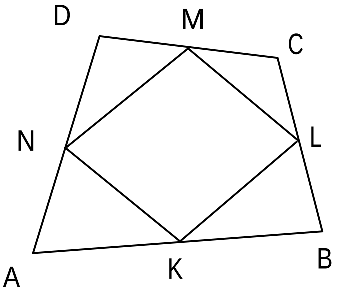

Рис. 1

$$z_1=\frac{a+b}{2},\quad z_2=\frac{b+c}{2},\quad z_3=\frac{c+d}{2},\quad z_4=\frac{a+d}{2}.$$

Доведемо, що чотирикутник $KLMN$ є паралелограмом. Для цього знайдемо комплексні координати векторів $\overrightarrow{KL}$ і $\overrightarrow{MN}$:

$$\frac{b+c}{2}-\frac{a+b}{2}=\frac{c-a}{2};\quad \frac{c+d}{2}-\frac{a+d}{2}=\frac{c-a}{2}.$$

Відношення комплексних координат цих векторів дорівнює *дійсному* числу 1, а це означає, що вектори $\overrightarrow{KL}$ і $\overrightarrow{MN}$ є колінеарними, а сторони KL і MN – паралельними. Аналогічно доводимо паралельність сторін LM і KN. Отже, чотирикутник $KLMN$ – паралелограм.

Застосування комплексних чисел до перетворень площини наглядно демонструє учням нескінченні можливості удосконалення математичних методів дослідження фактів і явищ, цим самим сприяючи підвищенню пізнавального інтересу учнів до математики, формуванню творчих здібностей та, разом з цим, розширюючи сукупність методів пізнання старшокласників. Для цього розглядаємо кожний рух зокрема, задаючи його формулою в комплексних координатах.

Задача 3. На гіпотенузі АВ прямокутного трикутника *АВС* побудований квадрат зовнішнім чином. Знайти відстань від вершини *С* прямого кута до центра *Q* квадрата, якщо довжини катетів *АС* і *ВС* рівні *а* і *b* відповідно.

Розв'язання. Цю задачу можна розв'язати традиційним способом, використавши теорему Птолемея, попередньо обґрунтувавши при цьому, що чотирикутник АСВQ є вписаним в коло.

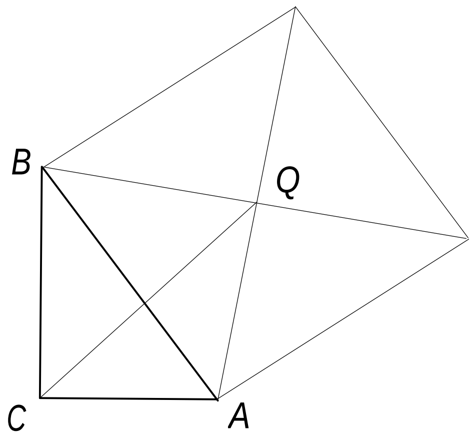

Рис. 2

Розв'яжемо цю задачу, використавши комплексні числа. Виберемо точку *С* за початкову, а прямі *СА* і *СВ* за дійсну і уявну осі (рис. 2). Тоді точки *А* і *В* матимуть комплексні координати a і bi. Поворот на 90° переводить вектор $\overrightarrow{QB}$ у вектор $\overrightarrow{QA}$. Тому маємо рівність $(bi-q)i = a-q$,

де q – комплексна координата точки Q.

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

Звідси $q = \dfrac{a+b}{1-i} = \dfrac{a+b}{2} + i\dfrac{a+b}{2}$,

а відстань

$$CQ = |q-0| = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b}{2}\right)^2} = \frac{a+b}{\sqrt{2}}.$$

Геометрична інтерпретація комплексних чисел дозволяє зрозуміти, що застосування комплексних чисел ефективне в тих галузях науки і техніки, де доводиться мати справу з величинами, які можна подати у вигляді точки або вектора на площині. Виявилося, що таких сфер досить багато. Тому комплексні числа (точніше теорія функцій комплексної змінної) знайшли широке застосування для розв'язання багатьох питань теоретичної фізики, гідродинаміки, аеромеханіки, електротехніки, кораблебудування, теорії пружності, картографії.

Задача 4. Знайти рівнодійну двох сил $30\ H$ і $40\ H$, які спрямовані на точку тіла під кутом 30° між ними.

Розв'язання. У школі ця задача розв'язується, як правило, з використанням теореми косинусів. Розв'яжемо її іншим способом, використовуючи комплексні числа. Будемо вважати, що точка прикладання сил у всіх випадках збігається з початком координат, а сила $\vec{F}_1$ співнапрямлена з дійсною віссю. Тоді силі $\vec{F}_1$ відповідає дійсне число 30, а силі $\vec{F}_2$ – комплексне число $40\left(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ\right) \approx 20 + 35i$. Тоді $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \approx 50 + 35i$. Звідси величина рівнодійних дорівнює: $\left|\vec{F}\right| \approx \sqrt{2500+1225} \approx 61(H)$.

Використання задач з фізики на етапі вивчення комплексних чисел дозволить учням не лише добре засвоїти основні поняття теми «Комплексні числа», а й сприятиме формуванню у них творчих здібностей та позитивних мотивів навчання.

Як показує досвід, формуванню творчої особистості сприяє використання лекційно-практичної форми навчання в поєднанні з нетрадиційними формами організації навчальної діяльності учнів (математичні «бої», дидактичні ігри, інтегровані уроки алгебри з іншими природничими дисциплінами тощо).

Важливим є постійне і широке залучення учнів до різних форм самостійної роботи як домашньої, так і класної. Використання різних методів – від репродуктивних до дослідницьких – дозволить формувати позитивну і стійку мотивацію до вивчення комплексних чисел, зокрема, і математики взагалі, та сприятиме формуванню творчих здібностей учнів. Обов'язковим елементом навчання мають стати індивідуальні завдання з теми. Їх варто пропонувати як на

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

початковому, так і на завершальному етапах вивчення курсу.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційні технології навчання. Підвищенню ефективності уроків курсу за вибором в старших класах сприяє використання комп'ютерних засобів навчального призначення, наприклад системи комп'ютерної алгебри DERIVE, педагогічного програмного засобу GRAN1 та інших.

Висновки. Отже, у процесі вивчення курсу за вибором «Комплексні числа та їх застосування» доцільно використовувати його потужні дидактичні можливості з метою формування інтелектуальних та творчих здібностей старшокласників.

ЛІТЕРАТУРА

1. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии : [в 2 т.] / Ф. Клейн ; под ред. М. М. Постникова; [пер. с нем. Н. М. Нагорного]. – М. : Наука, 1989. – Т. 1. – 1989. – 453 с.

2. Махмутов М. И. Организация проблемного обучения в школе / М. И. Махмутов. – М. : Просвещение, 1977. – 239 с.

3. Моляко В. А. Психология решения школьниками творческих задач / В. А. Моляко. – К. : Радянська школа, 1983. – 94 с.

4. Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина. – М. : Изд-во МГУ, 1988. – 288 с.

5. Слєпкань З. І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики / З. І. Слєпкань // Математика в школі. – 2003. – № 1. – С. 6–9.

6. Шаран О. В. Комплексні числа та їх застосування / О. В. Шаран. – Дрогобич : НВЦ «Каменяр», 2004. – 192 с.

7. Эсхил. Трагедии / Эсхил : [пер. с древнегреч. С. Апта]. – М. : АСТ Харьков : Фолио, 2001. – 379 с. – (Библиотека античной литературы).

РЕЗЮМЕ

А. В. Шаран. Влияние курсов по выбору на развитие творческих способностей личности.

В статье рассматриваются методические аспекты развития творческих способностей старшеклассников при изучении курса по выбору «Комплексные числа и их применения».

***Ключевые слова**: творческие способности, курс по выбору, комплексные числа, применения комплексных чисел.*

SUMMARY

A. Sharan. Influence of the elections at development creative abilities of personality.

The article deals with methodological aspects of the creative abilities of pupils during the study course of choice «Complex numbers and their applications».

Key words: creativity, an optional course, complex numbers, the applications of complex numbers.