

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Бистрянцева А.М. Застосування методу площ до розв'язування геометричних задач в контексті підготовки до державної підсумкової атестації. Фізико-математична освіта. 2018. Випуск 1(15). С. 142-145.

Bystryantseva A. Applying Of The Method Of The Areas To Solving Geometric Tasks In The Context Of Preparation To The State Final Attestation. Physical and Mathematical Education. 2018. Issue 1(15). P. 142-145.

УДК 372.851

А.М. Бистрянцева

Херсонський державний університет, Україна

abystryantseva@ksu.ks.ua

DOI 10.31110/2413-1571-2018-015-1-025

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПЛОЩ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ В КОНТЕКСТІ ПІДГОТОВКИ ДО ДЕРЖАВНОЇ ПІДСУМКОВОЇ АТЕСТАЦІЇ

Анотація. Аналіз результатів державної підсумкової атестації показує, що основні труднощі в учнів виникають саме при розв'язуванні геометричних задач. Існує велика кількість досліджень, в яких автори намагаються знайти найбільш раціональний шлях навчання розв'язуванню задач загалом і за допомогою конкретних методів зокрема. В методичній та науково-популярній літературі розглядається практичне застосування кожного з відомих методів, однак в існуючих статтях зазвичай показано як розв'язувати лише окремі задачі. У шкільному курсі геометрії більшість з методів розв'язування задач займають не надто значне місце, хоча їх ефективність при цьому безумовно не викликає сумнівів. Що ж стосується методу площ, то він доволі рідко згадується в методичній та навчальній літературі, хоча в олімпіадній та конкурсній практиці часто зустрічаються задачі, які розв'язуються саме цим методом.

В ході проведення дослідження були проаналізовані завдання, які пропонуються для проведення державної підсумкової атестації з математики в 9-му класі. Для цього були розглянуті збірники завдань авторського колективу А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір за редакцією М.І. Бурди, рекомендований Міністерством освіти і науки України та авторського колективу В.Г. Бевз, Д.В. Васильєва схвалений комісією з математики Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України.

У відповідності до типів задач та прийомів, які застосовуються до їх розв'язування, можна розподілити завдання таким чином: використання прийому, оснований на знаходженні площі фігури двома способами; прийому, оснований на використанні властивості адитивності площі; прийому, оснований на використанні властивостей відношень площ і відповідних відрізків. В статті наведені приклади завдань із державної підсумкової атестації, для розв'язування яких доцільно користуватись саме цими прийомами. Наявність достатньо великої кількості завдань, які потребують для розв'язування використовувати метод площ, дає можливість стверджувати про доцільність та необхідність спеціального вивчення методу площ в шкільному курсі геометрії.

На жаль, лише в декількох підручниках з геометрії його виділяють як окрему тему та метод, який може бути використаний до чітко окреслених класів задач. Одним з шляхів розв'язання зазначеної проблеми є доповнення шкільного курсу математики геометричними методами розв'язування задач, зокрема методом площ, які дають можливість учням вирішити проблему пошуку і правильного вибору найбільш раціонального шляху розв'язування задачі.

Ключові слова: метод, розв'язування геометричної задачі, метод площ, державна підсумкова атестація.

Постановка проблеми. Одним із основних завдань навчання математики є формування в учнів умінь розв'язувати задачі. А головним в процесі розв'язування задачі є використання набутих умінь вести пошук розв'язку, тому надзвичайно важливо навчити учнів виконувати, в першу чергу, алгоритмічні дії, які найкоротшим шляхом приведуть їх до результату – розв'язку задачі.

Шкільна практика традиційно свідчить про низький рівень уміння школярів розв'язувати задачі, розв'язування яких виходить за рамки конкретного алгоритму, простежується формалізм знань, прагнення школярів лише запам'ятати наведені міркування. Більшість учнів, навіть фізико-математичних шкіл і класів, відчують труднощі при необхідності знаходити розв'язки, які потребують евристичних міркувань. Саме при розв'язуванні геометричних задач, як правило, алгоритмів немає, а розв'язок задачі зводиться в першу чергу до відшукування найбільш доцільної теореми із їх великої кількості, що безумовно для багатьох учнів є складним завданням.

Аналіз результатів державної підсумкової атестації показує, що основні труднощі в учнів виникають саме при розв'язуванні геометричних задач. Це спостерігається, оскільки в алгебрі, початках математичного аналізу наявна низка чітких алгоритмів та методів розв'язування типових задач. Оскільки найскладнішим є в розв'язуванні будь-якої задачі планування власних дій, то при наявності визначеного методу труднощі можуть носити хіба що технічний характер.

Аналіз актуальних досліджень. Існує велика кількість досліджень, в яких автори намагаються знайти найбільш раціональний шлях навчання розв'язуванню задач загалом і за допомогою конкретних методів зокрема. В методичній та науково-популярній літературі розглядається практичне застосування кожного з відомих методів, однак в існуючих статтях зазвичай показано як розв'язувати окремі задачі. Що ж стосується шкільного курсу геометрії, то більшість з методів розв'язування задач займають не надто значне місце, хоча їх ефективність при цьому безумовно не викликає сумнівів.

Проблемі навчання учнів розв'язуванню геометричних задач, формуванню раціональних прийомів навчальної роботи при розв'язуванні задач присвячені роботи Б.П. Білоцерковського, В.Г. Болотянського, В.О. Гусева, Ю.М. Колягіна, Ф.Ф. Нагібіна, З.А. Скопцеца, Д. Пойа, Кушніра І.А. та інших.

І.Ф. Шаригін вважає, що зі всіх методів загальних і частинних, зовнішніх і внутрішніх по відношенню до геометрії, в зміст курсу загальноосвітньої шкільної геометрії необхідно включати не тільки загальні методи, але й методи внутрішні, ті, що використовують апарат самої геометрії, і частинні, які дозволяють знаходити красиві геометричні розв'язки [1].

Від уміння розв'язувати задачі значною мірою залежить рівень математичної культури вважає І.А. Кушнір [2; 3]. Бажання розв'язати задачу багатьма способами є явищем далеко не порожнім. Метою автора є зробити пошук не випадковим явищем, а регулярним. Здобути таке уміння, на думку науковця, допомагає знання прийомів і методів розв'язування задач, засвоєння яких є найважливішою частиною математичної підготовки учнів, абітурієнтів, а також усіх, хто цікавиться математикою.

В існуючих нині роботах зазвичай не розглядається вивчення питань, пов'язаних з площами в єдності теорії і практики, не простежується зв'язок теорії з системою задач.

Що ж стосується методу площ, то він доволі рідко згадується в методичній та навчальній літературі, хоча в олімпіадній та конкурсній практиці часто зустрічаються задачі, які розв'язуються саме цим методом. Також значну кількість становлять задачі, що включені до матеріалів державної підсумкової атестації, розв'язування яких значно спрощується при використанні саме методу площ.

В навчально-методичній літературі є достатньо велика кількість робіт, які пов'язані з методом площ. Ці статті в своїй більшості присвячені порівнянню площ, використанню властивостей рівновеликих фігур. Зокрема, роботи І.Ф. Шаригіна [1], І.Д. Новікова [4], Е.Г. Готмана [5], В.В. Прасолова [6] присвячені практичним питанням використання методу площ. Автори демонструють розв'язування деяких видів задач з використанням методу площ, але сам метод в статтях практично не описується, також відсутньою є система навчання розв'язуванню задач за допомогою методу площ.

Мета статті. Метою даного дослідження є здійснення аналізу матеріалів, що пропонуються для проведення державної підсумкової атестації з математики, щодо визначення ролі, можливостей застосування та необхідності вивчення методу площ в процесі отримання загальної освіти та підготовки до складання випускних екзаменів.

Виклад основного матеріалу. Майже кожна геометрична задача, з якою стикаються учні під час державної підсумкової атестації або зовнішнього незалежного оцінювання, викликає труднощі. Для того аби цього уникнути, варто враховувати той факт, що учень буде почувати себе більш впевнено, якщо буде озброєний простими та ефективними методами розв'язування задач.

Далеко не кожна задача в геометрії може бути розв'язана за допомогою певної формули. При розв'язуванні більшості з них не уникнути залучення різноманітних фактів теорії, доведення тих чи інших тверджень, справедливих лише при певному розташуванні елементів фігур. Але і при достатньому знанні теорії оволодіти навичками в розв'язуванні задач можна лише розв'язавши достатньо багато задач, починаючи з простих і переходячи до більш складних, а найголовніше володіючи різними методами їх розв'язування. Крім того, в багатьох випадках необхідно знайти ще й правильну далеко не завжди очевидну ідею розв'язання, часто такою ідеєю виступає саме застосування методу площ [7].

Говорячи про метод площ, варто відмітити, що при складанні завдань державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання зустрічаються задачі, для знаходження розв'язку яких передбачається достатньо активна робота з площами, розв'язування деяких з них значною мірою спрощується за умови застосування цього методу, що передбачає відчутну економію часу. Іноді ж зустрічаються задачі, які можна розв'язати лише за умови використання методу площ.

В ході проведення дослідження були проаналізовані завдання, які пропонуються для проведення державної підсумкової атестації з математики в 9-му класі. Для цього були розглянуті збірники завдань авторського колективу А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір за редакцією М.І. Бурди, рекомендований Міністерством освіти і науки України [8] та авторського колективу В.Г. Бевз, Д.В. Васильєва схвалений комісією з математики Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України [9].

Зміст завдань кожного із зазначених збірників повністю відповідає чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, а також програмі для шкіл, ліцеїв та гімназій з поглибленим вивченням математики. Збірники призначено для проведення державної підсумкової атестації з математики в дев'ятих класах загальноосвітніх навчальних закладів.

Матеріали кожного зі збірників на третину складаються із геометричних задач. З 640 запропонованих завдань із геометрії збірника [8], 116 завдань так чи інакше пов'язані із площами. Причому в 48 із них використання методу площ надає можливість швидко і доволі просто отримати розв'язок. Збірник [9] пропонує до розв'язування 118 геометричних задач, з яких 30 включають необхідність використання поняття площі та формул знаходження площ фігур; 12 задач розв'язуються із застосуванням методу площ, що значно скорочує витрачений на їх опрацювання час.

Розглянемо декілька прикладів таких задач:

Задача 1. У скільки разів площа квадрата, побудованого на діагоналі даного квадрата, більше площі даного квадрата? [8]

Задача 2. Через середину діагоналі AC прямокутника $ABCD$ проведена пряма, яка перетинає сторони BC і AD прямокутника в точках M і K відповідно, $AC = 15$ см, $AK = 4$ см, $KD = 8$ см. Знайти площу чотирикутника $AMCK$ [8].

Задача 3. В трикутнику ABC відомо, що $AB = BC = 13$ см, $AC = 10$ см. До кола, вписаного в цей трикутник, проведена дотична, яка паралельна основі AC і перетинає сторони AB і BC в точках M і K відповідно. Обчислити площу трикутника MBK [8].

Задача 4. Висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи дорівнює 20 см, а висота, проведена до бічної сторони, – 24 см. Знайти площу цього трикутника [8].

Задача 5. Визначити висоту рівностороннього трикутника зі стороною a [9].

Задача 6. Перпендикуляр, опущений з вершини прямокутника та його діагональ, поділяє її на відрізки 25 см і 16 см. Знайти площу прямокутника [9].

Задача 7. Знайти площу трикутника ABC , якщо MH – його середня лінія, а площа трикутника MBH дорівнює 6 см^2 [9].

У відповідності до виділених у [10] типів задач та прийомів, які застосовуються до їх розв'язування, можна зазначити, що за допомогою прийому, основанийому на знаходженні площі фігури двома способами можна розв'язати задачі 3, 4, 5; прийому, основанийому на використанні властивості адитивності площі задачі 2, 6; прийому, основанийому на використанні властивостей відношень площ і відповідних відрізків задачі 1, 7.

Висновки. Наявність такої кількості завдань, які потребують для розв'язування використовувати метод площ, дає можливість стверджувати про доцільність та необхідність спеціального вивчення методу площ в шкільному курсі геометрії. Безумовно, не можна стверджувати, що метод площ виступає єдиним можливим способом розв'язування проаналізованих задач, однак його використання значною мірою спрощує процес розв'язування та заощаджує час на екзаменах. Нажаль, лише в декількох підручниках з геометрії його виділяють як окрему тему та метод, який може бути використаний до певних чітко окреслених класів задач. Одним з шляхів розв'язання зазначеної проблеми є доповнення шкільного курсу математики геометричними методами розв'язування задач, зокрема методом площ, які дають можливість учням вирішити проблему пошуку і правильного вибору найбільш раціонального шляху розв'язування задачі.

Список використаних джерел

1. Шарыгин И. Ф. 2002 задачи по геометрии. М. : Дрофа, 1999. 210 с.
2. Кушнір І. А. Методи розв'язання задач з геометрії : кн. для вчителя. К. : Абрис, 1994. 464 с. : іл.
3. Кушнір І. А. Метод вспомогательного элемента. Квант. 1974. №2. С. 46–51.
4. Новиков И. Д. Метод площадей. Квант. 1971. №12. С. 41–46.
5. Готман Э. Г. Задачи по планиметрии и методы их решения : пособие для учащихся. М. : Просвещение : АО «Учеб. лит.», 1996. 240 с. : ил.
6. Прасолов В. В. Используя площадь. Квант. 1986. №5. С. 16–19, 43
7. Гусев В. А. Теоретические основы обучения математике в средней школе : учеб. пособие для вузов. М. : Дрофа, 2010. 473 с.
8. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики : 9 кл. / А.Г. Мерзляк та ін.; за ред. М.І. Бурди. К.: Центр навч.-метод. л-ри, 2014. 256 с.
9. Бевз В. Г., Васильєва Д. В. Збірник завдань з математики для підготовки до державної підсумкової атестації. К.: Вид. дім. «Освіта», 2017. 82 с.
10. Бистрянцева А. М., Дубенюк О. О. Використання методу площ при розв'язуванні геометричних задач. Проблеми та перспективи розвитку освіти. Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції (м. Львів, 30-31 березня 2017 року). Херсон : Вид. дім «Гельветика», 2017. С. 33–36.

References

1. Sharygin I. F. 2002 geometry tasks / I. F. Sharygin. M. : Drofa, 1999. 210 p.
2. Kushnir I. A. Methods of solving geometry tasks : teacher's book / I. A. Kushnir. K. : Abrys, 1994. 464 p. : pic.
3. Kushnir I. A. The method of the auxiliary element / I. A. Kushnir // Kvant. 1974. №2. P. 46–51.
4. Novikov I. D. The method of the areas / I. D. Novikov // Kvant. 1971. №12. P. 41–46.
5. Gotman E. G. Planimetry tasks and methods for their solving: a book for students / E. G. Gotman : M. : Prosveshcheniye : AO «Ucheb. lit.», 1996. 240 p. : pic.
6. Prasolov V. V. Using an area / V. V. Prasolov // Kvant. 1986. №5. P. 16–19, 43
7. Gusev V. A. Theoretical foundations of teaching mathematics in secondary school : book for universities / V. A. Gusev. M. : Drofa, 2010. 473 p.
8. Collection of tasks for the state final attestation in mathematics: 9 form. / A. G. Merzlyak and others; for ed. M. I. Burda. K.: Tsentri navch.-metod. l-ry, 2014. 256 p.
9. Bezv V. H. Collection of mathematical tasks for the state final attestation / V. H. Bezv, D. V. Vasyl'yeva. K.: Vyd. dim. «Osvita», 2017. 82 p.
10. Bystriantseva A. M. Використання методу площ при розв'язуванні геометричних задач / А. М. Bystriantseva , О. О. Dubenjuk // Problemy ta perspektyvy rozvytku osvity. Materialy III Mizhnarodnoyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi (m. L'viv, 30-31 bereznya 2017 roku). Kherson : Vyd. dim «Hel'vetyka», 2017. P. 33–36

APPLYING OF THE METHOD OF THE AREAS TO SOLVING GEOMETRIC TASKS IN THE CONTEXT OF PREPARATION TO THE STATE FINAL ATTESTATION

*Anastasiia Bystriantseva**Kherson State University, Ukraine*

Abstract. *The analysis of the results of state final attestation shows that the main difficulties for students arise during the solving of geometric tasks. There are many studies in which authors try to find the most rational way of teaching to solve tasks in general and with the help of specific methods in particular. Practical application of each of the known methods is considered in the methodical and scientific-popular literature, but in the existing articles it is shown how to solve only separate tasks. In the school geometry course, most of the methods for solving tasks are not very significant, although their effectiveness certainly is beyond doubts. As for the method of the areas, it is quite rarely mentioned in the methodological and educational literature, although in competition practice, problems that are solved by this method are often encountered.*

During the study, the tasks that were proposed for the state final math attestation in the 9th form were analyzed. For this purpose, collections of tasks of the author's collective A.G. Merzlyak, V.B. Polonsky, M.S. Yakir under the editorship of M.I. Burda, recommended by the Ministry of Education and Science of Ukraine and the author's team V.H. Bevz, D.V. Vasyl'yeva was recommended by the Commission on Mathematics of the Scientific and Methodological Council for Education of the Ministry of Education and Science of Ukraine were considered.

In accordance with the types of tasks and techniques used to solve them, we can distribute the tasks in the following way: using the method based on finding the area of the figure in two ways; method, based on the use of the property of the additivity of the area; method, based on the use of properties of relations of areas and corresponding segments. The examples of tasks from the state final attestation are presented in the article, which solving involves the use of these methods. The presence of a sufficiently large number of tasks that require the use of the method of the areas for solving, makes it possible to argue the feasibility and necessity of a special study of the method of the areas in the school geometry course.

Unfortunately, it is distinguished as a separate topic and a method, that can be used for certain clearly defined task classes, only in a few geometry textbooks. One of the ways of solving this problem is to supplement the school course of mathematics with geometric methods of solving tasks, in particular by the method of the areas, which enable students to solve the problem of finding and correct choosing the most rational way of solving a task.

Key words: *method, solving geometric task, method of the areas, state final attestation.*