

*работы в МАН должна быть нацелена на осуществление исследовательской деятельности учащихся с учетом их возрастных психологических особенностей, дальнейшее математическое развитие. Практическое применение методики развития математических, ее апробация и корректировки, которая проходила в течение многих лет, позволяет утверждать, что эффективность методики проявляется в полной мере тогда, когда происходит системное взаимодействие и взаимодополнение обучения математике в МАН с учебным процессом в школе.*

**Ключевые слова:** математические способности учащихся, Малая академия наук.

### SUMMARY

**Pikhtar M.** System of mathematical abilities of students – members and candidates to members of SAS.

*This article deals with the system of mathematical abilities of students – members and candidates to members of SAS. Some methodological features and basic principles of organization research and project work of members and candidates to members of SAS are also considered. The entire organization of work in MAS should focus on the implementation of the research activities of students based on their age psychological characteristics, further mathematical development. Practical application of mathematical methods, its testing and adjustment, which evolved over the years suggests that the efficiency techniques is fully when there is systemic interaction and complementarity of teaching mathematics in SAS with the educational process at school.*

**Key words:** mathematical capabilities of student, Small academy of sciences.

УДК 372.851

**П. П. Рангелова, Ю. Д. Кръстева**

Пловдивський університет ім. Паїсія Хілендарського,  
Болгарія

### РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТА СКЛАДАННЯ УЧНЯМИ ЗАДАЧ НА ЗНАХОДЖЕННЯ КІЛЬКОСТІ ЧИСЕЛ ТА ЇХ ДІЛЬНИКІВ

*У статті пропонується методика навчання учнів розв'язувати задачі на знаходження кількості чисел та їх дільників. Методика надає можливість учням складати такі задачі. Розв'язування і складання різних математичних задач сприяє обхідних документів активізації мислення учнів у процесі їх навчання математики. Ці активізації мислення учнів у процесі навчання математики. У статті описаний досвід формування умінь розв'язувати і складати завдання на визначення кількості багатозначних чисел і їх дільників. Складання задач учнями самостійно допомагає перевести їх навчально-пізнавальну діяльність на більш високий рівень.*

**Ключові слова:** задачі для знаходження кількості багатозначних чисел і їх дільників.

**Постановка проблеми.** Решение и составление различных математических задач способствуют активизации мышления учащихся в процессе их обучения математике. Эти мероприятия приводят к формированию различных качеств мышления.

**Цель статьи** – описание опыта формирования умений решать и составлять задачи на определение количества многозначных чисел и их делителей.

**Основное содержание статьи.** Нами проведено занятие с учащимися шестого класса Естественно-математической гимназии им. акад. Бояна Петканчина в городе Хасково (Болгария).

Для более лёгкого усваивания этих задач, мы их объединили в отдельные группы.

Первая группа. Среди данных  $k$  цифр необходимо найти количество  $k$ -цифровых чисел без и с повторяющимися цифрами.

**Задача 1.** Цифрами 2, 3, 5, 7 и 8, записаны все пятицифровые числа, в которых данные цифры использованы:

- а) один раз;
- б) больше одного раза.

Найти количество полученных чисел в каждом из указанных случаев.

Прежде, чем рассуждать относительно решения задачи, обратили внимание на способ записи одного пятицифрового числа, а именно  $a, b, c, d, e$  ( $a, b, c, d, e$  – это его цифры и  $a \neq 0$ ). После этого начинали искать решение для случая а). Установили, что цифру  $a$  возможно выбрать пятью способами, т.е. можно выбрать каждую из цифр 2, 3, 5, 7, 8. После выбора цифры  $a$  остаются 4 цифры, которые могут занять место цифры  $b$ , то есть здесь есть 4 возможности выбора. Все вместе решили, что цифры  $c, d, e$  могут быть выбраны соответственно тремя, двумя или одним способом. Чтобы найти количество искомых чисел, мы направили рассуждения учащихся на факт, что каждый из пяти выборов цифры  $a$  комбинируется с любой из возможностей выбора остальных цифр. Таким образом, у них получилось, что количество искомых чисел  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ .

В случае б) каждая из данных цифр может быть использована многократно в записи рассматриваемых чисел. Установили, что цифру  $a$  можно выбрать пятью способами. Цифры  $b, c, d, e$  также могут быть выбраны такими способами. Следовательно, количество всех искомых пятицифровых чисел  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$ .

Обратили внимание учащихся на то, что каждая из используемых цифр может занимать любую позицию в записи искомых чисел. Но цифру ноль нельзя поставить на место первой позиции, т.е. на место цифры  $a$ .

Путём беседы с учениками заменили одну из цифр нулём и получили пять цифр 0, 3, 5, 7 и 8. Составили следующую задачу.

**Задача 2.** С помощью цифр 0, 3, 5, 7 и 8 записаны все пятицифровые числа:

- а) без повторяющихся цифр;
- б) с повторяющимися цифрами.

Найдите количество чисел в каждом из случаев.

Следуя за рассуждениями задачи 1, ученики сами предложили решение задачи.

а) Если одно из искомым чисел запишем  $\overline{abcde}$ , то цифру  $a$  можно выбрать четырьмя способами, т.е. каждое из данных чисел не содержит нуля. После выбора цифры  $a$  опять остаются четыре возможности выбрать цифру  $b$  (после выбора  $a$  остаётся цифра ноль и остальные три цифры). Для цифр  $c, d, e$  возможности соответственно 3, 2 и 1. Количество искомым чисел  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ .

б) И в этом случае цифру  $a$  можно выбрать четырьмя способами, т.е. можем выбрать каждую из цифр 3, 5, 7 и 8. Для каждой из остальных цифр –  $b, c, d, e$  есть 5 возможностей (каждая из данных цифр). Количество чисел, которые ищем –  $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2500$ .

Вторая группа задач. Необходимо определить количество  $n$ -цифровых чисел, которые можно составить из данных  $m$  цифр ( $m > n$ ).

В этой группе мы рассмотрели следующую задачу.

**Задача 3.** Даны цифры 1, 2, 3, 6, 7 и 8. Найдите количество всех четырёхзначных чисел, которые можно составить из этих цифр, если они использованы:

- а) однократно в записи числа;
- б) неоднократно.

Обозначим искомое число  $\overline{xuzi}$ . Так как ученики после решения задач первой группы уже подготовлены к рассуждению о решении задач новой группы, им было легко сообразить, что цифру  $x$  можно выбрать шестью способами, используя каждую из данных цифр. Для выбора цифры  $u$  (после выбранной  $x$ ) остаются 5 возможностей; для  $z$  – 4 и для  $i$  – 3 возможности. Количество чисел, которые ищем  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ .

Условие б) не было трудным для учеников. Решение аналогичное решению задачи предыдущей группы. Они сами обнаружили, что для

каждой из цифр  $x, y, z, u$  есть 6 возможностей, откуда вышло, что количество искомым четырёхзначных чисел  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$ .

После решения этих трёх задач провели беседу с целью ответить на вопрос: какие ещё условия могут быть наложены на искомые цифры. Повторили признаки делимости на 2, 4, 5, 8, 10 и 25, и с помощью этих признаков учащиеся должны были сами составить и дать предложения как их решить. Предложили довольно разнообразные задачи.

Остановимся на двух из них.

**Задача 4.** Найти количество всех пятизначных чисел, которые делятся на 2, и таких, что их можно записать цифрами 1, 3, 5, 6, 7, 8 и 9, если каждая из них используется:

- а) не больше одного раза;
- б) больше одного раза.

Составитель задачи дал следующее предложение для её решения. Так как ищем чисел, которые делятся на 2, то их последняя цифра может быть только 6 или 8. Тогда эти числа могут быть записаны так:  $\overline{abcd6}$  и  $\overline{xuzi8}$ . Было указано, что определение первых четырёх цифр в обоих случаях одинаково (учитывая рассуждения в предшествующих задачах).

**Задача 5.** Найдите количество всех четырёхзначных чисел, которые кратны 5 и записываются с использованием только одной из цифр:

- а) 0, 1, 3, 4, 7 и 8;
- б) 2, 3, 5, 7, 8 и 9;
- в) 0, 1, 2, 3, 4 и 5.

Работая коллективно с учениками, установили, что в условии а) число это  $\overline{abc0}$ , а в условии б) –  $\overline{xuz5}$ , а в условии в) – искомые числа  $\overline{def0}$  или  $\overline{uvw5}$ . Легко определить возможности первых трёх цифр.

При рассмотрении последней задачи дети сами увидели, что найденные числа заканчиваются на 0, делятся на 5 и на 2, а следовательно и на 10.

К следующему занятию все участники были обязаны составить три задачи из рассматриваемых видов и дать предложения – как их решить.

Третья группа задач включает такие, в которых нужно найти количество всех делителей данного многозначного числа.

**Задача 6.** Найти количество всех делителей числа:

- а)  $A = 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$ ;

б) 2310;

в)  $B = 23 \cdot 32 \cdot 54 \cdot 7 \cdot 115$ ;

г) 112 600.

Многие ученики, чтобы найти все делители, считали простые множители (раз, два и т.д.) до исчерпания всех возможностей. Часто пропускали какой-то делитель случайно.

Предложили им следующее рассуждение.

а) Каждый из делителей 11, 13, 17 и 19 или участвует в пересчёте или не участвует, т.е. есть две возможности. Каждая из возможностей для одного из них комбинируется с возможностями для других, и получается  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$  делителей. Единица, которая является делителем каждого числа, считается, когда ни один из простых делителей числа  $A$  не учитывается. Если все делители участвуют, то получается число  $A$ , которое является делителем самого себя.

б) Ученики представили 2310 следующим образом  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$  и рассуждали аналогично – как в случае а).

В случае в) пришлось им объяснить, что для  $2^3$  есть четыре возможности: не участвовать (это  $2^0$ ), входить в первой степени, входить во второй или третьей степени. Аналогичные возможности для множителей  $3^2$ ,  $5^4$ ,  $11^5$  это соответственно 3, 5, 6, а для множителя 7 – есть две возможности. Произведение всех искомым делителей  $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 6 = 720$ .

Большое количество найденных делителей показало ученикам, что им было бы трудно решить задачу с помощью перебора.

Впоследствии, когда рассматривали случай г), школьники проявили сообразительность и справились сами.

Ученики сами пожелали к следующему занятию составить задачи, подобные последней.

Рассматриваемая тема дала возможность школьникам активно участвовать в проведении занятия. Созданная атмосфера поиска проявила их возможности, подтолкнула учеников к активной творческой деятельности. Впоследствии они не только решали задачи, но и составляли их, что является более высоким уровнем учебно-познавательной деятельности.

**Вывод.** Составление задач учащимися самостоятельно помогает перевести их учебно-познавательную деятельность на более высокий уровень.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Паскалева З. Математика. 5 клас / З.Паскалева, Г. Паскалев, М. Алашка. – София: Архимед, 2006.
2. Паскалева З. Математика. 5 клас. – [Книга за ученика] / З. Паскалева, М. Алашка. – София: Архимед, 2006.
3. Рангелова Р. Задачи за изброяване на възможности. 5-7 клас / Р. Рангелова, Ю. Кръстева. – София: Архимед 2, 2012.

### РЕЗЮМЕ

**Рангелова П. П., Кръстева Ю. Д.** Решение и составление учащимися задач на нахождение количества чисел и их делителей.

*В статье предлагается методика обучения учащихся решать задачи на нахождение количества чисел и их делителей. Методика даёт возможность учащимся научиться составлять такие задачи. Решение и составление различных математических задач способ-ствуют активизации мышления учащихся в процессе их обучения математике. Эти мероприятия приводят к формированию различных качеств мышления. В статье описан опыт формирования умений решать и составлять задачи на определение количества многозначных чисел и их делителей. Составление задач учащимися самостоятельно помогает перевести их учебно-познавательную деятельность на более высокий уровень.*

**Ключевые слова:** задачи на определение количества многозначных чисел и их делителей.

### SUMMARY

**Rangelova P., Krusteva J.** We solve and construct problems for finding the number of numbers and their divisors.

*The paper presents the method of teaching students rozvyazuvaty problem of finding the number of numbers and their divisors. Method allows students to make such tasks. Solving and assembly of various mathematical problems helps stvuyut enhance students' thinking in the process of learning mathematics. These enhance students' thinking in learning mathematics. The article describes the experience of forming and composing skills to solve tasks for quantification multidigit numbers and their divisors. Preparation tasks independently helps students translate their educational-cognitive activity to a higher level.*

**Key words:** tasks for determining the number of long-figures and their divisors.