

УДК 371.315.6:51

Л.С. Синько

Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти ОІППО

ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ СТАРШОКЛАСНИКІВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ

Постановка проблеми у загальному вигляді. Формування просторової уяви учнів основної школи є однією з найбільш важливих і складних психолого-педагогічних проблем, вирішення якої тісно пов'язане з подальшим удосконаленням усього навчально-виховного процесу. Згідно з Законом України «Про освіту» загальна середня освіта повинна дати випускникам базові знання, практичні навички та уміння, потрібні для роботи в умовах сучасного виробництва, а також для здобуття повної загальної середньої освіти в старшій школі та продовження неперервної освіти. Навчити учнів розв'язувати математичні задачі, зокрема геометричні, завжди було і залишається одним із найважливіших завдань навчання математики. Аналізуючи результати випускних екзаменів з математики та результати ЗНО, ми кожного разу переконуємося в тому, що більшість випускників середніх шкіл знає лише окремі означення, теореми, правила, але при цьому не знає загальних методів чи способів розв'язання задач, не володіє необхідними прийомами міркувань. Констатуючи недоліки у математичній підготовці випускників, слід наголосити на занадто слабких знаннях з геометрії. Значна частина випускників навіть не робить спроб розв'язати геометричну задачу і це стає тривожною традицією. Однією з причин цього, на думку педагогів-практиків [4, с.23], є те, що в шкільній геометрії в силу ряду причин мало уваги приділяється навчанню учнів робити аналіз задачі; виконувати побудови рисунка, складати алгоритм розв'язування задачі. Будь-який алгоритм завжди є конкретним вираженням послідовності дій деякого методу розв'язування певного типу задач. Так, значна частина учнів старших класів не розв'язують стереометричну задачу на обчислення тому, що у них не сформована програма виконання стереометричного малюнка поширеного виду фігур.

Типовими помилками учнів є неправильне визначення та побудова кута між прямою і площиною, лінійного кута двогранного кута, висоти похилої призми і неправильної піраміди, відстаней в просторі, зображень різних видів призм (*особливо похилих*) і неправильних пірамід, зрізаних пірамід, тіл обертання, комбінацій просторових фігур. Учителям добре відомо, що учні правильно зображають, висоту правильного тетраедра, проведену до основи, але часто допускають помилки, пов'язані із зображенням висоти, проведенної з вершини основи на бічну грань. Так як шкільною програмою, навчальним планом не передбачено достатньо часу для розв'язування стереометричних задач, то проблема формування просторової уяви старшокласників є актуальною та потребує дослідження.

Аналіз актуальних досліджень. Характерними ознаками вітчизняної освіти залишається епізодичність та відсутність єдиного науково обґрунтованого підходу до формування пізнавальних умінь старшокласників при розв'язуванні стереометричних задач. Наукові праці підтверджують важливість пізнавальних умінь і виділяють як основні аналітичні, проектувальні, конструктивні, комунікативні та організаторські вміння. На думку методистів Л.М. Лоповка, Н.Ф.Четверухіна та ін. конструктивні вміння ототожнюються з вміннями розв'язувати стереометричні задачі [3, с. 159].

Державні і галузеві освітні стандарти математичної освіти, які представлені в законі України «Про освіту» та «Національній доктрині розвитку освіти в Україні» визначають, що «навчання повинне забезпечувати формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей». На думку Л.В. Занкова, учня не можна примусити засвоїти знання, він повинен мати пізнавальні вміння, щоб виробити знання. Пізнавальні вміння дадуть змогу застосовувати знання, перетворювати, розширювати і доповнювати, знаходячи нові зв'язки та співвідношення, тому необхідним є забезпечення засвоєння школярами основних прийомів розумової діяльності, розвиток їх пізнавальних умінь.

Програмне забезпечення математичної освіти передбачає свідомий та добровільний вибір програми навчання. Реалії шкільного життя показують, що для багатьох учнів, які не продовжують навчання в середній школі, курс стереометрії вивчається в меншому обсязі, тому для них залишаються майже незнайомими властивості просторових фігур, хоча саме вони є необхідними людині в повсякденному житті. Виходячи з цього, виникла необхідність деякого перерозподілу геометричного матеріалу порівняно з діючими програмами. Аналіз стану навчання геометрії показує, що цілий ряд умов, таких як мотивація, наочність, інтерес до предмету, а також формування прийомів розумової діяльності, зокрема узагальнення та систематизації, можуть бути ефективно реалізовані поєднанням традиційної методики навчання з впровадженням в навчальний процес нових інформаційних технологій. Впровадження нових інформаційних технологій у процес навчання математичних дисциплін, зокрема, геометрії, сприяє досягненню педагогічної мети за рахунок використання комп'ютерних засобів: ілюстрації геометричних понять, створення та вивчення інформаційних і математичних моделей явищ і процесів, розвитку геометричної інтуїції. Чимало знаних фахівців геометрії присвятили свої наукові дослідження і праці поліпшенню методики навчання одній з найкрасивіших дисциплін, зокрема І. Кеплер з книгою «Геометрія є прообразом краси світу».

Багато математиків працювали над тим, як покращити процес вивчення геометрії, щоб максимально розвинути просторове мислення учнів. Навчання учнів розв'язуванню стереометричних задач присвячені праці Г.П. Бевза,

А.В. Горохольської, Е.Е. Жумаєва, І.А. Кушніра, М.І.Лисової, Н.М. Ушакова, А. Халікова, В.П. Хмеля. У даний час ведеться серйозна робота по вдосконаленню змісту освіти і шляхів удосконалення навчання з метою максимального їх наближення до сучасного рівня наукових знань і методів дослідження. На межі уподобань між формалізмом і конструктивізмом в геометрії були О.М. Астряб, І.С.Шиманський, О.П. Сергунова, Л.М. Лоповок, І.Ф. Тесленко та інші. Свідченням цього може бути надзвичайно цікава книга «Методика викладання стереометрії», написана колективом відомих освітян і видана за редакцією О.М. Астряба.

Мета дослідження – обґрунтувати особливості формування просторової уяви старшокласників при розв’язуванні стереометричних задач.

На думку методистів Л.М. Лоповка, Н.Ф.Четверухіна та ін., геометрична задача має багато спільних рис з алгебраїчними. [3, с.184; 6, с. 96]. Але разом з тим, розв’язування геометричної задачі має ряд специфічних особливостей, характерних лише для геометричних задач. В алгебраїчних задачах учні відшукують залежності між відомими та невідомими величинами безпосередньо в самому тексті задачі і тільки тоді застосовувати формули, кількість яких – обмежена. Під час розв’язування геометричної задачі учні повинні добирати функціональну залежність з великого числа теорем, які існують поза текстом умови задачі.

Другою особливістю геометричної задачі є вдало чи не вдало зроблений рисунок, який в стереометричній задачі відіграє надзвичайно важливу роль, конкретизуючи величини, дані в умові задачі, і допомагаючи учням підібрати потрібну для розв’язування конкретної задачі теорему. Відомо, що формування просторових уявлень учнів на уроці відбувається під керівництвом учителя. На першому етапі учням дається орієнтована основа на утворення нових понять і уявлень.

На другому етапі відбувається узагальнення та закріплення утворених понять та уявлень – учні «висловлюють» сформовані просторові уявлення словесно (*усно та письмово*), графічно, у вигляді символів, виготовлення моделей тощо. Такий процес утворення геометричних уявлень сприяє формуванню нових усвідомлених понять, розвитку математичної мови, просторової уяви, логічного та теоретичного мислення.

Як показує досвід, рівень сформованості просторових уявлень, просторового бачення, просторового мислення залежить від своєчасного використання пізнавальних можливостей та вміння забезпечити позитивні емоції, інтерес до вивчення математики; індивідуальних особливостей учня; раніше сформованих просторових уявлень в учнів; наочності та практичних робіт, що використовуються; методичної майстерності вчителя.

Робота з розвитку просторової уяви полягає в безпосередньому розгляді геометричних фігур (*розвиток окоміру, спостережливості, зорової пам’яті*), вільному виконанні побудови і читанні малюнків, у цілеспрямованому

формуванні вмінь розв'язувати задачі подумки. Важливою складовою цих дій є з'ясування взаємного розташування елементів просторової фігури. Систематична робота з розвитку просторової уяви забезпечить якісне сприйняття та оволодіння учнями курсом стереометрії у старших класах.

Однією з причин того, що учні не розуміють та не в захопленні від стереометрії, на думку проф. М. Ф. Четверухіна [5, с.103], є повна відсутність у школі креслення і малювання, незадовільна методика викладання, майже цілковита відсутність задач із геометричним змістом, недостатня увага до геометричних побудов. Поліпшити зацікавленість учня геометрією можна винятково сміливим переорієнтуванням пріоритетів у навчанні з обчислювальних стандартизованих прийомів і способів на конструктивні, розвивально нетипові, які характеризуються суто геометричним тлумаченням і зримим наочним супроводом. Невід'ємним і обов'язковим компонентом діяльності учня у вивченні геометрії є інтенсивне розв'язування задач. Завдяки задачам (більшою мірою) учні усвідомлюють геометричну дійсність, навчаються співвідносити одні елементи фігур із їх іншими елементами, отримують вирішальний поштовх у розумінні й «баченні» міжелементних взаємозалежностей, відпрацьовують, як в реальному житті, навички в пошуку геометричного результату на проєкційному рисунку, тобто – набувають досвіду образно-наочного мислення.

Розглянувши різні підходи до вивчення курсу стереометрії, можна зробити висновок, що учителю необхідно вибирати таку послідовність розгляду програмного матеріалу, яка краще забезпечує доступність для учнів, науковість і логічність при введенні понять та доведенні тверджень, та надає можливість розв'язувати широке коло задач. Тому, наприклад, учитель може розглядати властивості тіл обертання одночасно з вивченням формул площ їх поверхонь та об'ємів, що дозволяє розширити коло вправ і задач, які можуть бути використані вчителем.

Як показує досвід викладання стереометрії, найчастіше труднощі при розв'язуванні стереометричних задач виникають при побудові рисунка до стереометричної задачі, тому доцільним є розгляд методологічних основ зображень просторових фігур в аксонометрії [4, с.33].

У процесі розв'язування стереометричних задач учням часто доводиться виконувати ілюстративний рисунок, пояснювати хід розв'язування, обґрунтовувати певні математичні твердження і висновки, робити посилання на вивчені теореми, аксіоми, означення, записувати відповідь. Головне, щоб у всьому була чіткість, лаконічність, щоб записи достатньо повно відображали математичну підготовку випускника. Геометрична задача дає змогу учням ґрунтовніше опанувати теоретичний курс геометрії і глибше пов'язати теорію з практикою, формує в учнів уміння й усвідомлення функціональних зв'язків між величинами, вміння робити правильні висновки і чітко формулювати їх; отже, геометрична задача розвиває в учнів логічне мислення значно більшою мірою, ніж це допускає тільки теоретичний курс геометрії.

Стереометрична задача має й специфічні особливості, зокрема учні повинні підбирати потрібну їм функціональну залежність з великої кількості теорем, які подаються поза текстом умови задачі. Другою особливістю стереометричної задачі є рисунок, який у геометричній задачі відіграє надзвичайно важливу роль, конкретизує величини, дані в умові задачі, і допомагає учням підібрати потрібну для розв'язування задачі теорему. Кожному вчителеві відомо, яке велике значення під час викладання стереометрії мають рисунки просторових фігур. За допомогою таких рисунків в учнів створюється правильне просторове уявлення про вивчені геометричні форми. Наочний рисунок дає можливість учням правильно розв'язати задачу, зробити певні висновки щодо властивостей тих чи інших просторових об'єктів. У процесі вивчення стереометрії рисунок є одним із засобів засвоєння нового матеріалу, розвитку просторової уяви учнів, і через це дуже важливо навчити їх вільно і свідомо виконувати рисунки геометричних форм, ознайомити їх з ефективними способами виконання таких рисунків. Розв'язуючи стереометричні задачі, учень повинен: правильно усвідомити просторову форму; виконати рисунок; вибрати потрібну теорему або формулу; провести різноманітні арифметичні та алгебраїчні перетворення.

У процесі вивчення шкільного курсу стереометрії просторові об'єкти доводиться зображувати на площині, тобто виконувати рисунки просторових фігур. Проте досі в шкільній практиці немає єдиного загальноприйнятого підходу в трактуванні цього питання. Більш того, багато вчителів приділяють цьому питанню мало уваги, вважаючи його другорядним. Немає єдиної думки і в питанні про те, що слід розуміти під рисунком просторової фігури, придатним з методичного погляду. Немає загальноприйнятих способів побудови цих рисунків. Будуючи зображення геометричних тіл необхідно дотримуватися певних вимог, які б відповідали не тільки строгій математичній теорії, але й задовольняли педагогічну практику. Вимоги, що їх повинні задовольняти рисунки, розроблені М.Ф.Четверухіним [5, с.148]. Застосувавши їх до геометричних тіл, маємо, що зображення повинне бути: правильним, тобто бути однією з можливих проєкцій геометричного тіла; наочним, тобто викликати просторове уявлення геометричного тіла; простим для виконання.

Правильність зображення забезпечується використанням методу паралельного проєктування. Тоді зображення виконуються досить просто і є наочними. За мірою строгості виконання умови правильності зображення геометричного тіла будемо розділяти побудови зображень геометричного тіла на точні та умовні. Напрям проєктування при зображенні многогранників довільний. При зображенні кулі застосовується ортогональне проєктування для того, щоб обрисом кулі було коло, а не еліпс. Будуючи зображення геометричних тіл, слід дотримуватися правил типів ліній: суцільна основна лінія – для видимого контуру геометричного тіла, штрихова – для ліній невидимого контуру, суцільна або штрихова тонка – для допоміжних ліній [2, с.65].

Звичайно, рисунки в курсі стереометрії не можуть бути самоціллю – вони є тільки допоміжними засобами як на уроці, так і в процесі виконання учнями самостійних письмових робіт. Деяка частина стереометричних задач може виконуватись без рисунка. В окремих випадках можна зображати не всю просторову фігуру, а її осьовий переріз або одну з кількох секцій, або лінію перетину фігур. Замість кулі, вписаної в многогранник або описаної навколо нього, можна зображати коло великого круга, а в деяких випадках – тільки центр і окремі точки її поверхні. Якщо, наприклад, в циліндр вписано правильну шестикутну призму і для розв'язування задачі використовується лише частина вписаної фігури, то можна показати лише частину вписаної призми, але пояснити, як цю фігуру вписують з усіма контрольними моментами.

Проводячи індивідуальну роботу з учнями із слаборозвиненою просторовою уявою, доцільно пояснити, що видимі та невидимі на зображенні геометричного тіла лінії можна визначити, уявивши, що паралельно до напрямку проектування ідуть промені світла. При цьому поверхня тіла "ділиться" на дві частини: освітлену та неосвітлену. Видимі елементи зображуються суцільними, невидимі – пунктирними лініями. Виходячи із загальних принципів зображень геометричних тіл можна сформулювати і занести до довідників учнів ряд практичних рекомендацій

яким доцільно слідувати при побудові зображень деяких геометричних тіл. Наприклад, трикутну піраміду краще зображати опуклим чотирикутником, у якому проведені діагоналі, причому одна з них штрихова. При зображенні куба в його основі креслити паралелограм з гострим кутом 45° і відношенням сторін 1:2 тощо.

Як показує досвід, на перших кроках вивчення стереометрії учень намагається в стереометричному рисунку передати правильне планіметричне співвідношення окремих елементів фігури – перпендикулярність прямих, величину кута, тощо. Учителю необхідно приділяти увагу аналізу рисунків, зроблених учнями самостійно (*первинні ескізи краще робити на чернетках та від руки*), особливо тих, які виконані на дошці.

Аналіз рисунків повинен бути вмотивованим та обґрунтованим, обов'язково виправленим, тому під час цієї роботи учні повинні мати перед очима правильний рисунок. Учителеві потрібно продумати, якого розміру креслити окремі лінії рисунка та як виділити спеціальними позначеннями чи кольором ці елементи, щоб вони відповідали співвідношенням, які дані в задачі. Щоб забезпечити рельєфність рисунка та кращу наочність учителю необхідно продумати, які частини фігури виділити суцільними лініями, які – пунктиром; які елементи фігури зафарбувати, які – заштрихувати. Позначити на рисунку рівність кутів можна однаковим числом або однаковою дужкою, а рівність відрізків однаковим кольором або однаковою міткою на них. На рисунку можна писати числові дані задачі, але зайві записи можуть ускладнювати розв'язування задачі, особливо тоді, коли вона складна. Дані задачі краще записувати поруч з

рисунок. Щоб учні краще розуміли побудову, треба створювати рисунок перед очима учнів. Поступове доповнення фігури новими елементами значно полегшує сприйняття задачі в цілому. Спочатку креслимо основну фігуру, на якій виділяємо величини, які дані в задачі. Допоміжні лінії будуються на них в міру того, як в ході розв'язування в них виникає потреба.

Важливим етапом розв'язування стереометричних задач на обчислення, що допомагає формувати просторову уяву, на думку [4, с.65]. є аналіз задачі. Можна виділити загальні правила для проведення аналізу будь-якої задачі. Звісно, стереометрична задача матиме деякі нюанси в порівнянні з арифметичною чи алгебраїчною задачею. Аналіз арифметичної задачі учнів навчають робити в початковій школі, в основній школі ми звертаємося до аналізу при розв'язуванні текстових задач. Суть аналізу будь-якої задачі полягає в умінні ставити запитання до задачі, давати на їх відповіді та складати план розв'язування задачі. Це можна робити у вигляді діалогу «учитель-клас», «учень-клас», а після набуття певних навиків кожен учень повинен уміти в умі задавати запитання, давати на їх відповіді та складати план розв'язування задачі.

Висновок. Для стереометричних задач найбільш характерні труднощі, пов'язані з правильним усвідомленням учнями просторової форми та використанням рисунка. На жаль, цьому питанню дуже мало відводиться місця у сучасних підручниках зі стереометрії для старших класів. Для розв'язування стереометричної задачі рисунок відіграє роль першорядну. Він повинен допомогти учневі конкретніше усвідомити ті абстрактні фігури, які даються в умові задачі. Рисунок має бути для учня тим знаряддям, яке допомагає ясніше уявити собі взаємне розміщення тих ліній, кутів та площин, які входять до складу задачі і, які учню треба уважно вивчити, щоб бути спроможним розв'язати задачу. Треба пам'ятати, що під час розв'язування задачі рисунок буде виконувати позитивну роль тільки тоді, коли він правильно буде відображати і форму, і співвідношення тих геометричних об'єктів, які входять до складу задачі.

Учитель повинен навчити учнів робити аналіз задачі, тільки тоді можна розраховувати на самостійне розв'язання ними задач. Учні самі повинні прийти до висновку, що необхідно зробити деякі побудови.

У складних рисунках краще поступово робити побудови допоміжних ліній, робити поруч допоміжні рисунки. Усунути труднощі при побудові рисунка можна, розвинувши в учнів просторове уявлення з допомогою використання моделей. У вступній частині стереометрії моделі краще продемонструвати раніше, ніж учні почнуть виконувати сам рисунок. Тільки після того, як учні засвоять правила побудови основних геометричних тіл, можна дозволяти розв'язування задач за допомогою ескізів, виносних малюнків, зовсім без малюнків.

Література

1. Гольдберг Я.Е. С чего начинается решение стереометрической задачи: Пособие для учителя./ Я.Е. Гольдберг – К.: Рад.шк., 1990. – 118 с.

2. Изаак Д.Ф. Об изображении пространственных фигур/ Д.Ф. Изаак// Математика в школе. – 1998. – №4. – С.66-81.
3. Лоповок Л.М. Методика отбора упражнений по геометрии и обучения их решению. Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы. / Под ред. А.И.Фетисова. Пособие для учителей. – М.: Просвещение. – 1967. – С.157-196.
4. Синько Л. Розв'язування стереометричних задач. Посібник для учителя / Л. Синько. – Суми, 2011. – 190 с.
5. Четверухін М.Ф. Рисунки просторових фігур у курсі геометрії: Посібник для вчителів середньої школи./ М.Ф. Четверухін. – К.: Радянська школа, 1963. – 188 с.
6. Четверухин Н.Ф. Проблема изображения пространственных фигур в условиях педагогического процесса./ Н.Ф.Четверухин – К.: Рад.шк., 1990. – 118 с.

***Анотація.** Синько Л. Формування просторової уяви старшокласників на уроках геометрії. В статті досліджуються проблеми формування просторової уяви учнів під час розв'язування стереометричних задач на уроках геометрії.*

***Ключові слова.** Просторова уява, зображення, простота, правильність.*

***Аннотация.** Синько Л. Формирование пространственного воображения старшеклассников на уроках геометрии. В статье исследуются проблемы формирования пространственного воображения учащихся при решении стереометрических задач на уроках геометрии.*

***Ключевые слова.** Пространственное воображение, изображения, простота, правильность.*

***Abstract.** Sinko L. Formation of spatial imagination senior pupils geometry. The paper examines the problem of formation of spatial imagination of students while solving stereometric problems on geometry lessons.*

***Keywords.** Spatial imagination, image, simplicity, accuracy.*