

НАУКОВІ ТА МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

УДК 37:013

К.С. Барсукова*Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка*

ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНА ЗМІСТОВА ЛІНІЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (ПРОФІЛЬНА ШКОЛА)

Постановка проблеми. В даний час ніхто не піддає сумніву необхідність включення стохастичної лінії в шкільний курс математики. Про необхідність вивчення в школі елементів теорії ймовірностей і статистики мова йде дуже давно. Адже саме вивчення і осмислення теорії ймовірностей і статистичних проблем особливо потрібно в нашому перенасиченому інформацією світі. Але впровадження стохастичної лінії в шкільний курс зіткнулося з деякими труднощами, в першу чергу, це методична невідповідність вчителів і відсутність єдиної методики та шкільних підручників.

Сучасна концепція шкільної математичної освіти орієнтована, насамперед, на врахування індивідуальності дитини, її інтересів і схильностей. Цим визначаються критерії відбору змісту, розробка і впровадження нових, інтерактивних методик викладання, зміни у вимогах до математичної підготовки учня. І з цієї точки зору, коли мова йде не тільки про навчання математиці, а й формуванні особистості за допомогою математики, необхідність розвитку у всіх школярів ймовірнісної інтуїції і статистичного мислення стає нагальним завданням. Причому мова сьогодні йде про вивчення ймовірнісно-статистичного матеріалу в обов'язковому шкільному курсі «математики для всіх» в рамках самостійної змістовно-методичної лінії протягом усіх років навчання.

У сучасному світі всі закономірності масових процесів, природних, наукових, технологічних, соціально-економічних або психологічних, підпорядковуються закономірностям, що мають статистичну, вірогідну форму вираження. Високий ступінь пізнання й уміння враховувати та застосовувати у своїй діяльності статистичний характер масових процесів потрібний для успішної діяльності фахівців різних галузей науки, наприклад медичної, біологічної, суспільних, керівників усіх рангів, менеджерів на виробництві, представників законодавчої та судової гілок влади. Звідси випливає потреба загальної безперервної багаторівневої статистичної освіти всього населення. Саме ці тенденції стали основою для введення вступу до статистики, її елементів, початків теорії ймовірностей у шкільну математичну освіту. [1]

Аналіз актуальних досліджень. Бродський Я.С. займається упровадженням якісної ймовірнісно-статистичної освіти.

Павлов О.А. створив науковий напрям для ефективного точного вирішення широкого класу відомих важко вирішуваних комбінаторних задач.

Шмигевський М.В., Майко О.В., Тутаєва М.О., Жученко І.М. займаються розробкою уроків зі стохастики, зокрема нестандартних уроків, контрольних, тестових завдань для учнів.

Мета статті. Розкрити методичні особливості навчання ймовірнісно-статистичної лінії шкільного курсу математики.

Виклад основного матеріалу. Вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей, математичної статистики у шкільному курсі математики стало реальним з 1996 року, коли до програм, затверджених Міністерством освіти і науки України, ці питання було внесено. Дана лінія є актуальною з точки зору сучасних тенденцій вдосконалення математичної освіти. Йдеться про діяльнісно-особистісний, культурологічний, компетентнісний, дослідницький підходи до навчання. Розв'язання цієї проблеми означає здійснення поступових змін у змісті, зумовлених зміною соціально-економічної ситуації, парадигми освіти, реалізацією основних завдань математичної освіти, врахуванням зарубіжного досвіду реформування математичної освіти.

Ймовірнісно-статистична лінія має загальнокультурну, загальноосвітню значущість. Вона відіграє роль у розвитку мислення учнів. Йдеться про такі типи мислення, як ймовірнісно-статистичний і комбінаторний, так і про мислення взагалі у незвичних, не визначених однозначно умовах. Ця лінія має велике значення у становленні світогляду особистості. Вона має визначальну значущість у формуванні статистичної культури, зокрема вчить правильно сприймати і використовувати інформацію. Певну роль вона відіграє і в становленні характеру людини. Ймовірнісно-статистична змістова лінія суттєво розширює запас математичних моделей, якими мають оволодіти учні для опису реальних процесів і явищ, тобто про ймовірнісні моделі.

Розвинуте суспільство ставить до своїх членів досить високі вимоги, які відносяться до вміння аналізувати випадкові факти, оцінювати шанси, висувати гіпотези, прогнозувати розвиток ситуації, приймати рішення в ситуаціях, які мають ймовірнісний характер, у ситуаціях невизначеності. Тому головна мета вивчення комбінаторики, теорії ймовірності й статистики полягає у формуванні розуміння детермінованості та випадковості, допомогти в усвідомленні того, що багато законів природи і суспільства мають ймовірнісний характер, що багато реальних явищ і процесів описуються ймовірнісними моделями.

Ймовірнісно-статистична змістова лінія складається з трьох складових: комбінаторика, теорія ймовірностей, статистика. Ці види взаємопов'язані і спрямовані на навчання учнів аналізу даних.

Під час вивчення комбінаторики вводяться поняття розміщення, розміщення з повторенням, комбінації. Вивчення комбінаторики доречно починати з перебору варіантів, розв'язування комбінаторних задач за допомогою комбінаторних правил множення і додавання. Вивчення головних комбінаторних схем у навчальній літературі проводиться або мовою множин, або мовою вибірок. Більш доцільним є другий підхід. По-перше, для учнів виявляється складним поняття впорядкованої множини. По-друге, мова вибірок дає змогу весь час спиратися на зміст конкретної задачі, що розглядається. Обґрунтування формул кількості розміщень може суттєво спиратися на правило множення. Головними під час вивчення комбінаторики мають бути не тотожні перетворення виразів або розв'язування рівнянь, що містять кількість розміщень, перестановок, комбінацій, а розв'язування текстових задач, застосування елементів комбінаторики до розв'язування ймовірнісних задач.

Розв'язування простіших комбінаторних задач зводиться до визначення виду сполуки, про яку йдеться в задачі, і застосування відповідної формули для обчислення

кількості цих сполук. Тут основна трудність, що виникає в учнів, – саме визначення виду сполуки.

Тому перед розв'язуванням задач на обчислення кількості різних видів сполук доцільно запропонувати учням таку систему запитань, що сприятиме правильному визначенню виду сполуки, про яку йдеться в умові задачі.

Проте такий підхід має істотний недолік. Учні, прочитавши умову задачі, намагаються «впізнати» сполуку, записати «потрібну» формулу і вже автоматично виконують обчислення. При цьому вони не прагнуть до кінця зрозуміти сюжет, про який ідеться у задачі, спробувати його змодельовати.

Щоб уникнути цього, на початку слід розв'язати кілька задач на застосування комбінаторних правил додавання та множення:

- якщо для деякого об'єкта A існує t способів вибору, а для іншого об'єкта B - n способів, то вибрати A або B можна $t + n$ способами;

- якщо деякий об'єкт A можна вибрати t способами, а після цього інший об'єкт B можна вибрати n способами, то пари A і B можна вибрати tn способами.

Розв'язуючи складніші комбінаторні задачі, бажано, за можливості, розглянути різні способи їх розв'язування. Зрозуміло, що за браком часу це не завжди вдасться зробити. Тому потрібно, готуючись до уроку, не обмежуватися тільки одним способом розв'язування задачі для того, щоб на уроці організувати роботу з пошуку раціональнішого способу розв'язування. При цьому як домашнє завдання можна запропонувати учням відшукати інші способи розв'язування розглянутих на уроці задач.

Вивчаючи елементи теорії ймовірностей у старшій школі, слід звернутися до статистичної інтерпретації основних понять і фактів для того, щоб набуті знання та навички мали практичну спрямованість.

В шкільних підручниках зустрічаються три підходи до формування поняття ймовірності: статистичний, класичний, аксіоматичний.

В гуманітарних класах, в класах технічного, природничого, економічного профілів доцільно будувати викладання матеріалу на статистичному означенні ймовірності. Цей підхід економічніший за часом, доступніший для учнів порівняно з іншими, тому що значною мірою спирається на особистий досвід учнів, їх інтуїцію, здоровий глузд. Що стосується класів математичного профілю, то для них найприйнятніший аксіоматичний підхід. Він відрізняється більшою, порівняно з іншими підходами, строгістю, дозволяє будувати найпростіші ймовірнісні моделі випадкових експериментів. При аксіоматичному означенні ймовірності можна розглядати і досліди з нерівноможливими наслідками.

Формуючи поняття ймовірності на статистичній основі, необхідно звернути увагу на явище статистичної стійкості, навести приклади виявлення статистичної закономірностей. Вводячи статистичне означення ймовірності, доцільно приділити увагу пропедевтиці понять вибірки, однорідності статистичного матеріалу, використанню цього означення для отримання практичних висновків. Далі, використовуючи теорему додавання ймовірностей, можна отримати формулу класичної ймовірності. Значення її полягає в тому, що в багатьох випадках, коли розглядається дослід із скінченною кількістю рівноможливих наслідків, вона дає змогу передбачити ймовірність події за тих умов, де проведення масових дослідів або неможливе, або пов'язане з надзвичайними труднощами.

Класичне означення ймовірності можна вводити на конкретному прикладі. Так, А. М. Колмогоров на прикладі підкидання двох гральних кубиків і фіксацій суми очок на верхніх гранях описує поняття рівноможливих випадків і поняття ймовірності: ймовірністю називають відношення сприятливих випадків до загальної кількості рівноможливих. При цьому він зауважує, що математика не дає відповіді на запитання, які випадки можна вважати рівноможливими. У разі кидання кубиків фізично істотні умови падіння кубика будь-якою з шести граней доверху здаються однаковими. Крім того, природно вважати, що різні комбінації верхніх граней двох кубиків також однаково правдоподібні. Досвід підтверджує ці припущення. Математична теорія ймовірностей займається тільки обчисленням ймовірностей різних подій за певних припущень у задачах, що нас цікавлять, припущенням є те, які випадки потрібно вважати рівно-можливими.

Отже, слід звернути увагу, що коли в дослідях визначають ймовірність події за класичним означенням, то умови вважають ідеальними – гральний кубик має бути ідеальної форми (центр ваги збігається з геометричним центром), монета виготовлена з однакового за щільністю металу тощо.

Перш ніж розглядати геометричне означення ймовірності, доцільно пояснити учням потребу його введення. Слід звернути увагу на те, що класичне означення ймовірності застосовується для випробувань зі скінченною кількістю наслідків. Для випробувань з нескінченною кількістю наслідків вводиться геометричне означення ймовірності.

Це поняття доцільно пояснювати на таких простих прикладах.

Наприклад, на відрізку AB завдовжки L одиниць задано відрізок CD завдовжки n одиниць. Навмання на відрізок AB «кидають» точку. Як визначити ймовірність влучення точки на відрізок CD ?

Після розгляду прикладів слід зауважити, що геометричний підхід до ймовірності події не залежить від розмірності геометричного простору. Важливим є те, щоб простір усіх елементарних подій і підпростір подій, які сприяють події, ймовірність якої нас цікавить, були однакового виду і однакової розмірності. Потім формулюють геометричне означення ймовірності.

Обмеженість часу, який передбачено на вивчення початків теорії ймовірностей у загальноосвітній школі, не дає можливості розв'язувати значну кількість задач на застосування статистичного і геометричного означень ймовірності. Для закріплення цих понять доводиться обмежуватися лише розв'язуванням небагатьох задач на уроці і самостійним розв'язуванням подібних завдань учнями вдома.

Метою навчання вступу до статистики в 11 класі загальноосвітньої школи є введення поняття про статистику як науку, її методи і завдання, способи подання даних і наочне представлення статистичного розподілу, точкового та інтервального розподілу частот; розгляд полігону та гістограми, моди і медіани, середніх значень.

Добираючи зміст навчального матеріалу, слід враховувати той факт, що на сучасному етапі розвитку суспільства статистика виконує три основні функції: інформаційну, прогностичну й аналітичну.

Зміст навчання статистичного матеріалу у шкільному курсі математики має певною мірою розкривати освітні функції статистики. Добираючи зміст, важливо правильно визначити, які знання потрібні сучасній людині в повсякденному житті та

діяльності, які з них знадобляться учням під час вивчення інших шкільних предметів, для продовження освіти, який внесок можуть зробити ці знання у формування різних сторін інтелекту учнів, у засвоєні єдиної картини світу.

Важливо реалізувати двосторонні міжпредметні зв'язки статистики, зокрема зв'язки інших навчальних предметів зі статистикою.

Наприклад, у біології статистичні значення допомагають під час вивчення генетики, фізіології, екології. Нині жодна серйозна експериментальна робота з біології, медицини не обходиться без статистично обґрунтованого обсягу виконаних експериментів і довірчої оцінки отриманих результатів.

Прикладами задач із біології можуть бути такі.

1. Скільки в середньому яєць має одна кладка?
2. Скільки у середньому мікроорганізмів міститься в 1 мм лісового ґрунту?
3. Яка середня тривалість життя населення в деякій області та як вона зміниться згодом?

Розв'язування подібних задач зводиться до планування експериментів і спостережень, до аналізу їх результатів. Статистика є математичним апаратом розв'язування таких задач. Введення елементів статистики в шкільний курс математики істотно підвищує його прикладну спрямованість. Справді, виникає можливість навіть за допомогою того невеликого математичного апарату, яким оволодіють учні під час вивчення вступу до статистики, розв'язувати задачі, що мають суспільну цінність. Статистичний матеріал може ефективно використовуватись у навчанні учнів математичному моделюванню – найважливішому виду математичної діяльності. Проте щоб принцип прикладної спрямованості навчання не залишився звичайною декларацією, він має реалізовуватися на всіх етапах планування та організації навчального процесу: під час цілепокладання, вибору змісту, методів, організаційних форм і засобів навчання.

Вивчення вступу до статистики, як і інших розділів математики, має бути диференційованим. Найефективнішим способом диференціації є залучення учнів до індивідуальної та диференційованої творчої роботи під керівництвом учителя. Труднощі такої роботи пов'язані насамперед з пошуком тем досліджень, які б відповідали можливостям учнів.

Висновки. Ознайомлення з основними поняттями ймовірно-статистичної лінії необхідне для пізнання оточуючого світу і створення однієї з науково обґрунтованих картин цього світу. Будь-який розділ математики позитивно впливає на розумовий розвиток учнів, оскільки прищеплює їм навички логічного мислення. Це стосується і викладання ймовірно-статистичної лінії, але дана тема грає дещо більшу роль і виходить за межі звичайного. Учень пізнає, як застосовувати прийоми логічного мислення в тих випадках, коли необхідно мати справу з невизначеністю (а такі випадки виникають на практиці).

Вивчення стохастички належним чином впливає на характер учнів, наприклад, розвиває хоробрість, так як дає змогу зрозуміти, що при певних обставинах невдачі можна віднести до випадковостей, тобто зазнавши невдачі, не варто відмовлятися від боротьби за досягнення поставленої мети. Вивчаючи стохастичку, люди стають більш доброзичливими і толерантними до оточуючих, і, отже, легше вписуються в життя суспільства.

Література

1. Бродський Я. Імовірісно-статистична змістова лінія в старшій школі / Я. Бродський, О. Павлов // Математика в школах України. – 2008. – №4. – С. 2-9.
2. Бродський Я. Вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей, статистики / Я. Бродський / Математика. – 2006. – №16. – С. 8-18.
3. Глеч С.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / С.Г. Глеч, С.Ф. Ледеяєв, І.В. Ольшанська. – Севастополь: СевНТУ, 2011. – 176 с.
4. Гмурман В.Є. Теорія ймовірностей і математична статистика: підручник для ВНЗ / В.Є. Гмурман. – М.: Вища школа, 2003. – 479 с.
5. Мерзляк А.Г. Алгебра.1 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень, профільний рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2011. – 431 с.
6. Нелін Є.П. Алгебра. 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень, профільний рівень / Є.П. Нелін, О.Є. Долгова. – Х.: Гімназія, 2011. – 448 с.
7. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник / З.І. Слепкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

***Анотація.** Барсукова К.С. Імовірісно-статистична змістова лінія шкільного курсу математики (профільна школа). У статті розкрито методичні особливості навчання ймовірісно-статистичної лінії шкільного курсу математики. Виділено основні пункти, на які при навчанні цієї теми потрібно звернути увагу.*

***Ключові слова:** стохастика, математична модель, зміст.*

***Аннотация.** Барсукова Л.С. Вероятностно-статистическая содержательная линия школьного курса математики (профильная школа). В статье раскрыты методические особенности обучения вероятностно-статистической линии школьного курса математики. Выделены основные пункты, на которые при обучении этой темы нужно обратить внимание.*

***Ключевые слова:** стохастика, математическая модель, содержание.*

***Summary.** Barsukova K.S. Probabilistic-statistical semantic Line School of Mathematics (profiling school). The article deals with the methodological features learning probabilistic statistical line school course in mathematics. The basic items that are in teaching the subject to look out for.*

***Keywords:** stochastics, mathematical model, content.*

УДК 37:013

О.О. Бондар

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДІЛОВОЇ ГРИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Постановка проблеми. У сучасному інформаційному суспільстві на передній план виступає середня освіта, однією з основних проблем якої є оволодіння учнями ґрунтовними знаннями, необхідними вміннями й навичками. Для розв'язання цієї