

умов навчання у вищому закладі освіти: 36. наук. ст. – Луцьк: держ. ун-т ім. Лесі Українки, 1999. – С.70-71.

6. Пономаренко Л.А. Специфічні особливості соціально-психологічної адаптованості студентів в умовах вищого начального закладу України // Теоретичні і прикладні проблеми психології. – 2006. – №3. – С.205-213.
7. Проблеми адаптації психологів в закладах освіти // Практична психологія та соціальна робота. – 2005. – №5. – С. 13-15.

Анотація. Солошенко А. Адаптація першокурсників до вивчення математичних дисциплін у ВНЗ.

У статті розкрито організаційно-педагогічні умови адаптації студентів-першокурсників до навчання у ВНЗ та запропоновано методику введення математичних дисциплін. Актуальність дослідження обумовлена тим, що запропонована методична система дозволяє керувати процесом адаптації у стінах вищої школи безпосередньо під час навчання, не змінюючи його змісту

Ключові слова: адаптація, першокурсник, математична підготовка, навички, вміння, навчання.

Abstract. Soloshenko A. Adaptation freshmen to study mathematical sciences in high school.

The article deals with the organizational and pedagogical conditions of adaptation of first-year students to study at the university and the method of introduction of mathematical disciplines. The relevance of the study due to the fact that the proposed methodology allows the system to manage the process of adaptation in the walls of high school directly during training without changing its content.

Keywords: adaptation, freshman, mathematical education, skills, abilities, training.

Ольга Ткаченко

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

olga_tkachenko92@mail.ru

Науковий керівник – О.В. Мартиненко

ІНТЕГРАЛЬНА ФОРМУЛА КОШІ, НАСЛІДКИ, ЗАСТОСУВАННЯ

Математичний апарат теорії аналітичних функцій має широке коло застосувань, одними з яких є представлення гармонічної функції інтегралом Пуассона та розв'язання задачі фільтрації течій під греблями.

Розглянемо представлення гармонічної функції інтегралом Пуассона.

Нехай функція $f(z) = u + iv$ є регулярною всередині та на контурі круга K радіуса R , з центром у початку координат. Для довільної точки $z = x + yi = re^{i\psi}$, яка лежить всередині K , за інтегральною формулою Коші маємо:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(Re^{i\varphi}) \frac{Re^{i\varphi}}{Re^{i\varphi} - re^{i\psi}} d\varphi. \quad (1)$$

Якщо ми візьмемо будь-яку точку z^* поза контуром K , наприклад точку $z^* = \frac{R^2}{\bar{z}} = \frac{R^2}{r} e^{i\psi}$, то функція $\frac{f(z)}{z-z^*}$ буде регулярною всередині та на контурі круга K і матимемо місце рівність:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_K \frac{f(z)}{z-z^*} dz = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(Re^{i\varphi}) \frac{r e^{i\psi}}{r e^{i\varphi} - R e^{i\psi}} d\varphi = 0. \quad (2)$$

Віднімаючи від рівності (1) рівність (2), отримаємо

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(Re^{i\psi}) \left(\frac{Re^{i\psi}}{Re^{i\psi} - re^{i\varphi}} - \frac{re^{i\varphi}}{re^{i\varphi} - Re^{i\psi}} \right) d\varphi \text{ або}$$

$$f(z) = u + iv = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(Re^{i\varphi}) \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cos(\psi - \varphi) + r^2} d\varphi.$$

Порівнюючи дійсні частини в цій рівності, матимемо формулу

$$u(r, \psi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(R, \varphi) \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cos(\psi - \varphi) + r^2} d\varphi, \quad (3)$$

яка називається *інтегральною формулою Пуассона*. [1, с. 96]

Відомо, що кожен регулярну гармонічну функцію можна розглядати як дійсну частину аналітичної функції, тому дана формула виражає значення будь-якої гармонічної функції всередині круга, через її граничні значення. Зазначимо, що частинні похідні функції $u(r, \psi)$ ($u(x, y)$) для внутрішньої точки круга знаходимо з формули (3) шляхом диференціювання під знаком інтеграла. Особливо простий вигляд (3) має за умови $r = 0$, тобто

$$u(0) = u(0, \psi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(R, \varphi) d\varphi. \quad (4)$$

Отже, значення регулярної гармонічної функції в середині круга дорівнює середньому арифметичному її значень на контурі цього круга.

Перейдемо до розв'язання задачі фільтрації течій під греблями.

Розглянемо фільтрацію течії під протяжною греблею за умови її перетину по середині. Таку фільтрацію можна змоделювати плоско паралельною течією.

Припустимо, що гребля бетонна; тоді межа її дотикання до ґрунту – флютбет (AB) – є непроникною для течії (Рис.1).

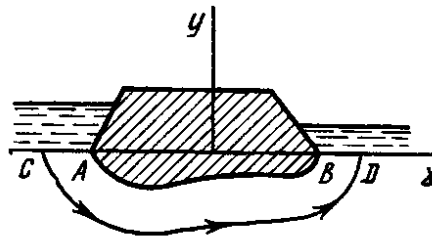


Рис. 1. Зображення непроникного флютбету у випадку бетонної греблі

Нехай, водосховище перед та за греблею (верхній і нижній б'єфи) дотикаються до ґрунту по нескінченим півпрямим CA і BD, які лежать на одній горизонталі. Будемо вважати, що ґрунт тягнеться до нескінченності та є однорідним за складом. Виберемо систему координат так, щоб вісь Oх, співпадала з границею б'єфу, а вісь Oy була напрямлена вертикально вгору.

Течія під греблею в даному випадку описується комплексним потенціалом, в якому безрозмірний потенціал ϕ і функція току якого ψ на межі б'єфів та флютбетів, задовольняють умови $\phi = \phi_1 = -P_1, x < A$; $\phi = \phi_2 = -P_2, x > B$ та $\psi = const$ вздовж AB [2, с. 33].

Даним граничним умовам при напівкруглому флютбеті заданого радіусу r_0 задовольняє комплексний потенціал, що відповідає вихрю з напругою

$$\Gamma = 2(\phi_2 - \phi_1) = 2(P_1 - P_2).$$

Потенціал і функція току обчислюються за формулами

$$\phi = (P_1 - P_2) \frac{\Theta}{\pi} - P_2, \quad \psi = \frac{(P_2 - P_1) \frac{\ln r}{r_0}}{\pi},$$

а поле тиску визначається як $P = -(\phi + y)$ (Рис. 2) [2, с. 33].

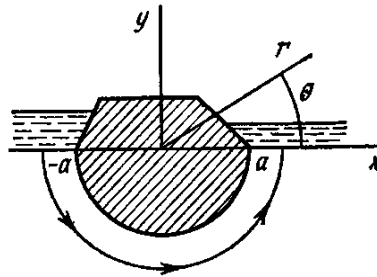


Рис. 2. Зображення напівкруглого флютбету

При конформному перетворенні площини (z) на площину $(z_1) - z = z(z_1)$ півколо радіуса $r = r_0$ переходить у заданий контур флютбету на межі б'єфів, розташованих вздовж осі Ox_1 . Це дозволить розв'язати задачу про фільтрацію під греблями при різноманітних флютбетах за допомогою комплексного потенціалу $W = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1) \ln z(z_1)}{\pi i}$, де $\varphi_2 - \varphi_1 = P_1 - P_2$ [2, с. 33].

Розглянемо течію під греблю з різноманітними флютбетами.

Для розв'язання такої задачі скористаємося конформним перетворенням Жуковського площини (z) на площину (z_1) :

$$z = \frac{r_0}{a+b} \left(z_1 + \sqrt{z_1^2 - a^2 + b^2} \right), z_1 = \frac{a+b}{2r_0} \left(z + \frac{a-b r_0^2}{a+b z} \right),$$

$$x_1 = \frac{a+b}{2r_0} \left(r + \frac{a-b r_0^2}{a+b r} \right) \cos \Theta, y_1 = \frac{a+b}{2r_0} \left(r - \frac{a-b r_0^2}{a+b r} \right) \sin \Theta \quad [2, \text{с. 33}].$$

Наведені формули задовольняють умови на межах б'єфів. Колам ($r = const$) та променям ($\Theta = const$) на площині (z_1) відповідають співфокусні еліпси та гіперболи, рівняння яких мають вигляд:

$$\frac{x_1^2}{(r^2(a+b) + r_0^2(a-b))^2} + \frac{y_1^2}{(r^2(a+b) - r_0^2(a-b))^2} = \frac{1}{4r_0^2 r^2},$$

$$\frac{x_1^2}{\cos^2 \Theta} - \frac{y_1^2}{\sin^2 \Theta} = a^2 - b^2 \quad [2, \text{с. 34}].$$

Звідси півколу $r = r_0$ на площині (z) буде відповідати півеліпс з півосями a та b .

Як наслідок течія під греблю з півеліптичним флютбетом на площині (z) (рис. 3) описується комплексним потенціалом:

$$W = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi i} \ln z, z_1 = \frac{a+b}{2r_0} \left(z + \frac{a-b r_0^2}{a+b z} \right). \quad (5)$$

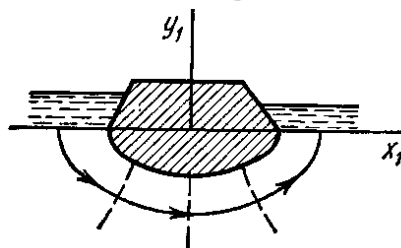


Рис. 3. Зображення пів еліптичного флютбету

Конформному перетворенню Жуковського вигляду $W = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi i} \ln z$, відповідають :

$$z_1 = \frac{a}{2r_0} \left(z + \frac{r_0^2}{z} \right) \quad (\text{рис. 4 (а)})$$

$$z_2 = z_1 + c, c < a \quad (\text{рис. 4 (б)})$$

$$z_3 = \frac{c_1}{r_{10}} \left(z_3 + \frac{r_{10}^2}{z_3} \right), c \leq (a - c) \quad (\text{рис. 4 (в)})$$

$$z_4 = \frac{a_1 + b_1}{2r_{10}} \left(z_3 + \frac{a_1 - b_1}{a_1 + b_1} \frac{r_{10}^2}{z} \right) \text{ (рис. 4 (г))}$$

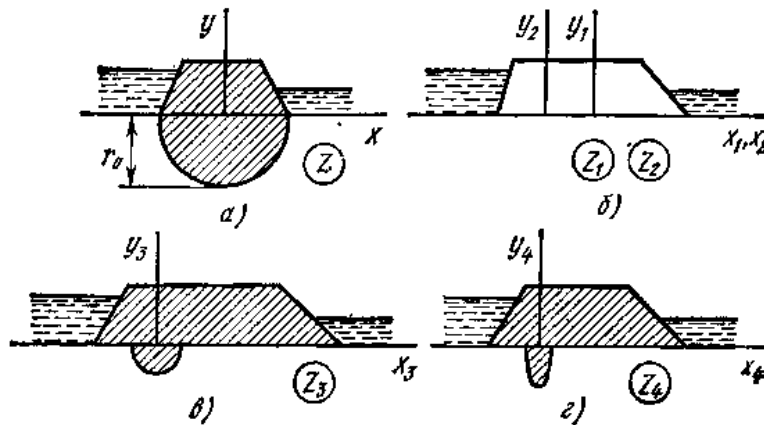


Рис. 4. Области конформних перетворень Жуковського

Дані перетворення визначають комплексний потенціал фільтрації під греблею з плоским флютбетом у площині (z_1), з напівкруглим шпунтом та плоским флютбетом в площині (z_3) з еліптичним шпунтом і плоским флютбетом в площині (z_4) відповідно.

Комплексний потенціал течії в площині (z_2) під греблею з контуром флютбету у вигляді руля Жуковського описується формулами

$$W = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi i} \ln z, \quad z = z - c,$$

$$z_2 = \frac{a}{2(r_0 - c)} \left(z_1 + \frac{(r_0 - c)^2}{z_1} \right), \quad c < r_0 \quad (6) \quad [2, \text{с. 33}]$$

Поле тиску та швидкість течії під греблею є важливими характеристиками в інженерній практиці при експлуатації гребель. Саме по заданому полю визначаються тиск фільтраційного потоку на греблю, який пов'язаний з забезпеченням її міцності, та зони, де можливе інтенсивне вимивання ґрунту, втрати рідини з водосховища за рахунок фільтрації.

Список використаних джерел

1. Курант Р. Геометрическая теория функций комплексной переменной: Учеб. для вузов / Р. Курант. – М.; Л.: Гостехиздат, 1934. – 378 с.
2. Радыгин В. М., Применение функций комплексного переменного в задачах физики и техники: Учеб. пособие для пед. вузов / В.М. Радыгин, О. В. Голубева. – М.: Высш. школа, 1983. – 160 с., ил.

Анотація. Ткаченко О. Інтегральна формула Коші, наслідки, застосування.

У статті показано практичне значення інтегральної формули Коші та розглянуті приклади її застосування при представленні гармонічної функції інтегралом Пуассона і при розв'язуванні задачі фільтрації течій під греблями.

Ключові слова: інтегральна формулі Коші, інтеграл Пуассона, фільтрація течій під греблями, функція Жуковського.

Abstract. Tkachenko O. Integral formula of Koshi: consequences, applications.

The article shows practical value Cauchy's integral formula and discussed examples of its use in the representation of harmonic functions and Poisson integral in solving the problem of filtration currents under dams.

Keywords: Cauchy's integral formula, Poisson integral, filtration currents under dams function Zhukovsky.