

4. Протасов І.В., Протасова К.Д. Розкладність графів: Навчальний посібник. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2003. – 73 с.
5. Графы. Красиво, наглядно, интересно [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.tofmal.ru/projects/graphs/kraski.html>
6. Дискретная математика [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://pgar.chat.ru/zap/zap253.htm>
7. Проблема чотирьох фарб [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://dspace.nuft.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/16985/1/371.pdf>

**Анотація. Кушнерьов О. Розфарбовування графів.**

*У статті розглянуто розфарбовування графів, поняття хроматичного числа та проблему чотирьох фарб. Наведено приклади розфарбування графів в вигляді малюнків.*

**Ключові слова:** *графи, хроматичне число, розфарбування графу, проблема чотирьох фарб.*

**Abstract. Kushnerov O. Coloring of graphs.**

*The article considers coloring of graphs, the concept of chromatic number and the problem of four colors. Examples of coloring graphs in the form of drawings.*

**Keywords:** *graphs, chromatic number, coloring graph problem four colors.*

**Ганна Мащенко**

*Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка*

*mouse16@i.ua*

*Науковий керівник – О.В. Мартиненко*

## **ФУНКЦІЇ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

У процесі наукового пізнання використовується велика кількість методів, адже завдяки їм науковці можуть прогнозувати, передбачати, аналізувати, розв'язувати проблеми в різних галузях науки.

У логічному словнику «метод» тлумачать, як підхід до явищ природи й суспільства; шлях, спосіб досягнення мети, прийом теоретичного дослідження або практичного здійснення чого-небудь, що виходить зі знання, найбільш загальних закономірностей розвитку об'єктивної дійсності й специфічних закономірностей предмета, явища, процесу, які досліджуються [6, 301с.]

У економічному словнику визначаються такі поняття, як методи аналізу та економіко-математичні методи; дослідивши зміст цих понять можна в певній мірі зрозуміти роль математичних методів в економіці. Під методами аналізу розуміють аналітичний апарат дослідження економічних процесів, а під економіко-математичними методами – комплекс наукових дисциплін, що знаходяться на межі економіки, математики і кібернетики та оперують моделями економічних процесів [7, С. 268-269].

Модель (від лат. «modulus» – зразок, норма, міра) – це об'єкт, що заміщує оригінал і відбиває його найважливіші риси й властивості для даного дослідження; під економіко-математичною моделлю розуміють концентроване вираження найсуттєвіших економічних взаємозв'язків досліджуваних об'єктів (процесів) у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь.

Розвиток методології економіко-математичного моделювання має довгу історію. Становлення двох по суті різних наукових дисциплін – економіки і математики – протягом багатьох століть проходило за власними законами, що відображали природу цих дисциплін.

Автором поняття «економетрія» є Павло Чомпа, який опублікував низку праць з економіко-статистичної тематик. У першій половині 1910 р. він завершив дослідження «Нариси економетрії», яке заклало основу економетрії. Запропонована Чомпою теорія ґрунтувалася на теорії цінності, що відрізняло її від тогочасного алгебраїчного методу оцінювання майна. Якщо останній оцінював лише майно, вільне від боргів, то теорія Чомпи принципово розрізняла майно та капітал.

Економетричне дослідження П. Чомпи вперше перевірили на практиці викладачі Торгової академії у Львові. Лауреат Нобелівської премії з економетрії Раґнар Фріш визнав, що до появи його статті у 1926 році, присвяченої економетрії, з цієї проблеми у 1910 році була опублікована монографія Чомпи. Ернст Р. Берндт у своєму підручнику з економетрії називає П.Чомпу автором поняття «економетрія». Цей термін Павлом Чомпою був введений німецькою мовою як *Oekonometrie* [1].

До 1930-х років склалися всі передумови для виділення економетрії в окрему науку. Стало зрозуміло, що для глибшого розуміння економічних процесів варто використовувати в тій чи іншій мірі статистику та математику. Виникла необхідність появи нової науки зі своїм предметом і методом, що об'єднувала б всі дослідження в цьому напрямку. 29 грудня 1930 р. з ініціативи І. Фішера, Р. Фріша, Я. Тінбергена, Й. Шумпетера, О. Андерсона й інших учених було створено економетричне товариство, а у 1933 р. Р. Фріш заснував журнал «Економетрика», який і зараз має велике значення для розвитку економетрії. Вже в 1941 р. з'являється перший підручник з нової наукової дисципліни, написаний Я. Тінберґеном. У 1969 р. Фріш і Тінберґен стали першими дослідниками, які отримали Нобелівську премію з економіки. Як сказано в офіційному повідомленні нобелівського комітету: «за створення і застосування динамічних моделей до аналізу економічних процесів» [4].

Кожна економіко-математична модель реального явища характеризується об'єктом моделювання, системним описом об'єкта, цілями щодо побудови моделі, принципами моделювання, апаратом моделювання та способами ідентифікації й інтерпретації результатів.

Об'єктом моделювання може бути або реальна господарська система, або один чи кілька процесів, що розвиваються в такій системі. Для побудови моделі треба вказати назву об'єкта, дати його опис у вигляді системи, тобто виявити суттєві грані його взаємодії із зовнішнім середовищем.

Апарат моделювання визначається типом математичних конструкцій, що використовуються для побудови моделі: найпоширенішими є моделі, побудовані за допомогою апарату лінійної алгебри, регресійного аналізу, лінійних диференціальних рівнянь. Вибір того чи іншого апарату економіко-математичного моделювання значною мірою ґрунтується на гіпотезах, що покладені в основу побудови моделі.

Поняття функції - одне з основних математичних понять за допомогою яких моделюються взаємозв'язки між різними величинами, кількісні та якісні відносини між різними економічними характеристиками і показниками, а численні спостереження і дослідження показують, що величини в навколишньому світі (наприклад, ціна деякого товару і величина попиту на цей товар, прибуток фірми та обсяг виробництва цієї фірми, інфляція, безробіття і т.п.) існують не ізольовано одна від одної, а навпаки, вони зв'язані між собою певним чином.

Головною метою застосування функцій в економічних задачах є надання економічним моделям практичного застосування. Поняття функції в економіці вперше було застосовано при дослідженні попиту на товар. Найпростішою є лінійна функціональна залежність, наприклад, залежність між витратами  $K$  на випуск продукції та їх кількістю  $x$ :

$$K = ax, \text{ де } a - \text{ коефіцієнт пропорційності.}$$

Якщо ціну товару позначити через  $p$ , а попит на нього в натуральних одиницях – через  $Q$ , то, як відомо, зі збільшенням ціни товару попит на нього має спадати, що можна записати у формі  $Q = f(p)$ , де  $f(p)$  – спадна функція. Залежність може бути такою:

$$Q = \frac{600}{11 + p^2}$$

Відношення між попитом і ціною товару можна розглядати з різних точок зору:

- як залежність попиту від ціни;
- як залежність ціни від попиту.

У другому випадку  $Q$  є незалежною змінною, а  $p$  – залежною, тобто  $p = \varphi(Q)$  є оберненою до функції  $Q = f(p)$ .

Зауважимо, що залежності між ціною продукції та попитом на неї, а також між ціною і кількістю виробленої продукції - одне з основних питань економетрії.

За аналогією з функцією однієї змінної  $y = f(x)$  можна розглянути функцію, яка залежатиме від кількох незалежних змінних  $(x_1, \dots, x_n)$ , тобто  $y = f(x_1, \dots, x_n)$ . Велику увагу приділяють функції двох змінних  $(x_1, x_2)$ , або в традиційних позначеннях  $u = f(x, y)$ .

У економетричних моделях функції імпорту та експорту представляються у вигляді рівнянь регресії та пов'язують величини імпорту та експорту деякої країни з низкою чинників як внутрішнього, так і зовнішнього для даної країни, характеру, які вважаються змінними. Дані функції можна розглядати як виробничі функції багатьох змінних. Функція імпорту може бути представлена у вигляді:

$$I = f(Y, P_i, P_y, Z),$$

де  $I$  – величина імпорту;  $Y$  – змінна, яка відображає рівень економічної активності (наприклад, ВНП);  $P_i$  та  $P_y$  – відповідно, імпортні та внутрішні ціни товарної групи, яка розглядається;  $Z$  – інші фактори.

Дана функція найчастіше є логарифмічною, а її параметри являють собою коефіцієнти еластичності імпорту за різними факторами.

Функція експорту може бути представлена у вигляді:

$$E = f(Y_w, P_e, P_w)$$

де  $E$  – величина експорту;  $P_e$  – експортні ціни;  $P_w$  – середньозважений індекс внутрішніх цін імпортерів;  $Y_w$  – середньозважений рівень економічної активності в країнах-імпортерах (наприклад, показник зовнішнього попиту на продукцію даної країни).

Історично склалося так, що однією з перших функцій двох змінних, яка привернула увагу економістів, була степенева функція  $Y = AK^\alpha L^\beta$ , де  $Y$  – вартість виробленої продукції;  $K$  – вартість основного капіталу;  $L$  – вартість витрат праці;  $A, \alpha, \beta$  – числові невід'ємні параметри, на які накладається додаткова умова  $\alpha + \beta = 1$ . Вона була названа функцією Кобба–Дугласа на честь американських учених математика Д.Коббі та економіста П.Дугласа, які вперше застосували її як виробничу функцію для економічного аналізу.

Завдяки математичним функціям можна визначати відношення інфляції до зміни курсу валют, зокрема, як:

$$e_t = e_0 \left( \frac{1 + i_{ht}}{1 + i_{ft}} \right)$$

де  $e$  – обмінний курс, виражений у кількості одиниць національної валюти на одну одиницю іноземної;

$i$  - темп інфляції;

$h$  - позначення своєї країни;

$f$  - позначення іншої країни;

$o$  - початок розрахункового періоду;

$t$  - кінець розрахункового періоду.

Розглянемо особливий вид економіко-статистичних моделей – виробничі функції. Нехай  $\Phi_n$  - множина всіх функцій від  $n$  змінних, визначених у деякій області  $M$  простору  $R^n$ . Підмножина  $F \subset \Phi_n$  називається *параметричною* (точніше,  $k$ -параметричною), якщо існує підмножина  $A_k \subset R^n$  і відображення  $\rho: A_k \rightarrow \Phi_n$ , тобто таке, що  $\rho(A) = F$ . У  $k$ -параметричному класі  $F$  кожна функція

$$f(x) = f(x_1, \dots, x_n) \in F$$

цілком визначається вектором параметрів  $a = (a_1, \dots, a_k)$  і може бути записана як  $f_a(x)$ . Зміст параметризації деякої множини функцій, по суті, є аналогічним уведенню системи координат, за допомогою якої кожна функція з цієї множини ототожнюється з послідовністю своїх координат. Параметризацію допускають лише не дуже широкі множини  $F$ , зокрема, множина  $\Phi_n$  не може бути  $k$ -параметричною за жодного скінченного  $k$ . Якщо відображення  $\rho$  є лінійним, тобто  $\rho(a' + a'') = \rho(a') + \rho(a'')$ ,  $a', a'' \in A_k$ , то клас  $F$  утворюють *лінійні за параметром* функції. Припустимо, що всі функції  $f \in F$  диференційовані до другого порядку включно, а множина  $A_k$  збігається з  $R^n$ .

Співвідношення  $y = f_a(x)$ ,  $\frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{\partial f_a}{\partial x_i}$ ,  $\frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 f_a}{\partial x_i \partial x_j}$  розглядатимемо як систему з

$n+1 + \frac{n(n+1)}{2}$  рівнянь відносно  $k$  параметрів  $a_1, \dots, a_k$ . Кількість параметрів  $k$ , зазвичай, має той самий порядок, що й кількість змінних ( $n$ ), тому здебільшого параметри  $a_1, \dots,$

$a_n$  можна виразити як функції від  $x_1, \dots, x_n$ ,  $y$ ,  $\frac{\partial y}{\partial x_i}$ ,  $\frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j}$ , використовуючи  $k$  рівнянь з цієї

системи. Підставляючи отримані вирази у рівняння, що залишилися, можна отримати систему диференціальних рівнянь щодо функції  $f(\cdot)$ , яка вже не містить параметрів. Часто у такий спосіб вдається досягти того, щоб множина розв'язків отриманої системи рівнянь щодо функції  $f(\cdot)$  збіглася б з  $F$ , тобто  $F$  був би загальним інтегралом системи. Власне, те, що функції з класу, який задовольняє цю систему диференціальних рівнянь з частковими похідними, і є тією властивістю, що об'єднує їх. Система диференціальних рівнянь (разом із частковими похідними за чинниками) є визначальною у формуванні таких систем. Використовуються також інші характеристичні функції – середня ефективність чинника, еластичність випуску за чинником, гранична норма заміщення чинника тощо, що поєднує між собою в загальному випадку значення функції, її аргументів і характеристик (в тій самій точці, що й значення функції). Інформація, що може бути отримана на стадії якісного економічного аналізу модельованого об'єкта, часто дозволяє прийняти чи відхилити припущення щодо існування такого зв'язку.

Для кожного з видів функцій можна вказати одну чи кілька систем умов для характеристики функцій даного виду, що однозначно виокремлюють цей вид з-поміж інших. Ці умови являють собою співвідношення між різними характеристиками функції

або опис поведінки окремих характеристик на різних частинах області її визначення.

У наведеному нижче списку функцій вони розташовуються в порядку зростання складності їх запису й, відповідно, збільшення кількості необхідних для цього параметрів.

Функція з фіксованими пропорціями чинників (функція Леонт'єва):

$$y = \min\left(\frac{x_1}{a_1}, \frac{x_2}{a_2}\right), \text{ де } a_1, a_2 - \text{параметри.}$$

Відомо кілька альтернативних систем (гіпотез), що виокремлюють функції цього виду:

а) гранична продуктивність першого чинника є дворівневою кусково-сталою незростаючою функцією від співвідношення  $\frac{x_1}{x_2}$  з нульовим нижнім рівнем. Гранична продуктивність другого чинника - неспадна кусково-стала функція від  $\frac{x_2}{x_1}$  з нульовим нижнім рівнем;

б) функція є розв'язком такої задачі математичного програмування:  $y \rightarrow \max,$   
 $a_1 y \leq x_1,$   
 $a_2 y \leq x_2,$

де  $y$  – змінна, яку оптимізують;

в) функція є однорідною, а еластичність заміни чинників дорівнює нулю;

г) функція може бути отримана з функції з постійною еластичністю виду

$$y = \left( \left( \frac{x_1}{a_1} \right)^{a_3} + \left( \frac{x_2}{a_2} \right)^{a_3} \right)^{\frac{1}{a_3}} \text{ шляхом граничного переходу: } a_3 \rightarrow -\infty.$$

Функція Леонт'єва призначена в основному для моделювання строго детермінованих технологій, які не допускають відхилення від технологічних норм і нормативів щодо використання ресурсів на одиницю продукції. Як правило, вона використовується для формалізованого опису дрібномасштабних або цілком автоматизованих об'єктів.

*Лінійна функція*

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2.$$

Передумови та гіпотези:

а) граничні продуктивності чинників є постійною:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1; \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = a_2, \text{ а в нулі функція набуває нульового значення;}$$

б) гранична продуктивність одного з чинників є постійною, і функція однорідна першого степеня:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1, \quad \frac{\partial y}{\partial x_1} + \frac{\partial y}{\partial x_2} = 1;$$

в) функція однорідна, й еластичність заміни чинників є нескінченною;

г) еластичність випуску за чинниками обернено пропорційна їхній середній продуктивності.

Лінійна функція застосовується для моделювання великомасштабних систем (велика галузь, народне господарство в цілому), у яких випуск продукції є результатом одночасного функціонування великої кількості різноманітних технологій. Особливу роль відіграє гіпотеза постійності граничних виробничих чинників чи їх необмеженого заміщення.

*Функція Аллена:*

$$y = a_0 x_1 x_2 - a_1 x_1^2 - a_2 x_2^2$$

визначається за такими умовами: швидкість зростання граничних продуктивностей є постійними, і функція є однорідною.

Функція Аллена за умови, що  $a_1, a_2 > 0$  призначається для формалізованого опису виробничих процесів, у яких надмірне зростання будь-якого з чинників негативно впливає на обсяг випуску продукції. Зазвичай така функція використовується для формалізованого опису дрібномасштабних виробничих систем з обмеженими можливостями переробки ресурсів.

*Функція постійної еластичності заміщення чинників (функція CES):*

$$y = (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_3})^{a_4}$$

Передумови та гіпотези:

- функція є однорідною, й еластичність заміщення чинників є постійною.
- функція CES застосовується у разі відсутності точної інформації щодо рівня взаємозаміни виробничих чинників, і разом з тим є підстави вважати, що цей рівень суттєво не зміниться за зміни обсягів залучених ресурсів, тобто коли економічна технологія має властивість певної стійкості щодо певних пропорцій чинників. Функція CES (за наявності засобів оцінки її параметрів) може використовуватись для моделювання систем будь-якого рівня.

*Функція Солоу:*

$$y = (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_4})^{a_5}$$

характеризується тим, що величина відсоткової зміни граничної норми заміщення чинників, що пов'язане зі зміною одного з чинників на один відсоток, не залежить від початкового рівня чинників.

Дана функція може використовуватись приблизно в тих самих ситуаціях, що й функція CES. Функція Солоу може використовуватись у моделюванні системи різних масштабів.

*Багаторежимна функція:*

$$y = (a_{11} x_1^{a_0} + a_{21} x_2^{a_0})^{a_1} \dots (a_{1k} x_1^{a_0} + a_{2k} x_2^{a_0})^{a_k}$$

Функція є однорідною, еластичність функції за першим аргументом є згладженою  $k$ -рівневою спадною ступінчастою функцією. Багаторежимна функція – одна з найзагальніших. Вона використовується для формалізованого опису та моделювання процесів, у яких рівень віддачі кожної додаткової одиниці ресурсу стрибкоподібно змінюється залежно від співвідношення чинників. Функцію доцільно застосовувати за наявності апріорної інформації щодо кількості режимів  $k$ , а інколи й щодо величини «перехідної» області між режимами (чим більше  $|a_0|$ , тим чіткіше виокремлюються режими).

В економіко-математичному моделюванні широко використовують багатофакторні виробничі функції.

Один із найбільш раціональних способів переходу від двофакторних до багатофакторних функцій полягає в такому.

Розглянемо двофакторну функцію:

$$y = \varphi_1(x_1, x_2). \quad (*)$$

Аргумент  $x_2$  цієї функції розглянемо як узагальнений показник, що залежить також від двох інших чинників  $x_3, x_4$ :

$$x_2 = \varphi_2(x_3, x_4),$$

де  $\varphi_2$  – деяка функція. Підставляючи цей вираз у формулу (\*), отримуємо трифакторну функцію  $y = \varphi_1(x_1, \varphi_2(x_3, x_4))$ , що виражає залежність показника  $y$  від аргументів  $x_1, x_3, x_4$ . Цей процес можна продовжити, вважаючи, зокрема, що  $x_3$ , у свою чергу, залежить від деяких чинників.

У загальному вигляді: якщо задано  $(n - 1)$  двофакторних функцій  $\varphi_1(x_1, x_2), \varphi_2(x_3, x_4), \dots, \varphi_{n-1}(x_{2n-3}, x_{2n-2})$ , то у результаті послідовної підстановки дістанемо  $n$ -факторну функцію  $y = f(x_1, \dots, x_n)$ . Операція такої підстановки (суперпозиції) має очевидний економічний сенс: другий аргумент, наприклад двофакторної функції, послідовно подається у вигляді залежності від показників нижчих рівнів. Неважко перевірити такі властивості операції суперпозиції:

а) якщо  $\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}$  - неспадні функції, то  $f$  - також неспадна функція;

б) якщо  $\varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}$  - лінійно-однорідні функції, а  $\varphi_1$  - однорідна функція ступеня однорідності  $\gamma$ , то  $f$  - однорідна функція ступеня однорідності  $\gamma$ ;

в) якщо  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$  - увігнуті неспадні функції, то  $f$  - увігнута неспадна функція.

Отже, якщо двофакторні функції  $\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}$  є неокласичними, то отримана в результаті їх суперпозиції функція  $f$  також буде неокласичною.

Для виробничих функцій від  $n$  змінних справедливими є твердження, які показують, що клас функцій, поданих у вигляді суперпозиції будь-яких двофакторних функцій, є досить широким. Строго доводиться, зокрема, що будь-яка неперервна функція  $f(x_1, \dots, x_n)$  від  $n$  змінних (за умови  $n \geq 4$ ) може бути подана у вигляді суперпозиції неперервних функцій від трьох змінних. У свою чергу кожна неперервна функція від трьох змінних може бути отримана як суперпозиція функцій від двох змінних. Відомо також, що будь-яку неперервну функцію від двох змінних можна з будь-якою заданою точністю апроксимувати суперпозицією неперервних функцій від однієї змінної та функції  $y = x_1 + x_2$ .

Будь-яке дослідження завжди поєднує математичні моделі і статистичні дані. Економічні дані є кількісними характеристиками економічних об'єктів. Вони формуються під дією багатьох факторів, які не завжди можна проконтролювати ззовні. Розглянемо можливі моделі опису зв'язку між результативною змінною і чинниками, які впливають на неї.

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m + e$$

де  $y$  – досліджувана (залежна змінна);  $x_1, x_2, x_m$ , – незалежні, пояснюючі змінні;  $a_0, a_1, a_2, a_m$  – параметри моделі;  $e$  – випадкова складова моделі.

На основі статистичних даних можна знайти параметри цієї моделі, застосовуючи відомий метод найменших квадратів.

Якщо модель описується нелінійними функціями, то спочатку їх зводять до лінійних, оскільки лінійні функції мають багато переваг перед іншими. Розглянемо методи зведення деяких нелінійних функцій до лінійних.

*Степенева функція:*

$$y = a * x_1^{a_1} * x_2^{a_2} * \dots * x_m^{a_m}$$

після логарифмування набирає вигляду:

$$\ln y = \ln a + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + \dots + a_m \ln x_m$$

і після заміни  $\ln a = a_0$  є лінійною відносно параметрів  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ .

*Показникова функція:*

$$y = b_0 * b_1^{x_1} * b_2^{x_2} * \dots * b_m^{x_m}$$

після логарифмування набирає вигляду:

$$\ln y = \ln b_0 + x_1 \ln b_1 + x_2 \ln b_2 + \dots + x_m \ln b_m$$

і після заміни  $\ln b_i = a_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m$  є лінійною відносно параметрів  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ .

Зокрема, функція Кобба-Дугласа після логарифмування набирає вигляду:

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L$$

і після заміни  $\ln A = \gamma$  є лінійною відносно параметрів  $\alpha, \beta, \gamma$ .

*Гіперболічна функція:*

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_m}{x_m}$$

шляхом заміни змінних  $z_i = \frac{1}{x_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  зводиться до лінійного вигляду:

$$y = a_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_m z_m$$

*Квадратична функція:*

$$y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_m x_m^2$$

шляхом заміни змінних  $z_i = x_i^2$  зводиться до лінійного вигляду:

$$y = a_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_m z_m$$

*Поліноміальна функція:*

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2^2 + \dots + a_m x_m^m$$

шляхом заміни змінних  $z_i = x_i^j$  зводиться до лінійного вигляду:

$$y = a_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_m z_m.$$

Методи економіко-математичного моделювання являють собою розділ прикладної сучасної науки, що динамічно розвивається. Досліджуючи цю проблему, ми переконалися, що функції досить часто використовуються в економічних дослідженнях і є одним із основних математичних понять, за допомогою яких моделюються взаємозв'язки між різними величинами.

#### Список використаних джерел

1. Ragnar Frisch's conception of econometrics by Olav Bjerkholt and Ariane Dupont. Session: History of econometrics // Paper for the Summer Meeting of the Econometric Society, Duke University, June 21-24, 2007
2. Бідник Н.Б. Використання математичних методів та моделей в економіці, фінансах / Н.Б. Бідник. – Львів: НЛТУ України. – 2008. – Вип.18.6. – 308 с.
3. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2003. – 408 с.
4. Елисеева И.И. Эконометрика: учебник / И.И. Елисеева, С.В.Курышева, Т.В.Костеева и др. 2-е изд., перераб и доп., М: Финансы и статистика, 2007. – 576 с.
5. Замков О.О. Математические методы в экономике: Учебник. 3-е издание, переработанное / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 2001. – 366 с.
6. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник / Н.И. Кондаков. – М.: Наука, 1975. – 720 с.
7. Коноплицький В.А. Економічний словник / В.А. Коноплицький, Г.І. Філіна – К: КНТ, 2007. – 508 с.

**Анотація. Мащенко Г. Функції при дослідженні економічних процесів.**

*У статті розглянуто застосування математичних методів при дослідженні економічних процесів, зокрема використання поняття функції.*

**Ключові слова:** математична модель, економіко – математична модель, функція.



**Abstract. Mashchenko G. Functions in the study of economic processes.**

*The article deals with the application of mathematical methods in the study of economic processes, including the use of the concept of function.*

**Keywords:** *mathematical model, economic - mathematical model function.*

**Марина Межирицька**

*Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка*

*maryna765@gmail.com*

*Науковий керівник – В.Д. Погребний*

**ЗАДАЧІ НА АЛГЕБРАЇЧНІ РІВНЯННЯ, ЩО МІСТЯТЬ ПАРАМЕТР**

Вивчення багатьох фізичних процесів і геометричних закономірностей часто приводить до розв'язання рівняння, що містить параметр. Розв'язування задач з параметрами викликає великі труднощі в учнів, так як їх вивчення не є окремою складовою шкільного курсу математики, і вони розглядається в основному на факультативних заняттях, а їх розв'язування потребує не тільки знання властивостей функцій і рівнянь а й вміння виконувати алгебраїчні перетворення, вимагає від учнів високої логічної культури і доброї техніки дослідження.

Алгебраїчне рівняння – рівняння виду  $P(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ , де  $P$  – многочлен від змінних  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Ці змінні називають також невідомими.

Алгебраїчні рівняння з параметрами можна класифікувати так:

- Лінійні рівняння
- Квадратні рівняння і рівняння які зводяться до них
- Рівняння вищих степенів
- Дробово-раціональні рівняння, які зводяться до лінійних
- Ірраціональні рівняння
- Системи рівнянь з параметрами

Рівняння виду

$$ax - b = 0$$

де  $a$  і  $b$  – вирази залежні тільки від параметрів, а  $x$  – невідома, називається лінійним відносно змінної  $x$ .

Воно зводиться до виду  $ax = b$  і при  $a \neq 0$  має єдиний розв'язок  $x = \frac{b}{a}$  при будь-якій системі допустимих значень параметрів.

При  $a = 0$  і  $b = 0$ ,  $x$  - будь-яке число, а при  $b \neq 0$  і  $a = 0$  розв'язків немає.

Рівняння виду

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

де  $x$  – невідоме,  $a, b, c$  – вирази, залежні тільки від параметрів і  $a \neq 0$ , називається квадратним відносно  $x$ .

Допустимими будемо вважати тільки ті значення параметрів, при яких  $a, b, c$  – дійсні.

Рівняння з дробовими членами зводяться до лінійних рівнянь.

Іноколи рішення таких рівнянь зводиться до знаходження коренів квадратного рівняння [1]. Розглянемо, наприклад, рівняння

$$\frac{x}{a(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-a^2}{a(x+1)(x+2)}.$$