

Вікторія Зубко*Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка**vikazubko601@gmail.com**Науковий керівник – А.О. Розуменко*

УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЛІНІЇ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Викладання предмету – це мистецтво вчителя подати інформацію так, щоб її засвоєння учнями було максимально-ефективним, щоб вони розуміли матеріал і бажали вивчати його. Тому викладання будь-якої дисципліни вимагає врахування певних її особливостей. Викладання математики не є виключенням.

Під узагальненням розуміють процес виділення істотних ознак об'єкту, підведення частинного випадку під загальний висновок.

Систематизація – це процес зведення здобутих знань в єдину наукову систему, встановлення їхньої єдності [3, с. 41].

Необхідність систематизації та узагальнення знань учнів пов'язана з багатьма причинами. По-перше, не можна уникнути процесу забування, що приводить до зменшення об'єму знань, труднощам та помилкам, а іноді і до повної неможливості відтворення матеріалу, який вивчався раніше. По-друге, повертаючись до раніше вивченому матеріалу, створюються умови для отримання нових знань, кріпкого закріплення та поглиблення. По-третє, це дає можливість вчителю направити роботу по надолуженню недоліків у знаннях учнів.

Залежно від ролі та місця в навчальному процесі можна виділити наступні етапи узагальнення та систематизації знань:

1. Первинне узагальнення здійснюється під час сприйняття та осмислення навчального матеріалу.

2. Понятійне узагальнення здійснюється на уроці в процесі роботи над засвоєнням нового матеріалу.

3. Поурочне узагальнення та систематизація полягає в виявленні між поняттями, які вивчаються, загальних ознак та властивостей, в об'єднанні засвоєних понять у системи, розкритті зв'язків та відношень між елементами даної системи.

4. Тематичне узагальнення та систематизація забезпечують засвоєння цілої системи понять, які вивчалися на протязі певного часу.

5. Підсумкове узагальнення та систематизація служить для встановлення зв'язків та відношень між системами знань, засвоєних в процесі вивчення цілого курсу.

6. Міжпредметне узагальнення та систематизація здійснюється по ряду суміжних предметів (математики, фізики, хімії, інформатики) [4, с. 112-114].

Змістова лінія функцій проходить через весь курс математики середньої школи. Пропедевтика теми «Функції та їх графіки» відбувається на уроках математики ще в 5-6 класах і проходить в декілька етапів:

1) коли аналізується залежність результатів арифметичних дій від зміни компонентів;

2) коли розглядається координатна площина і робляться висновки про те, що кожній точці координатної площини відповідає впорядкована пара чисел, причому єдина; будь-якій впорядкованій парі чисел відповідає єдина точка координатної площини.

У сьомому класі вводиться одне з фундаментальних математичних понять –

поняття функції. Тут же розглядається лінійна функція та її графік. Інші види функцій розглядаються у зв'язку з вивченням відповідного матеріалу, що стосується решти змістових ліній курсу. Зокрема, у восьмому класі в темах «Раціональні вирази» та «Квадратні корені» учні ознайомлюються з функціями $y = \frac{k}{x}$ і $y = \sqrt{x}$ та їх властивостями.

У дев'ятому класі розглядається квадратична функція. Вивчення її властивостей пов'язується з розв'язуванням квадратних нерівностей (нулі функції, проміжки знакосталості, зростання і спадання функції). Розглядаються також найпростіші перетворення графіків функцій [3].

По завершенню 9 класу учні проходять державну підсумкову атестацію, де завдання що стосуються функціональної змістової лінії займають велику частину. Типовими для першої та другої частини є такі завдання: знайти значення функції в даній точці; із запропонованих варіантів вибрати графік заданої функції; за графіком встановити функцію; знайти область визначення чи область значення даної функції; знайти при яких значення x функція невизначена; знайти точки перетину графіків функцій з віссю абсцис; встановити чи належать точки графіку функції; знайти нулі функції; знайти вершину параболи; на графіку зображено графік руху і потрібно визначити швидкість руху; на малюнку зображено графік деякої функції на проміжку, встановити проміжок зростання (спадання) функції, проміжки на яких $f(x) > 0$ чи $f(x) < 0$; встановити який графік отримали в результаті перетворень; встановити область визначення якої з поданих функції є дана множина.

Наведемо декілька прикладів з державної підсумкової атестації для 9 класів 2014 року.

- Знайдіть значення функції $y = 2x - 3$ у точці $x_0 = -3$
 А) -9 Б) 9 В) 3 Г) -3
- Графіком якої функції є гіпербола?
 А) $y = 2x + 7$ Б) $y = x^2 + 7$ В) $y = \frac{7}{x}$ Г) $y = \frac{x}{7}$
- Через яку точку проходить графік $y = 2x^2 - 1$?
 А) (-3; -19) Б) (-3; 17) В) (-3; 11) Г) (-3; -17)
- Знайдіть абсцису вершини параболи $y = 0,3x^2 + 6x - 2$.
 А) 5 Б) -5 В) 10 Г) -10
- Як треба перенести паралельно графік функції $y = \frac{3}{x}$, щоб отримати графік функції $y = \frac{3}{x-4}$?
 А) на 4 одиниці вгору Б) на 4 одиниці вниз
 В) на 4 одиниці вправо Г) на 4 одиниці вліво
- Які координати має точка перетину графіка функції $y = -3x + 12$ з віссю абсцис?
 А) (0; 12) Б) (12; 0) В) (0; 4) Г) (4; 0)
- Знайдіть область визначення функції $y = \frac{4}{\sqrt{4-3x-x^2}}$.
- Знайдіть нулі функції $y = -4x^4 + 5x^2 - 1$.

В третій частині потрібно побудувати графік функції і за ним встановити проміжки зростання чи спадання, область визначення чи значення тощо.

Наприклад завданням одного з варіантів є побудувати графік функції $y = x^2 + 6x$ і користуючись графіком знайти:

- 1) проміжок зростання функції;
- 2) множину розв'язків нерівності $x^2 + 6x \leq 0$.

Четверта частина також містить завдання на побудову графіка функції, але дещо складнішого змісту, але цю частину учні академічного рівня не розв'язують. Прикладом є таке завдання: при яких значеннях параметра a рівняння $\frac{x^2 - 2ax + a^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ не має коренів? [1]

Старша школа є профільною, тому вивчення курсу «Алгебра і початки аналізу» може відбуватися за чотирма рівнями: рівнем стандарту, академічним, профільним і поглибленим рівнем. За академічним рівнем першою темою 10 класу є «Функції, їх властивості та графіки». У цій темі здійснюється повторення, систематизація матеріалу стосовно функцій, який вивчався в основній школі, його поглиблення і розширення. Після цього учні переходять до вивчення теми «Степенева функція», починаючи з розгляду степеневі функції з натуральним показником, тобто функції виду $y = x^n$, $n \in \mathbb{N}$ та розглядають 2 випадки: коли $n = 2k, k \in \mathbb{N}$ та $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$. Встановлюють область значення та визначення функцій, парність функції, нулі функції, проміжки знакосталості та монотонності.

Аналогічно відбувається дослідження степеневі функції з цілим показником $y = x^n, n \in \mathbb{Z}$ і дійсним показником $y = x^n, n \in \mathbb{R}$.

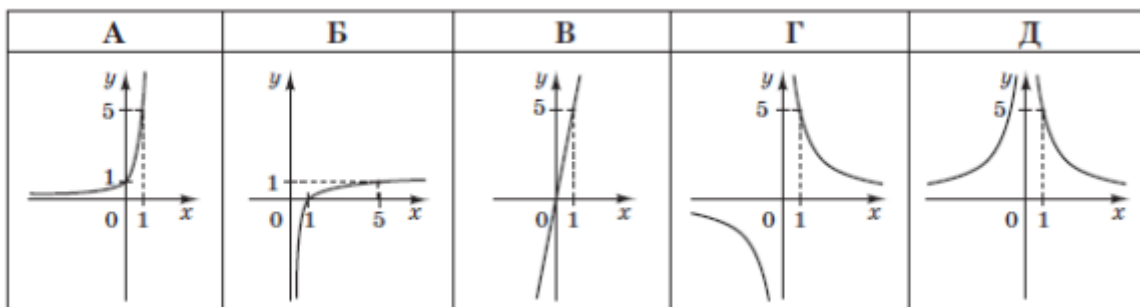
На початку теми «Тригонометричні функції» учні вивчають косинус, синус, тангенс і котангенс кута, потім переходять до вивчення основних співвідношень між тригонометричними функціями одного аргументу, формул зведення, властивостей та графіків тригонометричних функцій та різних тригонометричних формули.

Тема «Показникова та логарифмічна функції» розглядається в курсі «Алгебри і початків аналізу» в 11 класі. Спочатку відбувається повторення відомостей про функції та вивчення степенів з довільним дійсним показником, після чого вводять поняття показникової функції, розглядають її властивості та графік. Після цього учні розглядають логарифми та їх властивості, натуральний логарифм, властивості та графік логарифмічної функції, логарифмічні рівняння і нерівності, похідну логарифмічної функції [2].

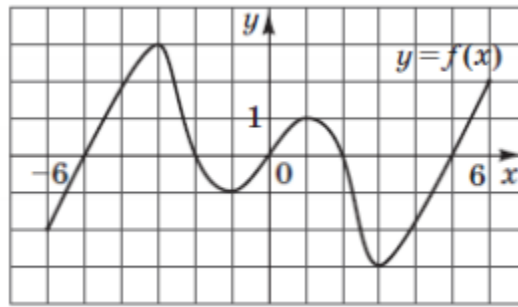
По завершенню 11 класу учні проходять зовнішнє незалежне оцінювання, де кожного року пропонується в середньому 4-5 завдань (близько 20% від усіх завдань), що стосуються функцій.

Наприклад, в 2014 році було запропоновані такі завдання.

1. На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \frac{5}{x}$?



2. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Яку властивість має функція $y = f(x)$?



- А. Функція є періодичною
 Б. Функція зростає на проміжку $[-6;6]$
 В. Функція спадає на проміжку $[-6;6]$
 3. Установіть відповідність між функцією (1-4) та кількістю спільних точок (А-Д) графіка цієї функції з графіком функції $y = \frac{5}{x}$.
- | | |
|-------------------|--------------|
| 1. $y = x + 5$ | А. жодної |
| 2. $y = 5^x$ | Б. лише одна |
| 3. $y = \sqrt{x}$ | В. лише дві |
| 4. $y = \sin x$ | Г. лише три |

Функціональна лінія пронизує весь курс алгебри і розвивається у тісному зв'язку з тотожними перетвореннями, рівняннями і нерівностями. Властивості функцій встановлюються за їх графіками, тобто на основі наочних уявлень, і лише деякі властивості обґрунтовуються аналітично. У міру оволодіння учнями теоретичним матеріалом кількість властивостей, що підлягають вивченню, поступово збільшується. Під час вивчення функцій чільне місце відводиться формуванню умінь будувати і читати графіки функцій, характеризувати за графіками функцій процеси, які вони описують [15].

Важливою складовою навчального процесу є узагальнення і систематизації знань. В цілому узагальнюючі заняття сприяють систематизації і кращому засвоєнню навчального матеріалу. Систематизація знань невід'ємна від їх узагальнення і чим ширше узагальнення, тим більше відображено між ними зв'язків і відношень, тим ширше коло знань об'єднується в систему. Мета узагальнення не тільки в тому, щоб поновити раніше засвоєні знання, а і в тому, щоб навчити учнів використовувати вивчений матеріал. Ми вважаємо доцільним проведення спеціальних уроків узагальнення і систематизації знань після вивчення теми або розділу.

Список використаних джерел

1. Мерзляк А. Г. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики 9 клас / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір — К. : Центр навч.-метод. л-ри, 2014. – 253 с.
2. Навчальні програма з математики. [Електронний ресурс]: – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua/>
3. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підручник. – 2-ге вид. допов. і переробл. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
4. Харламов І. Ф. Педагогіка: навч. посібник / І. Ф. Харламов. – М.: Гадаріки, 2009. – 519 с.

Анотація. Зубко В. Узагальнення і систематизація при вивченні функціональної лінії в шкільному курсі математики.

У статті обґрунтовано необхідність використання узагальнення та систематизації знань учнів. Розглянуто місце функціональної змістової лінії в державній підсумковій атестації в 9 класі та зовнішньому незалежному оцінюванні в 11 класі.

Ключові слова: узагальнення, систематизація, функція.

Abstract. Zubco V. Generalization and systematization of the study functional lines in the school mathematics course.

In the article the need for generalization and systematization of knowledge of students. The place and the topic "Functions and their graphs" in the state final examination in grade 9 and external assessment in grade 11.

Keywords: aggregation, classification, function.

Максим Каца

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

ГІПЕРКОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

Відомості про число склалися в математиці поступово в результаті тривалого розвитку, яке йшло під дією практичних і теоретичних потреб математики. Так в результаті сформувалось поняття натуральних, цілих, раціональних, ірраціональних, дійсних, алгебраїчних та трансцендентних чисел [4]. Але на дійсних числах, шлях розвитку систем чисел не зупинився. Необхідність розширення систем дійсних чисел виникла як наслідок неможливості розв'язання рівняння виду $x^2 + 1=0$ в системі дійсних чисел, адже дане рівняння не має дійсних коренів, тому потреба в знаходженні коренів даного рівняння призвела до виникнення комплексних чисел. А саме в 1545 році вийшла у світ книга Джироламо Кардано «Велике мистецтво» в якій було вперше введено комплексні числа, які позначалися як двовимірні числа, а Рафаель Бомбеллі у 1572 році розробив правила роботи з уявними одиницями [2]. На основі комплексних чисел виникла ціла теорія функцій комплексної змінної, яка має велике практичне застосування.

Тому, оскільки комплексні числа виявилися досить важливими і корисними для розвитку математики, виникли ідеї розвинути і узагальнити поняття числа. Так спочатку виникли триплети $a+bi+cj$, які ввів Уільм Гамільтон, а потім кватерніони, де на відміну від триpletів було додано ще одну змінну k , і отримали вигляд $a+bi+cj+dk$. Кватерніони виявилися розширенням комплексних чисел і стали однією із систем гіперкомплексних чисел [1]. Над кватерніонами також можна виконувати арифметичні операції додавання, віднімання, множення, а ділення виконується за допомогою рівнянь $q_2 x = q_1$ і $x q_2 = q_1$, кватерніони є системою з діленням. Для того щоб виконати множення над ними, У.Гамільтон вигадав спеціальну таблицю множення, в рядках і стовпчиках якої знаходяться уявні числа і їх добутки. В системі кватерніонів, як і в дійсних числах виконуються всі властивості відносно операцій додавання і множення, окрім комутативності відносно операції множення. Завдяки кватерніонам можливо описати обертання тривимірного і чотиривимірного евклідових просторів. Також розглядається норма кватерніона, і доводиться, що норма добутку кватерніонів дорівнює добутку норм. В роботі розглядається один з прикладів розв'язання рівняння