

Ключові слова: культура, математична культура, математична освіта, професійно-прикладна спрямованість.

Summary. Gurba A. Features of formation of mathematical culture of future teachers of chemistry.

In the article the term "culture" and the tasks and skills that define mathematical culture of future teachers of chemistry.

Keywords: Culture, mathematical culture, mathematical education, vocational and applied orientation.

Тетяна Завалій

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

t_zavaliy@mail.ru

Науковий керівник – І.В.Шищенко

ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН В КУРСІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Вимірювання величин, зокрема, геометричних (довжин, кутів, площ, об'ємів), – один з найскладніших розділів математики. Найвагомішим аргументом на користь цієї тези є той факт, що лише наприкінці XIX – на початку XX ст. було створено загальну теорію вимірювання, насамперед, завдяки роботам К.Жордана, Е.Бореля, А.Лебега.

Незважаючи на те, що класичні формули обчислення об'ємів і площ поверхонь були відомі вже давньогрецьким вченим, для їхнього повноцінного обґрунтування знадобилось практично два тисячоліття. Поки не вдавалось формалізувати ідеї граничного переходу, твердження щодо вимірювання величин не мали відповідного підґрунтя.

Тривалий час навчання геометрії обмежувалось лише уявленнями про поняття об'єму і поверхні тіла. У діючих підручниках стереометрії [1] цим поняттям дають змістові означення, які ґрунтуються на навчальному та практичному досвіді учнів.

Вивчення цієї теми завершує геометричну частину курсу математики. Тут найбільшою мірою може і має бути подана прикладна спрямованість геометрії. Це зумовлено тим, що застосування геометрії значною мірою пов'язані з вимірюванням площ, об'ємів. Забезпечення такої спрямованості потребує вибору відповідних підходів до викладу матеріалу й адекватної системи вправ та запитань. Тому методика вивчення геометричних величин у старшій школі потребує особливої уваги.

Проблема навчання стереометрії, у тому числі й питання вивчення геометричних величин, висвітлюються у роботах Г.Бевза, Я.Бродського, М.Бурди, З.Слепкань, В.Швеця та інших. Учені і педагоги дійшли висновку, що сучасний етап розвитку шкільної освіти і навчання стереометрії потребує підвищення уваги до цих проблем та використання нових підходів у навчальному процесі з курсу стереометрії.

Метою статті є висвітлення особливостей вивчення геометричних величин в курсі стереометрії.

Складність вивчення теми зумовлена принаймні двома обставинами:

- високим рівнем абстрактності означень понять об'єму і площі поверхні тіла;
- застосуванням ідеї неперервності і граничного переходу, тобто ідей початків аналізу.

У навчальній і методичній літературі з геометрії розрізняють два види означень понять геометричних величин: аксіоматичний і конструктивний.

Аксиоматичне означення геометричної величини полягає у виборі її характеристичних властивостей і побудові теорії вимірювання цієї величини на їхній основі, побудові алгоритмів та виведенні формул для знаходження цієї величини[2].

При конструктивному означенні поняття об'єму починають з побудови відображення деякої множини фігур у множину додатних чисел. У такому разі основні властивості об'єму стають вже не аксіомами, а теоремами.

Конкретна реалізація обох підходів доволі громіздка, переобтяжена складними теоремами. Наприклад, при аксиоматичному підході виникає необхідність характеризувати клас фігур, на яких розглядається відображення, доводити існування і єдиність цього відображення. При конструктивному підході громіздкими стають доведення основних властивостей об'єму.

Аксиоматичне і конструктивне означення поняття об'єму еквівалентні. У шкільних підручниках геометрії за основу беруть аксиоматичне означення об'єму. Безумовно, розглядати з учнями питання існування й єдиності в теорії об'ємів немає змоги. Отже, у шкільних підручниках наводиться спрощений виклад теорії об'ємів. Проте, навіть у такому вигляді цей матеріал має високий рівень абстрактності й узагальненості.

Перше уявлення про об'єми тіл і їх обчислення учні дістають у курсі математики 5 класу у зв'язку з вивченням прямокутного паралелепіпеда. У 11 класі вони повертаються до вивчення об'ємів на дедуктивній основі.

Ще більше методичних проблем виникає при розгляді поняття площі поверхні тіла. Труднощі тут пов'язані з відсутністю простого означення, яке б охоплювало всі три види «викривлених» поверхонь – циліндричну, конічну і сферичну[1].

У процесі вивчення теми мають бути розглянуті різні методи обчислення об'ємів і площ поверхонь. Особливу увагу необхідно приділити методу розбиття, який має велике практичне значення. Його суть полягає у поділі тіла на частини, об'єми яких легко знайти або з яких можна скласти тіло відомого об'єму.

Метод вичерпування і застосування інтеграла у даній темі передбачає володіння відповідними ідеями і поняттями з курсу алгебри і початків аналізу. Встановлення тісних природніх зв'язків з цим курсом є одним із головних завдань вивчення даної теми стереометрії.

Важливий методичний прийом вивчення об'ємів і площ поверхонь – це використання аналогії між вимірюваннями площ плоских фігур та об'ємів геометричних тіл.

Тому важливою умовою готовності учнів до вивчення геометричних величин є повторення відповідного планіметричного матеріалу, насамперед формул для обчислення площ многокутників, довжини кола і площі круга, понять круга, вписаного в многокутник і описаного навколо нього. Цей матеріал доцільно подати у вигляді таблиці (табл. 1) [2].

Використовуючи аналогію введенні формул для об'ємів циліндрів доцільно згадати послідовність виведення формул для обчислення площ фігур. Для цього можна скористатися таблицею (табл.2).

Обговорюючи інформацію, яка міститься у таблиці, слід звернути увагу на те, яким методом отримують формули для обчислення площ прямокутника, паралелограма, трикутника, n -кутника, круга. Цей розгляд дає змогу визначити послідовність кроків для знаходження формул об'ємів:

1) виведення формул для обчислення об'єму прямого паралелепіпеда розбиттям його на дві прямі призми і «склеюванням» з них прямокутного паралелепіпеда;

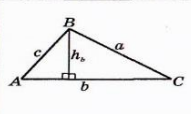
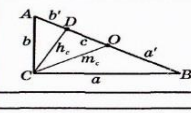
2) виведення формули для обчислення об'єму прямої трикутної призми шляхом побудови її до прямого паралелепіпеда і застосування методу розбиття;

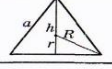
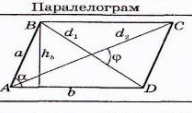
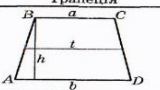
3) виведення формули для обчислення об'єму прямої n-кутної призми розбиттям її на прямі трикутні призми;

4) виведення формули для обчислення об'єму прямого циліндра методом вичерпування [3].

Таблиця 1

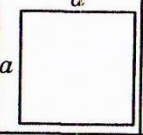
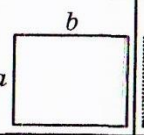
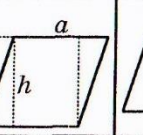
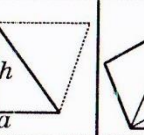
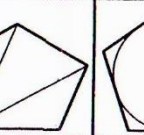
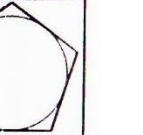
Повторення планіметричного матеріалу

Трикутник	Позначення
	a, b, c — сторони; A, B, C — кути; h_b — висота з вершини B ; R — радіус описаного кола; r — радіус вписаного кола; S — площа трикутника; p — півпериметр; m_a — медіана до сторони a .
Формули	
$S = \frac{1}{2} b \cdot h_b$; $S = \frac{1}{2} ab \sin C$; $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (формула Герона); $S = rp = \frac{abc}{4R}$; $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ (теорема косинусів); $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (теорема синусів).	
Прямокутний трикутник	Позначення
	a, b — катети; c — гіпотенуза; b', a' — проекції катетів на гіпотенузу; m_c — медіана до гіпотенузи; R — радіус описаного кола; O — центр описаного кола.
Формули	
$c^2 = a^2 + b^2$ (теорема Піфагора); $S = \frac{1}{2} ab$; $m_c = R = \frac{c}{2}$; $h_c^2 = b'a'$; $a^2 = ca'$; $b^2 = cb'$.	

Правильний трикутник	Позначення
	a — сторона; h — висота; R — радіус описаного кола; r — радіус вписаного кола; S — площа.
Формули	
$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.	
Паралелограм	Позначення
	a, b — сторони; h_a, h_b — висоти з вершини B ; d_1, d_2 — діагоналі; S — площа; α — кут паралелограма; ϕ — кут між діагоналями.
Формули	
$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$; $S = b \cdot h_b$; $S = ab \sin \alpha$; $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \phi$.	
Трапеція	Позначення
	a, b — основи; h — висота; t — середня лінія; S — площа.
Формули	
$t = \frac{a+b}{2}$; $S = t \cdot h = \frac{a+b}{2} \cdot h$.	

Таблиця 2

Формули площ фігур

					
$S = a^2$	$S = ab$	$S = ah$	$S = \frac{1}{2} ah$	$S = \sum S_{\text{тр}}$	$S = \pi R^2$

Досвід роботи вчителів математики, власний досвід, отриманий у ході проходження педагогічної практики, свідчить про те, що доведення формул площ об'єму похилого паралелепіпеда методом перетворення його додатковими побудовами в прямокутний, як і доведення формули об'єму призми, не викликають в учнів особливих труднощів, якщо до того ж використали заздалегідь виготовлені моделі, що ілюструють етапи перетворення. Важче сприймається учнями доведення формули об'єму трикутної піраміди [2].

Виведення формул площі поверхні многогранників та тіл обертання учні сприймають досить легко. Вчителю варто наголосити, що задача обчислення площі поверхні многогранників та тіл обертання зводиться до обчислення площі його розгортки. З одного боку, таким чином робиться акцент на зведенні даної задачі до планіметричної, а з іншого – проводиться певна підготовка до розширення поняття площі поверхні окремих тіл.

Розглянемо задачу. Радіус основи циліндра дорівнює 5 см, а висота – 8 см (рис. 1). Знайти площу повної поверхні циліндра.

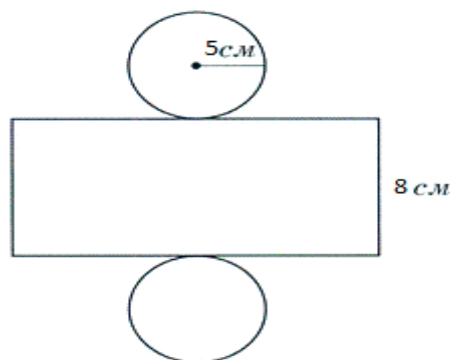


Рис. 1. Розгортка циліндра

Розв'язання

$$2 \cdot 5^2 \pi + 2 \cdot 5 \pi \cdot 8 = 50\pi + 80\pi = 130\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: $130\pi \text{ см}^2$

Набір задач на обчислення об'ємів і площ поверхонь має бути багатим на різні комбінації тіл. Необхідно передбачити достатню кількість завдань, що потребують виконання вимірювань, а потім обчислення геометричних величин. У практичних задачах доводиться обчислювати об'єми та площі поверхонь тіл, які складаються з найпростіших, причому дані для їхнього обчислення знаходиться або за допомогою безпосереднього вимірювання, або з рисунка.

Список використаних джерел

1. Геометрія (академічний, профільний рівень) Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г., Владіміров В.М. 2011 р.
2. Методика навчання математики/ З.І.Слепкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
3. Стереометрія у старшій школі/ Я.С.Бродський, В.Ю.Гречук, О.Я.Павлов, А.К.Сліпенко – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005 – 404 с.

Анотація. Завалій Т. Вивчення геометричних величин в курсі стереометрії.

Охарактеризовано загальні особливості вивчення теми «Площі поверхонь та об'єми многогранників». Продемонстровано відповідний планіметричний матеріал у вигляді таблиць. Наведено приклади задач, які доцільно продемонструвати старшокласникам у ході вивчення теми.

Ключові слова: стереометрія, геометричні величини, поверхні многогранників та тіл обертання, площа, об'єми.

Summary. Zavaliiy T. The study of geometric quantities aware geometry

The characteristic features of the general study of the topic "surface area and volume of polyhedrons." Demonstrate appropriate drew material in the form of tables. Examples of tasks that are appropriate to show high school students in the study of the topic.

Keywords: solid geometry, geometric size, surface polyhedrons and solids of revolution, area, volume.