

УДК 37.016:51

Ю.М. Ткач  
Чернігівський державний  
технологічний університет

## ОКРЕМІ АСПЕКТИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

*У статті висвітлено окремі аспекти розв'язування задач економічного змісту під час навчання математики, запропоновано фрагмент різнорівневої системи вправ до однієї з тем курсу математики, зроблено висновок про те, що розв'язування задач економічного змісту дає можливість мотивувати, активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів та сприяє формуванню у них відповідних практичних умінь та навичок. Основними видами задач економічного змісту є задачі на процентні розрахунки, кредитування, касово-розрахункове обслуговування, оптимізацію, фінансову математику тощо. Правильно побудована система вправ сприяє формуванню в учнів творчого мислення та пізнавального інтересу, привчати старшокласників до подолання посильних труднощів, відпрацьовувати вміння долати їх. Крім своїх звичайних функцій на уроках математики ці задачі є ефективним засобом економічної освіти і виховання учнів. Пошук нових прийомів при розв'язуванні задач економічного змісту є значним стимулом в утворенні стійкого інтересу та активізації пізнавальної діяльності учнів.*

**Ключові слова:** задача економічного змісту, система вправ, навчання математики, економічна орієнтація, зміст шкільного курсу математики.

**Постановка проблеми.** Математична освіта є важливим та невід'ємним компонентом фундаментальної підготовки учнів загальноосвітніх навчальних закладів, вона не лише забезпечує теоретичні основи для розв'язування різноманітних проблем їх майбутньої професійної діяльності, а й здійснює формуючий вплив на особистість учня з погляду формування елементів економічної грамотності засобами математики. Розв'язування задач економічного змісту є одним із необхідних елементів навчального процесу сучасного навчального закладу.

**Аналіз актуальних досліджень.** Г.П.Бевз, Д.Пойа, З.І.Слепкань, А.А.Столяр, Л.М.Фридман та інші досліджували роль задач і вправ у формуванні інтелектуальної діяльності учнів у процесі навчання математики. І.В.Арнольд, Р.Бенерджі, Л.І.Гуткін, Ю.М.Колягін, І.М.Шапіро у своїх роботах пропонували використовувати різні види задач у процесі навчання математики, що на їх думку, ознайомлювало б школярів із різними напрямками науки, техніки, виробництва, культури та виступало б потужним засобом формування пізнавального інтересу до вивчення математики. Вивченню питання застосування задач економічного змісту у процесі навчання математики присвячені наукові доробки Г.І.Біляніна, В.П. Бермана, Г.Я.Дутки, Л.С.Межейнікової, Ш. А. Музенітова, Л.О.Соколенко, М.О. Терешина, І. М. Шапіро та ін. І все ж проблема навчання учнів розв'язувати задачі економічного змісту при вивченні математики залишається недостатньо розробленою.

**Метою статті** є висвітлення окремих аспектів розв'язування задач економічного змісту під час навчання математики.

**Виклад основного матеріалу.** У педагогічному минулому роль задач здебільшого зводилась до формування практичних вмінь та навичок. Так, М.А. Данилов розумів під задачею свідоме багатократне виконання подібних дій з метою оволодіння навичками. В.П. Єсипов розглядав вправи як засіб, який використовується для обробки, закріплення і удосконалення вмінь та навичок [3].

З точки зору А.В.Єфремова задача – це інформаційна сукупність зв'язків і залежностей, які виражені словами, за допомогою графіків або в математичних формулах, яка утворює певну ситуацію, що визначає і спонукає розумову діяльність суб'єкта на

знаходження шляхом впорядкованих дій функціонального виразу невідомих компонентів через відомі [4].

У педагогічній літературі поняття прикладна задача трактується по-різному. М.О. Терешин [7] узагальнив різні означення прикладної задачі та зробив висновок, що прикладна задача – це задача, яка поза математикою, але яка розв'язується за допомогою математичних методів та засобів.

Єдність теорії та практики – це один із принципів педагогіки. Зв'язок математики з іншими дисциплінами, зокрема з економікою, є важливим засобом реалізації цього принципу. Тому курс математики повинен мати прикладну спрямованість.

Задачі економічного змісту є одним із видів прикладних задач. Задачі економічного змісту – це задачі, які стосуються фінансів, побуту, торгівлі, грошових розрахунків, вибору оптимального рішення тощо [7]. Основними видами задач економічного змісту є задачі на процентні розрахунки, кредитування, касово-розрахункове обслуговування, оптимізацію, фінансову математику тощо.

Найважливішою особливістю задач з економічним змістом є опис кількісної сторони економічного процесу, явища чи події. Економічні ситуації, які описуються в умовах таких задач, є їх складовими частинами. При цьому виявлення взаємозв'язків і кількісних співвідношень між компонентами задачі і методи її розв'язання сприяють математичному розвитку учнів, а виявлення взаємозв'язків економічних факторів на базі економічного аналізу сприяє економічному вихованню учнів. Тому, крім своїх звичайних функцій на уроках математики (в окремому випадку, на уроках алгебри та початків аналізу) ці задачі є ефективним засобом економічної освіти і виховання учнів.

Прийнято вважати, і на це вказують П.Т. Апанасов, Л. Ла, Ш.А. Музенітов, М.О. Терешин, І.М. Шапіро та інші, що використання подібних задач вимагає від учителя лише вмілого вкраплення їх в систему вправ, щоб вони не були штучними додатками уроку. При використанні сюжетних задач основним засобом економічної підготовки учнів, засобом формування відповідних поглядів, переконань є зміст задачі, одержаний розв'язок або коментар учителя, коротка довідка, яка пов'язана з тематикою задачі. Кожне з них дає певний ефект, але особливо цікаві вміло і вчасно підібрана інформація, змістовний та емоційний коментар учителя. Але такі довідки, коментарі віднімають час на уроці, та і не кожний учитель може достатньо кваліфіковано цю довідку скласти і своєчасно її використати. Тому слід шукати можливості повідомлення учням економічної інформації безпосередньо через сам зміст задачі, через роботу над її розв'язанням, через постановку питання до неї.

Розв'язування задач економічного змісту сприяє як розумовому, так і інтелектуальному розвитку учнів.

Розумовий розвиток – процес розвитку, вдосконалення інтелектуальної сфери й пізнавальних здібностей людини. Він може відбуватись через свідоме навчання, цілеспрямоване оволодіння знаннями [2]. Тому провідну роль у розумовому розвитку відіграє навчання. Розумовий розвиток включає в себе знання та уміння застосовувати їх на практиці.

Інтелектуальний розвиток є одним з важливих завдань навчання в цілому і навчання математики зокрема. Він спрямований на формування учнів як суб'єктів діяльності, формування у них нових інтелектуальних структур, прийомів мислення, інтелектуальних умінь, досвіду творчої діяльності.

Інтелект (від лат. *intellectus* – пізнання, розуміння, розум) – розумові здібності людини: здатність орієнтуватись у навколишньому середовищі, адекватно його відображати й перетворювати, мислити, навчатися, пізнавати світ і переймати соціальний досвід; спроможність розв'язувати завдання, приймати рішення, розумно діяти, передбачати.

Структура інтелекту включає такі психічні процеси як сприймання й запам'ятовування, мислення й мовлення та ін. [2].

Між інтелектом і розумовою діяльністю здійснюється постійна взаємодія. Розумова діяльність є процесом функціонування інтелекту, а розвиток інтелекту обумовлений якістю розумової діяльності. Тому інтелектуальний розвиток тісно пов'язаний з розумовим.

Довгий час у нашій школі застосування математичних знань зводилось в основному до розв'язування задач, в яких вимога (запитання) вже сформульоване тим, хто складав задачу. А в житті і на виробництві від людини вимагається вміння самому сформулювати запитання і, застосовуючи математичні знання, знайти на нього відповідь.

Ми вважаємо, що вчитель, якщо він ставить перед собою завдання розвитку пізнавальної діяльності і творчих здібностей учнів, повинен організувати навчальний процес так, щоб розв'язування задач для учня здебільшого ставало значною подією, щоб при розв'язуванні задач він проявляв творчий підхід у виборі методів та способів розв'язування, щоб розв'язана задача могла бути використана при розв'язуванні наступних задач і здійснила істотний вплив на розвиток творчих якостей особистості учня.

Однак, у практиці сучасної школи розв'язування задач переважно розглядається лише як засіб свідомого засвоєння учнями програмного матеріалу, а сам задачний матеріал, що міститься в підручниках має недостатнє прикладне спрямування (у даному випадку нас цікавить економічний зміст задач).

Тому можна зробити висновок: час, який відводиться на навчання розв'язувати задачі використовується здебільшого недостатньо ефективно, а тому не досягається бажаний результат.

Ми повністю поділяємо підхід Г.І. Саранцева до системи вправ, який полягає у наступному: вправи, як явище, виступають у навчанні математики способом організації навчально-пізнавальної діяльності учнів, носієм дій, адекватних змісту навчання, засобом цілеспрямованого формування знань, умінь та навичок і функціонуючим як система [6]. Практика підтверджує, що тісний зв'язок системи вправ із змістом сприяє реалізації профільної диференціації змісту.

Правильно побудована система вправ сприяє формуванню в учнів активного мислення та пізнавального інтересу, привчати старшокласників до подолання посильних труднощів, відпрацьовувати вміння долати їх. А це неможливо без забезпечення достатньої складності розв'язання задач. Задача повинна бути і посильною, але ще й з перепонами, які вимагають подолання.

У випадку виникнення в учнів труднощів із розв'язуванням задач, їм необхідно звернутись до відповідного теоретичного навчального матеріалу та ще раз переглянути розв'язування попередніх задач.

Зміст системи вправ значною мірою визначається цілями, які ставляться при вивченні або закріпленні відповідного розділу. Знаючи, що навчальна діяльність учнів включає в себе засвоєння знань (пізнавальна діяльність), то за допомогою системи задач ми тим самим визначаємо дії учнів, тобто вправи можна розглядати як орієнтацію діяльності. У той же самий час, для того, щоб побудувати систему вправ, необхідно виявити в її змісті основні елементи, а також відношення і зв'язки між ними. З їх врахуванням і слід визначати напрямок навчальної діяльності.

Якщо підходити до системи вправ з позицій диференціації, то для учнів із високим рівнем навчальних досягнень також слід підбирати систему вправ, які повинні бути в більшій мірі творчими.

Складаючи систему завдань, учитель повинен враховувати рівень складності кожної задачі [8]. Рівень складності задачі суттєво впливає не лише на діяльність учня з розв'язування прикладу, але і на діяльність учителя з надання учню необхідної допомоги в пошуку таких шляхів. Кожна задача в системі має виконувати свою функцію: її

розв'язування повинне формувати навички самостійної роботи, прийоми розумової діяльності, учити методам пошуку розв'язку, відкриття нових фактів, сприяти розвитку творчих здібностей та формуванню вмінь застосовувати одержані знання на практиці. Одні й ті ж задачі, в залежності від того, в якій послідовності, якими способами і в якому місці вони розв'язуються, будуть виконувати різні функції і будуть в різній мірі сприяти проведенню додаткової роботи, а отже, і розвитку творчих здібностей учнів.

Ймовірність успіху вкладу капіталу	в кінофільм	0,2
	в торгівлю	0,7
Ймовірність неуспіху вкладу капіталу	в кінофільм	0,8
	в торгівлю	0,3
У разі успіху % прибутку	від кінофільма	90 %
	від торгівлі	30 %
У разі неуспіху % прибутку	від кінофільма	10 %
	від торгівлі	20 %

Наприклад, під час вивчення теми «Початки теорії ймовірностей» (11 клас) доцільно запропонувати учням таку систему задач.

**Задача 1. [1, № 210] (початковий рівень).** Ви маєте капітал в 100 млн. у.о. і розглядаєте альтернативні можливості вкладу його або у виробництво кінофільму, або в торгівлю.

Куди вигідніше вкласти капітал?

Розв'язання.

У відповідності з теорією статистичних рішень середньоочікуваний прибуток дорівнює:

при вкладанні капіталу в кінофільм:	$90 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,8 = 26 \%$
при вкладанні капіталу в торгівлю:	$30 \cdot 0,7 + 20 \cdot 0,3 = 27 \%$

Отже, вигідніше вкладати капітал у торгівлю.

**Задача 2. [5, 72] (середній рівень).** Є можливість вибору виробництва і реалізації двох наборів товарів широкого вжитку. За даними відділу маркетингу, яким були проведені дослідження ринку, можливий прибуток від виробництва і реалізації  $X$  і  $Y$  наведені в таблицях ( $X, Y$  – прибуток в грн.).

$X$	1000	1500	2000
$P$	0,5	0,3	0,2

$Y$	1000	1500	1750
$P$	0,4	0,4	0,2

Необхідно оцінити ступінь ризику і прийняття рішення відносно випуску і реалізації одного із наборів товарів.

Розв'язання.

У економічних дослідженнях часто дисперсію приймають за міру ризику тому, що вона характеризує розсіяння величини прибутку навколо можливого прибутку та його мінливість.

Знайдемо середній можливий прибуток (математичне сподівання) для першого та другого варіантів:

$$M(X) = 1000 \cdot 0,5 + 1500 \cdot 0,3 + 2000 \cdot 0,2 = 1350,$$

$$M(Y) = 1000 \cdot 0,4 + 1500 \cdot 0,4 + 1750 \cdot 0,2 = 1350.$$

Обидва варіанти середнього можливого прибутку (математичне сподівання) є однаковими.

Обчислимо ступінь ризику кожного з варіантів:

$$D(X) = (1000 - 1350)^2 \cdot 0,5 + (1500 - 1350)^2 \cdot 0,3 + (2000 - 1350)^2 \cdot 0,2 = 152500,$$

$$\sigma(X) = 390,5.$$

$$D(Y) = (1000 - 1350)^2 \cdot 0,4 + (1500 - 1350)^2 \cdot 0,4 + (1750 - 1350)^2 \cdot 0,2 = 90000,$$

$$\sigma(X) = 300.$$

Отже, ступінь ризику, який пов'язаний із виробництвом і реалізацією набору  $X$  більший, ніж набору  $Y$ . Тому варіант  $Y$  є менш ризикований.

**Задача 3. [1, № 218] (достатній рівень).** Необхідно вибрати один з двох типів об'єктів для вкладу капіталу. Аналіз статистичної інформації аналогічних проектів показує:

При вкладанні капіталу в об'єкти типу А:

прибуток 15 млн. у.о. мав місце в 40 випадках;

прибуток 20 млн. у.о. мав місце в 20 випадках;

прибуток 25 млн. у.о. мав місце в 15 випадках.

При вкладанні капіталу в об'єкти типу Б:

прибуток 12 млн. у.о. мав місце в 60 випадках;

прибуток 16 млн. у.о. мав місце в 48 випадках;

прибуток 24 млн. у.о. мав місце в 36 випадках.

Необхідно обрати тип об'єктів для вкладання капіталу, який забезпечить найбільший прибуток.

Розв'язання.

Середньоочікуване значення (математичне сподівання) прибутку ( $X$ ) розраховується як сума математичних сподівань прибутку. Очікуваний прибуток знаходиться як добуток величини прибутку, що передбачається, та його ймовірності. Розрахуємо його:

При вкладанні капіталу в об'єкти типу А загальна кількість випадків (об'єм вибірки) дорівнює  $40+20+15=75$ .

$$\text{Вибіркова середня: } \overline{X}_A = 15 \cdot \frac{40}{75} + 20 \cdot \frac{20}{75} + 25 \cdot \frac{15}{75} = 18,35 \text{ млн. у.о.}$$

При вкладанні капіталу в об'єкти типу Б загальна кількість випадків дорівнює  $60+48+36=144$ .

$$\text{Вибіркова середня: } \overline{X}_B = 12 \cdot \frac{60}{144} + 16 \cdot \frac{48}{144} + 24 \cdot \frac{36}{144} = 16,32 \text{ млн. у.о.}$$

Об'єкти типу А виявляються переважними, оскільки обіцяють більш високий середньоочікуваний прибуток.

**Задача 4. [1, № 219] (високий рівень).** Можливе здійснення двох нових проектів, зіставлених з ризиком. Перший проект передбачає отримання протягом року прибуток 15 млн. у.о. з ймовірністю 0,4, але не виключається і збиток 2 млн. у.о. Другий проект обіцяє прибуток 10 млн. у.о. з ймовірністю 0,5 і можливим збитком у 8 млн. у.о.

1. Який проект кращий з точки зору очікуваного прибутку?

2. Який проект кращий з точки зору меншої різниці ймовірностей прибутку та збитків (більш обережний)?

3. Який проект кращий з точки зору співвідношення змін ймовірностей прибутку і його величини?

4. Який проект кращий з точки зору співвідношення змін ймовірностей збитків і їх величини?

5. Який проект кращий з точки зору співвідношення можливих сум прибутків та збитків?

Розв'язання.

Середньоочікуваний прибуток (математичне сподівання прибутку) дорівнює:

$$\text{- по першому проекту: } 0,4 \cdot 15 + 0,6 \cdot (-2) = 4,8 \text{ млн у.о.};$$

$$\text{- по другому проекту: } 0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot (-8) = 1 \text{ млн у.о.}$$

Отже, з точки зору очікуваного прибутку значно вигіднішим (майже в 5 разів) є перший проект.

1. Для першого проекту різниця у ймовірностях прибутку та збитків складає:  $\frac{0,6-0,4}{0,4} = 0,5$  або 50 %. Для другого проекту ця різниця дорівнює:  $\frac{0,5-0,5}{0,5} = 0$ . Отже,

другий проект є більш обережним.

2. У порівнянні з першим проектом в другому імовірність отримання прибутку зростає на  $\frac{0,5-0,4}{0,4} = 0,25$  або 25 %, у той час, як величина прибутку падає на  $\frac{15-10}{15} = 0,33$  або 33 %.

Оскільки імовірність прибутку в другому проекті в порівнянні з першим зростає значно менше, ніж падає його величина, переважним є перший проект.

3. У порівнянні з першим у другого проекту імовірність отримання збитків зменшується на  $\frac{0,5-0,4}{0,4} = 0,25$  або 25 %, у той час, як величина збитків зростає на  $\frac{8-2}{2} = 3$  або 300 %.

Оскільки імовірність збитків у другому проекті в порівнянні з першим зменшується набагато повільніше, ніж зростає їх величина, значно вигіднішим є перший проект.

4. Для першого проекту співвідношення можливих прибутків та збитків складає 15/2, тобто на 1 млн у.о. можливих збитків припадає 7,5 млн у.о. можливого прибутку.

Для другого проекту це співвідношення складає 10/8, тобто на 1 млн можливих збитків припадає 1,25 млн у.о. можливого прибутку.

Отже, виходячи з співвідношення можливих сум прибутків та збитків, більш вигідним є перший проект.

Під час розв'язування завдання учні стикаються з новими фактами, самостійно відшуковують розв'язок. Це сприяє розвитку пізнавальних здібностей, логічного мислення, самостійності в роботі та виховує у школярів критичне мислення (зокрема, до економічних явищ та подій).

Однак, не за всіх умов задачі розвивають творче мислення. Якщо задача розв'язується за готовим зразком, за шаблоном, то розв'язання її не вимагає від учня самостійного творчого мислення. Діяльність учнів у цьому випадку набуває репродуктивного характеру.

Процес засвоєння знань може проходити і в результаті самостійного пошуку шляхів розв'язування пізнавальної задачі. У даному випадку найбільш важливий пізнавальний аспект полягає в процесі перетворення однієї задачі в іншу, який має значний творчий потенціал. Переформулювання задачі ставить учнів у проблемну ситуацію, яка розв'язується при самостійному пошуку шляхів її розв'язання і передбачає формування в учнів навичок аналізу умов задач, відпрацювання вмінь утримуватись від поспішних та необміркованих дій. У той же самий час переформулювання умови задачі може підказати і різні способи її розв'язання. „Відкриття” нових прийомів при розв'язуванні задачі як за допомогою вчителя, так і самостійно є значним стимулом в утворенні стійкого інтересу та активізації пізнавальної діяльності.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Розв'язування задач економічного змісту у процесі навчання математики дає можливість мотивувати, активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів та сприяє формуванню у них практичних умінь та навичок (зокрема, формуванню елементів економічної грамотності засобами математики). У більшості випадків здійснення економічної орієнтації відповідного змісту шкільного курсу математики пов'язане з дидактичною трансформацією, яка має місце в системі вправ, на предмет поповнення і зміни в бік збільшення знань про математичні методи, що застосовуються в економіці.

Подальшого дослідження потребують питання формування практичних умінь та навичок розв'язування задач економічного змісту, складання відповідної системи вправ та визначення її ефективності тощо.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Абчук В. А. Экономико-математические методы: элементарная математика и логика. Методы исследования операций / Абчук В. А. – СПб. : Союз, 1999. – 318 с.
2. Гончаренко С. Український педагогічний словник / Гончаренко С. – К. : Либідь. – 376 с.
3. Данилов М. А. Дидактика / М. А. Данилов, В. П. Есипов ; под ред. В. П. Есипова. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1967. – 518 с.
4. Ефремов А. В. Научно-методические основы отбора, структурирования и реализации содержания математического образования в старших классах общеобразовательной школы : автореферат дисс. доктора педагогических наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / А.В.Ефремов. – Казань, 1995. – 58 с.
5. Іванюта І.Д. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики [Текст] : навчальний посібник / І.Д. Іванюта, В. І. Рибалка, Рудоміно-Дусятська І.А. - К. : Видавничий дім "Слово", 2003. - 272 с.
6. Саранцев Г. И. Упражнения в обучении математике / Г. И.Саранцев // Современные проблемы воспитания ; [сост. Н. С. Антонов, В. А. Гусев]. – М. : Просвещение, 1985. – С. 121-132.
7. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики / Терешин Н. А. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.
8. Фридман Л. М. Психолого-дидактические основы обучения математике в школе / Фридман Л. М. – М. : Просвещение, 1983. – 160 с.

#### РЕЗЮМЕ

**Ткач Ю.Н.** **Частные аспекты решения задач экономического содержания при обучении математике.** *В статье рассматриваются отдельные аспекты решения задач экономического содержания при обучении математики, предложено фрагмент разноуровневой системы упражнений к одной из тем курса математики, сделан вывод о том, что решения задач экономического содержания дает возможность мотивировать, активизировать учебно-познавательную деятельность учащихся и способствует формированию у них соответствующих практических умений и навыков. Основными видами задач экономического содержания являются задачи на процентные расчеты, кредитование, кассово-расчетное обслуживание, оптимизацию, финансовую математику и т.д. Правильно построенная система упражнений способствует формированию у учащихся творческого мышления и познавательного интереса, приучает старшеклассников к преодолению посильных трудностей, отрабатывает умение преодолевать их. Помимо своих обычных функций на уроках математики эти задачи являются эффективным средством экономического образования и воспитания учащихся. Поиск новых приемов при решении задач экономического содержания является значительным стимулом в образовании устойчивого интереса и активизации познавательной деятельности учащихся.*

**Ключевые слова:** задача экономического содержания, система упражнений, экономическая ориентация, содержание школьного курса математики.

#### SUMMARY

**Yu. Tkach.** **Certain aspects of solving the problems of economic content in the process of teaching mathematics.** *Certain aspects of solving the problems of economic content in the process of teaching mathematics are highlighted in the article, a fragment of the different-leveled system of tasks to one of the mathematics course themes is proposed, a conclusion about the fact that solving the problems of economic content gives the opportunity to motivate, intensify pupils teaching and cognitive activity and makes for the pupils' particular practical skills and habits formation. The main types of problems of economic content are the problems on interest-bearing calculations, crediting, cash-settlement services, optimization, financial mathematics, etc. Properly constructed system of tasks contributes to learners' creative thinking and cognitive interest formation, teaches learners how to overcome feasible difficulties, works off the ability to overcome them. In addition to their ordinary functions in mathematics classes these problems are effective means of economic education and learners' training. The search for new techniques in solving problems of economic content is a significant impetus to stable interest and cognitive learners' activity formation.*

**Keywords:** a problem of economic content, a system of tasks, training in mathematics, economic orientation, mathematics school courses content.