

Ю.Ю. Снопченко

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, м.Суми,

snop4enko@mail.ru

Науковий керівник – С.В.Петренко,

кандидат фізико-математичних наук, доцент

## МЕТОД ГЕОМЕТРИЧНИХ МІСЦЬ В ЗАДАЧАХ НА ПОБУДОВУ

Поняття геометричного місця точок у просторі має велике методичне і загальноосвітнє значення. Неможливо переоцінити його роль у розвитку просторової уяви.

Геометричні задачі на побудову дають можливість не тільки ґрунтовно вивчити геометрію, але і формують навички і здібності, які полегшують вивчення інших предметів і допомагають розв'язувати різні питання науки, техніки, мистецтва і повсякденного життя.

Особливо велику роль відіграють задачі на побудову методом геометричних місць точок. Розв'язування задач на побудову, в яких застосовуються геометричні місця точок активізують творчу думку і фантазію, розвивають логічне мислення, кмітливість, змушують перебирати в пам'яті всі відомі теореми з метою відбору і застосування найбільш придатної з них.

Сьогодні, на жаль, розв'язуванню задач на побудову циркулем та лінійкою у школі приділяється не належна увага, а це приводить до того, що учні майже не володіють методами побудов на площині. Серед задач на побудову на площині можна виділити два типи задач:

1) Побудова лише циркулем,

2) Побудова лише лінійкою.

Задачі на побудову циркулем та лінійкою є цікавими і досить складними.

Традиційне обмеження знарядь геометричних побудов тільки циркулем або лінійкою сходить до глибокої старовини. Знаменита геометрія Евкліда ( III століття до н.е.) була заснована на геометричних побудовах, що виконуються циркулем і лінійкою, при цьому циркуль і лінійка розглядалися як рівноправні інструменти, – це означало, що окремі побудови виконувались за допомогою циркуля і лінійки, за допомогою одного циркуля, або однієї лінійки.

Було встановлено, що циркуль є точнішим, більш досконалішим інструментом, ніж лінійка, а деякі побудови можна виконати одним циркулем без використання лінійки. Наприклад, поділ кола на шість рівних частин, побудова точки, симетричної даній точці відносно даної прямої, і т.ін..

У 1979 році італійський математик, професор університету в Павії, Лоренцо Маскероні опублікував роботу «Геометрія циркуля», в якій було доведено, що всі задачі на побудову, які розв'язуються циркулем і лінійкою, можуть бути точно розв'язані і одним тільки циркулем.

Розділ геометрії, що вивчає геометричні побудови одним циркулем, називається геометрією циркуля.

Основні методи розв'язування задач на побудову в школі:

1) метод геометричних місць точок;

2) метод геометричних перетворень;

3) алгебраїчний метод;

Найбільше труднощів в учнів викликають задачі на побудову методом геометричних місць точок (ГМТ).

Геометричним місцем точок, що мають задану властивість, називається фігура, яка складається із тих і тільки тих точок, які мають цю властивість.

Суть методу геометричних місць точок полягає в тому, що задачу зводять до побудови однієї точки (основного елемента побудови), яка задовольняє деяким двом незалежним умовам, що впливають із умови задачі.

При розв'язуванні задач на побудову методом геометричних місць точок використовують основні геометричні місця точок;

1) геометричне місце точок, які знаходяться на заданій відстані  $r$  від даної точки  $O$ , є коло з центром у точці  $O$  і радіусом  $r$ ;

2) геометричне місце точок, рівновіддалених від точок  $A$  і  $B$ , є серединний перпендикуляр до прямої  $AB$ ;

3) геометричне місце точок, віддалених від даної прямої  $AB$  на відстань  $r$ , є сукупність двох прямих, паралельних до даної, які знаходяться на відстані  $r$  від неї;

4) геометричне місце точок, рівновіддалених від двох прямих, які перетинаються, є сукупність двох перпендикулярних прямих – бісектрис кутів, утворених прямими;

5) геометричне місце точок, рівновіддалених від двох паралельних прямих, є пряма, що до них паралельна даним та є віссю симетрії;

б) геометричне місце точок, з яких даний відрізок  $AB$  видно під кутом  $90^\circ$ , є коло, яке побудоване на прямій  $AB$  як на діаметрі, крім точок  $A$  і  $B$ .

**Задача.** Побудувати точку в середині трикутника  $ABC$ , яка рівновіддалена від його сторін і розміщується на відстані  $d$  від точки  $M$ .

**Розв'язання.**

**Аналіз.** Шукана точка  $X$  має задовольняти 2 умови:

- 1) бути рівновіддаленою від сторін трикутника  $ABC$ ;
- 2) лежати на відстані  $d$  від точки  $M$ .

Гмт, що задовольняють першу умову, є бісектриса трикутника  $ABC$ , а гмт, що задовольняють другу умову, є коло з центром в точці  $M$  і радіусом  $d$ . Шукана точка  $X$  лежить на перетині цих геометричних місць.

**Побудова.**

- 1) Коло  $(B, r)$ ,  $r$  – довільний радіус;
- 2) Точки  $K$  та  $L$  – точки перетину побудованого кола зі сторонами кута;
- 3)  $(K, r)$ ,  $(L, r)$ ;
- 4)  $(K, r) \cap (L, r) = D$ ,  $D \neq A$ ;
- 5)  $AD$  – бісектриса трикутника  $ABC$ ;
- 6) коло  $(M, d)$ ;
- 7) точки  $X$ ,  $Y$  – точки перетину бісектриси трикутника  $ABC$  і кола.

Таких точок може бути або дві –  $X$  та  $Y$ , або одна, або жодної.

**Доведення.**

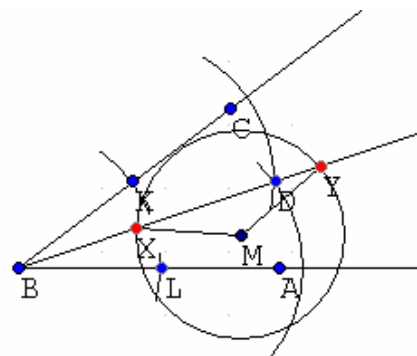
Побудова є правильною, оскільки:

1)  $\triangle BDK = \triangle BLD$ , тому що  $\angle DBK \hat{=} \angle DBL$  відповідні кути,  $BD$  – спільна сторона,  $BK = BL$  як радіуси кола  $(B, r)$ . Тому  $BD$  бісектриса.

2) гмт, що знаходяться на відстані  $d$  від точки  $M$ , є коло з центром в точці  $M$  і радіусом  $d$ .

При розв'язуванні геометричних задач на побудову розуміється: користування лінійкою – можливість проводити прямі, тобто відрізки певної довжини, користування циркулем – можливість описувати коло з будь-яким радіусом та будь-яким центром. У геометрії циркуля пряма лінія або відрізок визначається двома точками. Тому пряма лінія вважається закінченою, як тільки побудовані будь-які дві її точки.

Слід зауважити, що будь-яку задачу на побудову можна розв'язати, застосовуючи лише циркуль.



### Література

1. Адлер А. Теория геометрических построений/Август Адлер.– Л.: Учпедгиз, 1940. – 232 с.
2. Аргунов Б.И. Геометрические построения на плоскости/Борис Иванович Аргунов– М.: Учпедгиз, 1957.–266 с.
3. Воронец А.М. Геометрия циркуля. – М.:Гостехиздат, 1934.
4. Костовский А.Н. Геометрические построения одним циркулем.–Александр Никитович Костовский.– М.: Наука, 1984.– 80 с.– (Популярные лекции по математике).
5. Чашечникова Л.Г, Чашечникова О.С., Петренко С.В. Геометричні побудови на площині – 1 вид. Суми: Видавництво «Ярославна», 1999. – 108 с.

**Анотація.** Снопченко Ю.Ю. Метод геометричних місць в задачах на побудову. Дана стаття присвячена основному методу геометричних побудов на площині – методу геометричних місць точок з обмеженнями.

**Ключові слова:** геометричне місце точок, метод геометричних місць точок, побудова, циркуль.

**Аннотация.** Снопченко Ю.Ю. Метод геометрических мест в задачах на построение. Данная статья посвящена основному методу геометрических построений на плоскости – методу геометрических мест точек с ограничениями.

**Ключевые слова:** геометрическое место точек, метод геометрических мест точек, построение, циркуль.

**Summary.** Snopchenko Y. A method of locus is in construction problems. This article is devoted to the basic method of geometrical constructions on a plane - to the method of locus with limitations.

**Key words:** locus, method of locus, construction, pair of compasses.